MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Pedro Gigeck Freire **Número USP:** 10737136

Assinatura

Pedro Gigeck Freire

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: ES2 **Data:** 06/06/2018

SOLUÇÃO

(i) Sabemos $c|x$ e $c|y$ e $c|b$

Vamos supor que exista um $b' \in \mathbb{Z}$ tq $b' \neq b$, $c|b'$, $b'|x$ e $b'|y$.

Isto é suponha que existam dois divisores brilhantes distintos de x e y.

Porém, como b é um divisor comum de x e y então tomamos $c = b$ e temos que $b|b'$. Agora como b' também é divisor de x e y, tomamos $c = b'$ e temos que $b'|b$. Portanto, $b = b'$. O que é uma contradição.

Assim existe no máximo 1 divisor brilhante de x e y. $\square$

(ii) Sabemos que se existe pelo menos um c tq $c|x$ e $c|y$ então tomamos $b = c$ e temos que c é um divisor brilhante de x e y, pois $c|c$.

Sabemos, também, que $1|x$ e $1|y$ $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Assim, tomamos $c = 1$, então existe pelo menos 1 divisor brilhante. Mas, por (i) sabemos que há no máximo 1. Portanto, para quaisquer x e y, existe apenas 1 divisor brilhante. $\square$

(iii) Como este número é dividido por quaisquer outros fatores comuns de x e y, é trivial que ele seja o maior deles. Portanto usualmente o chamamos de <u>máximo divisor comum</u> (mdc).

Index of comments

1.1 O divisor brilhante precisa ser divisível por todos os outros divisores comuns, portanto não basta tomar b como sendo um divisor comum qualquer.