

Finance Modelling

1. 前提知识点

1.1 Derivatives (衍生品)

定义：衍生品是一种金融产品，其价值来源于另一种产品的价格或价值。

例子：它的标的资产可以是股票、商品（如石油、黄金）、汇率（如欧元兑英镑）等。

主要种类：

- **Forwards (远期合约)**：在未来某个日期以预先约定的价格交易标的资产。
- **Futures (期货合约)**：与远期类似，但在交易所交易，具有标准化特性。
- **Options (期权)**：赋予持有者在未来某日期按规定价格买入或卖出标的资产的权利。
- **Swaps (互换)**：双方协议，双方约定在未来某一时期内，交换一系列现金流（比如说利率互换：企业A有固定利率贷款，但想利用市场上较低的浮动利率，于是通过互换协议与企业B交换利率支付）

这类产品的关键在于，它们依赖于某种标的资产的波动，而不直接拥有资产本身。

1.2 Underlying Assets (标的资产)

标的资产（相关资产）是指衍生品的基础资产，它可以是：

- 股票（如 S 代表某公司股票价格）
- 商品（如黄金的价格）
- 汇率（如美元兑欧元的价格）

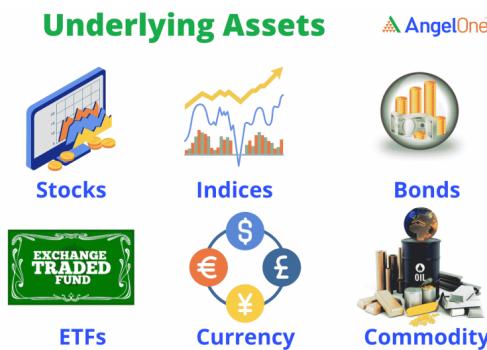


Figure 1

重要概念：

- **Drift (漂移， μ)**：标的资产在一段时间内的预期收益率。
- **Volatility (波动率， σ)**：衡量收益率的不确定性，即资产价格波动的幅度。

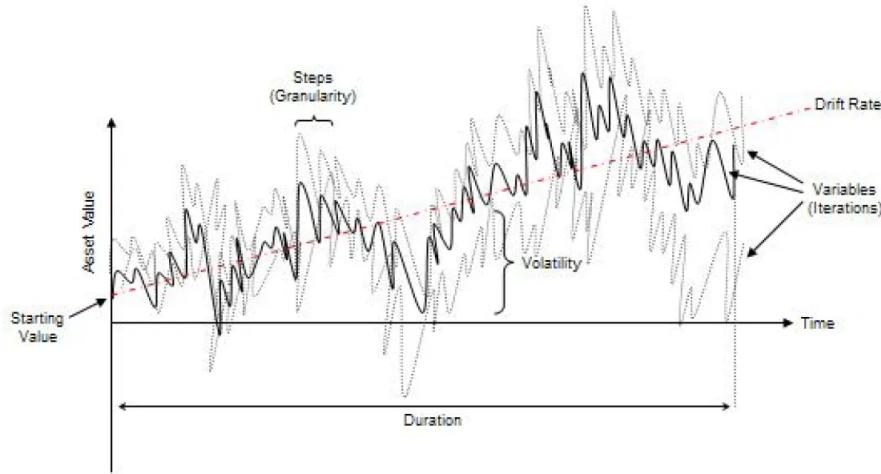


Figure 2

最著名、交易最广泛的金融衍生证券之一是股票期权。股票期权是一种衍生品，其价值基于标的资产——即实际股票。例如，股票看涨期权赋予买方在期权到期前以指定价格（期权的执行价格）购买股票的权利。

显然，期权的价值和价格取决于实际股票的价格。对于每股交易价为 60 美元的股票，执行价为 50 美元的股票看涨期权至少价值每股 10 美元，因为看涨期权赋予期权持有者以 50 美元购买每股 60 美元股票的权利。

股票、债券、商品（如黄金、石油或棉花）、利率、市场指数和货币都是影响许多金融衍生品产生的基础资产。除了期权之外，最受欢迎的金融衍生品包括远期合约、信用违约掉期（CDS）和担保债务凭证（CDO）。

金融衍生品通常用作投资风险管理的工具。例如，持有一定数量某只股票的投资者可以选择利用股票衍生期权对冲其对标的资产（股票）的投资。

标的资产的概念对于投资投机者来说很重要，他们可能通过标的资产和衍生品的套利交易来获利，即通过进行交易来从标的资产价格与基于该资产的衍生品价格之间的暂时市场差异中获利。

例如，如果双方订立了一份远期货币合约，他们就有义务遵守合约中规定的货币汇率，不管合约生效期间现货市场的汇率如何波动。

1.3 Stocks/Shares (股票)

股票是公司与投资者之间的契约，持有人可以根据公司分红分得收益。

- 股票的价格通常表示为 S_t ，其中 t 表示时间。

这是金融市场的基础性投资工具，其价格会随市场需求波动。

1.4 Interest Rates and Time Value of Money (利率与货币的时间价值)

核心思想：今天的一美元比明天的一美元更有价值，因为今天的一美元可以用于投资并产生收益。

1.4.1 Bonds (债券)

定义：债券是一种债务工具，持有人在当前支付一笔资金后，在未来可以收到固定的回报。这些回报通常是确定的，因此被称为“guaranteed fixed payment”。

符号：债券的市场价格通常记为 B_t 或 $B(t)$ ，其中 t 表示时间。

债券是金融市场中重要的低风险投资工具，常用于获取稳定的收益。

1.4.2 Return on Investment (投资回报率)

定义：投资回报率表示在一段时间内价值的百分比变化。

公式：

$$\text{Return} = \frac{B_T - B_0}{B_0}$$

其中：

- B_0 ：初始投资额
- B_T ：期末的投资价值

例子：

- 如果你投资 $B_0 = 100$ 元，在一年后获得 $B_T = 110$ 元，那么回报率为 $\frac{110-100}{100} = 10\%$ 。

与利率的关系：投资回报率是一个核心概念，与利率（interest rate）密切相关。利率表示某一特定时期内投资的增长比例。

1.4.3 Compound Interest (夏利)

夏利表示投资在某一时期的利息会再产生利息，从而形成“利滚利”的效果。

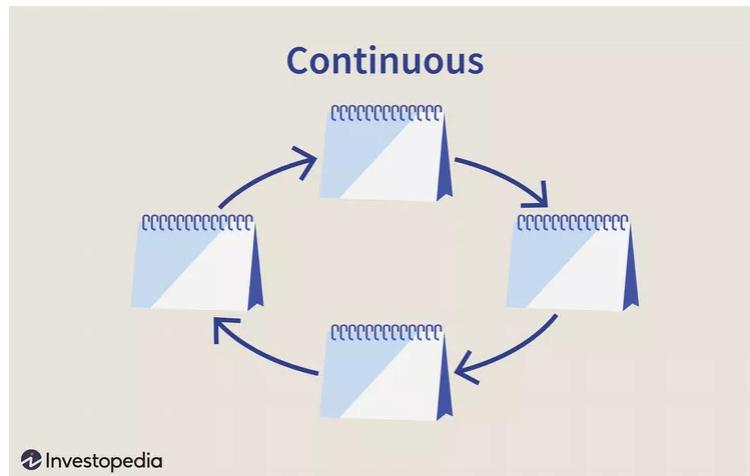


Figure 3

假设初始投资为 B_0 ，年利率为 r ，复利周期为 m 次，则最终的投资价值为：

$$B_T = B_0 \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m$$

当复利周期趋于无穷多时（即连续复利），公式变为（利用geometric series）：

$$B_T = B_0 e^r$$

这是连续复利公式。

1.4.4 Continuously Compounded Interest Rate (连续复利利率)

定义：

连续复利利率 (r) 表示债券的瞬时收益率，公式如下：

$$\frac{dB}{B} = r dt$$

通过积分两边，可以得到债券在连续复利下的价值公式：

$$B_t = B_0 e^{rt}$$

其中：

- B_0 ：初始投资金额
- r ：连续复利年利率
- t ：时间

1.4.5 Discounting (贴现)

贴现是连续复利公式的逆过程，用来计算未来某个时间点的资金在当前的价值。

公式：

如果某投资在未来时间 T 可以支付 B_T ，那么在时间 t 的价值为：

$$B_t = B_T e^{-r(T-t)}$$

对于利率随时间变化的情形，贴现公式变为：

$$B_t = B_0 e^{\int_0^t r(s) ds}$$

s 用于表示时间的变化

例子 1.1：计算贴现值

问题：

某投资者将在未来 T 时刻获得 100 美元，当前时间是 t ，年利率为 r 。这笔钱现在的价值是多少？

解答：

使用贴现公式：

$$B_t = B_T e^{-r(T-t)}$$

- 假设 $B_T = 100$ ， $r = 5\%$ ， $T - t = 3$ 年：

$$B_t = 100 \times e^{-0.05 \times 3} \approx 86.07$$

因此，现在的价值约为 86.07 美元。

◆ 贴现率高低的意思：对票据持有人来说，贴现率高代表可拿到的钱越少，对银行来说，代表越高的报酬率。

1.5 Buying and Selling Financial Contracts (金融合约的买卖)

1.5.1 Over-the-Counter (场外交易)

当客户将资金存入银行时，可以视为购买了一份金融合约。这种交换通常在 两方之间直接发生，称为 场外交易 (OTC) 。

场外交易市场是指证券通过经纪商网络进行交易，而不是在纽约证券交易所等集中交易所进行交易。场外交易涉及股票、债券和衍生品，这些金融合约的价值来源于商品等基础资产。债券不在正式交易所交易，但银行通过经纪交易商网络进行营销，债券也被视为场外证券。

补充：经纪自营商 (BD) 是指从事自营或代客户 买卖证券业务的个人或公司。

关键要点

- 经纪交易商是一种代表客户从事证券交易的金融实体，但也可以自行进行交易。
- 当经纪交易商代表其客户执行订单时，它充当经纪人或代理人的角色；当经纪交易商为自己的账户进行交易时，它充当交易商或委托人的角色。
- 经纪自营商有数千家，分为两大类：销售自有产品的综合经纪商，或销售外部来源产品的独立经纪自营商

1.5.2 Exchange-Traded Contracts (交易所交易)

大部分金融合约是在交易所交易，其特点是：

- 通过 连续拍卖 进行买卖，参与者可以随时交易自己需要的合约。
- 功能：提供流动性，使市场参与者可以随时交易。

交易中的核心概念



Figure 4

1. Bid and Ask (买价和卖价)

- Bid (买价)：买家愿意支付的最高价格。
- Ask (卖价)：卖家愿意接受的最低价格。

2. Spread (买卖价差)

- 定义：买价和卖价之间的差额。
- 重要性：Spread 是市场流动性和交易成本的直接反映。

3. 交易规则

- 当买价 (p_b) 高于或等于卖价 (p_a) 时，交易发生。
- 如果没有人愿意以你的买价出售，你将无法完成交易。

4. Market (市场)

- 所有参与者（买家和卖家）的集合。
- 交易所会显示市场中最优的买价、卖价以及最近成交价格。

1.5.3 Market Price (市场价格)

定义：

市场价格是市场中参与者愿意买入或卖出的最高或最低价格。

假设：

在学术研究中，通常假设市场价格是一个明确的单一值，所有交易均在该价格下完成，且 $Spread = 0$ 。

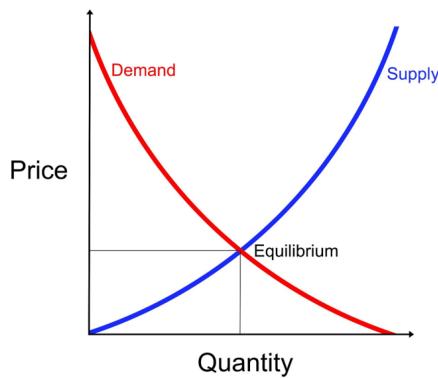


Figure 5

The Bid and Ask Price Explained

想象一下，你在一个熙熙攘攘的农贸市场，盯着一篮新鲜的草莓。



Figure 6

你问小贩：“这些草莓多少钱？”小贩回答说：“五美元。”

你沉思了一会儿，说：“四美元怎么样？”小贩笑着摇了摇头，坚持他的价格。

恭喜，您刚刚体验到了买卖价格的真谛！

在交易中，卖方的价格称为“要价”，而您的还价称为“出价”，就像在农贸市场一样。

买入价和卖出价是多少？外汇报价由买入价和卖出价两部分组成：

欧元/美元 = 1.10252/1.10264

在上面的例子中：

- 买入价为1.10252
- 卖价为1.10264

需记住买入价和卖出价是从外汇经纪商的角度而不是客户的角度出发的。

- 当你购买时，你将支付经纪人要求的价格。
- 当你出售时，你需要接受经纪人的出价。

从经纪人的角度来看，当您是潜在买家时，经纪人要求的价格会比您卖家时愿意出的价格略高一些。

在之前的报价中，由于您有意购买欧元（基础货币），因此您将支付卖价，即经纪商的“要价”，即1.10264

如果您是卖出，您将支付出价或“接受经纪人的出价”，即1.10252。

为了减少交易者的困惑，大多数外汇经纪商在其交易平台上显示“卖出”而不是“买入”，“买入”而不是“卖出”。

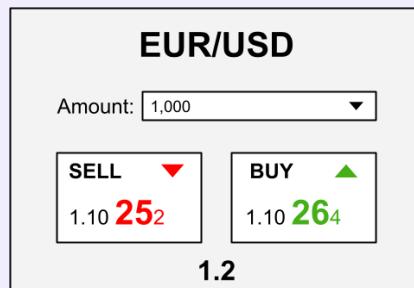


Figure 7

买入价与卖出价之间的差额称为价差（spread）。

价差就是经纪商赚钱的方式。

买入价和卖出价示例

假设你买卖二手 iPhone。你是一个二手 iPhone 经销商。

一位潜在客户 Kim 向您发消息说想出售她的 iPhone。

你给她报了一个出价。



Figure 8

当 iPhone 以 BID 价格售出后，您现在可以在 Facebook 上列出该 iPhone 进行销售。另一位顾客 Kanye 来找你，想要购买你的 iPhone。这次，你报出卖价。也就是你要求出售 iPhone 的价格。



Figure 9

从上述场景中可以明显看出，为了获利，您的卖价必须高于买价。您在这次交易中产生的差额就是价差。这就是您作为iPhone经销商从交易中获得的利润。现在让我们在示例中添加一些数字。Kim 想出售她的 iPhone。您的出价是 1,000 美元。



Figure 10

Kim 将 iPhone 卖给您。她收取您的出价。你立即将这款 iPhone 挂牌出售，报价 1,500 美元



Figure 11

Kanye 想要购买 iPhone。他接受你的要价。总而言之，你以1,000 美元的价格购买了 iPhone，然后以1,500 美元的价格卖掉了它。1,000 美元是您的买入价，1,500 美元是您的卖出**价。

这两者之间的差额是500美元，这就是价差 (spread)。



Figure 12

这就是您作为经销商所获得的价差。

以下是实际外汇交易平台的报价列表示例，其中显示了不同货币对的买入价和卖出价：

Symbol	Bid	Ask
USDCHF	0.89235	0.89244
GBPUKD	1.67161	1.67170
EURUSD	1.36939	1.36945
USDCAD	101.894	101.901
AUDUSD	0.90305	0.90316
EURGBP	0.81916	0.81926
EURAUD	1.51625	1.51645
EURCHF	1.22201	1.22211
EURJPY	139.535	139.546
GBPCAD	1.49167	1.49195
CADJPY	92.959	92.971

Figure 13

以下是特定货币对的买入价和卖出价的示例。

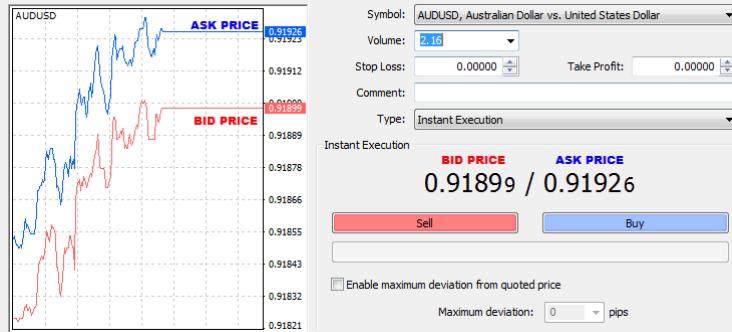


Figure 14

当您与零售外汇经纪商进行交易时，您就是所谓的“**价格接受者**”。您并不是像在股票或加密货币交易所那样与其他交易者进行买卖。您正在从经销商处购买商品或者向经销商销售商品。交易商通过在报价中添加价差或加价来获利。您的外汇经纪商的运作方式与上面例子中的 iPhone 经销商非常相似。

1.6 Forwards and Futures (远期合约和期货合约)

1.6.1 Forward Contract (远期合约)

定义：

远期合约是一种非标准化的合约，双方约定在未来某一时间点 (T)，以约定的价格 (F)（交割价格）买卖某一标的资产。

- **多头 (Long Position) :** 买入方，在 T 时以 F 价格买入标的资产。
- **空头 (Short Position) :** 卖出方，在 T 时以 F 价格卖出标的资产。

★ 远期合约可以根据商品、数量和交割日期进行定制。交易的商品可以是谷物、金属、天然气、石油等。如前所述，这些合约属于场外交易性质，因此可以很容易地进行定制。现在这些合约使用特定期限来避免波动。买方建立多头仓位，卖方建立空头仓位。如果资产价格上涨，多头仓位受益，如果价格下跌，空头仓位受益。

特点：

- 合约是双方直接签订的（通常是场外交易）。
- 灵活性高，但有对手方违约风险。

远期合约的风险

因为许多大公司用远期合约来对冲和规避利率风险。然而，远期合约的细节仅限于买方和卖方。公众不知道有关合约的细节。由于市场规模非常大，合约不受监管，在最坏的情况下，它们很容易出现许多故障。另一个风险来自合约的非标准性质，这些合约仅在到期日结算。指定的远期汇率与现货汇率可能相差很大。在这种情况下，发起合约的金融机构面临更大的风险。

例子

假设某农业生产商有 200 万盒牛奶需要在六个月后出售。他担心牛奶价格可能会下跌。因此，他与其金融机构签订了一份合同，在六个月内以每盒 5 美元的价格出售 200 万盒牛奶，并以现金结算。6 个月后，现货价格有 3 种可能性：

- 价格正好是 5 美元：不拥有或欠下任何钱，合同已结束。
- 价格高于 5 美元，比如说 5.5 美元：生产商欠该机构 100 万美元。
- 价格低于 5 美元，比如说 4.3 美元：金融机构将向生产商支付 140 万美元。

1.6.2 Futures Contract (期货合约)

定义：

期货合约是标准化的远期合约，交易双方通过交易所进行交易。

- 标准化：交割价格和时间由交易所设定。
- 功能：交易所作为中介，保证合约的履行，减少违约风险。

特点：

- 通过交易所进行交易。
- 流动性强，因为合约是标准化的，市场参与者可以自由买卖。
- 需要每日结算 (mark-to-market)。

期货交易涉及重大损失风险

1.6.3 Futures Price (期货价格)

定义：

期货价格 $F_{t,T}$ 是市场参与者在时间 t 上约定在未来时间 T 交割标的资产 S 的价格。

远期合约和期货合约的区别

Forward Contracts	Future Contracts
这是双方之间定制的合同	证券交易所提供的标准化合同
清算所参与	清算所负责期货合约的结算
所需保证金较高	所需保证金较低
流动性低	流动性高
存在交易对手风险	交易所担保结算

Table 1

示例：Aman 和 Rashmi 是两个独立方。Aman 是一家铁生产商，Rashmi 拥有一家经常需要铁的企业。Rashmi 同意交易一定数量的铁（例如 90 公斤），双方同意在未来某个日期以固定价格（例如 400/公斤）交易铁。未来合约将按照交割时的约定价格执行，无论到期日的市场价格如何。

例子 1.2：为什么需要使用这种衍生品？

问题：

EasyJet 预计在 2024 年 9 月 19 日需要支付 100 万欧元给欧洲的机场，当前汇率为 $S_0 = 0.87593$ 美元/欧元。他们担心未来汇率波动怎么办？

解决方法：

EasyJet 可以签订远期合约，在当前约定未来的交割价格 F 。

多头和空头：

- EasyJet 持有多头 (Long Position) :

同意在六个月后按汇率 0.87593 买入 100 万欧元（总计支付 \$875,930 美元）。

- 银行持有空头 (Short Position) :

同意在六个月后按汇率 0.87593 卖出 100 万欧元。

合约签订时无现金流：

- 远期合约仅是一份未来的承诺，签订时双方没有实际资金流动。

结果分析

1. 如果六个月后汇率升高（例如，从 0.87593 升至 0.90）：

- 市场价格：1 欧元需要 0.90 美元。
- EasyJet 仍按合约价格 0.87593 支付 \$875,930，节省了成本。
- 收益：锁定的合约价格优于市场价格，EasyJet 获利。

2. 如果六个月后汇率降低（例如，从 0.87593 降至 0.85）：

- 市场价格：1 欧元只需 0.85 美元。
- EasyJet 仍按合约价格 0.87593 支付 \$875,930，付出了更多成本。
- 损失：锁定的合约价格劣于市场价格，EasyJet 亏损。

1.7 Futures Contract Payoff (期货合约的收益计算)

1.7.1 定义期货合约的价值

若标的资产的当前价格为 S ，期货合约在任意时刻 t 的价值为 $V(S, t)$ 。

！重要性质：

- 在期货合约签订时 ($t = 0$)，双方无需支付额外费用，因此 $V(S, t = 0) = 0$ 。

1.7.2 收益 (Payoff) 公式

在交割时刻 T ，期货合约的收益取决于标的资产的市场价格 S 与约定的交割价格 F ：

- 多头 (Long Position)：买入期货合约的一方的收益为：

$$V(S, T) = S - F$$

- 如果 $S > F$ ，多头方获利。
- 如果 $S < F$ ，多头方亏损。

- 空头 (Short Position)：卖出期货合约的一方的收益为：

$$-V(S, T) = F - S$$

- 如果 $S > F$ ，空头方亏损。
- 如果 $S < F$ ，空头方获利。

- 多头收益：基于标的资产价格 S 的上涨；价格越高，收益越大。

- 空头收益：基于标的资产价格 S 的下跌；价格越低，收益越大。

在交割时，收益是零和的，也就是说多头的收益等于空头的亏损（反之亦然）。

如何选择交割价格 F

当前我们只讨论了 F 的影响，还未决定 F 的具体值。这通常通过无套利原则（Arbitrage-Free Pricing）进行计算（后期会讲），例如：

$$F = S_0 e^{rT}$$

其中：

- S_0 ：标的资产的当前价格。
- r ：无风险利率。
- T ：时间到期日。

这种定价方式确保市场没有套利机会。

例 1.3. 画出期货合约多头仓位和空头仓位的收益。

多头（Long Position）的收益图

多头收益的公式为 $V(S, T) = S - F$ ， $S > F$ 多头方盈利， $S < F$ 多头方亏损

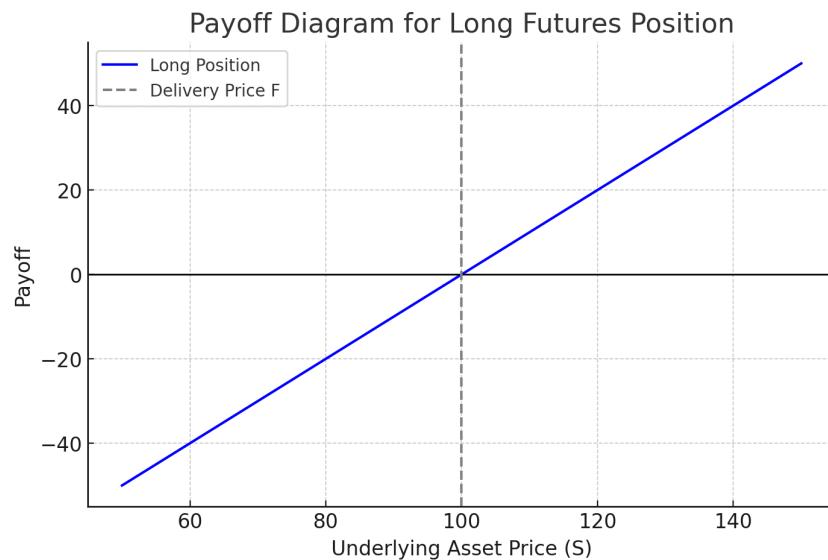


Figure 15

在 $S = F$ 处，收益为零，分界点是 F 。价格上涨时收益增加。

空头（Short Position）的收益图

收益公式为 $-V(S, T) = F - S$ ， $S > F$ 空头方亏损， $S < F$ 空头方盈利

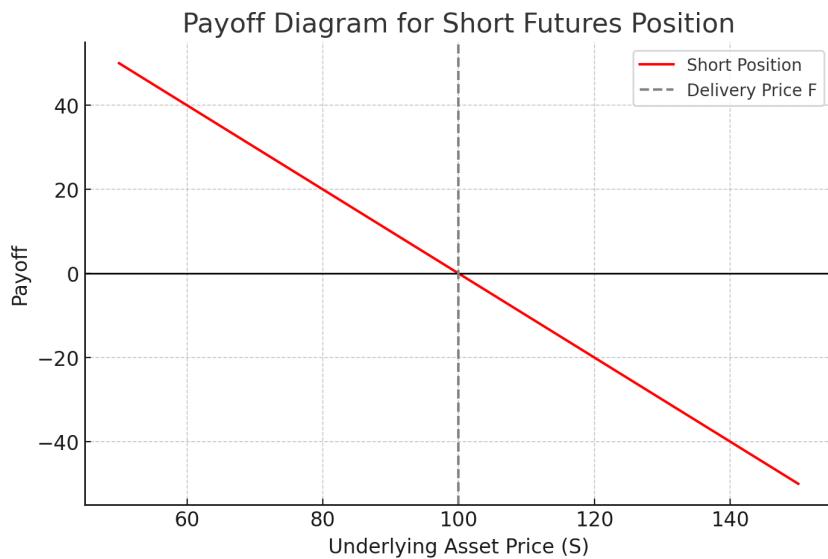


Figure 16

在 $S = F$ 处，收益为零，分界点是 F 。价格下降时收益增加。

期货合约的 **多头** 和 **空头** 收益是**对称的**，一个的收益就是另一个的损失。