

PEDRO GIGECK 10737136

07/06/2021

## EXERCÍCIO EM CLASSE 07

Eu me comprometo a manter uma conduta ética e adequada durante a realização desta atividade. Exemplos de conduta inadequada são: faltar a/ou receber auxílio de outras pessoas, consultar material não autorizado (que não consta na página do curso ou na literatura recomendada), entre outras.

---

 Pedro Gigek Freire

Para  $0 < p < 1$  e  $a, b$  inteiros positivos. Considere  $X \sim \text{binomial}(a, p)$  e  $Y \sim \text{binomial}(b, p)$ , com  $X$  e  $Y$  independentes

a) Determine a distribuição de probabilidade de  $T = X + Y$

Podemos usar a função geradora de momentos de  $X$  e  $Y$ , que

$$M_X(t) = (q + pe^t)^a \quad \text{e} \quad M_Y(t) = (q + pe^t)^b \quad \text{respectivamente (com } q = 1 - p \text{)}$$

usando a proposição nesta em aula que diz que

$$M_{X+Y}(t) = M_{X,Y}(t) = M_X(t) \cdot M_Y(t) \quad , \text{ pois } X \text{ e } Y \text{ são indep.}$$

$$= (q + pe^t)^a \cdot (q + pe^t)^b = (q + pe^t)^{a+b}$$

Logo, a função geradora de momentos caracteriza a  $N(a+b, p)$ , isto é,  $T \sim \text{Binomial}(a+b, p)$ .

b) Calcule a distribuição condicional de  $Y$  dado que  $X+Y = n$ .

Queremos calcular

$$P(Y=y | T=n) = P(Y=y | X=n-Y)$$

$$= \frac{P(Y=y, X=n-Y)}{P(X=n-Y)}$$

$$= \frac{\binom{n}{y} p^y q^{n-y} \cdot \binom{n}{n-y} p^{n-y} q^y}{\binom{n}{n-y} p^{n-y} q^y}$$