Cinética de la partícula

Segundo Examen Parcial
Equipo 12

Aguilar Enriquez Paul Sebastian
Benitez Barroso Brandon Raul   Castillo Herrera Gabriela
Martinez Vidal Joceline Yadira
Milán Hernández Maria Fernanda

26 de septiembre del 2016

Repositorio del documento en GitHub
`https://github.com/penserbjorne/clase-cinematicaydinamica-2017-1`

Ejercicio 14 El resorte que conecta el soporte A y el collarín de masa **m** en B de la figura 1, tiene constante **k**. Suponiendo que la longitud sin elongación del resorte es **l**, calcula la velocidad de la masa en el punto C si el collarón se suelta el reposo en $x = x_0$.

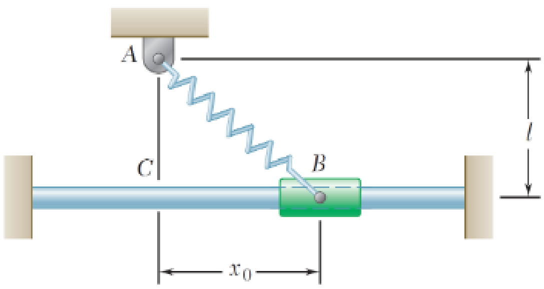


Figura 1: Sistema mostrado para el Problema 14.

Solución:

Poniendo el origen en el punto C y sea x positvo a la derecha. Después ponemos a x en una posición coordinada del deslizador B y x_0 en su valor inicial.

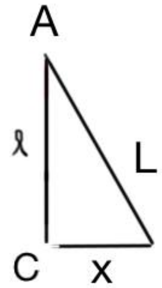


Figura 2: Geometria con respecto al punto C.

$$L = \sqrt{l^2 + x^2}$$

La enlogación del resorte es $e = L - 1$ y la magnitud de la fuerza ejercida por el resorte es:

$$F_s = ke = k(\sqrt{l^2 + x^2} - l)$$

Por geometría:

$$\cos(\theta) = \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}}$$

$$\sum F_x = ma_x = -F_x \cos(\theta) = ma$$

$$-k(\sqrt{l^2 + x^2} - l)(\frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}}) = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}(x - \frac{lx}{\sqrt{l^2 + x^2}})$$

$$\int_0^v vdv = \int_{x_0}^0 adx$$

$$\frac{1}{2}v^2|_0^v = -\frac{k}{m}\int_{x_0}^0 (x - \frac{lx}{\sqrt{l^2 + x^2}})dx = -\frac{k}{m}(\frac{1}{2}x^2 - l\sqrt{l^2 + x^2})|_{x_0}^v$$

$$\frac{1}{2}v^2 = -\frac{k}{m}(0 - l^2 - \frac{1}{2}{x_0}^2 + l\sqrt{l^2 + {x_0}^2})$$

$$v^2 = \frac{k}{m}(2l^2 + {x_0}^2 - 2l\sqrt{l^2 + {x_0}^2})$$

$$v^2 = \frac{k}{m}((l^2 + {x_0}^2) - 2l\sqrt{l^2 + {x_0}^2} + l^2)$$

Por lo tanto, la velocidad es:

$$\left\{ \; v = \sqrt{\frac{k}{m}}(\sqrt{l^2 + {x_0}^2} - l) \right. \tag{1}$$

Ejercicio 20 Los bloques mostrados en la figura 3 son liberados desde el reposo. Suponiedo que el coeficiente de friccón entre el bloque A y el piso es cero (i.e. no hay fricción), que la polea no tiene masa y que la cuerda que los une es intextensible, encuentra la aceleración de cada bloque.

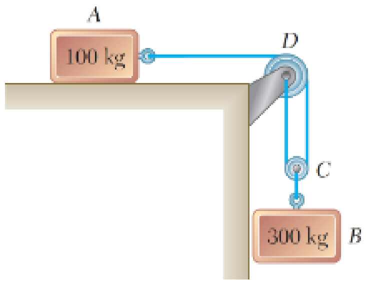


Figura 3: Sistema mostrado para el Problema 20.

Solución:

En el caso de que si el bloque A si desliza hacia la derecha, el bloque B desciende.
d = distancia.

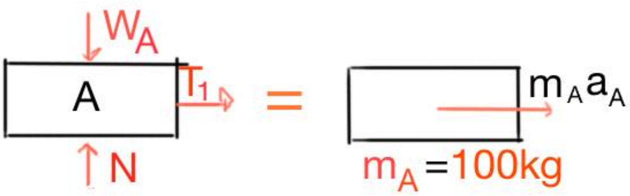


Figura 4: Diagrama de cuerpo libre de A.

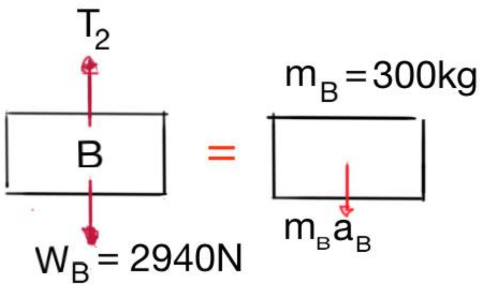


Figura 5: Diagrama de cuerpo libre de B.

$$d_B = \frac{1}{2} d_A$$

Por lo que al tener la distancia, al derivarla dos veces tenemos que la aceleración es:

$$a_B = \frac{1}{2}a_B \tag{2}$$

Para la tensión de la cuerda ACD, tenemos que es:

$$\sum F_x = ma_A a_A$$
$$T_1 = 100a_A \tag{3}$$

Tenemos que el peso del bloque B es:

$$W_B = m_B g = (300kg)(9{,}81m/s^2) = 2940N$$

Para la tensión de la vuerda BC, tenemos que:

$$\sum F_y = ma_B a_B$$
$$2940 - T_2 = 300a_B$$

Y al suistituir a_B de (1), tenemos que:

$$2940 - T_2 = 300(\frac{1}{2}a_A)$$

$$T_2 = 2940 - 150a_A \tag{4}$$

Ahora, para la polea C, suponiendo que su masa es cero, tenemos que:

$$\sum F_y = ma_C a_C = 0$$
$$T_2 - 2T_1 = 0 \tag{5}$$

Sustituimos $T_1 y T_2$ de (2) y de (3) respectivamente, en (4), tenemos que:

$$2940 - 150a_A - 2(100a_A) = 0$$
$$2940 - 350a_A = 0$$
$$\text{Por lo que } a_A = 8{,}40\frac{m}{s^2}$$

Y para la aceleración B, tenemos que:

$$a_B = \frac{1}{2}a_A = \frac{1}{2}(8{,}40m/s^2)$$
$$\text{Por lo que } a_B = 4{,}20\frac{m}{s^2}$$

Y por lo tanto la tensión 1 es:

$$T_1 = 100a_A = (100kg)(8{,}40m/s^2)$$
$$\text{Por lo que } T_1 = 840N$$

De la (4), tenemos que para la tensión 2, es:

$$T_2 = 2T_1 = (2)(840N)$$
$$\text{Por lo que } T_2 = 1680N$$

Por lo tanto las aceleraciones del bloque A y B, son:

$$\begin{cases} a_A = 8{,}40\dfrac{m}{s^2} \\ \\ a_B = 4{,}20\dfrac{m}{s^2} \end{cases} \tag{6}$$

Ejercicio 22 Los bloques **A** y **B** mostrados en la figura 6 tienen masas m_A y m_B, respectivamente. Si el coeficiente de fricción cinético entre todas las superficies es μ_k, determine la aceleración del bloque B cuando se ejerce una fuerza $\hat{P}$ como se observa en la figura. Evalúa tus resultados cuando $m_A = 40kg$, $m_B = 8kg$, $\theta = 25$, $\mu_k = 0{,}15$ y $|\hat{P}| = 40N$.

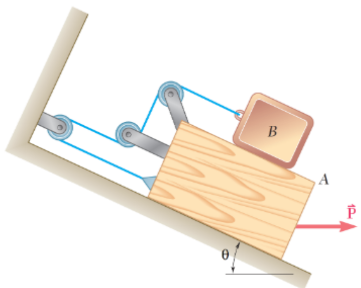


Figura 6: Sistema mostrado para el Problema 22.

Solución:

Analizando las reestricciones de la cuerda

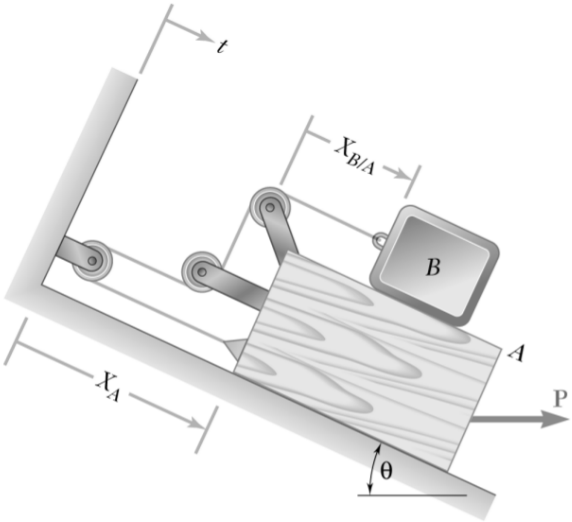


Figura 7: Analisis de cuerdas.

$$2x_A + x_{B/A} = Constante$$

$$2v_A + v_{B/A} = 0$$

$$2a_A + a_{B/A} = 0$$

$$a_B = a_A + a_{B/A}$$

$$a_B = a_A + (-2a_A)$$

$$a_B = -a_A$$

Analizando el movimiento del bloque B:

Figura 8: Diagrama de cuerpo libre del bloque B

$$\Sigma F_y = N_{AB} - W_B cos(\theta) = 0$$

Considerando que $N_{AB} = m_B g cos(\theta)$

Cuando el bloque B se mueve, aparece una fuerza de rozamiento (F_{AB}) sobre el eje x

$$F_{AB} = \mu_k N_{AB} = 0{,}15 m_B g cos(\theta)$$

$$\Sigma Fx = -T + F_{AB} + W_B sin(\theta) = m_B a_B$$

Despejamos la tension para este caso y operamos:

$$T = m_B[g(0{,}15cos(\theta) + sin(\theta)) - a_B]$$

$$T = 8[9{,}81(0{,}15cos(\theta) + sin(\theta) - a_B]$$

$$T = (8(5{,}47952 - a_B))[N]$$

Analizando el movimiento del bloque A:

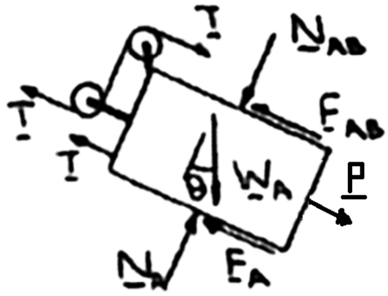


Figura 9: Diagrama de cuerpo libre del bloque A

$$\Sigma F_y = N_A - N_{AB} - W_A cos(\theta) = 0$$

$$N_A = (m_A + m_B) g cos(\theta)$$

La fuerza de friccion del bloque A con respecto a la superficie:

$$F_A = \mu_k N_A = 0{,}15(m_A + m_B) g cos(\theta)$$

$$\Sigma F_x = -T - F_A - F_{AB} + W_A sin(\theta) + P sin(\theta) = m_A a_A$$

Despejamos la tension para este caso y operamos:

$$T = m_A g sin(\theta) - 0{,}15(m_A + m_B) g cos(\theta) - 0{,}15 m_B g cos(\theta) - m_A(-a_B) + P sin(\theta)$$

$$T = g[m_A sin(\theta) - 0{,}15(m_A + 2m_B)cos(\theta)] + m_A a_B + Psin(\theta)$$

$$T = 9{,}81[40sin(\theta) - 0{,}15(40 + 2 * 8)cos(\theta)] + 40a_B + Psin(\theta)$$

$$T = (91{,}15202 + 40a_B + +Psin(\theta))[N]$$

Igualamos las ecuaciones obtenidas para ambas T y usando lo sabido de analisis de las cuerdas:

$$8(5{,}47952 - a_B) = 91{,}15202 + 40a_B + Psin(\theta)$$

$$\left\{ a_B = 15{,}9189\frac{m}{s^2} \right. \tag{7}$$

Ejercicio 27 Miley Cyrus se volvió a subir a la bola de demolición que se muestra en la figura 10. Calcula la tensión de la cuerda cuando (a) la bola alcanza la máxima altura (en el punto **C**) y (b) la bola pasa por el punto **D** con una rapidez $v = 4{,}2\frac{m}{s}$. Supón que el cable entre los puntos **AB** mide 15 m y que la bola (junto con Miley) tiene una masa de 110 kg.

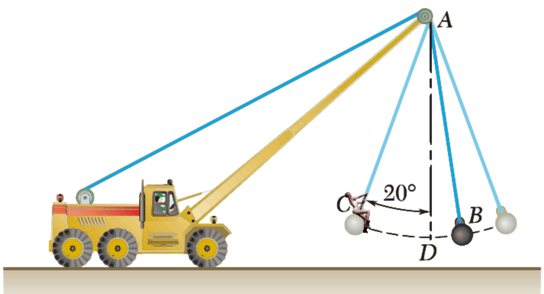
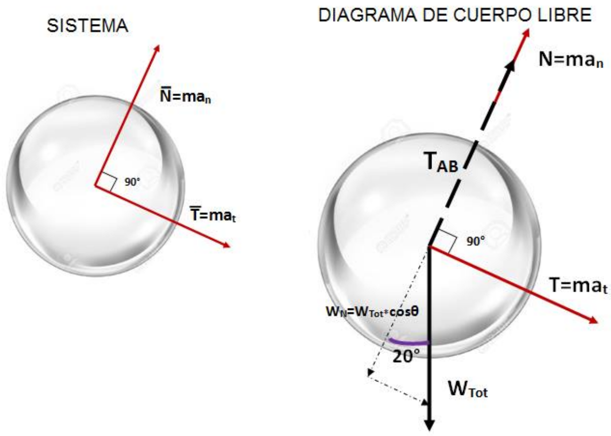


Figura 10: Sistema mostrado para el Problema 27.

Solución:

a) T_{BA} **(Tension) en el punto C.**



$$v_C = 0$$

$$a_n = \frac{v_C^2}{L_{AB}} = 0$$

$$\Sigma F_n = m_{tot} a_n = 0$$

$$W_{tot} = m_{tot} g$$

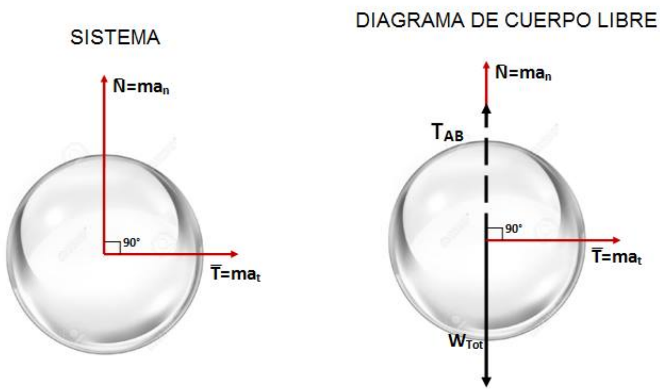
$$\Sigma F_n = T_{BA} - cos(\theta) w_{tot} = 0$$

$$T_{BA} = cos(\theta) w_{tot}$$

$$T_{BA} = [cos(20)][100kg][9{,}81 \frac{m}{s^2}]$$

$$\left\{ \; T_{BA} = 1014{,}0223 \frac{kg*m}{s} = 1014{,}0223N \right. \tag{8}$$

b) T_{BA} (Tension) en el punto D.



$$v_o = 4{,}2\frac{m}{s}$$

$$a_n = \frac{v_o^2}{L_{AB}}$$

$$\Sigma F_n = m_{tot}a_n = m_{tot}\frac{v_o^2}{L_{AB}}$$

$$\Sigma F_n = T_{BA} - w_{tot} = m_{tot}a_n$$

$$T_{BA} - w_{tot} = m_{tot}\frac{v_o^2}{L_{AB}}$$

$$T_{BA} = m_{tot}\frac{v_o^2}{L_{AB}} + w_{tot}$$

$$T_{BA} = [110kg]\frac{(4{,}2\frac{m}{s})^2}{15m} + [110kg][9{,}81\frac{m}{s^2}]$$

$$\left\{ \; T_{BA} = 124{,}36\frac{kg*m}{s^2} + 1079{,}1\frac{kg*m}{s^2}) = 1208{,}46N \right. \tag{9}$$