

1、多多鸡有  $N$  个魔术盒子（编号  $1 \sim N$ ），其中编号为  $i$  的盒子里有  $i$  个球。

多多鸡让皮皮虾每次选择一个数字  $X$  ( $1 \leq X \leq N$ )，多多鸡就会把球数量大于等于  $X$  个的盒子里的球减少  $X$  个。

通过观察，皮皮虾已经掌握了其中的奥秘，并且发现只要通过一定的操作顺序，可以用最少的次数将所有盒子里的球变没。

那么请问聪明的你，是否已经知道了应该如何操作呢？

解析：要用最少的次数把所有盒子减到 0，第一次必然是减少中间盒子的球数

比如 1, 2, 3, 4, 5，第一次减 3 得到 1, 2, 0, 1, 2，这时我们可以看到左右两边相等的，分治求解

```
import java.util.Scanner;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner sc = new Scanner(System.in);
        int num = sc.nextInt();
        for (int i = 0; i < num; i++) {
            int n = sc.nextInt();
            System.out.println(cal(n));
        }
    }

    public static int cal(int n) {
        if (n == 1) return 1;
        if (n == 2) return 2;
        else return 1 + cal(n / 2);
    }
}
```

2、数列  $\{A_n\}$  为  $N$  的一种排列。

例如  $N=3$ ，可能的排列共 6 种：

1, 2, 3

1, 3, 2

2, 1, 3

2, 3, 1

3, 1, 2

3, 2, 1

定义函数  $F$ ：

其中  $|X|$  表示  $X$  的绝对值。

现在多多鸡想知道，在所有可能的数列  $\{A_n\}$  中， $F(N)$  的最小值和最大值分别是多少。

解析：意思是：在  $\{A_n\}$  的所有排列中，能让  $F(N)$  取得的最大最小值为多少。

每四个数 例如 5, 6, 7, 8，我们把它们两两一组  $||8-6|-7|-5|=0$ ，最小值是 0；猜测最小值的变化也是 4 个一组，看到 min 只有 2 种取值。0, 1，最大值自然就是  $N - \text{getmin}(N-1)$

```
import java.util.Scanner;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner sc = new Scanner(System.in);
        int nums = sc.nextInt();
```

```

        for (int i = 0; i < nums; i++) {
            int N = sc.nextInt();
            maxandmin(N);
        }
    }

    public static void maxandmin(int N) {
        if (N == 1 || N == 2) {
            System.out.println("1 1");
            return;
        }
        //之后每 4 个一组 0011
        int min = getmin(N);
        int max = N - getmin(N - 1);
        System.out.println(min + " " + max);
    }

    public static int getmin(int N) {
        int temp = (N - 2) % 4;
        if (temp == 1 || temp == 2) {
            return 0;
        }
        else return 1;
    }
}

```

3、多多鸡打算造一本自己的电子字典，里面的所有单词都只由 a 和 b 组成。每个单词的组成里 a 的数量不能超过 N 个且 b 的数量不能超过 M 个。多多鸡的幸运数字是 K，它打算把所有满足条件的单词里的字典序第 K 小的单词找出来，作为字典的封面。

解析：dp[n][m]表示 n 个 a，m 个 b 的单词数量

$$dp[n][m] = 1 + dp[n-1][m] + 1 + dp[n][m-1]$$

根据 K 倒推，是前半部分，还是后半部分，来确定第一个字母是 a，还是 b

注意 dp[n][m] 可能超过 long 类型的范围，所以，用 BigInteger 来存 dp

```

import java.util.*;
import java.math.*;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        BigInteger[][] dp = new BigInteger[50][50];
        Scanner sc = new Scanner(System.in);
        int N = sc.nextInt();
        int M = sc.nextInt();
        long K = sc.nextLong();
        for (int i = 0; i <= N; i++) {
            dp[i][0] = new BigInteger(Integer.toString(i));
        }
        for (int i = 0; i <= M; i++) {
            dp[0][i] = new BigInteger(Integer.toString(i));
        }
    }
}

```

```

    }
    for(int i=1;i<=N;i++){
        for(int j=1;j<=M;j++){
            //dp[i][j] = 1+dp[i-1][j] + 1+ dp[i][j-1];
            dp[i][j] = dp[i-1][j].add(dp[i][j-1]).add(new BigInteger("2"));
        }
    }
    StringBuilder sb = new StringBuilder();
    int n = N, m = M;
    long k = K;
    while(k>0){
        if(n>0 && m>0){
            if(dp[n-1][m].compareTo(new
BigInteger(Long.toString(k-1)))>=0){//k<=dp[n-1][m]+1
                k--;
                sb.append('a');
                n--;
            }else{ //k>dp[n-1][m]+1
                k -= dp[n-1][m].longValue()+2;
                sb.append('b');
                m--;
            }
        }else if(n>0 && m==0){
            k--;
            sb.append('a');
            n--;
        }else if(n==0 && m>0){
            k--;
            sb.append('b');
            m--;
        }else{
            k=0;
        }
    }
    System.out.println(sb.toString());
}
}

```

4、在一块长为  $n$ ，宽为  $m$  的场地上，有  $n \times m$  个  $1 \times 1$  的单元格。每个单元格上的数字就是按照从 1 到  $n$  和 1 到  $m$  中的数的乘积。具体如下

$n = 3, m = 3$

1	2	3
2	4	6
3	6	9

给出一个查询的值  $k$ ，求出按照这个方式列举的的数中第  $k$  大的值  $v$ 。

例如上面的例子里，

从大到小为(9, 6, 6, 4, 3, 3, 2, 2, 1)

k = 1, v = 9

k = 2, v = 6

k = 3, v = 6

...

k = 8, v = 2

k = 9, v = 1

解析: import sys

def findMNM(m, n, k):

    #M\*N 的矩阵，其数值范围在 1 到 M\*N 之间，题目给出长为 n，宽(高)为 m，即矩阵为 m 行 n 列

    left, right = 1, m\*n

    while left < right:#循环跳出条件为 left==right，区间左闭右开寻找

        mid = (left+right)//2#二分取中间值

        #求 N\*M 的矩阵中有 cnt 个元素小于等于 mid

        #矩阵每一行的数据可以表示为[1\*i, 2\*i, 3\*i, ... n\*i]

        cnt = 0

        #for i in range(1, m+1):

            #cnt += min(mid//i, n)

        #简化上续循环次数

        row = mid//n#根据矩阵的排列，可以直接求出前 row 行的数均小于 mid

        cnt += row\*n

        for i in range(row+1, m+1):

            cnt += mid//i

        if cnt<k:

            left = mid+1

        else:

        # 对于 cnt==k 的情况，此时的 mid 可能不在二维表中，但是此时 mid 一定比正确答案大

        right = mid

    return left

ls = [int(i) for i in sys.stdin.readline().split()]

n, m, k = ls[0], ls[1], ls[2]

k = m\*n-k+1#转化为求第 m\*n-k 小的数

print(findMNM(m, n, k))