MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Pedro Gigeck Freire **Número USP:** 10737136

Assinatura

Pedro Gigeck Freire

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E73 **Data:** 04/07/2018

SOLUÇÃO

(i) Queremos provar que para uma sequência infinita de naturais $x_1, x_2, x_3, \dots$ existem $a < b$ tais que $x_a \leqslant x_b$.

Isto é, dado um certo a, existe um $b > a$ tal que $x_a \leq x_b$. Isto é claro, pois se não existir nenhum x_b menor que x_a, então x_a é maior que todos os infinitos x_b's que vêm depois na sequência, mas, não existem infinitos números menores que um certo x_a no universo dos naturais, todos os x_b's menores que x_a pertencem a $\{x_a - 1, x_a - 2, \dots, 0\}$. Portanto, por absurdo, existe algum b tal que $x_b \geqslant x_a$.

(ii) Temos um certo $x_a \subset \mathbb{N}^2$, seja $x_a = \{x_{a1}, x_{a2}\}$, podemos tomar $Y = \{x_{a1}+1, x_{a2}+n\}$ como uma família de conjuntos, para $n \in \mathbb{N}$, temos que todo $y \in Y$ é tal que $x_a \preceq y$.

Sabemos ainda, que existem infinitos $y \in Y$, pois existem infinitos n's.

Assim, existem infinitos $x_b \subset \mathbb{N}^2$ tq $x_a \preceq x_b$.

Sabemos que existem finitos números naturais menores que a.

Então, dentre os infinitos x_b que satisfazem P_k, pelo menos um deles se encontra posterior a x_a. então $\exists\, b > a$ tq $x_a \preceq x_b$.

(iii) Analogamente a (ii), podemos tomar $x_a = \{x_{a1}, x_{a2}, \dots, x_{ak}\} \subset \mathbb{N}^k$, e $Y = \{x_{a1}+1, x_{a2}+1, \dots, x_{ak}+n\}$ como uma família de infinitos conjuntos em função de $n \in \mathbb{N}$.

Com o mesmo argumento, existem finitos x_i anteriores a x_a e infinitos x_b tais que $x_a \preceq x_b$, logo, ao menos um deles é tal que $b > a$. $\square$