

10.29 - Consulte el ejercicio 10.20. Calcule β para la hipótesis alternativa $P_a = 0.15$

Sol

Recordemos que el ejercicio rezaba así:

Un fabricante afirma que por lo menos el 20% del público prefiere su producto. Se toma una muestra de 100 personas para probar su aseveración. Si $\alpha = 0.05$, ¿Cuán pequeño tendría que ser el porcentaje de la muestra para que fuera válido rechazar la afirmación del fabricante?

Sol

$$n = 100$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow z_{\alpha} = z_{0.05} = 1.645$$

$$H_0: P = 0.20 \quad RR = \{z < -z_{\alpha} = -1.645\}$$

$$H_a: P < 0.20$$

$$Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \Rightarrow \text{para } z < -z_{\alpha} \text{ despejaremos } n$$

$$\frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} < -1.645 \Rightarrow n < \left(1.645\right)^2 \frac{P_0(1-P_0)}{(\hat{P} - P_0)^2}$$

Sustituyendo valores $n < (1.645)^2 \frac{(0.2)(0.8)}{(\hat{P} - 0.2)^2}$

$$\frac{\hat{P} - P_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < -1.645 \Rightarrow \hat{P} < P_0 - 1.645 \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (0.2) - 1.645 \left(\sqrt{\frac{(0.2)(0.8)}{100}}\right)$$

$$\therefore \hat{P} < 0.1342$$

②