

MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO
FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: PEDRO GIGER FREIRE

Número USP: 10737136

Assinatura

PEDRO GIGER FREIRE

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Data: 23/05/2018

Exercício: E47

SOLUÇÃO

1.1

(i) Vamos provar por indução em t .

Base: $t=3$. Temos que $P_3=0$, POR DEFINIÇÃO, logo $P_1 = P_2 q_1 + P_3 = q_1 P_2$

$P_1 \cdot P_2 = q_1 P_2^2$ E O RESULTADO SEGUIE.

Suponha agora $t > 03$ e que a equação vale para valores menores que t .

Sabemos que o P_t É O ÚLTIMO ELEMENTO DA SEQUÊNCIA E VALE 0

Assim, TEMOS

$$P_1 \cdot P_t = q_1 P_2^2 + P_2 P_3 = q_1 P_2^2 + q_2 P_3^2 + \dots + q_{t-2} P_{t-1}^2 + P_t = \sum_{k=1}^{t-2} (q_k P_{k+1}^2) + P_t$$

$$\text{Agora, percebemos que } \sum_{k=1}^{t-2} q_k P_{k+1}^2 + P_t = \sum_{k=1}^{t-3} q_k P_{k+1}^2 + \underbrace{q_{t-2} P_{t-1}^2 + P_t}_{(*)}$$

$$\text{E que } P_{t-2} = q_{t-2} P_{t-1} + P_t \quad (*)$$

Mas, para valores menores que t , TEMOS que $P_{t-1} = 0$, logo $(*) = (**) = 0$.
Então, para valores $< t$, de fato $P_1 P_2 = \sum_{k=1}^{t-3} q_k P_{k+1}^2$, E O RESULTADO SEGUIE.

O RESULTADO SEGUIE pelo princípio da indução.

(ii)

2.1

$$P_2 \begin{array}{|c|} \hline P_1 P_2 \\ \hline P_1 \\ \hline \end{array} = P_2 \begin{array}{|c|c|} \hline q_1 P_2^2 & P_2 P_3 \\ \hline q_1 P_2 + P_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline q_1 P_2^2 & q_2 P_3^2 \\ \hline P_3 P_4 & \\ \hline P_3 \\ \hline \end{array} \quad P_2 = q_2 P_2 + P_3$$

E ASSIM SUCESSIVAMENTE ATÉ chegar em algum $P_{r-2} = 0$ e haver algo da forma

$$\begin{array}{|c|} \hline q_1 P_2^2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline q_2 P_3^2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline q_3 P_4^2 \\ \hline \end{array} + \dots + \begin{array}{|c|} \hline q_{r-2} P_{r-1}^2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline P_1 \times P_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\sum_{k=1}^{r-2} q_k P_{k+1}^2 = P_1 P_2$$

Index of comments

- 1.1 Dado a e b , o valor de t é fixo; você precisaria mudar a sequência para poder fazer esse tipo de indução.
- 2.1 Pela definição de q , o lado esquerdo sempre será maior que o lado direito.