

# MAC239 Introdução à Lógica e Verificação de Programas

## Lista de Exercícios 3

1. Use os predicados:

- $V(x, y)$ :  $x$  vence  $y$   
 $F(x)$ :  $x$  é um clube de futebol  
 $C(x)$ :  $x$  é o campeão  
 $G(x, y)$ :  $x$  é goleiro do clube  $y$

e as constantes:

- $p$ : Palmeiras  
 $c$ : Corinthians

para formalizar as seguintes sentenças na linguagem da Lógica de Primeira Ordem.

- (a) Todo clube de futebol tem, ao menos, um goleiro.
- (b) Se o Corinthians vencer todos os outros clubes, será o campeão.
- (c) O Palmeiras tem mais de um goleiro.
- (d) Todo clube que vence o Palmeiras, também vence o Corinthians.

2. Para os seguintes sequentes, demonstre sua validade usando dedução natural ou refute-o.

- (a)  $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \vdash \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
- (b)  $\exists xP(x), \exists xQ(x) \vdash \exists x(P(x) \wedge Q(x))$
- (c)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \vdash \forall xP(x) \vee \exists xQ(x)$
- (d)  $\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \vdash \exists x(\neg(P(x) \wedge \neg Q(x)))$
- (e)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \vdash \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$

3. As regras do  $\wedge$  e  $\forall$  e do  $\vee$  e  $\exists$  são muito parecidas. Aproveite isso e mostre os seguintes sequentes usando dedução natural.

- (a)  $\neg(p \vee q) \vdash \neg p \wedge \neg q$
- (b)  $\neg\exists xP(x) \vdash \forall x\neg P(x)$

4. Mostre a seguinte consequência semântica.

$$\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \models \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$$

5. Um conjunto de sentenças é dito consistente se existe um modelo que satisfaz todas essas sentenças. Mostre que o seguinte conjunto de sentenças é consistente.

- $\forall x\neg S(x, x)$
- $\forall x\exists yS(x, y)$
- $\forall x\forall y\forall z(S(x, y) \wedge S(y, z) \rightarrow S(x, z))$