

MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: PEDRO GIGECK FREIRE

Número USP: 10737136

Assinatura

PEDRO GIGECK FREIRE

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E20

Data: 11/04/2018

SOLUÇÃO

CONSIDEREMOS QUE $|A \cap B| = \sum_{x \in X} I_{A \cap B}(x)$

SEGUE QUE

$$\frac{1}{2^{2n}} \sum_{A \subset X} \sum_{B \subset X} \sum_{x \in X} I_{A \cap B}(x) = \frac{1}{2^{2n}} \sum_{x \in X} \left[\sum_{A \subset X} \sum_{B \subset X} I_{A \cap B}(x) \right] \Rightarrow \text{QUANDO } x \text{ PERTENCE A } A \cap B$$

OBSERVAMOS, PORÉM, QUE x SÓ ESTARÁ PRESENTE EM $A \cap B$ QUANDO ESTIVER PRESENTE EM A (METADE DOS CASOS) E EM B (METADE DOS CASOS), OU SEJA

$$2^{n-1} \cdot 2^{n-1} = 2^{2(n-1)}$$

Assim, obtemos que a MÉDIA DAS CARDINALIDADES DE $A \cap B$ É

$$\frac{1}{2^{2n}} \sum_{x \in X} 2^{2(n-1)} \Rightarrow \frac{1}{2^{2n}} n 2^{2(n-1)} \Rightarrow n 2^{2(n-1)-2n} \Rightarrow \frac{n}{4}$$

há n x em X