

S/S ☺

MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: PEDRO GIGECK FREIRE

Número USP: 10737136

Assinatura

PEDRO GIGECK FREIRE

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: 53

Data: 21/03/2018

SOLUÇÃO

$$(\forall x \in \mathbb{Z} \nexists k \in \mathbb{Z} \text{ t.q. } x^2 = 3k+2)$$

SEJA x um inteiro

$$\begin{aligned} \text{Suponha que } S &= \{x : x = 3y, \text{ PARA } y \in \mathbb{Z}\}, \\ R &= \{x : x = 3y + 1, \text{ PARA } y \in \mathbb{Z}\} \text{ e} \\ T &= \{x : x = 3y + 2, \text{ PARA } y \in \mathbb{Z}\}. \end{aligned}$$

Note que $\mathbb{Z} = S \cup R \cup T$

VAMOS PROVAR QUE QUALQUER x^2 NÃO É DA FORMA $3k+2$, PARA k INTEIRO.

(1) Se $x \in S$, $x^2 = 9y^2$, logo x^2 É UM MÚLTIPLO DE 3 QUE NÃO PODE SER ESCRITO NA FORMA $3k+2$.

(2) Se $x \in R$, $x^2 = (3y+1)^2 = 9y^2 + 6y + 1 = 3(3y^2 + 2y) + 1$, logo $x^2 \in R$, SENDO NA FORMA $3y+1$ E NÃO PODE SER DA FORMA $3k+2$.

(3) Se $x \in T$, $x^2 = (3y+2)^2 = 9y^2 + 12y + 4 = 3(3y^2 + 4y + 3) + 1$, logo $x^2 \in R$, SENDO NA FORMA $3y+1$.

Assim, PARA qualquer x , $x^2 \notin T$ E NÃO PODE SER ESCRITO NA FORMA $3k+2$