MAC 0331

Geometria Computacional

Pedro Gigeck Freire

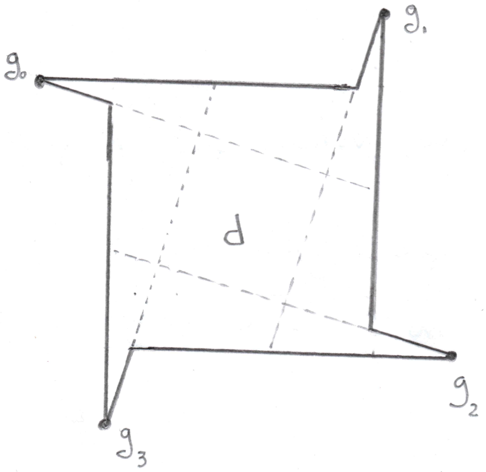
10737136

23/03/2020

Lista 2

$\boxed{1}$ Construa um polígono P e disponha guardas em P de tal forma que os guardas vêem todos os pontos de ∂P, mas existem pontos em P que não são vistos / cobertos pelos guardas.

O truque é colocar os guardas em cantos espremidos, de modo que eles vêem toda a parede, mas nada muito além dela.



Nesse polígono, os guardas g_0, g_1, g_2, g_3 vêem todas as paredes (∂P) mas não vêem os pontos em d no interior do polígono.

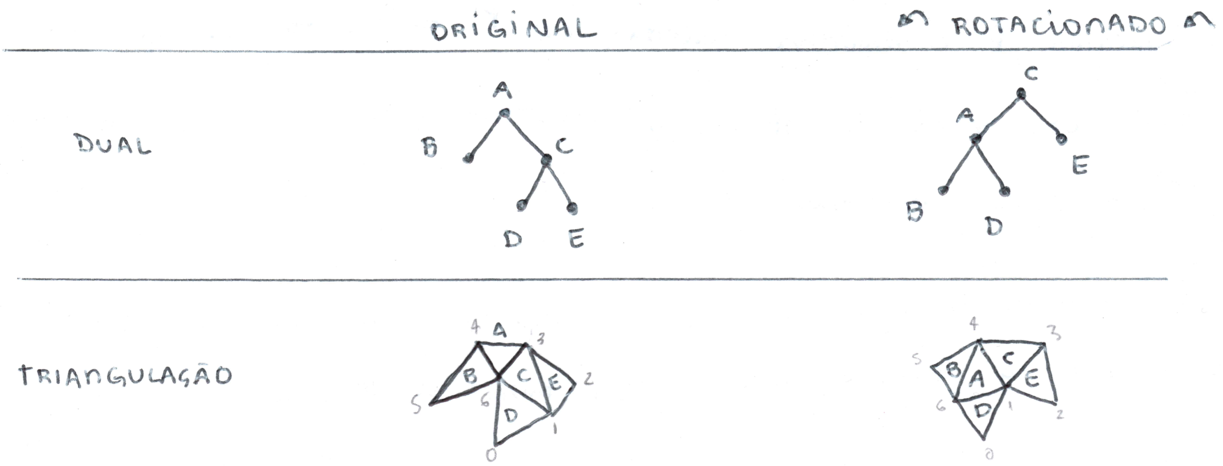
$\boxed{12}$ Para aqueles que conhecem a operação de rotação para manter o balanceamento de árvores binárias de busca. Interprete a operasção de rotação em termos de triangulação de polígonos.

Podemos associar a triangulação de um polígono ao seu dual, como descrito no Ex 8. Vamos assumir que o dual é uma árvore binária

(Estarei anexando minha solução do exercício 8 aqui, ela não está muito formal mas entendo que não faz parte desse exercício)

[redacted]

Vamos entender, primeiro com um caso pequeno, o que acontece quando rotacionamos um dual:



Interpretando a rotação na triangulação, vemos que a gente troca vários triângulos de lugar; o triangulo C, que agora é a raiz da árvore, deixou de ter 3 'vizinhos' para ter só 2, e o vizinho sobrando (D) foi para o outro lado do polígono.

Assim como as folhas do dual poderiam ser subárvores, esses triângulos poderiam ser partes do polígono maiores.

Em suma, rotacionar o Dual significaria trocar parte do polígono de lado, tirar de uma diagonal e "grudar" em outra, como pudemos no desenho acima .

$\boxed{13}$ O professor Sperto propôs uma alteração para prova do Lema 6 (meister). Ele sugeriu que o vértice t, escolhido na demonstração, fosse um vértice tal que a distância entre u e t fosse mínima e afirmou que escolhendo t dessa maneira ut é uma diagonal do Polígono P. O professor conseguiu dar um palpite certo dessa vez?

ANTES, VAMOS RELEMBRAR O LEMA, E POR OS pingos nos is:

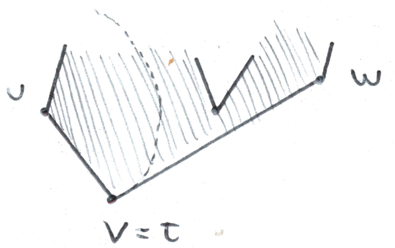
Queremos achar uma diagonal, então escolhemos o vértice mais pra baixo do polígono (com menor y) e chamamos de v, se houver empate pegamos o mais a ESQUERDA.

V tem dois vizinhos: U, mais a esquerda, e w, mais a DIREITA.

No caso em que uw não é uma diagonal, procuramos por um vértice t para ser a OUTRA ponta da diagonal.

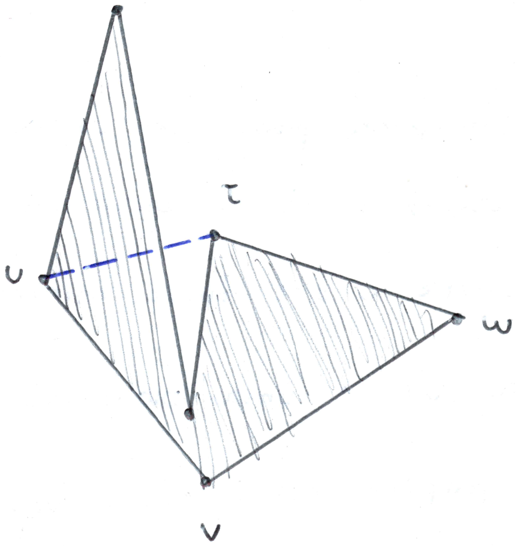
Agora, vamos analisar a proposta do professor Sperto:

Primeiramente, o vértice t escolhido poderia ser o V, se V e U estiverem próximos:



Nesse caso, uw não é diagonal e o professor escolheria o vértice v, incorretamente !! ⌒

Se o professor Sperto lembrar de conferir se t = V, AINDA ASSIM PODERIA ESCOLHER UM VÉRTICE ERRADO, como no seguinte caso:

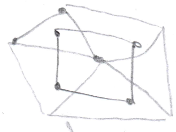


Infelizmente, não foi dessa vez que o professor Sperto conseguiu. ^^

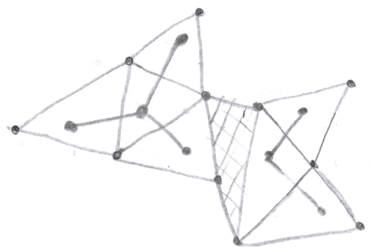
⑧ O DUAL DE UMA TRIANGULAÇÃO T DE UM polígono P é um grafo com um vértice associado a cada triângulo T e uma aresta ligando dois vértices se e só se os triângulos correspondentes tem um lado em comum.

Prove que o dual D de uma Triangulaçao é uma árvore. (Grafo conexo sem ciclos)

Se D fosse cíclico haveria um vértice no meio do polígono



(Intuição: Se D é desconexo, entao a triangulaçao tem um quadrado)



Provar que D é conexo:

- Toda aresta do polígono é a aresta de apenas 1 triângulo de T.

  Os vértices dos triângulos são os do polígono, se uma aresta estivesse entre 2 triangulos, então a aresta estaria dentro do polígono, o que é uma contradição, pois a borda iria se intersectar.

- Seja A uma aresta do polígono e D(A) o vértice de D que corresponde ao triângulo com a aresta A.

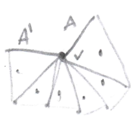
- Se A e A' sao adjacentes, então existe um caminho entre D(A) e D(A')

  - A e A' compartilham um vértice V do polígono

    Se o vértice v não faz parte de uma diagonal, A e A é uma orelha e D(A) = D(A'), entao existe o caminho.

    Se v faz parte de m diagonais, a primeira diagonal preenche o triangulo de A e a última o triangulo de A'.

    Todas as diagonais intermediárias fazem parte de outros triângulos



Isso implica num caminho entre D(A) e D(A')

Como todas as arestas do polígono sao conexas, então D é conexo.