

## 算法1：基于概率掩码的高效去噪扩散（EDDPM）

**输入：**随机初始化的扩散模型 $F_\theta$ ，训练轮数 $N$ ，最终掩码率 $\gamma_f$ 。

**初始化：**各时间步采样概率 $s = 1 \in \mathbb{R}^T$ （初始全激活）

1. 对于轮次 $e = 1, 2, \dots, N$ :
2. 根据式(10)计算当前掩码率 $\gamma_e$ 。

### 【掩码率的渐进增加】

为控制模型复杂度，定义最终掩码率 $\gamma_f$ （即 $K = \gamma_f T$ ）。为稳定训练，掩码率从1（全步骤）渐进过渡到 $\gamma_f$ ，采用（Zhu & Gupta, 2017）的增长函数：

$$\gamma_e = \begin{cases} 1, & \text{若 } e < e_1, \\ \gamma_f + (1 - \gamma_f) \left(1 - \frac{e - e_1}{N - e_1}\right)^3, & \text{否则,} \end{cases} \quad (10)$$

其中 $e_1$ 为初始全步骤训练轮数， $\gamma_e$ 为当前轮次 $e$ 的剩余步骤比例。

3. 对于每个训练迭代:
4. 采样数据 mini-batch  $X_B$ 。
5. 基于分数 $s$ 进行伯努利采样，生成扩散步骤掩码。
6. 根据式(6)，基于采样掩码更新方差调度。

$$x_t \sim \mathcal{N} \left( \sqrt{\alpha_t(m)} x_0, (1 - \alpha_t(m)) \mathbf{I} \right)$$

其中 $\alpha_t(m) = \prod_{i=1}^t \hat{\alpha}_i(m)$ ，且 $\hat{\alpha}_t(m) = 1 - \beta_t m_t$ 。 (6)

7. 随机采样未掩码的扩散步骤用于训练。
8. 计算扩散模型损失 $\mathcal{L}_\theta^t$ 。

其中损失函数 $\mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m)$ 的形式为：

$$\mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m) = C_t \left\| \epsilon - \epsilon_\theta \left( \sqrt{\alpha_t(m)} x_0 + \sqrt{1 - \alpha_t(m)} \epsilon, t \right) \right\|^2$$

9. 对 $F_\theta$ 反向传播，估计 $\nabla_\theta \Phi(\theta, s)$ 。

$$\nabla_\theta \Phi(\theta, s) = \mathbb{E}_{m \sim p(m|s)} \mathbb{E}_{x_0, \epsilon, t|m} \nabla_\theta \mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m) \quad (8)$$

10. 根据式(9)估计 $\nabla_s \Phi(\theta, s)$ 。

采用策略梯度法估计梯度：

$$\begin{aligned} \nabla_s \Phi(\theta, s) &= \nabla_s \sum_m [\mathbb{E}_{x_0, \epsilon, t|m} \mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m)] p(m|s) \\ &= \sum_m [\mathbb{E}_{x_0, \epsilon, t|m} \mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m)] \nabla_s p(m|s) \\ &= \sum_m \mathbb{E}_{x_0, \epsilon, t|m} \mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m) \nabla_s \ln p(m|s) \cdot p(m|s) \\ &= \mathbb{E}_{m \sim p(m|s)} \mathbb{E}_{x_0, \epsilon, t|m} \mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m) \nabla_s \ln p(m|s). \end{aligned} \quad (9)$$

因此， $\mathcal{L}_\theta^t(x_0, \epsilon, m) \nabla_s \ln p(m|s)$ 是 $\Phi(\theta, s)$ 的随机梯度。

11. 根据式(11)更新 $\theta$ 和 $s$ 。

通过投影梯度下降更新 $\theta$ 和 $s$ ：

$$\theta = \theta - \eta \nabla_\theta \Phi(\theta, s), \quad s = \text{proj}_S(s - \eta \nabla_s \Phi(\theta, s)), \quad (11)$$

其中 $S = \{s \in \mathbb{R}^T : \|s\|_1 \leq K_e, s \in [0, 1]^T\}$  ( $K_e = \gamma_e T$ )

投影计算细节

给定向量  $z$ , 其在约束区域  $\{s \in \mathbb{R}^T: \|s\|_1 \leq Ke, s \in [0, 1]^T\}$  上的投影  $s$  可按如下方式计算:

$$s = \min(1, \max(0, z - v_2^*1)).$$

其中  $v_2^* = \max(0, v_1^*)$ , 且  $v_1^*$  是以下方程的解:

$$1^\top [\min(1, \max(0, z - v_1^*1))] - Ke = 0. \quad (12)$$

方程 (12) 可使用二分法高效求解。

12.结束迭代

13.结束训练