3/5

MAC105 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA A COMPUTAÇÃO

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Pedro Gigeck Freire **Número USP:** 10737136

Assinatura

Pedro Gigeck Freire

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: S4 **Data:** 04/04/2018

SOLUÇÃO

Vamos provar a afirmação por contradição.

Suponha que existe $\frac{a}{b}$ irredutível, $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, que soluciona a equação

$(*) = x^{10} + 2mx + 2n = 0$.

Assim, temos que $\left(\frac{a}{b}\right)^{10} + 2m\frac{a}{b} + 2n = 0 \iff \underline{a^{10} + 2mab^{9} + 2nb^{10} = 0}$

Consideramos agora as paridades de a e b, reescrevendo $(*)$ para

$a^{10} + 2(mab^{9} + nb^{10}) = 0$

<u>CASO 1:</u> a ímpar. Este caso implica que a^{10} ~~$= a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$~~ é ímpar e portanto $(*)$ é contraditória ~~(ímpar - par)~~.

<u>CASO 2:</u> a, b pares. Este caso viola a suposição de que $\frac{a}{b}$ é irredutível portanto não ocorre

<u>CASO 3:</u> a par, b ímpar. Este caso implica que $ma + nb$ é um inteiro, logo $a^{10} + 2b^{9}(ma + nb) = 0 \iff 2(ma + nb) = -\frac{a^{10}}{b^{9}}$. Assim temos que $-\frac{a^{10}}{b^{9}}$ é uma fração da forma $-\frac{2K}{2L+1}$ $\left(\frac{\text{PAR}}{\text{ÍMPAR}}\right)$. Portanto $-\frac{a^{10}}{b^{9}} \notin \mathbb{Z}$, pois $\frac{a}{b}$ é irredutível e $2(ma + nb) \in \mathbb{Z}$, o que é uma contradição.

pq isso implica isso?

Assim, em nenhum caso existe uma solução racional para $(*)$.