

10. naloga – Spektralna analiza in filtriranje

1. Signaloma s 512 točkami na datotekah `val2.dat` in `val3.dat`¹ določi frekvenčni spekter. Preskusi različne okenske funkcije. Kako se spremeni spekter, če analiziramo krajše intervale (64, 128, ... točk)?

Signal $u(t)$, ki prihaja v merilno napravo s prenosno funkcijo $r(t)$, se ob dodatku šuma $n(t)$ preoblikuje v

$$c(t) = u(t) * r(t) + n(t) = s(t) + n(t).$$

Iz izmerjenega časovnega poteka $c(t)$ bi radi, ob poznavanju odzivne funkcije $r(t)$ in ob nekaterih predpostavkah o šumu $n(t)$, rekonstruirali vpadni signal $u(t)$. N. Wiener je predlagal naslednjo rešitev, ki sledi iz minimizacije napake po metodi najmanjših kvadratov². Pred dekonvolucijo je treba transformiranko $C(f)$ pomnožiti s filtrom,

$$\Phi(f) = \frac{|S(f)|^2}{|S(f)|^2 + |N(f)|^2}.$$

2. S pomočjo Wienerjevega filtra napravi dekonvolucijo signalov na datotekah `signal{0,1,3,4}.dat`. Število točk v posameznem signalu je 512. Na zadnjih treh datotekah je signalu primešan šum. Prenosna funkcija je

$$r(t) = \frac{1}{2\tau} \exp(-|t|/\tau), \quad \tau = 16.$$

V fotografiji imamo pogosto opravka s popačitvami konvolucijske narave: razmazanje zaradi gibanja (*motion blur*), tresenje objektiv med ekspozicijo, slabo fokusiranje, različne optične aberacije. V primeru, da poznamo prenosno funkcijo (t.i. *point spread function*), lahko posežemo po dekonvolucijskih metodah, s katerimi lahko do neke mere rekonstruiramo originalno fotografijo, odvisno seveda od zrnatosti fotografije.

3. Poskusi očistiti podobe Lene (`lena_k□_n□.pgm`)³ v arhivu `lena_slike.tar.gz`, razmazane s tremi znanimi konvolucijskimi jedri: tresoč objektiv (`kernel1.pgm`), slab fokus (`kernel2.pgm`) ter uklonska mrežica (`kernel3.pgm`). Datotekam je primešana različna količina Gaussovega šuma (RMS = 0, 4, 8, 16).

Pri filtriranju uporabi Wienerjev filter. Po potrebi je smiselno tudi direktno maskirati okolice valovnih vektorjev, kjer je prenosna funkcija singularna. Upoštevaj tudi, da spektralne metode sliko razumejo v periodičnem smislu, kar ustvari ostre skoke na robu. Ugotovi, ali lahko z okenskimi funkcijami ali razširitvijo slike s konstantnimi vrednostmi zmanjšaš vpliv artefaktov na robu.

Poskusi tudi očistiti sliko z dodano periodično motnjo (`*_nx.pgm`).

`pgm` format je P2 različica `ppm` formata, ki shranjuje sivine v tekstovni obliki, na začetku pa ima glavo oblike P2 `x y n`, kjer sta x in y dimenziji slike, $n = 255$ je pa maksimalna vrednost sivine, ki predstavlja belo barvo. Ta format je priporočljiv tudi za izhodne slike, saj ga je enostavno pretvoriti v kateri koli drug format in nazaj s programom `convert` iz paketa `imagemagick`:

```
> convert a.pgm a.png
> convert a.png -compress none a.pgm4
```

S tem se izognemo klicanju knjižnic za kodiranje slikovnih formatov. Pazi, po filtriranju se lahko pojavijo vrednosti, ki ne padejo v območje $[0, 255]$. Take presežne vrednosti je treba popraviti pred zapisovanjem izhodne slike.

¹<http://predmeti.fmf.uni-lj.si/modelska/podatki/>

²gl. *Numerical Recipes*, pogl. 12.6

³datoteke so na voljo na predmeti.fmf.uni-lj.si/modelska/podatki/

⁴brez `-compress none` argumenta namesto tekstovnega zapiše binarni format