

Exercício em Classe 12TERMO DE COMPROMETIMENTO

Eu me comprometo a manter uma conduta ética e adequada durante a realização desta tarefa. Exemplos de conduta inadequada são fornecer e/ou receber auxílio de outras pessoas, consultar material não autorizado, entre outros.

Pedro Gigeck Freire

16/07/21

3 guarda chucas - em casa ou no trabalho

Se está chovendo, a pessoa pega o guarda-chuva em casa (ou no trabalho) e leva pro trabalho (ou pro casa)

P = probabilidade de estar chovendo $0 < P < 1$ ($q = 1 - P$)

a) Defina uma cadeia de Markov com 4 estados ...

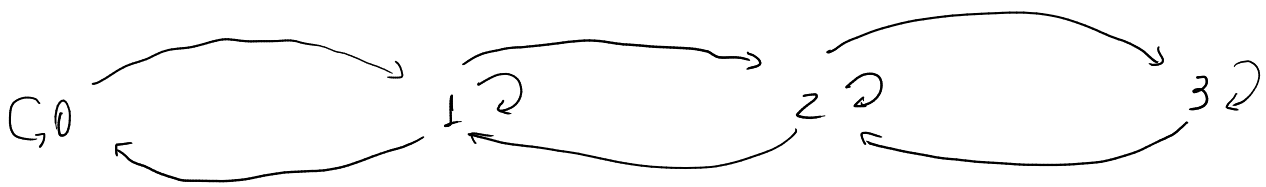
Vamos modelar os estados como sendo a quantidade de guarda-chuvas em casa. Ou seja o conjunto de estados é

$$S = \{0, 1, 2, 3\}$$

Portanto X_n representa a quantidade de guardachuvas em casa no INÍCIO DO DIA N (antes da pessoa sair de casa)

b) Determine a matriz de probabilidade

Vamos desenhar o diagrama de estados:



As probabilidades são:

$$P(X_{n+1} = 0 \mid X_n = 0) = q \quad (\text{não choveu na volta})$$

$$P(X_{n+1} = 1 \mid X_n = 0) = p \quad (\text{choveu na volta})$$

$$P(X_{n+1} = 1 \mid X_n = 1) = qq + pp = q^2 + p^2$$

$$P(X_{n+1} = 0 \mid X_n = 1) = pq$$

$$P(X_{n+1} = 2 \mid X_n = 1) = qp$$

$$P(X_{n+1} = 1 \mid X_n = 2) = pq$$

$$P(X_{n+1} = 2 \mid X_n = 2) = q^2 + p^2$$

$$P(X_{n+1} = 3 \mid X_n = 2) = qp$$

$$P(X_{n+1} = 2 \mid X_n = 3) = p$$

$$P(X_{n+1} = 3 \mid X_n = 3) = q$$

Então a matriz é.

$$P = \begin{pmatrix} q & p & & & \\ pq & q^2 + p^2 & pq & & \\ & pq & q^2 + p^2 & pq & \\ & & p & q & \end{pmatrix}$$

c) Proporção de tempo molhada:

As situações em que a pessoa fica molhada não

chove e $X_n = 0$

ou

não choveu no começo do dia e choveu no final e $X_n = 3$

Portanto a proporção de tempo molhada é

$$p \mu_0 + pq \mu_3$$

$$\bullet \mu_0 = E[T_0 | X_0 = 0] = p$$

$$\bullet \mu_3 = E[T_3 | X_0 = 3] = 2p + 3q$$

Então a proporção de tempo é

$$p^2 + pq(2p + 3q)$$