

Exercicis de potències i descomposicions factorials

1. Escriviu com a potències de bases diferents. Per exemple: $625 = 5^4$ i $625 = 25^2$

a) 81

b) 16

c) 10000

d) 2401

e) 512

Explica com ho has fet.

2. Fes el mateix amb aquests nombre més grans.

a) 4096

b) 59049

c) 0,0001

d) 390625

e) 1771561

Com ho has fet ara? Ho has fet igual que abans o diferent? Per què?

3. A partir de les descomposicions factorials fetes i la informació donada, trobeu les descomposicions factorials que falten per fer. Raoneu la vostra resposta en cada cas!

a) $27 = 3^3$
 $81 = 3^4$
 $2187 = 81 \cdot 27$
 Descomposició factorial de $2187 = \dots\dots\dots$

b) Descomposició factorial de $27216 = \dots\dots\dots$
 $72 = 2^3 \cdot 3^2$
 $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$
 $27216 = 72 \cdot 378$

c) $81 = 3^4$
 $25 = 5^2$
 $225 = 3^2 \cdot 5^2$
 $455625 = 81 \cdot 25 \cdot 225$
 Descomposició factorial de $455625 = \dots\dots\dots$

d) Descomposició factorial de $441 = \dots\dots\dots$
 $64827 = 7^4 \cdot 3^3$
 $147 = 3 \cdot 7^2$
 $441 = 64827 : 147$

e) $25 = 5^2$
 $18225 = 3^6 \cdot 5^2$
 $243 = \frac{18225}{25 \cdot 3}$
 Descomposició factorial de $243 = \dots\dots\dots$

f) Descomposició factorial de $531441 = \dots\dots\dots$
 $81 = 3^4$
 $531441 = 81^3$

g) Descomposició factorial de $104976 = \dots\dots\dots$
 $18 = 2 \cdot 3^2$
 $104976 = 18^4$

4. Observant l'exercici anterior, penseu ara de quina manera es poden expressar aquestes operacions el més simplificades possibles (**sense calcular el resultat**).

Expliqueu com es fa en cada cas:

- a) Si les potències apareixen **multiplacades** entre sí

$$2^4 \cdot 2^7 = \quad 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3 = \quad 10^4 \cdot 10^7 \cdot 10^5 = \quad 5^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 3 =$$

- b) Si les potències apareixen **dividides** entre sí

$$\frac{5^6}{5^2} = \quad 3^8 : 3^3 = \quad 10^6 : 10^5 = \quad \frac{2^{40} \cdot 5^{15}}{2^{15} \cdot 5^{10}} =$$

- c) Si apareix una **potència elevada a una altra potència**

$$(2^4)^2 = \quad (10^5)^3 = \quad (5^5 \cdot 3^2)^2 =$$

5. Escriu les tres propietats de simplificació de potències resumides a la taula i posa un exemple explicat en cada cas:

| Multiplicació de potències de la mateixa base | Divisió de potències de la mateixa base | Potència d'una potència: |
|---|---|--------------------------|
| | | |

6. Justifica les tres propietats a partir de la definició de potència.

7. Atrveix-te ara amb aquestes operacions de multiplicacions, divisions i potències juntes, deixant les expressions el més simplificades possibles (**sense calcular el resultat**):

$$\begin{array}{ccc} 3^2 \cdot (3^3)^3 \cdot 3 = & \frac{7^8 \cdot 7^4 \cdot 7}{(7^3)^2 \cdot 7^4} = & \frac{3^8 \cdot 8^4 \cdot 8^3}{(3^3)^2 \cdot 8^5} = \\ \frac{10^8 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 10^6} = & \left(\frac{5^5 \cdot 5^2}{5 \cdot 5 \cdot 5} \right)^3 = & (a^3)^4 : a^5 = \end{array}$$

8. Atrveix-te ara amb aquestes potències. De quina forma podries deixar-les el més simplificades possibles?

$$8^2 \cdot 2^3 = \quad 9^2 \cdot 3^3 \cdot 27 = \quad \frac{10^7 \cdot 2^4}{10^5 \cdot 2^6} =$$

9. **Sense calculadora**, decideu quin nombre correspon a cadascun dels casos de la taula de l'esquerra. Escriuiu el càlcul o raonament que feu en cada cas:

| Troba el número que és... | |
|---------------------------|-------------------|
| 81×729 | $3^3 = 27$ |
| 81^2 | $3^4 = 81$ |
| ni un quadrat ni un cub | $3^6 = 729$ |
| 27^3 | $3^7 = 2187$ |
| $59,049 \div 2187$ | $3^8 = 6561$ |
| un quadrat i un cub | $3^9 = 19,683$ |
| $\sqrt{6561}$ | $3^{10} = 59,049$ |

10. Simplifica el següents càlculs matemàtics al màxim, deixant-los en forma de potència i sense calcular el resultat final:

$$\begin{array}{lll} ((7^5)^2)^3 \cdot 7^4 = & 10^2 \cdot 100^3 \cdot 10000 = & \frac{6^5 \cdot 16^2 \cdot 9}{4^4 \cdot 18^2} = \\ (5^5)^2 : 5^3 = & \frac{4^7 \cdot 16^4}{8^5 \cdot 2^6} = & \end{array}$$

11. Apliqueu ara les propietats de potències de la mateixa base a expressions algebraiques, és a dir, a expressions on els nombres són desconeguts i hem posat una lletra diferent per a cada nombre:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a^2 \cdot a^4 \cdot a = & \text{c) } \frac{t^5 \cdot t^6}{t^4 \cdot t^2} = & \text{e) } x^2 \cdot y^4 \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot y = \\ \text{b) } (x^5)^2 : x^3 = & \text{d) } (z^4)^5 : (z^3)^3 = & \text{f) } \left(\frac{b^7 \cdot b^4}{b \cdot b \cdot b} \right)^2 = \end{array}$$

12. a) Raoneu amb arguments matemàtics quin dels dos números és més gran:
 2^{2000} o 8^{665} .

b) Quantes vegades més gran és el gran respecte l'altre? O preguntat d'una manera, per quin número he de multiplicar el més petit per tal que em doni el més gran?