# Trabajo y energía e impulso y cantidad de movimiento de la partícula

**Tercer Examen Parcial**
**Equipo 12**

Aguilar Enriquez Paul Sebastian
Benitez Barroso Brandon Raul  Castillo Herrera Gabriela
Martinez Vidal Joceline Yadira
Milán Hernández Maria Fernanda

10 de octubre del 2016

Repositorio del documento en GitHub
`https://github.com/penserbjorne/clase-cinematicaydinamica-2017-1`

**Ejercicio 28** En clase vimos que el potencial gravitacional está dado por

$$V(r) = -G\frac{M_T m}{r}$$

donde $M_T$ es la masa de la Tierra, $m$ es la masa de la partícula bajo estudio, y $r$ es la distancia entre el centro de la Tierra y la partícula. Calcula, usando sólo la conservación de energía, la *velocidad de escape* que debe imprimirse a la partícula para que ésta no caiga de nuevo a la tierra. Evalúa tu resultado si $G \simeq 6{,}67 \times 10^{-11}[\frac{m^3}{kg * s^2}]$, $M_T \simeq 6 \times 10^2 4kg$ y el radio de la Tierra es $R \simeq 6{,}371 km$.

**Solución:**

$$E_{mc} = V + E_c = 0$$

$$-G\frac{M_T m}{r} + \frac{1}{2}mv^2 =$$

$$6371 km = 6371000 m$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{M_T m}{r}$$

$$\frac{1}{2}v^2 = G\frac{M_T}{r}$$

$$\text{Velocidad de escape : } V = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}}$$

$$V = \sqrt{\frac{2*6{,}67\times10^{-11}[\frac{m3}{kg*s^2}]}{6371000[m]}6\times10^{24}[kg]}$$

$$V = \sqrt{\frac{2*6{,}67\times10^{-11}}{6371000}6\times10^{24}[kg]\frac{m^2}{s^2}}$$

$$\left\{ V = 11208{,}5578\frac{m}{s} = 11{,}2086\frac{km}{s} \right. \tag{1}$$

**Ejercicio 33** Una de las codiciones para que una pelota de tenis sea utilizada en una competecia oficial es que, al dejarla caer desde una altura de 1[**m**], ésta rebota entre 50 y 60[**cm**]. Determina el rango de coeficientes de restitución que puede tener la pelota para que esto suceda.

**Solución:**

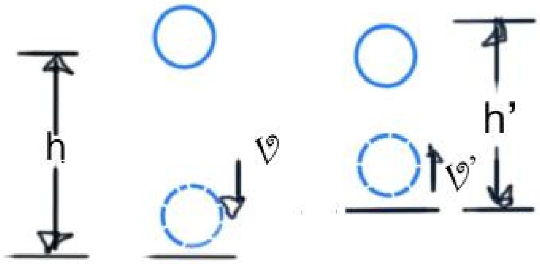


Figura 1: Energias potenciales.

Con el movimiento uniformemente acelerado, tenemos que:

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v' = \sqrt{2gh'} \tag{2}$$

Por coeficiente de restitución:

$$e = \frac{v'}{v}$$

$$v' = \sqrt{\frac{h'}{h}} \tag{3}$$

Sabiendo que la altura de la caída es de 1[m].
Y el rango de la altura de rebote es de: $0{,}5 \leq h' \leq 0{,}6$
Entonces, tenemos:

$$\sqrt{\frac{0{,}5}{1}} \leq e \leq \sqrt{\frac{0{,}6}{1}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq e \leq \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$0{,}70710 \leq e \leq 0{,}7745$$

Por lo tanto el rango de coeficiente de restitución es:

$$\left\{ \; 0{,}70710 \leq e \leq 0{,}7745 \right.$$

**Ejercicio 35** Dos objetos se deslizan sobre una superficie horizontal sin fricción. El primer objeto, con masa $m_1 = 5[kg]$ se mueve con una velocidad $v_1 = 4{,}5[\frac{m}{s}]$ hacia el segundo objeto, con masa $m_2 = 2{,}5[kg]$, el cual está inicialmente en reposo. Después de la colisión, ambos objetos se mueven con velocidades que hacen un ángulo de 30° en cada lado de la línea de movimiento original del primer objeto.(a) ¿Cuáles son las velocidades de ambos objetos después de la colisión? (b) ¿la colision es elástica o inelástica?

**Solución:**

a)

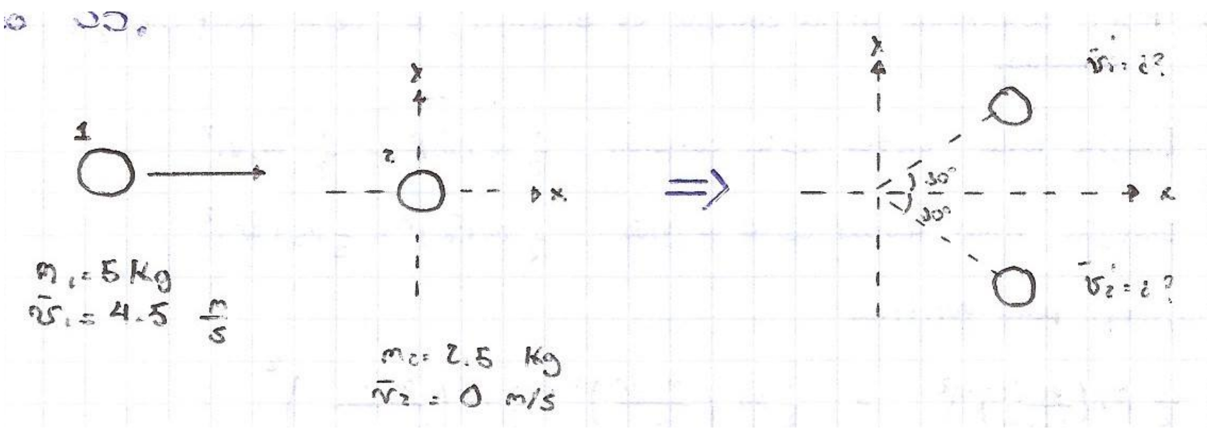


Figura 2: Diagrama de cuerpo libre.

Cantidad de movimiento de un objeto $\bar{p} = m\bar{v}$

Sistema de ecuaciones:

$$m_1v_1 = m_1{v_1}'cos(\theta) + m_2{v_2}'cos(\theta) \tag{4}$$

$$m_1{v_1}'sen(\theta) = m_2{v_2}'sen(\theta) \Rightarrow m_1{v_1}' = m_2{v_2}' \tag{5}$$

De (5)

$$ {v_1}' = \frac{m_2{v_2}'}{m_1} \tag{6}$$

Sustituyendo (6) en (4)

$$m_1v_1 = m_1(\frac{m_2{v_2}'}{m_1}cos(\theta) + m_2{v_2}'cos(\theta)$$

$$m_1v_1 = 2m_2{v_2}'cos(\theta)$$

$$2m_2{v_2}' = \frac{m_1v_1}{cos(\theta)}$$

$$ {v_2}' = \frac{m_1v_1}{2m_2cos(\theta)} \tag{7}$$

Sustituyendo valores en (7)

$$\left\{ {v_2}' = \frac{5*4,5}{2*2,5*cos(30°)}\frac{kg*\frac{m}{s}}{kg} = 3\sqrt{3}[\frac{m}{s}] = 5,196[\frac{m}{s}] \right.$$

Sustituyendo valores en (3)

$$\left\{ {v_1}' = \frac{2,5*3\sqrt{3}}{5}\frac{kg*\frac{m}{s}}{kg} = \frac{3\sqrt{3}}{2}[\frac{m}{s}] = 2,598[\frac{m}{s}] \right.$$

b) Para determinar si la colision es elastica, se debe verificar que la energia se conserve.

Energia total antes de la colision: $\frac{1}{2}m_1\bar{v_1}^2 = \frac{1}{2}m_1{v_2}^2$

Energia total antes de la colision: $\frac{1}{2}m_1\bar{v_1}'^2 = \frac{1}{2}m_1{v_2}'^2$

Igualamos para verificar

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = \frac{1}{2}m_1{v_1}'^2 + \frac{1}{2}m_2{v_2}'^2$$

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = \frac{1}{2}(m_1{v_1}'^2 + m_2{v_2}'^2)$$

$$m_1{v_1}^2 = m_1{v_1}'^2 + m_2{v_2}'^2$$

$$5 * 4{,}5^2 = 5\frac{3\sqrt{3}}{2}^2 + 2{,}53\sqrt{3}^2$$

$$101{,}25 = 33{,}75 + 76{,}5$$

$$\{ \; 101{,}25 = 101{,}25$$

**Ejercicio Extra** A la bola de la figura 3, de masa de $m = 1$[kg] que cuelga en el punto **A** por una cuerda inextensible de longitud $l$ se le imprime una velocidad $v_0 = 5[m/s]$. Si $l$= 1[m] $x_B = 10[cm]$, determina $y_B$ de tal manera que la bola entre en la canasta.

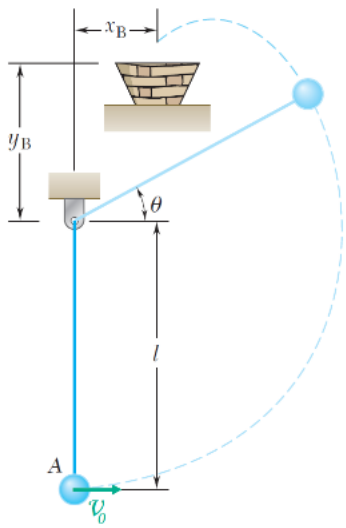


Figura 3: Sistema mostrado para el problema extra.

**Solución:**

Posicionandonos en A, tenemos que:

$$v_1 = v_0$$

Poniendo en una posición 2 sea el punto descrito por el ángulo en que la trayectoria de la pelota cambia de circular a parabolico. En la posición 2, la tensión Q en el cable es cero.

Relacionando $v_2$ y $\theta$ basado e Q=0, tenemos el diagrama de cuerpo libre, que es:

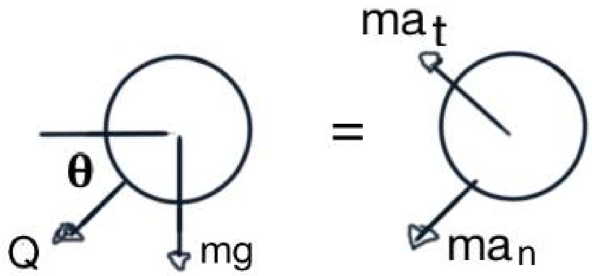


Figura 4: Diagramas de cuerpo libre.

$$\sum F = 0 : Q + mg\,\mathrm{sen}(\theta) = ma_n = \frac{m{v_2}^2}{l}$$

Con:

$$Q = 0, m{v_2}^2 = gl\mathrm{sen}(\theta) o con v_2 = \sqrt{gl\mathrm{sen}(\theta)} \tag{8}$$

Relacionando $v_0$ entre $v_2$ y $\theta$ basado en la conservación de la energía.

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 - mgl = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + mgl\mathrm{sen}(\theta)$$

$${v_0}^2 - {v_2}^2 = 2gl(1 + \mathrm{sen}(\theta)) \tag{9}$$

Eliminando $v_2$ de la equación (1) y (2), tenemos:

$${v_0}^2 - gl\mathrm{sen}(\theta) = 2gl(1 + \mathrm{sen}(\theta))$$

$$\mathrm{sen}(\theta) = \frac{1}{3}\left[\frac{{v_0}^2}{gl} - 2\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{5^2}{(9{,}81)(1)} - 2\right] = 0{,}849473$$

$$\theta = 58{,}154°$$

De la equación (1), tenemos que:

$${v_2}^2 = (9{,}81)(1)\,\mathrm{sen}(58{,}154°) = 8{,}33329 m^2/s^2$$

$$v_2 = 2{,}88674 m/s$$

Teniendo como "xƷ ƷҫCoordenadas en la posición 2:

$$x_2 = l\cos(\theta) = (1)\cos(58{,}154°) = 0{,}52763m$$

$$y_2 = l\,\mathrm{sen}(\theta) = (1)\,\mathrm{sen}(58{,}154°) = 0{,}849469$$

$t_2$ es el tiempo cuando la pelota esta en la posicion 2.
Teniendo el movimiento en la trayectoria parabólica. El movimiento horizontal es:

$$\dot{x}_2 = -v_2\,\mathrm{sen}(\theta) = -2{,}88674\,\mathrm{sen}(58{,}154°) = -2{,}45219°$$

$$x = x_2 - 2{,}45219(t - t_2)$$

En el punto B, tenemos:

$$x_B = 0{,}1m$$

$$0.1 = 0{,}52763 - 2{,}45219(t_B - t_2)$$

Por lo que:

$$t_B - t_2 = 0{,}174386$$

El movimiento vertical en el punto B es:

$$y_B = y_2 + v_2\cos(\theta)(t_B - t_2) - \frac{1}{2}g(t_B - t_2)^2$$

$$y_B = 0{,}849469 + (2{,}88674\cos(58{,}154°))(0{,}174386) - \frac{1}{2}(9{,}81)(0{,}174386)^2 = 0{,}9659222$$

Por lo tanto $y_B$ es:

$$\left\{ y_B = 0{,}9659222 \right.$$