

10737136

PEDRO GIGECK FREIRE

EXERCÍCIO EM CLASSE 11

TERMO DE COMPROMETIMENTO

Eu me comprometo a manter uma conduta ética e adequada durante a realização desta tarefa. Exemplos de conduta inadequada são fornecer e/ou receber auxílio de outras pessoas, consultar material não autorizado, entre outras.

Pedro Gigeck Freire

4 bolas verdes e 4 bolas azuis são distribuídas em 2 urnas de ~~qualquer~~ modo que cada urna contenha 4 bolas.

Digamos que o sistema está no estado  $i$  se a primeira urna contém  $i$  bolas azuis.

A cada passo uma bola é retirada de cada urna e são trocadas.

(a) Explique por que  $\{X_n\}$  é uma cadeia de Markov e determine a matriz de p.d.t.

$\{X_n, n=0,1,2,\dots\}$  é uma cadeia de Markov, ou seja

$$P(X_{n+1}=j | X_n=i) = P(X_{n+1}=j | X_0=i_0, X_1=i_1, \dots, X_n=i)$$

Pois a probabilidade do sistema ir para um estado  $j$  depende apenas do estado atual, e não do histórico do sistema, isto é, se estamos no estado  $i$  não importa como chegamos nele.

A matriz de probabilidade de transição é dada calculando cada  $P_{ij}$ .

$$P_{ij} = P(X_{n+1}=j | X_n=i) = \begin{cases} 0 & \text{se } |j-i| > 1 \\ \frac{j}{4} \cdot \frac{i}{4} + \frac{(4-j)}{4} \cdot \frac{(4-i)}{4}, & \text{se } i=j \quad (\text{ou escolhe 2 azuis ou 2 verdes}) \\ \frac{j}{4} \cdot \frac{(4-i)}{4} & \text{se } j=i-1 \\ \frac{(4-j)}{4} \cdot \frac{i}{4} & \text{se } j=i+1 \end{cases}$$

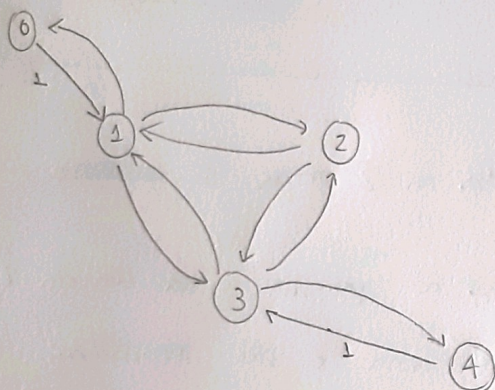


Logo

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3/16 & 10/16 & 3/16 & 0 & 0 \\ 0 & 2/16 & 8/16 & 4/16 & 0 \\ 0 & 0 & 3/16 & 10/16 & 3/16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

b) Classifique os estados e especifique os períodos

Vamos desenhar o diagrama



Todos os estados são recorrentes

Para achar o período, vamos analisar o estado 1.

Podemos voltar ao estado 1 em 2 passos, 4 passos, 6 passos, ...

Portanto os estados são A periódicos

E a cadeia é irredutível.