MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Pedro Gigeck Freire **Número USP:** 10737136

Assinatura

Pedro Gigeck Freire

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E14 **Data:** 04/04/2018

SOLUÇÃO

Vamos provar a afirmação por contradição.

Seja n ímpar, suponhamos que o produto em questão $(x_1-1)(x_2-2)\dots(x_n-n)$ é ímpar. Para isso, é necessário que todos os termos do produto sejam ímpares, pois se houver um par da forma $2k$, $k \in \mathbb{Z}$, o produto será da forma $2kL$, $L \in \mathbb{Z}$, isto é, par.

Consideramos que para um termo da forma $(x_m - m)$ ser ímpar, é necessário que x_m e m tenham paridades distintas, pois um par $2k$ menos um par $2L$ resulta em $2(k-L)$, par, e um ímpar $2k+1$ menos um ímpar $2L+1$ resulta em $2(k-L)$, igualmente par.

Portanto, deveria haver o mesmo número de pares e ímpares no arranjo de x em questão. Isto é, seja P a quantidade de pares e I a quantidade de ímpares, temos que $P+I=n$ e $P=I$. Logo $P+P=n \Rightarrow 2P=n$.

Concluímos que n é par, o que é uma contradição. $\square$