MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Pedro Gigeck Freire **Número USP:** 10737136

Assinatura

Pedro Gigeck Freire

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E10 **Data:** 28/03/2018

SOLUÇÃO

(i) $\neg p = (\exists x, y \in \mathbb{R})(x < y \Rightarrow (\nexists z \in \mathbb{R})(x < z < y))$ ou, $(\exists x, y \in \mathbb{R})(x < y \Rightarrow (\forall z \in \mathbb{R})(x \geq z \geq y))$

(ii) p = Para quaisquer x e y reais, sendo x menor que y, então existe pelo menos um z real que seja maior que x e menor que y. Ou, em outras palavras, entre dois números reais, sempre existe um terceiro real "entre" eles.

$\neg p$ = Existe ao menos um x e um y reais tais que, se x menor que y, não existe qualquer real z que seja maior que x e menor que y. Em outras palavras, existem dois reais consecutivos, sem nenhum outro número entre eles.

(iii) A afirmação p é verdadeira (como será demonstrado abaixo), logo, a afirmação $\neg p$ é falsa.

Demonstração: Sejam x e y reais. Suponha $x < y$.

Vamos provar que existe um z real tal que $x < z < y$, considerando que z é a média aritmética de x e y.

$$\begin{cases} x < z \\ z < y \end{cases}, \quad z = \frac{x+y}{2} \iff \begin{cases} x < \frac{x+y}{2} \iff 2x < x+y \iff x < y \\ \frac{x+y}{2} < y \iff x+y < 2y \iff x < y \end{cases}$$

Portanto $x < z < y$ é verdadeiro pois $x < \frac{x+y}{2} < y$

$\square$

Index of comments

1.1 (x < y) ? (?z ? ?) ((x ? z) ? (z ? y))