

7. naloga – Naključna števila in integracije z metodo Monte Carlo

1. Telesu, ki ga omejuje ploskev,

$$\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} + \sqrt{|z|} = 1,$$

določi maso ter vztrajnostni moment,

- če je gostota konstantna,
- če se gostota spreminja z razdaljo od središča kot $\rho = r^p$, kjer je r razdalja od središča telesa. Kakšen učinek ima vrednost parametra p ?

Oceni natančnost rezultatov. Opazuješ lahko tudi obnašanje ostalih momentov (težišče, povprečja sferičnih harmonikov).

2. V krogli se rojevajo žarki gama. Njihova povprečna prosta pot v snovi, iz katere je krogla, je enaka radiju krogle. Kolikšen delež fotonov uide iz krogle? Kako se verjetnost pobega spreminja z razmerjem povprečne proste poti in radija krogle?
3. Model nevtronskega reflektorja: tok nevtronov vpada pravokotno na ploščo, v kateri se nevtroni sipljejo in nič ne absorbirajo, pri čemer je njihova prosta pot enaka polovici debeline plošče. V poenostavljenem modelu privzamemo, da se sipljejo samo naprej in nazaj, in to z enako verjetnostjo. Kakšna je porazdelitev po številu sipanj? Kolikšna je prepustnost reflektorja? Oceni natančnost. Nekoliko bolj realen je model z izotropnim sipanjem. Z njim preveri, koliko so rezultati poenostavljenega modela uporabni.

Razišči še kotno porazdelitev odbitih in prepuščenih nevtronov ter odvisnost prepustnosti od debeline plošče v modelu z izotropnim sipanjem.

Za generiranje slučajnih števil lahko uporabiš vgrajene generatorje izbranega programskega jezika (za *Python* v modulu `numpy.random`) in druge, bolj sofisticirane generatorje iz numeričnih knjižnic. Preizkusiš lahko tudi druge izvore (psevdo)naključnih števil. Sistemski vir slučajnih števil `/dev/urandom`, je koristen za inicializacijo generatorja, kadar inicializacija s trenutnim sistemskim časom nima dovolj fine ločljivosti.

Kadar potrebujemo slučajna števila iz porazdelitve, za katero nimamo vgrajenega namenskega generatorja, jih izračunamo iz števil ξ_i , žrebanih po enakomerni porazdelitvi iz intervala $[0, 1)$. Števila iz porazdelitve $P(x)$ dobimo z žrebom kumulativo iz enakomerne porazdelitve: $\int_{-\infty}^x P(t) dt = \xi$, $\xi \in [0, 1)$. Slučajna števila iz eksponentne porazdelitve $P(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ tako dobimo z uporabo zveze $x = -\lambda^{-1} \ln(1 - \xi)$. V primeru, da kumulativa ni obrnljiva, se lahko poslužimo žreba z zavračanjem.

Enakomerno porazdeljene slučajne smeri v prostoru generiramo z žrebom dveh enakomerno porazdeljenih števil ξ_1, ξ_2 iz intervala $[0, 1)$, iz katerih izračunamo $\vartheta = \arccos(2\xi_1 - 1)$ in $\varphi = 2\pi\xi_2$.