Clasificador Bayesiano

Paul Sebastian Aguilar Enriquez, Carlos Ignacio Padilla Herrera y Simón Eduardo Ramírez Ancona

Resumen—Este documento presenta la implementación de un clasificador bayesiano para imágenes de galaxias utilizando MATLAB. Se muestran imágenes del proceso, así como del resultado final. Se da un breve repaso acerca del clasificador bayesiano. Se muestra el código fuente del clasificador implementado.

Index Terms—Pattern Recognition, Bayesian, Filters, Galaxies, Covariance, MATLAB.

1. Objetivo

El alumno:

1. Clasificará imagenes de la vía lactéa en 3 regiones con ayuda del clasificador Bayesiano.

2. Introducción

Para la clasificación de datos existen muchas aproximaciones posibles, ya sean supervisadas o no supervisadas. Entre ellos se encuentra el enfoque bayesiano que ofrece clasificadores optimos. El clasificador bayesiano es un tipo de clasificador supervisado basado en la probabilidad, el teorema de Bayes y conocimiento a priori, es decir, probabilidad de que se tiene antes de realizar el ejercicio. Realiza la asignación en alguna de las clases mediante el cálculo de la probabilidad de pertenecer a cada una de ellas, realizandose la asignación de mayor probabilidad El teorema de Bayes sobre el cual se fundamente este clasificador es el siguiente: P(A|B)= P(A,B)/P(B)=P(A)*P(B|A)/P(B) (1) Donde P(A) es la probabilidad del evento A, P(B) es la probabilidad del evento B, P(A|B) es la probabilidad de A dado B y P(B|A) es la probabilidad de B dado A. En imagenes, esta clase de clasificadores se emplean para la clasificacion de pixeles, y pueden ser usados en una amplia gama de aplicaciones, como análisis de imagenes medicas, sistemas biométricos, procesamiento de imagenes, etc. Para obtener la probabilidad de que un elemento pertenezca a una clase se ocupa la ecuación 1 haciendo el término normalizador P(B) igual a 1 y se obtiene: Yk=P(x|Ck)*P(Ck) (2) Donde Yk es la probabilidad de pertenecer a la clase k. P(x|Ck) es la probabilidad de x dada la clase k y P(Ck) es la probabilidad de la clase k.

3. Desarrollo

1. Adecuar las imagenes con filtrado para ruido
2. Definimos el entrenamiento en zonas por clase
3. Calculamos la covarianza y la media
4. Calculamos la probabilidad

En las figuras mostradas se puede observar el resultado de aplicar el recorte para que solo quede la información del espacio vacio y de la aplicación de un filtro para homogeneizar el color de cada una de las clases. Este preprocesamiento de las imágenes se realiza para reducir el ruido y homogeneizar las imagenes y poder obtener un mejor resultado. A continuación se modificó el tamaño y propiedades de las imagenes para homogeneizarlas:

```
% Tamanio a utilizar en las imagenes
ren = 600;
col = 600;
tot = ren*col;

% Abrimos imagenes de entrenamiento como double
im1 = double(imread('im1.jpg'));
im2 = double(imread('im2.jpg'));
im3 = double(imread('im3.jpg'));

% Recortamos imagenes
im1 = im1(1:ren,1:col);
im2 = im2(1:ren,1:col);
im3 = im3(1:ren,1:col);

%% Filtramos las imagenes con un filtro gaussiano

% imgaussfilt filtra la imagen con un kernel alisador
% desviacion estandar de 0,5.
im1f = imgaussfilt(im1);
im2f = imgaussfilt(im2);
im3f = imgaussfilt(im3);
```

Aplicamos la siguiente mascara a las imagenes:

```
% Desplegamos imagenes filtradas

figure;

% Mascaras de imagen 1
subplot(3, 5, 1);
imagesc(im1); axis square; title('Original 1');

subplot(3, 5, 2);
imagesc(im1f); colormap(gray);axis square;
 title('Filtrada 1');

subplot(3, 5, 3);
imagesc(r11);colormap(gray); axis square;
 title('Centro 1');

subplot(3, 5, 4);
imagesc(r21);colormap(gray); axis square;
title('Halo 1');

subplot(3, 5, 5);
imagesc(r31);colormap(gray); axis square;
 title('Exterior 1');
```

Calculamos matrices para las medias y calculamos la probabilidad de las medias:

```
% Calculamos la probabilidad de cada clase

% Calculamos la probabilidad de cada region/clase
 = (sum(mask11(:))+sum(mask12(:))
+sum(mask13(:)))/(3*tot);
probC2 = (sum(mask21(:))+sum(mask22(:))
+sum(mask23(:)))/(3*tot);
probC3 = (sum(mask31(:))+sum(mask32(:))
+sum(mask33(:)))/(3*tot);

% Solo por verificar, la
% probabilidad tendria que ser 1
probT = probC1 + probC2 + probC3;

% Concatenamos las regiones
%en una sola matriz para cada clase

% Matriz de las regiones de la clase 1
mr1 = cat(1,r11,r12,r13);

% Matriz de las regiones de la clase 2
mr2 = cat(1,r21,r22,r23);

% Matriz de las regiones de la clase 3
mr3 = cat(1,r31,r32,r33);

%% Calculamos la media de cada clase

% Creamos las matrices para las medias
med1 = zeros([3 1]);
med2 = zeros([3 1]);
med3 = zeros([3 1]);
```

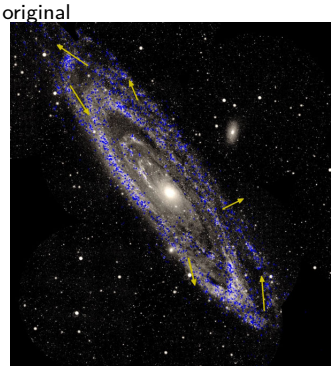
Luego procedimos a calcular las medias para cada una de las clases y creamos las matrices para las covarianzas

```
  % Calculamos la media para la clase 1
  cont = 0;
  for s=1:3
  for x=1:ren
  for y=1:col
  if( mr1(((ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
  med1(1) = med1(1) +
   mr1(((ren * (s-1)) + x),y);
  med1(2) = med1(2) + x;
   med1(3) = med1(3) + y;
 cont = cont + 1;
        end
      end
    end
  end
  med1 = med1 / cont;


% Creamos las matrices para las covarianzas
cov1 = zeros(3);
cov2 = zeros(3);
cov3 = zeros(3);

% Calculamos la matriz de covarianza para la clase 1
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr1(((ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
% Diagonal para la clase 1
 cov1(1, 1) = cov1(1, 1) +
 ((mr1(((ren * (s-1)) + x),y)
  - med1(1)) ^2);
cov1(2, 2) = cov1(2, 2) +
(((ren * (s-1)) - med1(2)) ^2);
cov1(3, 3) = cov1(3, 3) +
 ((y - med1(3)) ^2);
% Triangulo superior para la clase 1
 cov1(1, 2) = cov1(1, 2) +
( (mr1(((ren * (s-1)) + x),y)
- med1(1)) * ((ren * (s-1)) - med1(2)) );
 cov1(1, 3) = cov1(1, 3) +
 ( (mr1(((ren * (s-1)) + x),y)
- med1(1)) * (y - med1(3)) );
cov1(2, 3) = cov1(2, 3) +
( ((ren * (s-1)) - med1(2))
 * (y - med1(3)) );
 end
 end
 end
end

% Triangulo inferior para la clase 1
cov1(2, 1) = cov1(1, 2);
cov1(3, 1) = cov1(1, 3);
cov1(3, 2) = cov1(2, 3);
```

4. Resultados

En las figuras se puede observar la comparación entre las imágenes a las que se les aplico el filtro gaussiano y las imágenes que entregó nuestro clasificador . En general se puede decir que el clasificador tiene un comportamiento bastante aceptable ya que la mayoría de los pixeles están bien clasificados en la clase correspondiente del cúmulo de estrellas, sin embargo, puede ser mejorado, ya que algunas zonas no están bien clasificadas, sobre todo los límites de esta región, y se podría mejorar la detección de los mismos y una mejor diferenciación entre las tres regiones.

Figura 1. Imagen original



5. Código fuente

```
[language=Matlab,basicstyle=\small]
%% Limpiamos entorno

close all;
%clear all;
clear variables;
clear global;
clc;
```

Figura 2. Imagen original

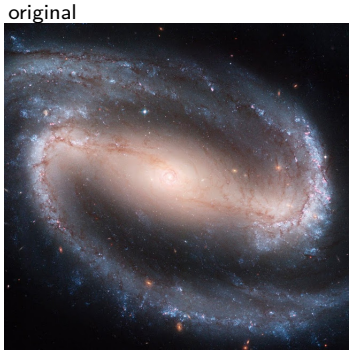


Figura 3. Imagen original

Figura 4. Histograma de la imagen filtrada y ajustada

Figura 5. Imagen final recortada

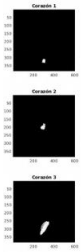


Figura 6. Imagen final recortada

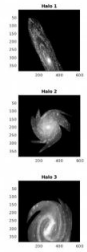
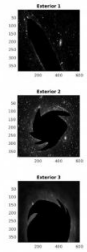


Figura 7. Imagen final recortada



```
% Abrimos imagenes y las recortamos

% Tamanio a utilizar en las imagenes
ren = 600;
col = 600;
tot = ren*col;

% Abrimos imagenes de entrenamiento
% como double
im1 = double(imread('im1.jpg'));
im2 = double(imread('im2.jpg'));
im3 = double(imread('im3.jpg'));

% Recortamos imagenes
im1 = im1(1:ren,1:col);
im2 = im2(1:ren,1:col);
im3 = im3(1:ren,1:col);

%%Filtramos las imagenes con un filtro gaussiano

% imgaussfilt filtra la imagen
con un kernel alisador 2-D de Gauss con
% desviacion estandar de 0,5.
im1f = imgaussfilt(im1);
im2f = imgaussfilt(im2);
im3f = imgaussfilt(im3);

% Creamos las mascaras sobre las imagenes filtradas

% Mascaras de imagen 1
figure;
imagesc(im1f);colormap(gray);
axis square; title('Centro 1');
mask11=createMask(drawfreehand());
close all

figure;
imagesc(im1f);colormap(gray);
 axis square; title('Halo 1');
mask21=createMask(drawfreehand());
close all

figure;imagesc(im1f);colormap(gray);
 axis square; title('Exterior 1');
mask31=createMask(drawfreehand());
close all
```

```
% Mascaras de imagen 2
figure;imagesc(im2f);colormap(gray);
 axis square; title('Centro 2');
mask12=createMask(drawfreehand());
close all

figure;imagesc(im2f);colormap(gray);
axis square; title('Halo 2');
mask22=createMask(drawfreehand());
close all

figure;imagesc(im2f);colormap(gray);
 axis square; title('Exterior 2');
mask32=createMask(drawfreehand());
close all

% Mascaras de imagen 3
figure;imagesc(im3f);colormap(gray);
axis square; title('Centro 3');
mask13=createMask(drawfreehand());
close all

figure;imagesc(im3f);colormap(gray);
axis square; title('Halo 3');
mask23=createMask(drawfreehand());
close all

figure;imagesc(im3f);colormap(gray);
 axis square; title('Exterior 3');
mask33=createMask(drawfreehand());
close all

% Aplicamos las mascaras a las imagenes

% Obtenemos las regiones
% de la clase 1
r11 = immultiply(im1f,double(mask11));
r12 = immultiply(im2f,double(mask12));
r13 = immultiply(im3f,double(mask13));

% Obtenemos las regiones de la clase 2
r21 = immultiply(im1f,double(mask21));
r22 = immultiply(im2f,double(mask22));
r23 = immultiply(im3f,double(mask23));

% Obtenemos las regiones de la clase 3
r31 = immultiply(im1f,double(mask31));
r32 = immultiply(im2f,double(mask32));
r33 = immultiply(im3f,double(mask33));

% Desplegamos imagenes filtradas

figure;

% Mascaras de imagen 1
subplot(3, 5, 1);
imagesc(im1); axis square; title('Original 1');

subplot(3, 5, 2);
imagesc(im1f); colormap(gray);
axis square; title('Filtrada 1');

subplot(3, 5, 3);
imagesc(r11);colormap(gray);
axis square; title('Centro 1');

subplot(3, 5, 4);
imagesc(r21);colormap(gray);
 axis square; title('Halo 1');

subplot(3, 5, 5);
imagesc(r31);colormap(gray);
axis square; title('Exterior 1');

%%% Mascaras de imagen 2
subplot(3, 5, 6);
imagesc(im2); axis square;
title('Original 2');

subplot(3, 5, 7);
imagesc(im2f); colormap(gray);
axis square; title('Filtrada 2');

subplot(3, 5, 8);
imagesc(r12);colormap(gray);
axis square; title('Centro 2');

subplot(3, 5, 9);
imagesc(r22);colormap(gray);
axis square; title('Halo 2');

subplot(3, 5, 10);
imagesc(r32);colormap(gray);
 axis square; title('Exterior 2');

%%% Mascaras de imagen 3
subplot(3, 5, 11);
imagesc(im3); axis square;
title('Original 3');

subplot(3, 5, 12);
imagesc(im3f); colormap(gray);
axis square; title('Filtrada 3');

subplot(3, 5, 13);
imagesc(r13);colormap(gray);
axis square; title('Centro 3');

subplot(3, 5, 14);
imagesc(r23);colormap(gray);
axis square; title('Halo 3');

subplot(3, 5, 15);
imagesc(r33);colormap(gray);
axis square; title('Exterior 3');
m% Calculamos la probabilidad de cada clase

% Calculamos la probabilidad
% de cada region/clase
probC1 = (sum(mask11(:))+
sum(mask12(:))+sum(mask13(:)))/(3*tot);
```

```
probC2 = (sum(mask21(:))+
sum(mask22(:))+sum(mask23(:)))/(3*tot);
probC3 = (sum(mask31(:))+
sum(mask32(:))+sum(mask33(:)))/(3*tot);

% Solo por verificar, la probabilidad tendria que ser 1
probT = probC1 + probC2 + probC3;

% Concatenamos las regiones en una
% sola matriz para cada clase

% Matriz de las regiones de la clase 1
mr1 = cat(1,r11,r12,r13);

% Matriz de las regiones de la clase 2
mr2 = cat(1,r21,r22,r23);

% Matriz de las regiones de la clase 3
mr3 = cat(1,r31,r32,r33);

%%Calculamos la media de cada clase

% Creamos las matrices para las medias
med1 = zeros([3 1]);
med2 = zeros([3 1]);
med3 = zeros([3 1]);

% Calculamos la media para la clase 1
cont = 0;
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr1(((ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
med1(1) = med1(1) +
 mr1(((ren * (s-1)) + x),y);
med1(2) = med1(2) + x;
med1(3) = med1(3) + y;
cont = cont + 1;
end
end
end
end
med1 = med1 / cont;

% Calculamos la media para la clase 2
cont = 0;
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr2(((
ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
med2(1) = med2(1) +
mr2(((ren * (s-1)) + x),y);
med2(2) = med2(2) + x;
med2(3) = med2(3) + y;
cont = cont + 1;
end
end
end
end
med2 = med2 / cont;

% Calculamos la media para la clase 3
cont = 0;
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr3(((
ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
med3(1) = med3(1) +
mr3(((ren * (s-1)) + x),y);
med3(2) = med3(2) + x;
med3(3) = med3(3) + y;
cont = cont + 1;
end
end
end
end
med3 = med3 / cont;

% Calculamos la covarianza de cada clase

% Creamos las matrices para las covarianzas
cov1 = zeros(3);
cov2 = zeros(3);
cov3 = zeros(3);

% Calculamos la matriz de covarianza
% para la clase 1
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr1(((ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
% Diagonal para la clase 1
cov1(1, 1) = cov1(1, 1) + ((mr1(((
ren * (s-1)) + x),y) - med1(1)) ^2);
cov1(2, 2) = cov1(2, 2) + (((ren * (s-1)) - med1(2))
cov1(3, 3) = cov1(3, 3) + ((y - med1(3)) ^2);

%  Triangulo superior para la clase 1
cov1(1, 2) = cov1(1, 2) + ( (mr1(((ren *
(s-1)) + x),y) - med1(1)) * ((ren * (s-1)) - med1(2))
cov1(1, 3) = cov1(1, 3) + ( (mr1(((ren * (s-1)) + x),
 - med1(1)) * (y - med1(3)) );
cov1(2, 3) = cov1(2, 3) +
( ((ren * (s-1)) - med1(2)) * (y - med1(3)) );
end
end
end
end

% Triangulo inferior para la clase 1
cov1(2, 1) = cov1(1, 2);
cov1(3, 1) = cov1(1, 3);
cov1(3, 2) = cov1(2, 3);

% Calculamos la matriz de covarianza
% para la clase 2
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr2(((ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
```

```
% Diagonal para la clase 2
cov2(1, 1) = cov2(1, 1) +
(mr2(((ren * (s-1)) + x),y) - med2(1)) ^2);
cov2(2, 2) = cov2(2, 2) + (((ren * (s-1)) - med2(2)) ^2);
cov2(3, 3) = cov2(3, 3) + ((y - med2(3)) ^2);

% Triangulo superior para la clase 2
cov2(1, 2) = cov2(1, 2) +
( (mr2(((ren * (s-1)) + x),y) - med2(1))
* ((ren * (s-1)) - med2(2)) );
cov2(1, 3) = cov2(1, 3) +
( (mr2(((ren * (s-1)) + x),y) - med2(1)) * (y - med2(3)) );
cov2(2, 3) = cov2(2, 3) +
( ((ren * (s-1)) - med2(2)) * (y - med2(3)) );
end
end
end
end

% Triangulo inferior para la clase 2
cov2(2, 1) = cov2(1, 2);
cov2(3, 1) = cov2(1, 3);
cov2(3, 2) = cov2(2, 3);

% Calculamos la matriz de
% covarianza para la clase 3
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col
if( mr3(((ren * (s-1)) + x),y) ~= 0)
% Diagonal para la clase 3
cov3(1, 1) =
cov3(1, 1) +
((mr3(((ren * (s-1)) + x),y)
- med3(1)) ^2);
cov3(2, 2) =
cov3(2, 2) + (((ren * (s-1)) - med3(2)) ^2);
cov3(3, 3) =
cov3(3, 3) + ((y - med3(3)) ^2);

% Triangulo superior para la clase 3
cov3(1, 2) = cov3(1, 2) +
 ( (mr3(((ren * (s-1)) + x),y)
 - med3(1)) * ((ren * (s-1)) - med3(2)) );
cov3(1, 3) = cov3(1, 3) +
( (mr3(((ren * (s-1)) + x),y)
 - med3(1)) * (y - med3(3)) );
cov3(2, 3) = cov3(2, 3) +
( ((ren * (s-1)) - med3(2)) * (y - med3(3)) );
end
end
end
end

% Triangulo inferior para la clase 1
cov3(2, 1) = cov3(1, 2);
cov3(3, 1) = cov3(1, 3);
cov3(3, 2) = cov3(2, 3);

% Calculamos el termino
%logaritmico para cada clase
% -(1/2) * log( det( cov ) )

% Logaritmo para las covarianzas
logCov = [-(1/2) * log(abs(det(cov1))),
-(1/2) * log(abs(det(cov2))),
 -(1/2) * log(abs(det(cov3)))];

% Logaritmo para las probabilidades
logProb = [-(1/2) * log(probC1),
 -(1/2) * log(probC2), -(1/2) * log(probC3)];

% Calculamos las matrices inversas
% de las matrices de covarianza para cada clase
covInv1 = inv(cov1);
covInv2 = inv(cov2);
covInv3 = inv(cov3);

% Por fin! Clasifiquemos una imagen

% Abrimos imagen a clasificar como double
im4 = double(imread('im4.jpg'));

% Recortamos imagen
im4 = im4(1:ren,1:col);

% Filtramos la imagen
im4f = imgaussfilt(im4);

% Variables para la diferencia
% entre elementos (x-u)(y-u)
dif1 = zeros([3 1]);
dif2 = zeros([3 1]);
dif3 = zeros([3 1]);

% Creamos la imagen que
%vamos a mostrar como clasificada
im4c = zeros([ren col]);

% Recorremos imagen para procesar pixel a pixel
for s=1:3
for x=1:ren
for y=1:col

% Diferencias con clase 1
dif1(1) = im4f(x, y) - med1(1);
dif1(2) = x - med1(2);
dif1(3) = y - med1(3);

% Diferencias con clase 2
dif2(1) = im4f(x, y) - med2(1);
dif2(2) = x - med2(2);
dif2(3) = y - med2(3);

% Diferencias con clase 3
dif3(1) = im4f(x, y) - med3(1);
dif3(2) = x - med3(2);
dif3(3) = y - med3(3);

%Aplicamos las funciones de probabilidad
y1 = ((-1/2) * dif1' * covInv1 * dif1)
+ ((-1/2) * logCov(1)) + logProb(1);
```

```
y2 = ((-1/2) * dif2' * covInv2 * dif2)
 + ((-1/2) * logCov(2)) + logProb(2);
y3 = ((-1/2) * dif3' * covInv3 * dif3)
 + ((-1/2) * logCov(3)) + logProb(3);

if y1 >= y2 && y1 >= y3
% Clase 1
im4c(x, y) = 255;
end

if y2 >= y1 && y2 >= y3
% Clase 2
im4c(x, y) = 127;
end

if y3 > y1 && y3 > y2
% Clase 3
im4c(x, y) = 0;
end
end
end
end

% Mostramos imagen clasificads
figure;
subplot(1, 3, 1);
imagesc(im4);colormap(gray);
axis square; title('Original');

subplot(1, 3, 2);
imagesc(im4f);colormap(gray);
axis square; title('Filtrada');

subplot(1, 3, 3);
imagesc(im4c);colormap(gray);
axis square; title('Clasificada');
```

6. Conclusiones

El clasificador bayesiano es una herramienta ampliamente usada y es bastante sencilla de aplicar, ya que solo emplea conceptos de probabilidad, además devuelve resultados bastante aceptables para la clasificación de imagenes. Los resultados obtenidos con las imagenes fueron bastante aceptables, ya que la mayoría de los pixeles están bien clasificados. Con algunos pequeños retoques es probable que la implementación sea capaz de tener un mejor desempeño.

Referencias

[1] W. Pratt, *Digital Image Processing*, John Wiley & Sons Inc, 2001.
[2] Gonzales Woods, *Digital Image Processing*, 2004.