

MAC239 Introdução à Lógica e Verificação de Programas

Exercício Programa 1

3 de outubro de 2018

1 Introdução

Sudoku é um jogo para um jogador, que tem por objetivo colocar um único número, de 1 a 9, nas casas vazias de uma grade 9x9 dividida em 9 regiões, de maneira que não sejam repetidos números nas linhas, colunas e regiões dessa grade. A grade já começa com alguns valores iniciais, ou seja, algumas de suas casas previamente preenchidas.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Tabela 1: Exemplo de Sudoku em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Sudoku>

2 O problema

Trataremos Sudokus menores, com grade 4x4. O problema que queremos resolver é o de, dado um Sudoku, encontrar uma solução correta para ele. Nossa modelagem enumerará as casas da grade do Sudoku assim como é costumeiro enumerar as entradas de uma matriz e os valores que preencherão a grade são 0, 1, 2 e 3.

00	01	02	03
10	11	12	13
20	21	22	23
30	31	32	33

(a) Entradas na grade

2			
	3	2	1
1			
	2	1	

(b) Exemplo de Sudoku

2	1	0	3
0	3	2	1
1	0	3	2
3	2	1	0

(c) Exemplo de solução

Tabela 2: Sudokus com grade 4x4

Esse problema deverá ser resolvido usando Lógica Proposicional Clássica, sendo que, dado um Sudoku como entrada, é gerada uma fórmula CNF, de forma que toda valoração que satisfaz essa fórmula codifica uma maneira de preencher corretamente a grade. Na CNF deverão ser usadas 64 variáveis proposicionais x_{ij}^k , $i, j, k \in \{0, 1, 2, 3\}$, significando que a casa ij da grade é completada com o número k .

3 Código

O arquivo `sudoku.py`, fornecido com este exercício programa, deve ser completado no espaço indicado pelos comentários. Se completado corretamente, ao rodar, `sudoku.py` lerá o arquivo `testes.txt`, que possui, em cada linha, a codificação de um Sudoku e, depois, imprimirá na tela as soluções de cada um deles. `sudoku.py` entra em um *loop* em que, em cada iteração, uma linha de `testes.txt` está em uma *string* na variável `sudoku`. O espaço entre os comentários deverá ser o **único a ser alterado** e deverá conter o código que, em cada iteração, define a variável `cnf` com uma fórmula CNF que resolve corretamente o Sudoku codificado em `sudoku` na iteração em questão. A CNF pode ser muito grande e por isso queremos gerá-la por um programa que implementa as regras básicas do jogo.

Cada linha de `testes.txt` estará na forma como a de

```
0 0 2;1 1 3;1 2 2;1 3 1;2 0 1;3 1 2;3 2 1;;
```

Cada grupo de três inteiros separados por `;` representam, em ordem, a linha i , a coluna j e o valor k como valor inicial de um Sudoku. O último valor inicial termina por `;;`. A linha dada no exemplo acima codifica o Sudoku da Tabela 2b.

Este exercício programa acompanha um arquivo `testes.txt` como exemplo e você pode, e é encorajado, a alterá-lo para fazer seus próprios testes.

O código está em Python e faz uso da biblioteca `satisfpy`, que é uma interface para alguns SAT solvers, inclusive o `MiniSat`. O `MiniSat` é fornecido com este exercício programa e pode ser compilado e instalado no Linux em `/bin`, para que seja encontrado pela biblioteca `satisfpy`, que também é fornecida.

Com `satisfpy`, uma variável proposicional x pode ser definida e armazenada em uma variável `var` de Python por `var = Variable('nome')`. No arquivo `sudoku.py`, as 64 variáveis proposicionais disponíveis para este problema são alocadas nas entradas da matriz tridimensional `x`, de forma que x_{ij}^k está em `x[i][j][k]`. Ainda, uma CNF pode ser definida e armazenada em uma variável de Python simplesmente operando as variáveis proposicionais com os operadores `&`, `|` e `-`, de forma que o comando

```
cnf = ( -x[0][3][2] | x[2][1][0] ) & ( x[1][1][1] | -x[1][2][2] )
```

armazena em `cnf` a fórmula proposicional $(\neg x_{03}^2 \vee x_{21}^0) \wedge (x_{11}^1 \vee \neg x_{12}^2)$.

4 Entrega

Entregue o código com sua versão modificada do exercício programa e um arquivo em PDF, de no máximo 2 páginas, explicando suas CNFs, em um arquivo zip. O nome do arquivo zip deve seguir a seguinte regra: se seu nome for Fulano Ciclano Beltrano, o nome do arquivo deve ser: `fulano_ciclano_beltrano.zip`.