

# Theoretische Grundlagen der Informatik

## Tutorium 1

Institut für Kryptographie und Sicherheit



- **Michael Fürst**  
uni@michaelfuerst.de  
Dienstag 15:45, SR 301
- und ihr?

- Immer 2 Wöchentlich Donnerstags
- **Abgabe:** *handschriftlich* bis **Montag 12:30 Uhr**
  - Max. **3** Personen pro Gruppe
  - Erste Abgabe legt die Gruppe fest
  - Jeder eigene *handschriftliche* Abgabe
  - Alle Teilnehmer müssen im gleichen Tut sein.
- **Schein:**
  - Klausurbonus (0.3 bessere Note, wenn bestanden)
  - Bei min. 6 (von 7) Blättern 50% Punkte
- korrigierte Übungsblätter gibt es im Tutorium
  - Bei Nichtabholung: Büro 274 Montags 14:00-15:00

- Tutoriumsfolien

- <https://github.com/penguinmenac3/tgi-tut-ws-1314>

- **E-Mail-Liste**

- uni@michaelfuerst.de

- Betreff: Mail-Liste

- Stoff soll wiederholt werden

- Fokus auf Übungsbetrieb

- Fragen/Vorschläge/Anmerkungen willkommen!



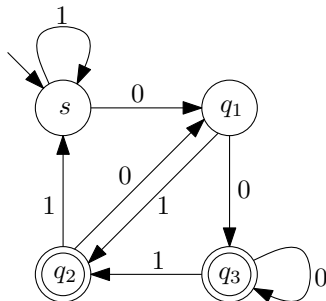
- Besteht aus Alphabet  $A$  und Produktionen  $P$   
 $(A, P)$
- $\alpha\alpha \rightarrow \alpha$   
 $\alpha\beta \rightarrow \beta$   
 $\beta\alpha \rightarrow \beta$   
 $\beta\beta \rightarrow \alpha$
- $\alpha\alpha\beta\beta\alpha \implies \alpha\beta\beta\alpha$
- $\alpha\alpha\beta\beta\alpha \Rightarrow^* \alpha$

# Deterministische endliche Automaten

Ein deterministischer endlicher Automat  $M$  ist ein 5-Tupel

$$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F).$$

- $Q$ : endliche Zustandsmenge
- $\Sigma$ : endliches Alphabet
- $\delta$ : Zustandsübergangsfunktion  
 $Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- $s$ : Startzustand  $\in Q$
- $F$ : Endzustandsmenge  $\subseteq Q$

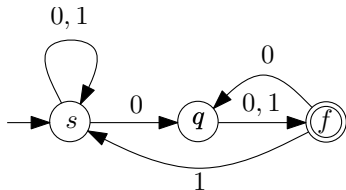


# Nichtdeterministische endliche Automaten

Ein nichtdeterministischer endlicher Automat  $M$  ist ein 5-Tupel

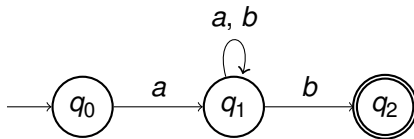
$$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F).$$

- $Q$ : endliche Zustandsmenge
- $\Sigma$ : endliches Alphabet
- $\delta$ : Zustandsübergangsfunktion  
 $Q \times (\Sigma \cup \varepsilon) \rightarrow \mathcal{P}(Q)$
- $s$ : Startzustand  $\in Q$
- $F$ : Endzustandsmenge  $\subseteq Q$



Damit der NEA ein Wort akzeptiert, muss es *einen* akzeptierenden Weg geben.





Bei Eingabe von  $b$  im Zustand  $q_1$  gibt es mehrere Möglichkeiten.

Eine Grammatik  $G = (T, V, S, P)$

- $T$  = Menge der Terminale (a.k.a. Alphabet der Sprache)
- $V$  = Menge der Nichtterminale (zu  $T$  disjunkt)
- $S \in V$  = Startsymbol
- $P \subset V^+ \times (V \cup T)^* =$  Menge der Produktionen

bei der alle Produktionen so aussehen:

- $A \rightarrow \lambda$ 
  - $A \in V$
  - $\lambda$  ist leeres Wort
- $A \rightarrow bC$ 
  - $A, C \in V$
  - $b \in T$

heißt rechtslinear bzw. regulär.

$A$  ist ein regulärer Ausdruck über dem Alphabet  $\Sigma$  wenn:

- $A = \lambda$
- $A = x \in \Sigma$
- $A = B^* = \{\lambda, B, BB, BBB, \dots\}$
- $A = B^+ = \{B, BB, BBB, \dots\}$
- $A = B \cdot C = \{BC\}$
- $A = B + C = \{B, C\}$

Wobei  $B$  und  $C$  ebenfalls reguläre Ausdrücke über  $\Sigma$  sind.

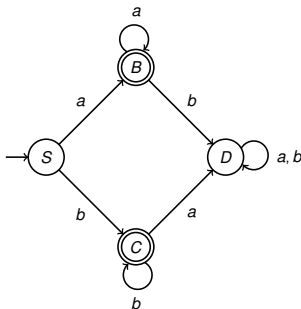
Bitte deutlich schreiben:

$$B^+ C \neq B + C$$

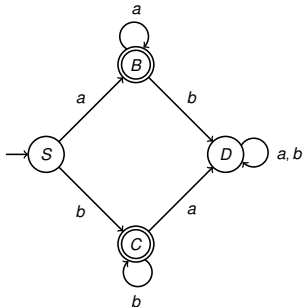
# Aufgabe 1

Gegeben sei der folgende endliche Automat:

$\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, S, \mathcal{F})$  mit  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $Q = \{S, B, C, D\}$ ,  $\mathcal{F} = \{B, C\}$  und  $\delta$  gegeben durch:



# Aufgabe 1



1. Geben Sie die von diesem Automaten akzeptierte Sprache in einem regulären Ausdruck an!
2. Um was für einen Automaten handelt es sich?
3. Konstruieren Sie einen äquivalenten endlichen Automaten, der nur einen einzigen Endzustand besitzt!
4. Geben Sie eine linkslineare Grammatik für die Sprache dieses Automaten an, die keine überflüssigen Nichtterminale und Regeln enthält!

## ■ Chomsky Typ 3

- Reguläre Sprachen (z.B. rechtslineare Sprachen)
- Reguläre Ausdrücke
- Endliche Automaten

## ■ Chomsky Typ 2

- $Ch3 \subseteq Ch2$
- Kontextfreie Sprachen
- Nichtdeterministische Kellerautomaten
- Programmiersprachen sind in der Regel  $Ch2$

## ■ Chomsky Typ 1

- $Ch2 \subseteq Ch1$
- Kontextsensitiven Sprachen
- Nichtdeterministische, linear platzbeschränkte Turingmaschine

## ■ Chomsky Typ 0

- $Ch1 \subseteq Ch0$
- Semi-entscheidbare Sprachen (durch Turingmaschine)

## Aufgabe 2

1. Formulieren Sie einen regulären Ausdruck über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ , der jedes beliebige Wort erfasst, wobei die vorletzte Ziffer 0 sein soll!
2. Geben Sie für diese Sprache den möglichst größten Chomsky-Typ und eine zugehörige Grammatik an!
3. Geben Sie einen dazugehörigen Automaten an, der diese Sprache akzeptiert!

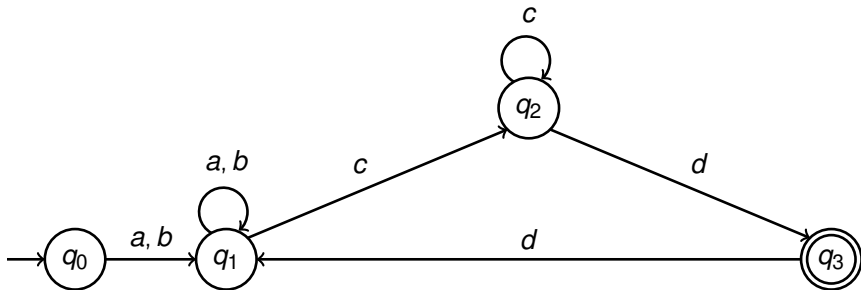
Umwandlung von einem endlichen Akzeptor  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  in eine rechtslineare Grammatik  $G = (T, V, S, P)$ :

1.  $T := \Sigma$ .
2.  $\forall q \in Q$  ein Nichtterminalsymbol in  $V$  definieren, wobei  $S$   $q_0$  zugeordnet ist.
3.  $P := \{(X \rightarrow tY) \mid (q_X, t) = q_Y \in \delta\} \cup \{(Z \rightarrow \lambda) \mid q_Z \in F\}$ .  
Wobei  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  jene Nichtterminalsymbole sind, welche  $q_X$ ,  $q_Y$ , bzw.  $q_Z$  zugeordnet sind.



## Aufgabe 3

Gegeben sei der folgende endliche Akzeptor  $\mathcal{M}$  mit dem Eingabealphabet  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ :



1. Welche Sprache  $\mathcal{L}(\mathcal{M})$  wird von dem Akzeptor  $\mathcal{M}$  akzeptiert?
2. Konstruieren Sie aus  $\mathcal{M}$  eine rechtslineare Grammatik, die  $\mathcal{L}(\mathcal{M})$  erzeugt!

# Konstruktion eines Akzeptors aus einer linearen Grammatik

Gegeben: rechtslineare Grammatik  $G = (T, V, S, P)$

Gesucht: endlicher Akzeptor  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

1.  $\Sigma := T$
2.  $Q := \{q_X \mid X \in V\}$ 
  - $q_0 = q_S$
3.  $\delta := \{(q_X, t) \rightarrow q_Y \mid (X \rightarrow tY) \in P\}$
4.  $F := \{q_X \mid (X \rightarrow \lambda) \in P\}$

# Aufgabe 4

Die Sprache  $\mathcal{L}$  sei durch den regulären Ausdruck  $(aa^*b^*)^*cc^*$  definiert.

1. Geben Sie eine rechtslineare Grammatik  $\mathcal{G}$  an, die  $\mathcal{L}$  erzeugt!
2. Konstruieren Sie aus  $\mathcal{G}$  einen endlichen Akzeptor, der  $\mathcal{L}$  akzeptiert!

# Bis zum nächsten Mal!





Dieses Werk ist unter einem "Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland"-Lizenzvertrag lizenziert. Um eine Kopie der Lizenz zu erhalten, gehen Sie bitte zu <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/> oder schreiben Sie an Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.

Davon ausgenommen sind das Titelbild, welches aus der März-April 2002 Ausgabe von American Scientist erschienen ist und ohne Erlaubnis verwendet wird, sowie das KIT Beamer Theme. Hierfür gelten die Bestimmungen der jeweiligen Urheber.