

承 诺 书

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则.

我们完全明白,在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式(包括电话、电子邮件、网上咨询等)与队外的任何人(包括指导教师)研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道,抄袭别人的成果是违反竞赛规则的,如果引用别人的成果或其他公开的资料(包括网上查到的资料),必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺,严格遵守竞赛规则,以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为,我们将受到严肃处理。

我们的题目是: 器件功能测试方案的优化设计

我们参赛年级是(一年级,二年级以上): 二年级

所属学院(请填写完整的全名,可填多个): 光电信息学院

参赛队员(打印并签名): 1. 闫鹏宇

2. 孙福海

3. 范昌辉

指导教师或指导教师组负责人(有的话打印): 李明启

是否愿意参加国内赛(是,否): 是

日期: 2016 年 5 月 22 日

报名队号(请查阅《2016 校内赛报名队信息-0520》后填写):

H082

2016 电子科技大学大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

报名队号（请查阅《2016 校内赛报名队信息-0520》后填写）：

评阅记录：

| | | | | |
|-----|--|--|--|--|
| 评阅人 | | | | |
| 评分 | | | | |
| 备注 | | | | |

器件功能测试方案的优化设计

摘要

在设计电子产品时,为了提高电子产品的可靠性,往往会有电路测试方案对电路进行检测。现要求在故障模式覆盖率不低于 90%的情况下,考虑成本、连接方式后,设计一个合理的电路测试方案并进行优化。

首先我们对问题进行了分析,发现器件对电路重要性和单个器件测试次数两个因素会对测试方案的确定产生较大影响,故我们将方案的确定分为两步,第一步为确定器件可测度顺序即越重要器件测试优先度越高,第二步则是在第一步基础上合理挑选器件并分配每个器件的测试次数。为了保证上述方案的进行,需要对冗杂的数据进行统计与分类,故我们在模型建立之前对数据进行了预处理,得到了一张信息高度集中的数据统计表。利用数据预处理得到的数据统计表,我们发现在确定器件可测度时,每个器件都需考虑 5 个影响因素,同时要对多个器件中所包含的失效模式进行评价(一个器件对应多种失效模式),为了合理考虑影响因素比重分配,我们采用灰色关联分析法对数据进行了处理,得到了每个器件的可测度分数排名。在对单个器件测试次数的分配问题上,由于要在多个目标之间进行优化,故我们选取了多目标优化模型,对成本、失效模式覆盖率和测试方案准确度进行了合理优化,并得到了在侧重不同目标时的优化方案。最终我们得到了在侧重准确性以及侧重成本两种侧重方式下的优化测试方案,当侧重准确性时,期间测量次数显著增多,同时成本较大,但准确度却高达 99%,当侧重成本是,发现接近 90%的器件仅仅测量一次,但依旧保持相对较高的准确性以及失效模式覆盖率。

最后,我们针对模型做了敏感性分析,发现模型敏感度较好,证明模型稳定性与可靠性较高。

关键字: 灰度关联分析法 多目标优化模型 图论 度 失效模型覆盖率

一、问题重述

在设计电子产品时，为保证电子产品的稳定性与可靠性，往往要设计测试方案对电路板进行检测。电路板中包含多种器件，且同一种器件又可能有很多个。当电路发生故障，除了会有多种器件发生故障的可能外，同一种器件也会有多个可能发生的故障类型。我们将可能发生的故障称为光长模式或失效模式。现已知每种故障模式发生的概率、对应的检测方式即功能检测编码、检测成本以及检测有效率，根据已知条件，设计一个测试方案要求覆盖率不低于 90%。

同时根据电路板数据，完成设计计算方法，计算所设计方案覆盖的失效模式总数。在考虑器件连接方式、成本、引脚信息等情况下，给出相应的最优化模型以及相应的最优化测试方案。

二、问题分析

2.1 研究背景

随着科技的发展，电子设备的使用日趋广泛，从而电子设备是否可靠，对生产的效率以及人员的安全具有十分重大的影响。基于此，对电路系统进行故障分析的问题，受到越来越多的学者专家的重视。在 21 世纪，电路系统的规模和复杂性有了一个量级的提升，其对电路系统的可靠性要求越来越高，往往为了保证电路的可靠性，需要花费大量的人力财力进行检测与维护，据统计显示，电子电路系统的维护费用远高于其设计的费用^[1]，在维护过程中如果不能及时进行故障定位，完成故障修复，会带来不可估量的损失，所以设计好的电路故障分析方案就迫在眉睫。

随着计算机科学的发展使高速处理大量的数据信息成为可能，新兴的数据统计与处理为发现隐藏在大量数据中的有用模式和信息提供了丰富的方法，通过运用大量数据的统计与分析，可以将电路规模和复杂性的问题在一定程度上解决，同时更可以实现电路故障分析的自动化或者半自动化，通过有效的检测方案，可以精确定位电路中出现故障的元器件以及发生故障的种类。

2.2 电路板检测国内外研究

美国自上世纪 80 年代就开始重视对电路板自动检测系统的研发和应用，同时生产商将裸板检测、视觉检测、在线监测以及功能检测应用留在了电路板生产

的相应环节。当前欧美等发达国家，许多相关电器厂商开发了各式各样的检测装备以取代人工检测，这不仅极大地提高了生产效率和生产成本，也保证了产品的质量^[2]。

目前，针对电路板的自动检测系统种类繁多，按其检测手段大致可分为两类：接触式检测系统以及非接触式检测系统。

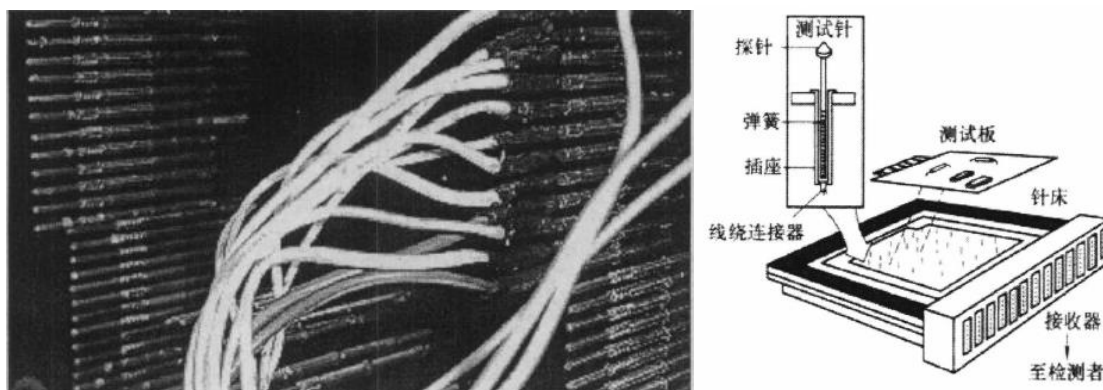


图 1 探针飞针测试法与针床示意图

印刷电路板的功能检测常见的方法-针床测试法和双探针飞针测试法。探针测试法主要探测电路板上的器件为目的，当探针夹在器件的两端时，输入相应的检测编码，即可测试该两个引脚之间是否存在故障。每种检测编码对应每种故障模式，通过输入对应检测编码便可检测出器件中存在的故障模式。（如图 1）

2.3 电路检测方案的影响因素

当利用探针飞针测试或针床测试时，其测量的有效性以及效率等等指标会受到电路板中各种因素的限制，例如引脚，连接方式，成本，距离甚至检测次数的影响。要想设计一个好的测试方案，就需要搞清电路器件本身有哪些因素会影响测试方案的设计。

2.3.1 器件连接因素

（1）不考虑引脚的情况

近十年，随着复杂网络理论本身的蓬勃发展，它在电路中的应用也越来越多。2001 年，Cancho 等人^[3]第一次将复杂网络应用于电子电路中，他们指出电子电路也可以看成是一个网络，将电子元件看作是网络节点，将电路板中的导线定义为边，构成如图 2 所示的电子元器件的网络拓扑关系。

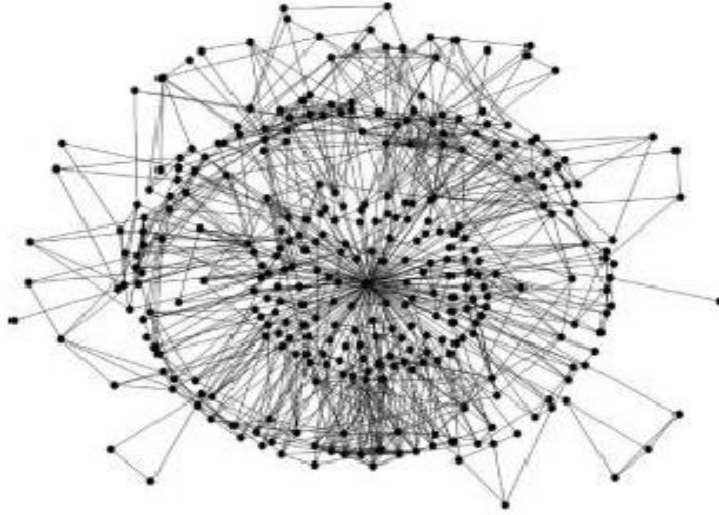


图 2 电子元器件的网络拓扑示意图

为研究器件与器件的连接方式以及它对电路检测的影响，我们用度的概念来描述它。度是对节点相互连接统计特性的最重要描述，反应重要的网络演化特征。

$$k_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N (j \rightarrow i)$$

式中 k_i 表示节点 i 所连接的边数，即等同于一个节点与另外节点相连的个数，置于电子电路时，表示了一个器件到底与另外多少个器件相连接，我们将一个器件与其他器件相连个数定义为器件度。度的特殊意义在于，一个节点的度越大就意味着该节点在某种意义上越“重要”。这就表明，在电路中，一个器件与越多的器件相连接，它在电路中越重要，即，若这个器件发生故障，对电路的破坏性以及影响性越大。

(2) 考虑引脚的情况

考虑引脚的情况，就要考虑到引脚与边的对应性。对题目进行分析我们发现，当用检测码对器件进行检测时，不受引脚方向性的影响，同时由于探针分别对器件进行检测，故器件与器件之间不会相互影响，即对上一个器件的检测不会影响对下一个器件的影响，上一个器件故障不会导致下一个器件故障。

由电路知识可知，当器件发生故障导致引脚输入或输出异常时，将会影响到连接该引脚的所有边，所以引脚所连边数越多，该引脚对于电路影响越大。我们将引脚所连接边的数目定义为引脚度。

对于两个器件，在器件度相同的情况下，引脚度越高则器件对电路影响越大，发生故障对电路的破坏力也就越大。

2.3.2 距离因素

在器件测量时，为探测每一个器件，探针会在电路板中来回移动，不同的测量方案会造成总移动距离的变化。总移动距离的长短，不仅会影响探针测试的成本，更会影响一块电路板测试完成所要花费的时间。

考虑到题目中的电路板有 2000 多个元器件，相互交联形成一个非常复杂的电子电路网络，加之由于现代电子器件的高复杂度集成，2000 多个元件集成在电路板上体积仍会很小。在这种高复杂网络电路集成于一个小面积电路板的情况下，探针移动距离随不同方案的不同，差距会及其微小，故在设计测试方案时，不考虑不同方案导致探针移动距离的差距，即不考虑不同测试方案导致距离改变后对测试的影响。

2.3.3 成本因素

相同的故障模式不同的器件以及相同器件不同故障模式的检测成本均不一样，在测试时，对于大量的器件数目，不同的测试次数以及不同的故障模式覆盖率，均会造成测试成本的极大变化，所以对于设计好的测试方案时，成本成了一个不可或缺的重要因素。

2.3.4 测量次数因素

由于检测实效性的存在，对于同一个器件或是同一种电路板，我们发现，随着测量次数的改变，器件以及测试方案的检测准确度会随之变化，且测量次数越高，对同一个器件检测准确度就越高^[4]。

2.4 对模型优化指标的考虑

(1) 失效模式覆盖率：对失效模式覆盖率的优化表示了尽可能多的检测出电路板中器件存在的故障。

(2) 准确性：由题中可知，检测码存在一定的失效性，所设计方案要尽可能的提高对器件故障检测的准确性。

(3) 测试总成本：随着每个器件检测次数以及不同故障模式检测成本的不同，测试总成本会变化，优化成本就是在其他指标相对保证的情况下，成本最小化。

2.5 模型选择分析

对于 2000 多个器件，上万的失效模式总数，在考虑成本，失效模式检测覆盖率以及检测准确性的情况下，想要全部测量显然是不现实的。要想对部分器件进行测试已达到目标要求，就需要对器件进行筛选，首先我们就需要搞清楚器件重要程度的先后顺序。器件本身有着多个影响因素，我们需要综合评估多个影响因素从而对器件的重要性做出评价，我们将器件重要性称为器件的可测度。在评价排序时，每一个器件可测度都对应多个相同评价因素。通过多个评价因素的综合分析对多个待优选目标进行评估时，我们用灰色关联分析法进行综合评估^[5]。

在排序之后，器件测试顺序已经固定，进一步，我们需要研究哪些器件应被挑选出来进行测试，以及每个器件测试次数应怎样分配。我们要对已固定好检测顺序的器件设计检测方案，即在考虑 2.4 中三个指标的情况下，对器件合理分配检测次数，对 2.4 中的三个指标有侧重性的实现最优化方案。对多个目标共同考虑情况下的优化问题，我们采用多目标优化模型实现^[6]。

2.6 题目难点分析

- (1) 数据过于冗杂，且种类较多，要对数据做较多的处理排序以及分类。
- (2) 需要考虑的因素较多，在优化过程中，权重的合理分配成为关键

三、变量符号说明

表 1 变量符号说明

| | |
|----------|-----------|
| a | 器件度 |
| m | 平均引脚度 |
| f | 可测性指标 |
| N | 覆盖的失效模式总数 |
| M | 失效模式总数 |
| α | 故障模式覆盖率 |
| Q | 检测总成本 |
| V | 测试方案的准确性 |

四、基本假设

- 在测试电路板时，测试的是电路板中的器件，不考虑连接导线的损坏。
- 不考虑温度、湿度等其他外界条件对电路板的影响，且电路板不会在测试过程中产生新的损坏。

五、建立模型前的准备

数据预处理

为了能够为之后灰色关联分析法中的影响因素分析提供有力的数据支持，我们将题中多张表格中的不同种类内容经过合并以及数据分类，得到了一张信息高度集中的数据表格。

为了得到器件度与平均引脚度的相关信息，利用 Excel 表格分析了器件引脚编号表格，并统计了每一种器件对应其他中器件的种类数，利用公式 $k_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N (j \rightarrow i)$ 得到了每一种器件的器件度。在次基础上，以类似方法对引脚编号表格进行统计分析，便可得到一个器件总的引脚度数，在对该器件自身引脚个数做出计数，便可得到相应的平均引脚度数，即 $\text{平均引脚度} = \frac{\text{引脚总度数}}{\text{引脚总个数}}$ 。

统计好器件度与平均引脚度两个重要信息后，将其整合到原有故障率、检测码以及失效率表格中，得到一张所需信息完全高度集中于同一张表格上的信息表，如下表示意图所示：

表 2 预处理数据统计表

| 器件编号 | 故障模式 | 故障概率 | 检测模式 | 检测有效性 | 单次检测成本 | 器件度 | 平均引脚度 |
|------|------------|------|----------|-------|--------|------|--------|
| 2076 | 100fcode24 | 0.3 | ckcode50 | 0.95 | 10 | 1394 | 1699.5 |
| 2077 | 100fcode24 | 0.3 | ckcode50 | 0.95 | 10 | 1394 | 1699.5 |
| 2078 | 100fcode24 | 0.3 | ckcode50 | 0.95 | 10 | 1394 | 1699.5 |
| 2081 | 100fcode24 | 0.3 | ckcode50 | 0.95 | 10 | 1394 | 1699.5 |
| 2092 | 100fcode24 | 0.3 | ckcode50 | 0.95 | 10 | 1394 | 1699.5 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1266 | 56fcode21 | 0.3 | ckcode46 | 0.9 | 10 | 3 | 1.5 |
| 1267 | 56fcode21 | 0.3 | ckcode46 | 0.9 | 10 | 3 | 1.5 |
| 1268 | 56fcode21 | 0.3 | ckcode46 | 0.9 | 10 | 3 | 1.5 |
| 1269 | 56fcode21 | 0.3 | ckcode46 | 0.9 | 10 | 3 | 1.5 |
| 1270 | 56fcode21 | 0.3 | ckcode46 | 0.9 | 10 | 3 | 1.5 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

| | | | | | | | |
|-----|-----------|------|----------|-----|----|-----|-------|
| 948 | 40fcode32 | 0.2 | ckcode47 | 0.9 | 20 | 146 | 397.2 |
| 973 | 45fcode1 | 0.15 | ckcode39 | 0.9 | 50 | 3 | 1.5 |
| 955 | 40fcode32 | 0.2 | ckcode47 | 0.9 | 20 | 2 | 1 |
| 956 | 40fcode32 | 0.2 | ckcode47 | 0.9 | 20 | 2 | 1 |
| 954 | 40fcode32 | 0.2 | ckcode47 | 0.9 | 20 | 2 | 0 |

如表中所示,该表将灰色关联分析模型所需的几种评价因素清晰的展现在表中,同时也满足了多目标分析法中各指标计算所需的基础原始数据。极大地简化了复杂数据对于模型求解的干扰。

同时我们统计得一些简单数据:器件总数 2413 个,故障种类总数 50 个,检测编码种类数: 37 个。

六、模型建立和求解

6.1 模型的建立

为设计出最优化的测试方案,我们建立了两种模型为主要模型,灰色关联分析模型和多目标最优化模型。

考虑到数据冗杂,且影响因素种类较多,我们在预处理后的数据基础上,通过灰色关联分析模型^[5],将影响每个器件可测度的本身因素综合评估,得出所有器件的可测度的排序,从而得出每个器件的测试顺序。

由于每个器件测试次数会对结果造成很大的影响,故利用多目标优化模型对测试器件进行挑选以及测试次数的合理分配,对失效模型覆盖率、测试准确性以及成本三个目标的不同侧重时的优化求解。

6.1.1 灰色关联分析模型

(1) 属性矩阵的建立

设系统有 m 个待优选的评价对象,每个对象又有 n 个评价因素,将 m 个对象的 n 个评价因素放入矩阵构成如下属性矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} a_1(1) & a_1(2) & \cdots & a_1(n) \\ a_2(1) & a_2(2) & \cdots & a_2(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_m(1) & a_m(2) & \cdots & a_m(n) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $a_i(j)$ 表示第 i 个待选对象在第 j 个评价因素下的指标属性值。

(2) 标准矩阵的建立

一般来说,所研究对象的属性指标一般为三种,越大越优性(积极因素),越小越优性(消极因素)以及适当性(中性因素)。在本题中,我们只涉及到了积极指标与消极指标,对于中性指标我们不予以研究。

● 越大越优性(积极因素)

$$p_i(j) = \frac{a_i(j) - \min_i a_i(j)}{\max_i a_i(j) - \min_i a_i(j)} \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

● 越小越优性(消极因素)

$$p_i(j) = \frac{\max_i a_i(j) - a_i(j)}{\max_i a_i(j) - \min_i a_i(j)} \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

利用新的指标,我们可得标准化矩阵:

$$P = \begin{bmatrix} p_1(1) & p_1(2) & \cdots & p_1(n) \\ p_2(1) & p_2(2) & \cdots & p_2(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_m(1) & p_m(2) & \cdots & p_m(n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

显而易见, $0 \leq p_i(j) \leq 1$, 且 $p_i(j)$ 越大, 表明对应因素评价越高; $p_i(j)$ 越小, 该因素评价越低。

(3) 获取参考数据向量

$$P_0 = (p_0(1), p_0(2), \dots, p_0(n)) \quad (5)$$

式中 $p_0(1), p_0(2), \dots, p_0(n)$ 分别为每列中的最大值。

(4) 关联度与权重

在实际问题中,各个评价因素对待评系统的影响程度是不同的。为了更客观、合理、安全地考虑各因素对待评系统的影响程度,我们通常采用权重来表示。

要想得知每个因素的权重,就要先算出各个因素之间的关联度。

引入敏感系数:

$$\zeta_{0i} = \frac{\Delta_{\min} + \rho \Delta_{\max}}{\Delta_{oi}(j) + \rho \Delta_{\max}} \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (6)$$

最大项与各项差的绝对值为：

$$\Delta_{0i}(j) = |p_0(j) - p_i(j)|$$

$\Delta_{0i}(j)$ 的最大最小值分别为：

$$\Delta_{\min} = \min \left\{ \Delta_{0i}(j) \right\} = \min_j \min_i \Delta_{0i}(j)$$

$$\Delta_{\max} = \max \left\{ \Delta_{0i}(j) \right\} = \max_j \max_i \Delta_{0i}(j)$$

式（6）中， ρ 为分辨率，且 $0 \leq \rho \leq 1$ ，一般取值 $\rho=0.5^{[7]}$ 。

关联系数矩阵如下：

$$E = (\zeta_{0i}(j))_{m \times n} = \begin{bmatrix} \zeta_{01}(1) & \zeta_{01}(2) & \cdots & \zeta_{01}(n) \\ \zeta_{02}(1) & \zeta_{02}(2) & \cdots & \zeta_{02}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \zeta_{0m}(1) & \zeta_{0m}(2) & \cdots & \zeta_{0m}(n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

通过矩阵可得关联系数平均值：

$$r_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \zeta_{0i}(j) \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad j = \{1, 2, \dots, n\}$$

单个影响因素权重为：

$$w_j = \frac{r_j}{\sum_{j=1}^n r_j}$$

总指标分数为：

$$f_i = \sum_{j=1}^n w_j p_i(j) \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (8)$$

通过式（8）中 f 可对待评估对象做评价排序， f 越大表示评价越高，越小则表示评价越低。

6.1.2 多目标优化模型

由于线性规划只能求解一个目标的最大最小值问题，故线性规划可求解问题相当有限。为了切合题目对多个目标的优化求解，同时有侧重的分别对不同目标进行优化方案求解，我们运用多目标优化模型求解最佳电路功能检测设计方案。

1 刚性约束和柔性约束

绝对约束是指必须严格满足的等式约束和不等式约束，若不能满足这些约束条件，则被称为非可行解，刚性约束又被称为硬约束。柔性约束是目标规划特有的，可把约束端看做要追求的目标值，在达到此目标值时允许根据题目所需发生正或负的偏差，我们用正、负偏差变量 d^+ , d^- 来进行表示，称此约束条件为软约束。

2 优先因子（优先级）

一个规划问题常常有若干目标，但根据决策者的需要，需要达到的这些目标会有主次和轻重缓急之分。

规定 $p_k \gg p_{k+1}$ ，表示 p_k 比 p_{k+1} 有更大的优先权，即对于决策， p_k 所对应的目标更重要。

3 目标规划的目标函数

目标规划的目标函数是按各目标约束的正、负偏差变量和赋予相应的优先因子而构造的。当每一目标值的优先级确定后，决策者的要求是尽可能缩小偏离目标值的大小。因此目标规划的目标函数只能是以下三种：

$$\min z = f(d^+, d^-)$$

$$\min z = f(d^+)$$

$$\min z = f(d^-)$$

对于本题，我们所应应为 $\min z = f(d^+, d^-)$ ，即正、负偏差变量都应尽可能的小。

我们设 x_1, x_2, x_3 为所需解，则有模型为：

$$\begin{aligned} \min z &= p_1(d_1^+ + d_1^-) + p_2(d_2^+ + d_2^-) + p_3(d_3^+ + d_3^-) \\ &\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq (=, \geq) b_i & (i=1, 2, \dots, m) \\ \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = g_i & (j=1, 2, \dots, l) \\ x_j \geq 0 & (j=1, 2, \dots, l) \\ d_i^-, d_i^+ \geq 0 & (i=1, 2, \dots, m) \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

通过式（9）的约束条件所求出的解 (x_1, x_2, x_3) 即为在三个目标重要度排序为 $p_3 > p_2 > p_1$ 时的最优解。

6.2 模型的求解

6.2.1 主要指标的计算方法

(1) 故障模式覆盖率

故障模式的覆盖率表示检测方案中是否对有可能存在故障的器件进行了检测，也就是说对于电路中的器件，检测即覆盖。故我们可得故障模式的简单计算公式为 $\alpha=N/M$ 。

由于电路中单个器件对应多种失效模式，故存在于不同器件中的同种失效模式应视为不同故障模式，故故障模式覆盖率公式中有 $N = \sum_{i=1}^{2413} R_i$ ， N 表示检测到的故障模式总数， R_i 为第 i 个器件中检测过的失效模式总数。 $M = \sum_{i=1}^{2413} G_i$ ， M 表示所有器件中存在故障模式的种类， G_i 表示第 i 个器件中失效模式的总数。

(2) 测试方案的准确性

$$V = \frac{\sum_{i=1}^M p(i,e)(1-g(i,e,k))^{r(i,e,k)}}{\sum_{i=1}^M p(i,e)} \quad (10)$$

(3) 测试方案的成本

$$Q = \sum_{i=1}^M C(i,e,k)r(i,e,k) \quad (11)$$

式中 $C(i,e,k)$ 为检测编码 k 对应检测器件 i 中 e 的失效模式时的单次检测成本。

6.2.2 运用灰色关联模型对器件可测度排序

器件可测度是指器件本身因素所决定的器件在电路中的重要程度或是影响，即在电路测试时测试优先度。

每个器件的可测度由五个因素决定：器件度、平均引脚度、检测码检测有效性、器件故障率和单次检测成本。其中单次检测成本为消极因素，其余四个均为积极因素。

将五个因素作为评价因素，2413 个器件所对应 14755 种失效模式作为待选对象，建立如式 (1) 中的属性矩阵，通过标准矩阵的转换、相关系数的求解，最后可对这 14755 种失效模式的 5 个影响因素给出相应权重，算得总指标分数作为可测度分数。器件具体排序如下表所示：（每一个器件都会对应多种失效模式）

表 3 器件可测度排序

| 排名 | 器件编号 | 可测度 |
|-------|------|-------------|
| 1 | 2076 | 0.928300612 |
| 2 | 2077 | 0.928300612 |
| 3 | 2078 | 0.928300612 |
| 4 | 2081 | 0.928300612 |
| 5 | 2092 | 0.928300612 |
| ... | ... | ... |
| 5990 | 1266 | 0.48291655 |
| 5991 | 1267 | 0.48291655 |
| 5992 | 1268 | 0.48291655 |
| 5993 | 1269 | 0.48291655 |
| 5994 | 1270 | 0.48291655 |
| ... | ... | ... |
| 14751 | 948 | 0.041770558 |
| 14752 | 973 | 0.000321978 |
| 14753 | 955 | 0.00017696 |
| 14754 | 956 | 0.00017696 |
| 14755 | 954 | 0.000113077 |

通过表 2 中可测度的排序，我们得到了在考虑连接顺序以及引脚等情况下，电路器件检测顺序方案。同时为之后的多目标优化模型提供了器件选择基础。

6.2.3 多目标优化模型求解最优解

在已知器件测试优先度顺序的情况下，想要在总测试成本，失效模式覆盖率以及测试准确度三者之间找到最优解，就需要找出哪些器件是我们需要测试才可以达到要求，哪些是我们不需要测试的，同时在需要测试的器件中，找到单个器件测试次数的分布情况。

● 器件检测次数

同 2.3 中所述，由于检测码测试会出现失效的情况，故单个器件测试次数越多，会使得错误器件被判断成对的器件的概率降低，从而能够提高测试准确度，降低时效器件的误判率。

由于误判率与检测次数成指数关系，即 $\Phi = \psi^r$ ，而 ψ 一般小于 0.3，故当 $r=3$ 时，误判率 Φ 便已很小，在加之成本因素考虑（测量次数越多，测量成本越大），我们将测量次数 r 定位 0,1,2,3 四种情况。

当测量次数超过 1 次时，规定只有当每次检测均为正确时才认为器件正常，

若至少一次检测显示错误则判断器件发生故障。这种规则可以大大降低错误器件误判为正确器件的可能性，从而降低错误被漏过的情况，大大提高了检测的正确性。

● 多目标优化约束方程的建立

由于 α , v 均为 0~1 之间的数值，而 Q 的数值会非常大，从而导致成本正负偏差量远远大于准确性与覆盖率，故对成本进行归一化操作，使得成本数量级与准确性以及覆盖率保持一致，令 $Q^* = \frac{Q_{\max} - Q}{Q_{\max} - Q_{\min}}$ ，则 Q^* 即为归一化后的总成本值。

$$\begin{aligned} \min \quad z = & p_1(d_1^+ + d_1^-) + p_2(d_2^+ + d_2^-) + p_3(d_3^+ + d_3^-) \\ & \begin{cases} \alpha \geq 0.9 \\ \eta_0 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = 1 \\ \alpha + d_1^- - d_1^+ = g_1 \\ v + d_2^- - d_2^+ = g_2 \\ Q^* + d_3^- - d_3^+ = g_3 \\ d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i=1,2,3) \\ \eta_i \geq 0 \quad (i=0,1,2,3) \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

式 (10) 中， $\alpha = \frac{N}{M}$ 为故障模式覆盖率， η_i ($i=0,1,2,3$) 为测量 i 次的器件数与总测量器件数的比值， v 为准确性， Q^* 为归一化后的总成本值， g_1 为覆盖率的最优目标值， g_2 为准确性的最优目标值， g_3 为归一化总成本的最优目标值。

p_1, p_2, p_3 分别为指标优先度，由于要求优先度靠前的取值要远远大于靠后的取值，故取第一优先级为 100 值，第二优先级为 10 值，第三优先级为 1 值。

● 结论

当对三个因素分别侧重时，同时结合表 3 可测性顺序即可得到不同目标侧重时的优化测试方案。

(1) 侧重准确性，次侧重覆盖率，较不考虑成本

表 4 结果分析（1）

| 覆盖率 | 准确率 | 成本 |
|----------|----------|----------|
| 90.9060% | 99.383% | 422480 元 |
| η_3 | η_2 | η_1 |
| 7.218% | 41.008% | 43.490% |

（2）侧重成本，次侧重准确度，较不考虑覆盖率

表 5 结果分析（2）

| 覆盖率 | 准确率 | 成本 |
|----------|----------|----------|
| 90.0639% | 97.221% | 272810 |
| η_3 | η_2 | η_1 |
| 0.0609% | 2.033% | 87.97% |

通过表 4 与表 5 的对比分析，我们可发现在侧重优化方面不同时，所得测试方案也大不相同，在侧重准确性的时候，测多次的器件数目会大大上升，但同时，成本也会随之大幅度上升。当侧重成本实现经济型检测时，可发现，几乎接近 90% 的器件只检测了一次，但依旧保持了相对较高的准确率以及覆盖率。

七、模型的评价

7.1 敏感性分析

在灰色关联分析模型中，确定关联度与权重时，引入了敏感系数 ξ_{oi}

$$\zeta_{oi} = \frac{\Delta_{\min} + \rho \Delta_{\max}}{\Delta_{oi}(j) + \rho \Delta_{\max}} \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

式中， ρ 为分辨率，且 $0 \leq \rho \leq 1$ ， ρ 值越小，关联系数之间的差别就越明显，关联系数区间范围就越大，则关联分辨率就越高，决策分析结果就越容易区分优劣。在之前的模型中取值 $\rho=0.5^{[7]}$ ，当改变 ρ 值的大小时，单个器件的可测度指标 f 将发生改变，所有器件的可测度结果排序同样将发生变化，此时研究所得到的测试方案是否发生剧烈的变化作为对模型的敏感性分析。当不断改变 ρ 值时，发现单个器件所对应的可测性指标排序名次结果及对应测量次数所占的比

例并没有发生剧烈的变化，说明该模型具有良好的稳定性。

7.2 模型的评价

7.2.1 优点

- 在对器件可测度进行排序时，运用灰色关联分析法，运用权重值进行分析，相对合理，避免了人为给值得主观性弊端，相对客观可信。
- 对实验进行了预处理，使的繁杂的数据表格变得相对简单，信息高度集中化。
- 利用多目标优化模型，可根据不同需求对不同目标进行侧重优化，从而给出相应需求的优化测试方案。

7.2.2 缺点

- 未能全面考虑电路故障的所有情况，会使得电路测试有偶然情况发生。
- 多目标优化模型优先级值相对主观。

八、参考文献

- [1]杜少丹. 电子元器件失效机理研究: [硕士学位论文]. 华南理工大学 2015.
- [2]任剑. 模糊环境下信息不完全的随机多准则决策方法研究: [博士学位论文]. 中南大学 2010.
- [3] 杨小玲. 多属性决策分析及其在洪灾风险评价中的应用研究: [博士学位论文] 华中科技大学 2012
- [4]张福坤, 张淑文, 诸克军, 王寒, 巴桂枝. 基于不同优先级的油田增产多目标规划. 数学的实践与认知. Vol.44, No.12, Jun.2014.
- [5]徐森. 车辆路径问题的多目标规划模型与算法研究: [硕士学位论文] 江苏大学 2011
- [6]肖蓉. 模糊多目标规划模型及其应用: [硕士学位论文] 西南石油大学 2014
- [7]陈林. 不确定覆盖问题的数学规划模型: [硕士学位论文] 上海师范大学 2015

九、附件清单

程序代码：

1 灰色关联分析算法

%清除内存空间等

clear;

close all;

clc;

%载入元数据

load('X_0.mat')

n=14755;

%参与排序的moshi单元数

m=5;

%参与评价的指标个数

X_1=zeros(n,m);

% 归一化的数据矩阵

X_2=zeros(n,m);

%偏差结果的求取矩阵

X_3=zeros(n,m);

% 相关系数计算矩阵

a1_0=X_0(:,1);

a2_0=X_0(:,2);

a3_0=X_0(:,3);

a4_0=X_0(:,4);

a5_0=X_0(:,5);

%% 对原始数据进行归一化处理

for i=1:5

for j=1:14755

if i==3

X_1(j,i)=(max(X_0(:,i))-X_0(j,i))/(max(X_0(:,i))-min(X_0(:,i)));

else

X_1(j,i)=(X_0(j,i)-min(X_0(:,i)))/(max(X_0(:,i))-min(X_0(:,i)));

end

end

end

a1_1=X_1(:,1);


```
%% ½«½á¹ûïÔÊ¾³öÀ´
```

```
figure(3)
```

```
plot(d);%»-¿É²âÐÔÇúïß
```

```
xlswrite('d.xlsx',d)%Êä³ö½á¹û
```

2 多目标优化算法

```
function F=fun(x);
```

```
%初始化设定
```

```
load('FUN.mat');
```

```
X=FUN(:,3);
```

```
Y=FUN(:,2);
```

```
p=FUN(:,1);
```

```
m=14755;
```

```
n=5;
```

```
t=[];%每个器件测量次数
```

```
C=0;%总成本
```

```
P=0;%准确性
```

```
%%覆盖率的计算
```

```
F(1)=-(x(1)+x(2)+x(3));
```

```
%%每个原件测量次数的计算
```

```
for i=1:m
```

```
    if i<m*x(3)
```

```
        t=[t 3];
```

```
    elseif i<m*(x(3)+x(2));
```

```
        t=[t 2];
```

```
    elseif i<m*(x(3)+x(2)+x(1));
```

```
        t=[t 1];
```

```
    else
```

```
        t=[t 0];
```

```
    end
```

```
end
```

```
%%总成本计算
```

```
for i=1:m
```

```
    C=C+X(i)*t(i);
```

```
end
```

```
F(2)=-(1010580-C)/(1010580-266770);
```

```
%%方案准确性计算
```

```
for i=1:m
```

```
P=P+p(i)*(1-Y(i))^t(i);  
end  
P=P/sum(p);  
F(3)=-P;
```