MAC 0210 - LISTA 2

Questão 6

Uma técnica popular que aparece em métodos para minimizar funções de várias variáveis envolve um passo de busca unidimensional por um ponto mínimo, onde um valor x^* apropriado é encontrado para uma função de uma variável $f(x)$, dados os valores de $f(0)$, $f'(0)$ e $f(1)$. A função $f(x)$ é definida para todo $x \geq 0$, tem uma segunda derivável contínua e satisfaz $f(0) < f(1)$ e $f'(0) < 0$. Um polinômio quadrático é obtido interpolando os valores dados e x^* é definido como o mínimo desse polinômio.

(a) Encontre x^* para os valores $f(0) = 1$, $f'(0) = -1$ e $f(1) = 2$.

Polinômio interpolador: (Método de Newton)

$$c_0 = f(0) = 1$$

$$c_1 = f[x_0, x_1] = f'(0) = -1$$

$$c_2 = f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0} = \frac{\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} - f'(0)}{1 - 0} = 2 - 1 - (-1) = 2$$

$$P(x) = 1 + (-1)(x - 0) + 2(x - 0)(x - 0) = 1 - x + 2x^2$$

Achando x^* = mínimo da parábola = raiz da derivada

$$P'(x) = 4x - 1 = 0 \iff x = \frac{1}{4}$$

$$x^* = \frac{1}{4}$$