MAC 0210 · LISTA 2

QUESTÃO 2

Seja $(\hat{x}_0, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_k)$ uma permutação das abscissas $(x_0, \dots, x_k)$.

Mostre que

$$f[\hat{x}_0, \dots, \hat{x}_k] = f[x_0, \dots, x_k]$$

Vamos considerar o polinômio interpolador de grau k que passa por esses $k+1$ pontos, montado pelo método de Newton

$$p(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + \dots + c_k \prod_{i<k} (x - x_i)$$

A k-ésima derivada $p^{(k)}(x) = c_k = f[x_0, \dots, x_k]$

Mas, sabemos que este polinômio $p(x)$ é único!

Portanto, ao montarmos um polinômio interpolador $\hat{p}(x)$ que passa pelos $\hat{x}_0, \dots, \hat{x}_k$ e tem grau k saberemos que $\hat{p}(x) = p(x)$

Portanto, se $\hat{p}(x) = \hat{c}_0 + \dots + \hat{c}_k \prod_{i<k} (x - \hat{x}_i)$, $\hat{p}^{(k)}(x) = \hat{c}(k)$

então $p(x) = \hat{p}(x) \Rightarrow p^{(k)}(x) = \hat{p}^{(k)}(x) \Rightarrow c_k = \hat{c}_k \Rightarrow$

$$f[x_0, \dots, x_k] = f[\hat{x}_0, \dots, \hat{x}_k] \blacksquare$$