

S/S

MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO  
FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: PEDRO GIGECK FREIRE

Número USP: 10137136

Assinatura

PEDRO GIGECK FREIRE

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: 58

Data: 23/05/18

SOLUÇÃO

Seja  $c = \text{mdc}(m+1, n+1)$ .

Vamos provar que  $c \mid mn-1$ .

Sabemos por definição que  $c \mid m+1$  e  $c \mid n+1$ , logo, existem  $q, k \in \mathbb{Z}$  T.q

$$(*) \quad m+1 = qc \quad \text{e} \quad n+1 = kc$$

~~Assim, temos que:~~

~~Assim,~~

Multiplicando as duas igualdades, obtemos:

$$(m+1)(n+1) = c^2 kq \Rightarrow mn + m + n + 1 = c^2 kq$$

Agora, subtrairemos  $(m+n+1)$ , obtendo  $mn-1 = c^2 kq - (m+1+n+1)$ .

$$\text{Segue de } (*) \quad mn-1 = c^2 kq - qc - kc = c(ckq - q - k)$$

Portanto  $mn-1$  é um múltiplo de  $c$ , o que implica que

$$c \mid mn-1 \Rightarrow \text{mdc}(m+1, n+1) \mid mn-1$$