Марковские модели принятия решений примеры

ММПР

Судно совершает регулярные рейсы между портами А и В. Продолжительность рейса составляет сутки. Каждое утро капитан решает, стоит ли ему загружать судно имеющимся в наличии грузом и отправляться в порт назначения или обождать сутки в надежде, что на следующий день может подвернуться более выгодный груз.

Затраты на один рейс составляют c1 , а затраты, связанные с суточным простоем судна в порту, составляют c2 , где c1 > c2 . В порту А имеется два вида грузов, стоимостью a_1 и a_2 , где $a_1 > a_2$. Вероятность того, что груз a_1 имеется в наличии — p_a, откуда 1 - p_a — вероятность того, что имеется только груз вида a_2.

Наличие груза в рассматриваемый день не зависит от его наличия в предыдущие дни (таким образом, если капитан не уходит в рейс, то все равно сохраняется вероятность p_a получения груза a_1 на следующий день). Аналогично пусть стоимость грузов в порту В составляет b_1 и b_2 , где $b_1 > b_2$, и пусть p_b — вероятность наличия груза b_1.

ММПР

1

Судно совершает регулярные рейсы между портами А и В. Продолжительность рейса составляет сутки. Каждое утро капитан решает, стоит ли ему загружать судно имеющимся в наличии грузом и отправляться в порт назначения или обождать сутки в надежде, что на следующий день может подвернуться более выгодный груз.

Затраты на один рейс составляют c1 , а затраты, связанные с суточным простоем судна в порту, составляют c2 , где c1 > c2 . В порту А имеется два вида грузов, стоимостью a_1 и a_2 , где $a_1 > a_2$. Вероятность того, что груз a_1 имеется в наличии — p_a, откуда 1 - p_a — вероятность того, что имеется только груз вида a_2.

Наличие груза в рассматриваемый день не зависит от его наличия в предыдущие дни (таким образом, если капитан не уходит в рейс, то все равно сохраняется вероятность p_a получения груза a_1 на следующий день). Аналогично пусть стоимость грузов в порту В составляет b_1 и b_2 , где $b_1 > b_2$, и пусть p_b — вероятность наличия груза b_1.

Множество состояний

Аа1 — судно находится в порту А и в наличии имеется груз a_1

Аа2 — судно находится в порту А и в наличии имеется груз a_2

Вв1 — судно находится в порту В и в наличии имеется груз b_1

Вв2 — судно находится в порту В и в наличии имеется груз b_2

ММПР

Множество решений

X_1 - капитан принимает решение отправляться в порт назначения с имеющимся грузом

X_2 - капитан принимает решение ждать сутки в надежде, что придет более ценный груз

Множество допустимых решений для каждого из 4-х состояний:

Аа1: X_1	**Вв1**: X_1
Аа2: X_1, X_2	**Вв2**: X_1, X_2

ММПР

a1 — стоимость ценного груза

a2 — стоимость малоценного груза

c1 — затраты на один рейс

c2 — затраты суточного простоя

$$P_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{Аa1} & \text{Аa2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & p_b & 1-p_b \\ 0 & 0 & p_b & 1-p_b \\ p_a & 1-p_a & 0 & 0 \\ p_a & 1-p_a & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$P_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{Аa1} & \text{Аa2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_a & 1-p_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_b & 1-p_b \end{pmatrix} \end{array}$$

$$R_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{Аa1} & \text{Аa2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1-c_1 & a_1-c_1 \\ 0 & 0 & a_2-c_1 & a_2-c_1 \\ b_1-c_1 & b_1-c_1 & 0 & 0 \\ b_2-c_1 & b_2-c_1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$R_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{Аa1} & \text{Аa2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & -c_2 \end{pmatrix} \end{array}$$

ММПР

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \text{Аа1} & \text{Аа2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ P_1 = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & p_b & 1-p_b \\ 0 & 0 & p_b & 1-p_b \\ p_a & 1-p_a & 0 & 0 \\ p_a & 1-p_a & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \text{Аа1} & \text{Аа2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ P_2 = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_a & 1-p_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_b & 1-p_b \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \text{Аа1} & \text{Аа2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ R_1 = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1-c_1 & a_1-c_1 \\ 0 & 0 & a_2-c_1 & a_2-c_1 \\ b_1-c_1 & b_1-c_1 & 0 & 0 \\ b_2-c_1 & b_2-c_1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \text{Аа1} & \text{Аа2} & \text{Вв1} & \text{Вв2} \end{array} \\ R_2 = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & -c_2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Стационарные стратегии

Мощность множества стационарных стратегий=1*2*2*1=4

$$\begin{array}{cccc} X_1 & X_1 & X_1 & X_1 \\ X_1 & X_2 & X_1 & X_2 \\ X_1 & X_1 & X_1 & X_1 \\ X_1 & X_1 & X_2 & X_2 \end{array}$$

ММПР

Машина обслуживается периодически один раз в час. В каждый момент она может находиться в одном из двух состояний: рабочем (состояние 1) и нерабочем (состояние 2). Если машина на некотором шаге проработала непрерывно 1 час, то доход равен 3 рублям. При этом вероятность остаться на следующем шаге в состоянии 1 равна 0.7, а вероятность перейти в состояние 2 равна 0,3. Если машина отказала на некотором шаге, то ее можно отремонтировать двумя способами. Первый является улучшенным, требует затрат в 2 рубля и обеспечивает переход в состояние 1 с вероятностью 0,6. Второй, обычный способ, требует затрат в 1 рубль и обеспечивает переход в состояние 1 с вероятностью 0,4.

ММПР

Множество состояний системы:

S = {S1, S2}

S1 – станок исправен (рабочее)

S2 – требуется ремонт (нерабочее)

Множество решений:

X1 – ремонт не требуется

X2 –ремонт производится улучшенным способом (2 рубля)

X3 –ремонт производится обычным способом (1 рубль)

ММПР

Множество состояний системы:

$S = \{S1, S2\}$

S1 – станок исправен (рабочее)

S2 – требуется ремонт (нерабочее)

Множество решений:

X1 – ремонт не требуется

X2 –ремонт производится улучшенным способом (2 рубля)

X3 –ремонт производится обычным способом (1 рубль)

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \quad P_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \quad R_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

ММПР

Множество состояний системы:

S = {S1, S2}

S1 – станок исправен (рабочее)

S2 – требуется ремонт (нерабочее)

Множество решений:

X1 – ремонт не требуется

X2 –ремонт производится улучшенным способом (2 рубля)

X3 –ремонт производится обычным способом (1 рубль)

$$G_1 = \{ 1 \}$$
$$G_1 = \{ 2,\ 3 \}$$

Множество стационарных стратегий

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$|\pi| = |f| = \prod_{i=1}^{m} |K_i|, \text{ где}$$

i - номер состояния, $|K_i|$ - мощность мн-ва решений в состоянии i

$$|\pi| = 1 * 2 = 2$$

ММПР

Ежедневно утром производится проверка дорогостоящей машины с целью выявления, находится ли она в исправном состоянии (0), требует мелкого ремонта (1) или нуждается в серьезном ремонте (2).

Если машина находится в исправном состоянии, то вероятность того, что она останется в таком же состоянии на начало следующего дня, равна $p(0 \mid 0)$; вероятность того, что потребуется мелкий ремонт, равна $p(1 \mid 0)$ и вероятность того, что возникает необходимость серьезного ремонта, равна $p(2 \mid 0)$. случае, когда машина требует ремонта, фирма может прибегнуть к услугам двух ремонтных фирм, одна из которых (фирма F, гарантирующая качество ремонта) взимает плату M за мелкий ремонт и плату R за крупный.

Вторая (фирма T, не гарантирующая качества ремонта) взимает соответственно плату м и r где м < M и r < R.

Качество работ, производимых фирмой F, выше, чем у фирмы T, что отражается значением вероятности полностью исправного состояния машины на начало следующего за ремонтом дня. Пусть решение $d = 1$ определяет выбор фирмы F и решение $d = 2$ — выбор фирмы T. Обозначим через $p(j/i, d)$ вероятность перехода машины в состояние j на следующем отрезке ($j = 0, 1, 2$) при условии, что она находится в состоянии i на текущем отрезке ($i = 1, 2$) и принимается решение d ($d = 1, 2$).

ММПР

Ежедневно утром производится проверка дорогостоящей машины с целью выявления, находится ли она в исправном состоянии (0), требует мелкого ремонта (1) или нуждается в серьезном ремонте (2).

Если машина находится в исправном состоянии, то вероятность того, что она останется в таком же состоянии на начало следующего дня, равна p(0 | 0); вероятность того, что потребуется мелкий ремонт, равна p(1 | 0) и вероятность того, что возникает необходимость серьезного ремонта, равна p(2 | 0). случае, когда машина требует ремонта, фирма может прибегнуть к услугам двух ремонтных фирм, одна из которых (фирма F, гарантирующая качество ремонта) взимает плату M за мелкий ремонт и плату R за крупный.

Вторая (фирма T, не гарантирующая качества ремонта) взимает соответственно плату м и r где м < M и r < R.

Качество работ, производимых фирмой F, выше, чем у фирмы T, что отражается значением вероятности полностью исправного состояния машины на начало следующего за ремонтом дня. Пусть решение d = 1 определяет выбор фирмы F и решение d = 2 — выбор фирмы T. Обозначим через p(j/i, d) вероятность перехода машины в состояние j на следующем отрезке (j = 0, 1, 2) при условии, что она находится в состоянии i на текущем отрезке (i = 1, 2) и принимается решение d (d = 1, 2).

Множество допустимых решений:

$$G_0 = \{\cdot\} \quad G_1 = \{1,\ 2\} \quad G_2 = \{1^*,\ 2^*\}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0.6 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ M & M & 0 \\ R & R & 0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ m & m & 0 \\ r & r & 0 \end{bmatrix}$$