LISTA 2

MAC 0329 - ÁLGEBRA BOOLEANA E APLICAÇÕES

~~12.05/13~~ 10.55/13

NOME: PEDRO GIGECK FREIRE   NÚMERO USP: 10737136   DATA: 18/04/2018

02) PARA A DEFINIÇÃO DAS OPERAÇÕES, VAMOS CONSIDERAR QUE CADA ELEMENTO $a \in A$ DEFINE UM CONJUNTO P_a CONSTITUÍDO POR TODOS OS FATORES PRIMOS DE a, POR EXEMPLO, SE $a = 15$, $P_a = \{3,5\}$ (FATORAÇÃO $3 \cdot 5 = 15$).

ASSIM, PODEMOS DEFINIR A OPERAÇÃO + COMO:

$\boxed{a_1 + a_2 = a_3 \text{ TAL QUE } P_{a_3} = P_{a_1} \cup P_{a_2}}$. POR EXEMPLO;

$3 + 5 = a_3$, $P_{a_3} = \{3\} \cup \{5\} \Rightarrow P_{a_3} = \{3,5\} \Rightarrow \underline{a_3 = 15}$. $(MMC_{3,5})$

E A OPERAÇÃO $\cdot$ COMO:

$\boxed{a_1 \cdot a_2 = a_3 \text{ TAL QUE } P_{a_3} = P_{a_1} \cap P_{a_2}}$. POR EXEMPLO:

$15 \cdot 10 = a_3 \Rightarrow P_{a_3} = \{3,5\} \cap \{2,5\} = \{5\} \Rightarrow \underline{a_3 = 5}$. $(MDC_{15,10})$

E A OPERAÇÃO $\bar{\ }$ COMO:

$\boxed{\bar{a}_1 = a_2 \text{ TAL QUE } P_{a_2} = P_{a_1}^c}$. POR EXEMPLO:

$a_1 = 15 \Rightarrow P_{a_1} = \{3,5\} \Rightarrow P_{a_1}^c = \{2\} \Rightarrow \underline{\bar{a}_1 = 2}$. $(30/15)$

AS IDENTIDADES DAS OPERAÇÕES SÃO:

PARA $+ = 1$ POIS $P_1 = \emptyset$ E $P_a \cup \emptyset = P_a$.

PARA $\bullet = 30$ POIS $P_{30} = \{2,3,5\} =$ UNIVERSO E $P_a \cap$ UNIVERSO $= P_a$

PODEMOS MOSTRAR QUE $\underline{\langle A, +, \cdot, \bar{\ }, 1, 30 \rangle}$ É ÁLGEBRA BOOLEANA, POIS OS 4 AXIOMAS SÃO CONFERIDOS:

A1: $a_1 + a_2$ SÃO COMUTATIVOS POIS $\cup$ e $\cap$ SÃO COMUTATIVOS.
$a_1 \cdot a_2$

A2: $a_1(a_2 + a_3) = a_4$, $P_{a_4} = P_{a_1} \cap (P_{a_2} \cup P_{a_3}) = (P_{a_1} \cap P_{a_2}) \cup (P_{a_1} \cap P_{a_3}) \Rightarrow a_4 = a_1 a_2 + a_1 a_3$

$a_1 + a_2 a_3 = a_4$, $P_{a_4} = P_{a_1} \cup (P_{a_2} \cap P_{a_3}) = (P_{a_1} \cup P_{a_2}) \cap (P_{a_1} \cup P_{a_2}) \Rightarrow a_4 = (a_1 + a_2)(a_1 + a_3)$

A3 = $a_1 + 1 = a_1$
$a_1 \bullet 30 = a_1$

A4 = $a_1 + \bar{a}_1 = 30$ (UNIÃO DE COMPLEMENTARES)

$a_1 \cdot \bar{a}_1 = 1$ (INTERSEÇÃO DE COMPLEMENTARES)

05) d') Vamos partir da expressão:

$$\boxed{(x+y)(y+z)(\bar{x}+z)} \overset{\text{termo neutro}}{=} (x+y+0)(y+z+0)(\bar{x}+z+0) \overset{\text{definições de}}{=} (x+y+z\bar{z})(y+z+x\bar{x})(\bar{x}+$$

$$(x+y+z)(x+y+\bar{z})(y+z+x)(y+z+\bar{x})(\bar{x}+z+y)(\bar{x}+z+\bar{y}) \overset{\text{idempotência}}{=} (x+y+z)(x+y+\bar{z})(\bar{x}+z+y)(\bar{x}+z$$

$$= (x+y+\cancel{z\bar{z}})(\bar{x}+z+\cancel{y\bar{y}}) = \boxed{(x+y)(\bar{x}+z)}.$$

Revertendo a distributiva

□

algebricamente! − 1.5

e) $yx = zx \Rightarrow$ Este caso só ocorre se $y = z$ ou $y = x$, $z = 1$ ou $y = 1$, $z = x$ ou $y = 0$, $z = \bar{x}$ ou $y = \bar{x}$, $z = 0$.

$y\bar{x} = z\bar{x} \Rightarrow$ Este caso só ocorre se $y = z$ ou $y = x$, $z = 0$ ou $y = 0$, $z = x$ ou $y = 1$, $z = \bar{x}$ ou $y = \bar{x}$, $z = 1$.

A única condição onde ambas afirmações são verdadeiras é se $y = z$.

08) Sendo a operação do tipo $A^2 \longrightarrow A$, a tabela verdade tem a forma:

x	y		$\bar{a}x + a\bar{y}$	
0	0	$\bar{a}0+a1$	a	
0	1	$\bar{a}0+a0$	0	
0	a	$\bar{a}0+a\bar{a}$	0	
0	$\bar{a}$	$\bar{a}0+aa$	a	
1	0	$\bar{a}1+a1$	1	
1	1	$\bar{a}1+a0$	$\bar{a}$	
1	a	$\bar{a}1+a\bar{a}$	1 $\bar{a}$	−0.1
1	$\bar{a}$	$\bar{a}1+aa$	$\bar{a}$ 1	−0.1
a	0	$\bar{a}a+a1$	a	
a	1	$\bar{a}a+a0$	0	
a	a	$\bar{a}a+a\bar{a}$	0	
a	$\bar{a}$	$\bar{a}a+aa$	a	
$\bar{a}$	0	$\bar{a}\bar{a}+a0$	1	
$\bar{a}$	1	$\bar{a}\bar{a}+\bar{a}0$	$\bar{a}$	
$\bar{a}$	a	$\bar{a}\bar{a}+a\bar{a}$	$\bar{a}$	
$\bar{a}$	$\bar{a}$	$\bar{a}\bar{a}+aa$	1	

11) a), c), f) são produtos

12) a), c), f) são somas

13) a), b), f) são SOP

16) a) Através da tabela verdade, podemos escrever a função na forma POS:

$$f(a,b,c) = (a+b+\bar{c})(a+\bar{b}+c)(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+b+c)(\bar{a}+b+\bar{c})$$
$$(\bar{a}+\bar{b}+c)(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})$$

Continuação Lista 2
Pedro Gigeck Freire / 10737136

Mapa de Karnaugh $\sum m(0,2,3,6,7,8,9,10,13)$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1		1	1
01			1	1
11		1		
10	1	1		1

0X1X

X0X0

1X01

0 = 0000
2 = 0010
3 = 0011
6 = 0110
7 = 0111
8 = 1000
9 = 1001
10 = 1010
13 = 1101

$\bar{a}c + \bar{b}\bar{d} + a\bar{c}\bar{d}$ é uma das formas SOP possíveis.

27) $\sum m(0,2,8,12,13)$ $\quad \prod M(1,3,4,5,6,7,9,10,11,14,15)$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1			1
01				
11	1	1		
10	1			

-0.25
-0.25
indique

ab \ cd	00	01	11	10
00		0	0	
01	0	0	0	0
11			0	0
10		0	0	0

SOP: $\bar{a}\bar{b}\bar{d} + ab\bar{c} + a\bar{c}\bar{d}$

POS = $(b + \bar{d})(a + \bar{b})(\bar{a} + \bar{c})$ -0.25

Aqui podemos observar que a forma SOP possui duas portas OR, seis portas AND e consequentemente mais entradas (variáveis).

Já a forma POS possui duas portas AND e três portas OR, sendo mais "econômica" que a forma SOP.