MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Pedro Gigeck Freire **Número USP:** 10737136

Assinatura

Pedro Gigeck Freire

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E40 **Data:** 16/05/2018

SOLUÇÃO

(i) Código em Python 3.6 em anexo.

(ii) A representação egípcia de 5/121 obtida foi

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{757} + \frac{1}{763309} + \frac{1}{873960180913} + \frac{1}{1527612795642093418846225}$$

(iii) Conforme sugerido, vamos provar que o valor de m apenas decresce.

Pela definição, o "novo" m será $mq - n$ pois $\frac{m}{n} - \frac{1}{q} = \frac{mq-n}{nq}$ e o m é sempre o valor do numerador. Assim temos que provar que

$m > mq - n$. Dividindo, por m, segue

$1 > q - \frac{n}{m}$ Como $q = \lceil \frac{n}{m} \rceil$, temos, pela definição da função $\lceil x \rceil$

$$\frac{n}{m} \leq \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil < \frac{n}{m} + 1 .$$

Reajustando a inequação, temos $1 + \frac{n}{m} > q \Rightarrow \lceil \frac{n}{m} \rceil < \frac{n}{m} + 1$, o que é verdade, então a "função" tem um fim.

Agora, analisando os valores de $q = \lceil \frac{n}{m} \rceil$, já vimos que m é estritamente decrescente, além disso, como $n' = nq$, sendo n' o "novo" valor de n e $q > 1$ pois $n > m$, já que $\frac{m}{n} < 1$; então n é estritamente crescente.

Assim, o programa gera q dististintos e crescentes. $\square$