

系泊系统设计方案的优化模型

摘要

本文针对系泊系统参数计算与系统设计问题,基于力矩平衡与平动受力平衡建立了静力学非线性方程。基于静力学非线性方程组进一步建立了搜索求解算法、最小二乘法曲线拟合模型与多指标评价模型,得出了系统参数变化规律,设计出最优系泊系统设计方案。

考虑锚链种类以及数量、重物球质量不同时的具体情况,将系泊系统分为两部分分析,对钢管部分进行合理近似静力分析并建立迭代方程求解,对钢管部分进行离散求解,利用多指标评价模型最终得到最优化方案。例如,当确定选用 V 型锚链 117 节共 21.06m,重物球质量为 4050kg 时,为系泊系统设计的最优方案,此时浮标吃水深度为 0.4761m,游动区域半径为 17.4m,缸筒与竖直方向的倾角为 4.59。

对本文方法进行误差分析以及动态误差分析以后,发现该方法效果较好,在实际应用中有较大的参考价值。

关键词: 静力学方程 多指标评价模型 最小二乘法曲线拟合模型

一、模型的建立与求解

为了简化问题,需要如下基本假设:

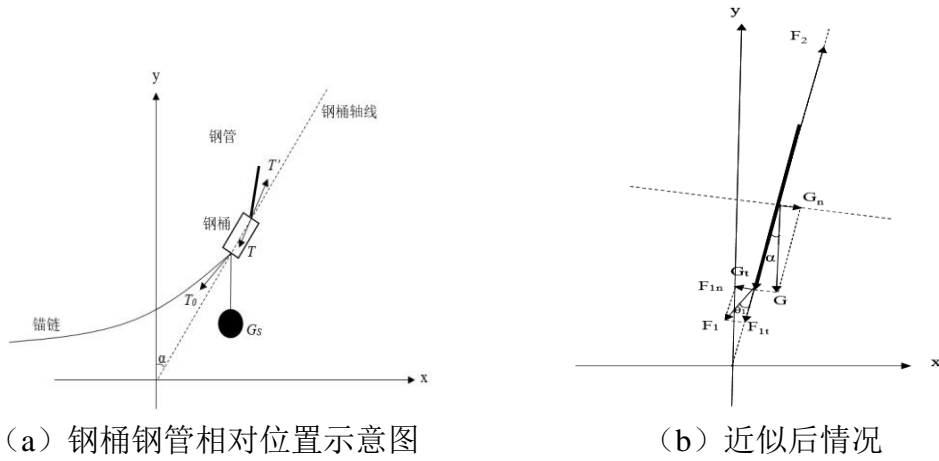
1. 不考虑不同水深水流流速的差异,认为所有深度海水流速均是一样的
 2. 不考虑钢桶绕自身轴线的滚动旋转,只考虑钢桶因力矩产生的偏转
 3. 不考虑锚链的三维变形,锚链位于一个垂直平面内
 4. 锚链中链环均为同种型号,不考虑不同种类链环的混合使用
- 同时,需要如表 1 的指标变量。

表 1 相关变量的说明

传输节点	相应变量
浮标	浮力 F_l , 浮标受到的风力 F_w , 浮标重力 G_0 , 吃水深度 h
钢管	钢管重力与浮力差值 N , 倾斜角 α_i , 钢管两端受力 T_i , 钢管长度 l
钢桶	钢桶重力 G_B , 钢桶浮力 F_B , 倾斜角 α_0 , 钢桶长度 l_0
重物球	重力 G_S
锚链	总重 G_C , 单环重 G_m , 水平夹角 φ_i , 钢桶端水平角 β , 对钢桶拉力 T_0 , 环端拉力 F_i , 单环长 l_m , 总长 L
锚	受锚链拉力, 起锚角 φ_0
海水	密度 ρ , 深度 D

(1) 受力分析的合理近似

系泊系统中钢管共有 4 段,若对每一段按照上述受力分析进行角度与受力大小确定,则会建立大量方程等式,给求解造成较大的麻烦。结合钢管与钢桶相对位置以及角度特性,对力矩分析进行了进一步合理近似简化考虑。



(a) 钢桶钢管相对位置示意图

(b) 近似后情况

图 1 受力分析的合理近似

如图 1 所示，由钢管与钢桶相对位置以及角度分析可知，每节钢管上端受力方向与钢管沿线方向夹角小于 5° ，此时根据正切函数性质可将钢管上端受力方向近似于沿杆方向，进而合理简化受力分析。

(2) 钢管与钢桶的静力学迭代方程模型

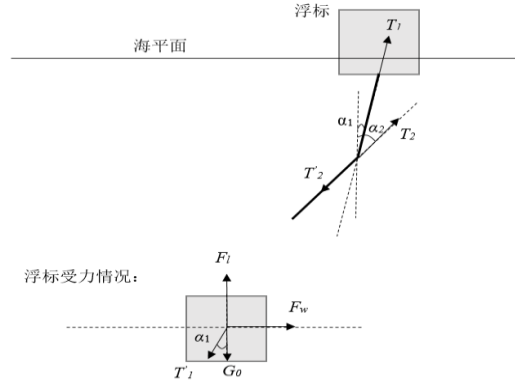


图 2 局部钢管浮标受力示意图

对从上至下的五根钢管进行受力分析，如图 2 所示：

$$\begin{cases} T_1 \sin \alpha_1 = F_w \\ T_1 \cos \alpha_1 + G_0 = F_l \end{cases} \quad (1)$$

当系泊系统稳定时，钢管与钢桶处于考虑力矩因素下的静力学平衡状态，故我们利用牛顿第三定律，对钢管、钢桶之间的相互作用力进行联立，得到各钢管的力矩平衡静力学方程组。

第 i 根钢管受力分析：

$$\begin{cases} T_{i+1} \cos(\alpha_{i+1} - \alpha_1) + N \cos \alpha_1 = T_i \\ T_{i+1} \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_1) = \frac{1}{2} N \sin \alpha_1 \end{cases} \quad (2)$$

钢桶受力分析：

$$\begin{cases} T \sin(\beta - \alpha_0) + G_s \cos \alpha_0 + (G_B - F_B) \cos \alpha_0 = T_s \\ T \cos(\beta - \alpha_0) = \frac{1}{2} [G_s \sin \alpha_0 + (G_B - F_B) \sin \alpha_0] \end{cases} \quad (3)$$

对 (2) 式五根钢管方程进行联立，可以得到关于钢桶与钢管部分的力矩平

衡静力学方程组。

当钢管与钢桶稳定时，沿杆轴向力矩平衡的同时，以杆质心做受力分析，直杆在水平与竖直方向上也因不发生平动而受力平衡，故将受力等效作用在质心沿 x , y 坐标轴方向进行分解后，受力也应平衡。

因此在式 (2) 沿杆力矩平衡的基础上，建立以钢管质心为受力点的平动受力平衡的静力学方程：

$$\begin{cases} T_i \sin \alpha_i = T_{i+1} \sin \alpha_{i+1} \\ T_i \cos \alpha_i = T_{i+1} \cos \alpha_{i+1} + N \end{cases} \quad (4)$$

(3) 锚链离散化模型

锚链由无档普通链环组成，结合附表中数据，可以得到每个无档链环的长度与单位质量。对锚链受力进行分析时，相当于将锚链按照链环使用个数进行离散化，对离散化后的每个链环进行单独受力分析并依据链环受力特性联立得到锚链静力学方程组。

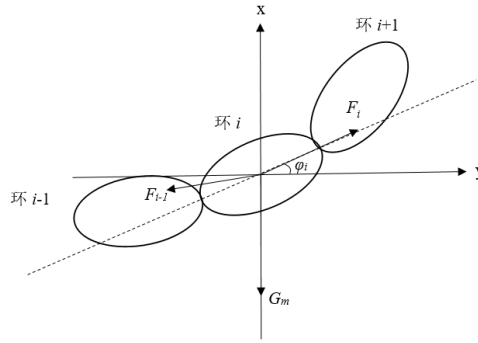


图 3 链环受力示意图

图 3 中，由于链环类型相同，故重力均相同。链环为圆环状，排水小，因此忽略链环所受浮力，仅考虑链环自身的重力 G_m 。

链环具有无档特性，其受力可沿任意方向，考虑到链环在稳定时处于受力平衡状态，故对其进行受力分析可得如下静力学平衡方程组。

$$\begin{cases} F_i \cos \varphi_i = F_{i-1} \cos \varphi_{i-1} \\ F_i \sin \varphi_i = F_{i-1} \sin \varphi_{i-1} + G_m \end{cases} \quad (5)$$

对锚链整体进行受力分析，可以得到锚链受力平衡时的方程式：

$$\begin{cases} F_0 \cos \varphi_0 = T_0 \cos \beta \\ F_0 \sin \varphi_0 + G_c = T_0 \sin \beta \end{cases} \quad (6)$$

对锚链空间几何性质进行分析，得到竖直高度 Y 与水平方向 X 的计算公式为：

$$\begin{cases} Y = l_m \sum_{i=1}^n \sin \varphi_i \\ X = l_m \sum_{i=1}^n \cos \varphi_i \end{cases} \quad (7)$$

其中， n 为链环总个数， l_m 为单个链环长度。

角度之间满足的关系为：

$$\tan \varphi_{i+1} = F_0 \tan \varphi_0 + \frac{i \times G_m}{F_0 \cos \varphi_0} \quad (8)$$

(4) 系泊系统多指标评价模型

结合钢管钢桶部分与锚链部分的静力学方程, 依据力与角度之间的关联进行迭代, 可以得到系泊系统整体的静力学方程组:

$$\begin{cases} F_l = (G_B - F_B) + G_s + T_0 \sin \varphi_0 + G_c + 3N + G_0 \\ l_0 \cos \alpha_0 + l(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 + \cos \alpha_4) + h + Y = D \\ F_w = F_0 \cos \varphi_0 \end{cases} \quad (9)$$

其中, D 为海水深度, l 为钢管长度, 为 1m。其中角度关系满足:

$$\begin{cases} \cot \alpha_0 = \frac{G_B - F_l + G_s + F_0 \sin \varphi_0}{F_0 \cos \varphi_0} \\ \cot \alpha_i = \cot \alpha_0 + \frac{(5-i)N}{F_0 \cos \varphi_0} \end{cases} \quad (10)$$

求解方程组, 建立以系泊系统竖直高度与海水深度误差为优化目标的优化模型, 进行搜索求解吃水深度 h , 将得到误差最小值所对应的吃水深度作为方程解。故有方程求解优化模型:

$$\min f(h) = D - (l_0 \cos \alpha_0 + l(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 + \cos \alpha_4) + h + Y)$$

$$st. \begin{cases} F_w = F_0 \cos \varphi_0 \\ F_l = (G_B - F_B) + G_s + T_0 \sin \varphi_0 + G_c + 3N + G_0 \\ \tan \varphi_{i+1} = F_0 \tan \varphi_0 + \frac{i \times G_m}{F_0 \cos \varphi_0}, i = 1, 2, 3, \dots, n \\ \cot \alpha_0 = \frac{G_B - F_l + G_s + F_0 \sin \varphi_0}{F_0 \cos \varphi_0} \\ \cot \alpha_j = \cot \alpha_0 + \frac{(5-j)N}{F_0 \cos \varphi_0}, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

二、最优化模型求解

结合静力学方程组, 设计匹配搜索算法, 对该系泊系统在风速为 12m/s 和 24m/s 时各参数进行优化求解, 并由此解分析出在更大的 36m/s 风速下系统的各个参数值。

Step1: 给定目标函数范围内随机数值作为随机解, 计算目标函数

Step2: 设定步长, 对第一步中的随机解进行调整。在范围内, 对最优解进行匹配搜索, 得到满足目标函数的最优解。此时为满足平动受力平衡时的最优解

Step3: 利用力矩平衡静力学方程进行最优解检验。

Step4: 得到同时满足平动受力平衡与力矩平衡下的最优解, 利用力矩平衡静力学方程进行误差分析。

求解结果:

表 2 系泊系统各参数

风速	12m/s	24m/s	36m/s
吃水深度	0.74956m	0.74961m	0.74972m
钢管 1 倾斜角度	1.0426°	4.1709°	8.5770°
钢管 2 倾斜角度	1.0483°	4.1996°	8.6285°
钢管 3 倾斜角度	1.0598°	4.2225°	8.6801°
钢管 4 倾斜角度	1.0655°	4.2511°	8.7317°
钢桶倾斜角度	1.0712°	4.2797°	8.7832°
起锚角	0.0859°	1.1803°	16.1001°

基于多元拟合曲线与多目标评价优化模型,我们还建立了重物球质量最优选取模型算法:

Step1: 随机均匀枚举 10 个重物球质量,依据系泊系统静力学方程进行参数求解,得到与重物球质量唯一对应的参数。

Step2: 基于最小二乘法,对参数随重物球质量变化趋势进行曲线方程拟合,得到不同参数随重物球质量变化时的拟合曲线方程。

Step3: 结合系泊系统设计限制条件,依据拟合曲线方程得到满足所有限制条件时的重物球质量变化区间,作为重物球质量选取可行区间。

Step4: 在可行区间范围内,建立指标参数,将吃水深度 h 、钢桶倾角 α_0 、起锚角度 φ_0 与浮标游动半径 r 进行归一化处理,得到表征四个参数的相应标准化指标。

Step5: 结合各参数拟合曲线,对四个标准化指标赋予权重,得到得分情况 S 。且 S 为随着重物球质量变化的得分曲线。选取得分曲线极大值点作为最优解。

最终,我们选用曲线极大值点 3125kg 作为最优重物球质量。在此质量下,当风速为 36m/s 时,其系统各参数值如下表 3。

表 3 最优重物球质量下的系统各参数

吃水深度	1.3472m
钢桶倾斜角度	1.5053
游动半径	18.40m
起锚角度	15.47

当布放海域的实测水深为 20m,布放点的海水速度达到最大 1.5m/s,风速达到最大 36m/s,且风力的方向与海水的水流力方向相同沿着 X 轴正方向时,整个系泊系统所受到的力都在 XOZ 平面上,因此可对系泊系统静力学方程进行简化,通过对简化的优化模型搜索求解,可得到对应不同型号即对应单位长度的锚链质量不同时的最优搜索求解结果如表 4 所示

表 4 搜索求解结果

型号	I	II	III	IV	V
单位长度质量 (kg/m)	3.2	7	12.5	19.5	28.12
重物球的质量 (kg)	4950	4700	4500	4350	4050
锚链的长度 (m)	53.15	36.96	28.728	24.024	21.063
游动区域半径 (m)	21.3958	20.6679	19.7044	18.6182	17.4361
钢桶倾斜角度 (度)	3.8386	3.725	4.1766	4.3084	4.5892
吃水深度 (m)	0.4913	0.4861	0.4830	0.4817	0.4761
多指标评价得分值	0.1197	0.1648	0.1949	0.2271	0.2890

对搜索求解得到的最优系泊系统的设计方案进行多指标评价得分值的计算，从多值标评价得分值的结果可以看出，选用型号 V 的锚链 21.063m，重物球的质量为 4050kg 时综合评价得分值最高，此种设计方案浮标的吃水深度为 0.4761m、游动区域半径为 17.4361m、钢桶与竖直方向的倾斜角度为 4.5892 度。此时该方案下各参数结果如表 5 所示。

表 5 最优设计方案下各参数结果

型号		V	
单位长度的质 (kg/m)	28.12	第 1 根钢管的倾斜角度 (度)	4.6751
重物球的质量 (kg)	4050	第 2 根钢管的倾斜角度 (度)	4.7439
锚链的长度 (m)	21.063	第 3 根钢管的倾斜角度 (度)	4.8069
游动区域半径 (m)	17.4361	第 4 根钢管的倾斜角度 (度)	4.8183
吃水深度 (m)	0.4761	钢桶与竖直方向的倾斜角 (度)	4.5892

由表 5 可以看出在最优设计方案下，4 根钢管的倾斜角度均小于 5 度，钢桶的倾斜角度为 4.5892 度也满足小于 5 度的要求，游动区域的半径为 17.4361m，游动区域的总面积为 955.10m²，浮标的吃水深度为 0.4761m 相比于浮标 2m 的高度已经很小，认为此优化方案有较好的效果。

三、模型的评价及改进方向

本文通过对系泊系统进行抽象分析，得出在不同条件下系泊系统的状态。也建立了满足不同需求的多目标规划模型。模型对系泊系统的机理分析得比较清楚，采用了合理的力学近似，并用力学方程来刻画系泊系统中各部分受力的关系。

研究重物球对系泊系统的影响时按一定步长取重物球质量，对函数关系进行拟合的方法存在误差，对系统分析造成影响。

在模型中，可以进一步考虑水流速度与风向不同的情况，从而得到更普遍的结果。

七、文献

- [1]石宏睿，空间站力矩平衡姿态研究与姿态控制器设计[M]，哈尔滨工业大学，2010.
- [2]王磊，单点系泊系统的动力学研究[M]，中国海洋大学，2012 年 6 月.
- [3]周凌远，斜拉桥非线性理论及极限承载力研究[D]，西南交通大学，2007-02-01
- [4]陈两波，郑亚青，基于最小二乘法的曲线拟合研究[J]，无锡职业技术学院学报，2012 年 05 期.
- [5]张奇华，考虑力矩平衡的三维剩余推力法[J]，岩土工程学报，2008 年 09 期.
- [6]王丹，刘家新，一般状态下的悬链线方程的应用[G]，航海工程，2007 年 03 期.
- [7]钟于祥，锚泊船舶出链长度及张力估算[J]，淮阴工学院学报，2004，13(3):3-4
- [8]张养利，王连昌，李文潮，张改英，悬链线微分方程的另一种解法[J],第四军医大学学报，2001(1):41.