

# Lógica

## Aula 13

---

Leliane Nunes de Barros

2018

`leliane@ime.usp.br`

# Dedução Natural para LPO

$$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge_i \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge_{e1} \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge_{e2} \quad \frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee_{i1} \quad \frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

$$\frac{\phi \vee \psi \quad \boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \xi \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} \psi \\ \vdots \\ \xi \end{array}}}{\xi} \vee_e \quad \frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow_e \quad \frac{\boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \psi \end{array}}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow_i$$

$$\frac{\neg\neg\phi}{\phi} \neg\neg_e$$

$$\frac{\phi \quad \neg\phi}{\perp} \neg_e$$

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \perp \end{array}}}{\neg\phi} \neg_i$$

$$\frac{\perp}{\phi} \perp_e$$

# Regras da LPO

$$\frac{}{t = t} =_i$$

$$\frac{t_1 = t_2 \quad \varphi[t_1/x]}{\varphi[t_2/x]} =_e$$

$$\frac{\varphi[t/x]}{\exists x \varphi} \exists_i$$

$$\frac{\exists x \varphi \quad \boxed{\begin{array}{c} x_0 \\ \varphi[x_0/x] \\ \vdots \\ \psi \end{array}}}{\psi} \exists_e$$

$$\frac{\forall x \varphi}{\varphi[t/x]} \forall_e$$

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} x_0 \\ \vdots \\ \varphi[x_0/x] \end{array}}}{\forall x \varphi} \forall_i$$

1. Universal Afirmativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

1. Universal Afirmativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
2. Universal Negativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

# Enunciados Categóricos

1. Universal Afirmativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
2. Universal Negativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$
3. Particular Afirmativo:  $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$

# Enunciados Categóricos

1. Universal Afirmativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
2. Universal Negativo:  $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$
3. Particular Afirmativo:  $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
4. Particular Negativo:  $\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

# Exercício 1

Use os predicados:

$A(x, y)$ : x admira y

$B(x, y)$ : x assistiu y

$P(x)$ : x é um professor

$S(x)$ : x é um aluno

$L(x)$ : x é uma aula

para representar as seguintes sentenças em LPO:

1. Maria admira todos os professores.



# Exercício 1

Use os predicados:

$A(x, y)$ :  $x$  admira  $y$

$B(x, y)$ :  $x$  assistiu  $y$

$P(x)$ :  $x$  é um professor

$S(x)$ :  $x$  é um aluno

$L(x)$ :  $x$  é uma aula

para representar as seguintes sentenças em LPO:

1. Maria admira todos os professores.
2. Maria não admira os monitores.

# Exercício 1

Use os predicados:

$A(x, y)$ :  $x$  admira  $y$

$B(x, y)$ :  $x$  assistiu  $y$

$P(x)$ :  $x$  é um professor

$S(x)$ :  $x$  é um aluno

$L(x)$ :  $x$  é uma aula

para representar as seguintes sentenças em LPO:

1. Maria admira todos os professores.
2. Maria não admira os monitores.
3. Maria admira a si mesma.

# Exercício 1

Use os predicados:

$A(x, y)$ :  $x$  admira  $y$

$B(x, y)$ :  $x$  assistiu  $y$

$P(x)$ :  $x$  é um professor

$S(x)$ :  $x$  é um aluno

$L(x)$ :  $x$  é uma aula

para representar as seguintes sentenças em LPO:

1. Maria admira todos os professores.
2. Maria não admira os monitores.
3. Maria admira a si mesma.
4. Algum professor admira Maria.

# Exercício 1

Use os predicados:

$A(x, y)$ :  $x$  admira  $y$

$B(x, y)$ :  $x$  assistiu  $y$

$P(x)$ :  $x$  é um professor

$S(x)$ :  $x$  é um aluno

$L(x)$ :  $x$  é uma aula

para representar as seguintes sentenças em LPO:

1. Maria admira todos os professores.
2. Maria não admira os monitores.
3. Maria admira a si mesma.
4. Algum professor admira Maria.
5. Nenhum aluno assistiu todas as aulas.

# Exercício 1

Use os predicados:

$A(x, y)$ :  $x$  admira  $y$

$B(x, y)$ :  $x$  assistiu  $y$

$P(x)$ :  $x$  é um professor

$S(x)$ :  $x$  é um aluno

$L(x)$ :  $x$  é uma aula

para representar as seguintes sentenças em LPO:

1. Maria admira todos os professores.
2. Maria não admira os monitores.
3. Maria admira a si mesma.
4. Algum professor admira Maria.
5. Nenhum aluno assistiu todas as aulas.
6. Nenhuma aula foi assistida por nenhum aluno (ficou vazia).

## Exercício 2

Prove os seguintes sequentes:

- $\forall x A(x) \vdash A(c) \wedge A(d)$

## Exercício 2

Prove os seguintes sequentes:

- $\forall x A(x) \vdash A(c) \wedge A(d)$
- $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \vdash \forall x B(x)$

## Exercício 2

Prove os seguintes sequentes:

- $\forall x A(x) \vdash A(c) \wedge A(d)$
- $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \vdash \forall x B(x)$
- $\exists x P(x) \rightarrow Q(c) \vdash \forall x (P(x) \rightarrow Q(c))$