5/5

MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: PEDRO GIGECK FREIRE **Número USP:** 10737136

Assinatura

PEDRO GIGECK FREIRE

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: S5 **Data:** 11/04/2018

SOLUÇÃO

Usamos indução em n. Se $n = 01$, então $\sum_{1 \leq k \leq 1} 1/k^2 \leq 2 - 1/1$ é verdadeiro $(1 \leq 1)$. Assim, de fato, $\sum_{1 \leq k \leq n} (1/k^2) \leq 2 - 1/n$ neste caso.

Seja agora $n \geq 2$. Suponha que sabemos que a desigualdade vale para $n-1$.

Temos: $\sum_{1 \leq k \leq n-1} 1/k^2 \leq 2 - 1/(n-1)$ $(*)$

Segue de $(*)$: $\sum_{1 \leq k \leq n-1} 1/k^2 + 1/n^2 \leq 2 - 1/(n-1) + 1/n^2 \Rightarrow \sum_{1 \leq k \leq n} 1/k^2 \leq 2 - \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow$

$$\sum_{1 \leq k \leq n} 1/k^2 \leq 2 - \left(\frac{n^2 - (n-1)}{n^2(n-1)}\right) \Rightarrow \sum_{1 \leq k \leq n} 1/k^2 \leq 2 - \left(\frac{n(n-1)+1}{n(n-1)n}\right) \Rightarrow$$

$$\sum_{1 \leq k \leq n} 1/k^2 \leq 2 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3 - n^2} \Rightarrow \sum_{1 \leq k \leq n} 1/k^2 \leq 2 - 1/n$$

O resultado segue pelo princípio de indução. $\square$