

Оптимизация параметров замкнутых сетей СМО

**По материалам пособия
«Моделирование сложных систем с использованием
сетей массового обслуживания»**

ЗССМО. Оптимизация

1

Одноканальные замкнутые ССМО

Параметры сети

$$\Omega = \{\omega_i\}, \quad \vec{\mu} = \{\mu_i\}, \quad i = \overline{1, M}$$

Критерий эффективности

$$\vec{F}(\vec{\mu}, \Omega)$$

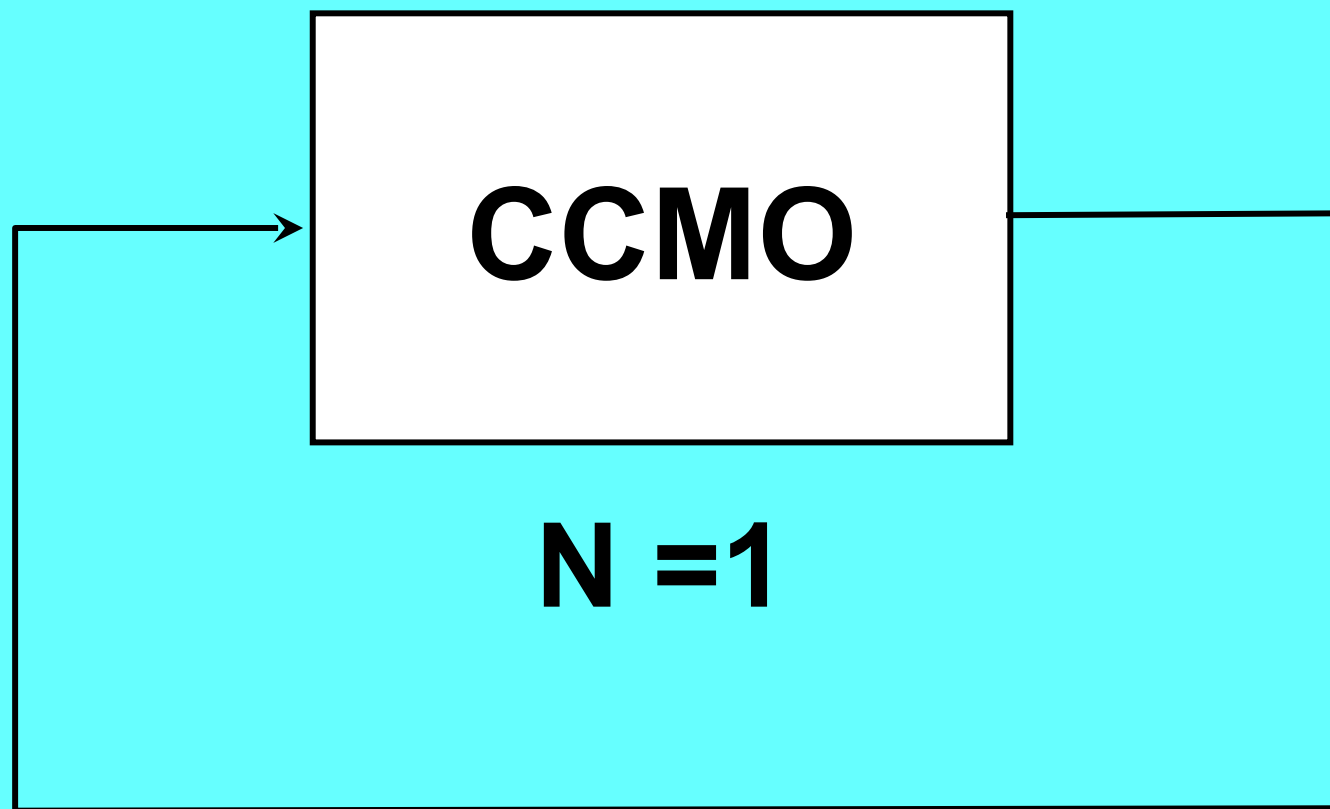
Ограничения

Стоимость каналов обл. $\sum_{i=1}^M C_i \mu_i \leq B$

ЗССМО. Оптимизация

2

$F(\vec{\mu}, \Omega)$ -- время цикла



Задачи поиска оптимального управления оптимальной структуры

$$\min F(\vec{\mu}, \Omega)$$

$$\Omega = \{\omega_i\} - \text{дано}$$

$$\vec{\mu} = \{\mu_i\} - \text{варьируются}$$

$$\sum_{i=1}^M C_i \mu_i \leq B$$

$$\min F(\vec{\mu}, \Omega)$$

$$\Omega = \{\omega_i\} - \text{варьируются}$$

$$\vec{\mu} = \{\mu_i\} - \text{дано}$$

$$\sum_{i=1}^M C_i \mu_i \leq B$$

Пример оптимизации структуры

Дано: вектор $\Omega = \{\omega_i\}$

Найти матрицу маршрутизации $\Theta = \{\theta_{ij}\}$

Критерий – равномерность загрузки узлов

ЗССМО. Оптимизация

5

Уравнения, связывающие

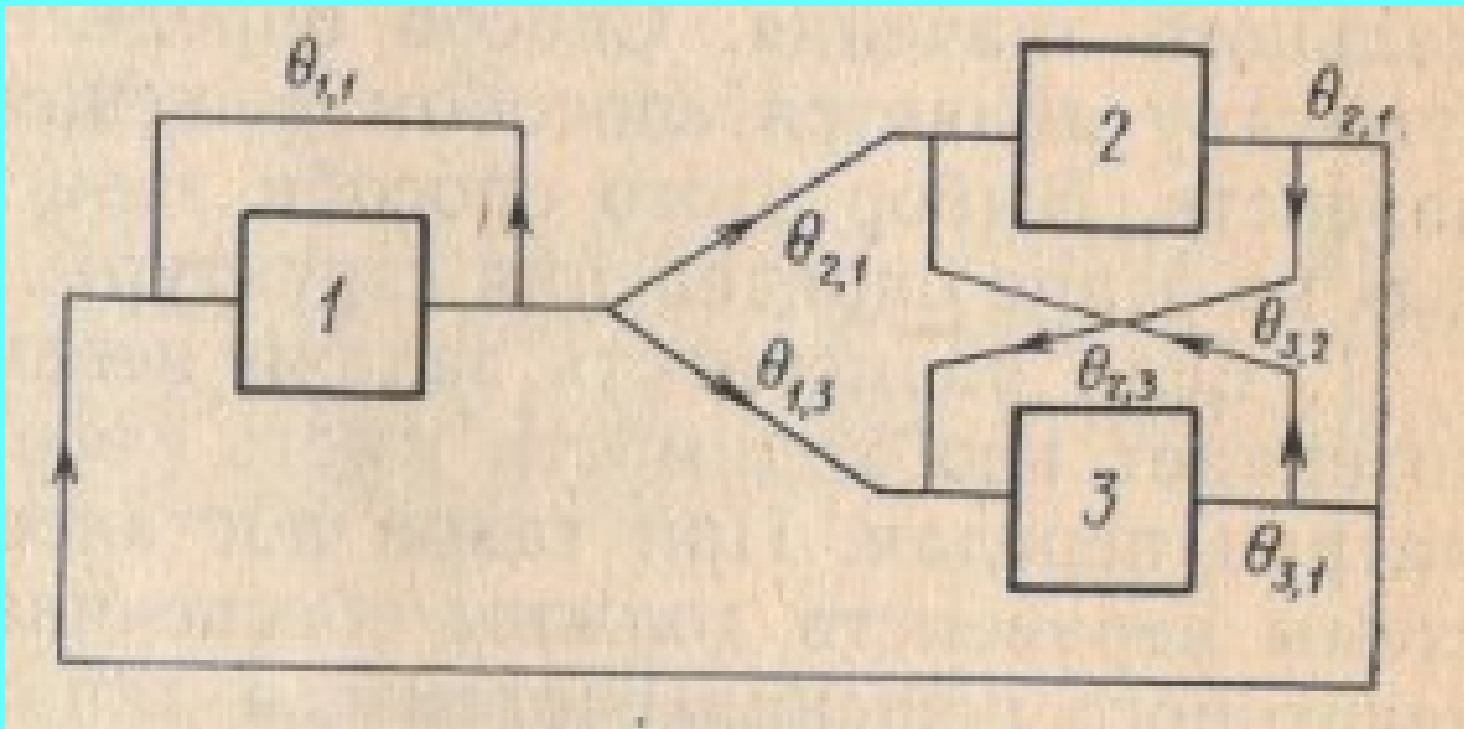
$$\Omega = \{\omega_i\} \quad \text{и} \quad \Theta = \{\theta_{ij}\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^M \theta_{i,j} \omega_i &= \omega_j, \quad j = 1, \dots, M, \\ \sum_{j=1}^M \theta_{i,j} &= 1, \quad i = 1, \dots, M, \\ \theta_{i,j} &\geq 0, \quad i, j = 1, \dots, M. \end{aligned} \right\}$$

ЗССМО. Оптимизация

6

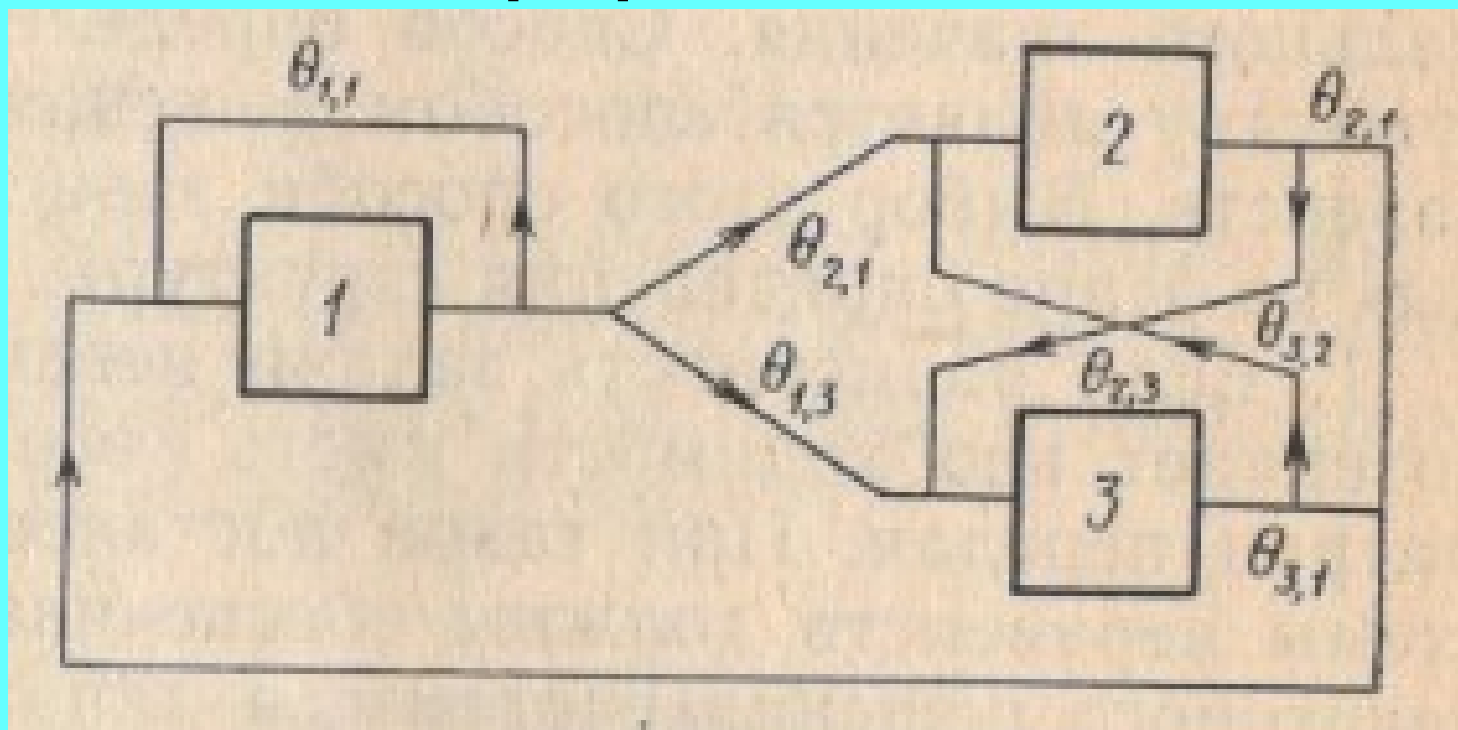
Граф ЗССМО



ЗССМО. Оптимизация

7

Граф ЗССМО

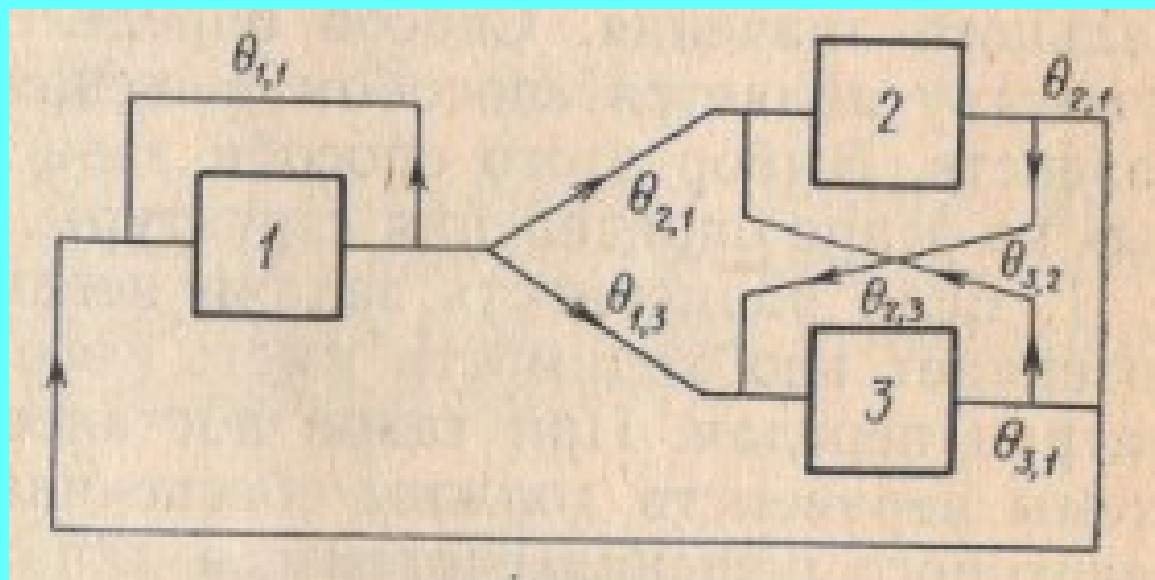


$$\mu_1 = 0.5; \quad \mu_2 = 5/8; \quad \mu_3 = 1.$$

ЗССМО. Оптимизация

8

Граф ЗССМО

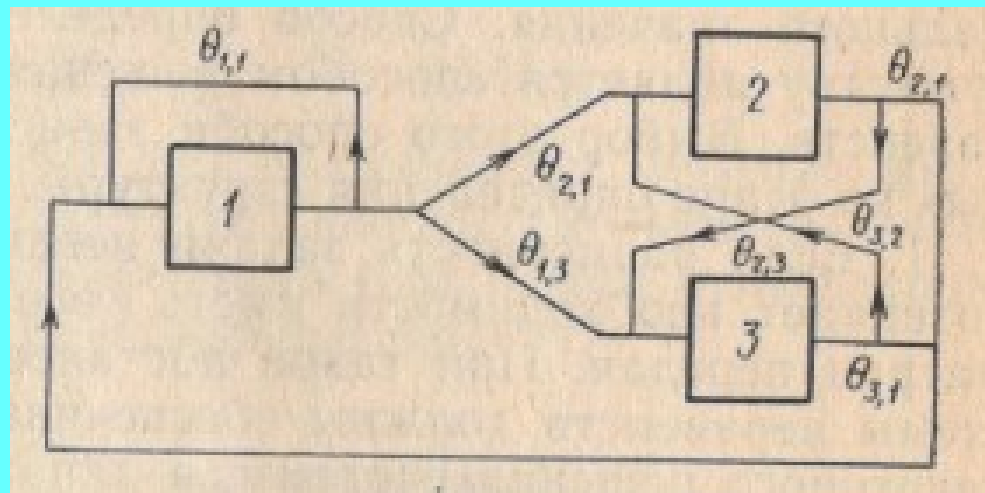


$$\mu_1 = 0,5; \quad \mu_2 = 5/8; \quad \mu_3 = 1.$$

$$\omega_i/\mu_i = \text{const}, \quad i = 1, 2, 3,$$

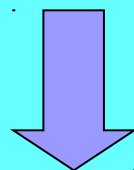
ЗССМО. Оптимизация

9



$$\mu_1 = 0,5; \quad \mu_2 = 5/8; \quad \mu_3 = 1.$$

$$\omega_i/\mu_i = \text{const},$$



$$\omega_1 = 10/23; \quad \omega_2 = 8/23; \quad \omega_3 = 5/23.$$

ЗССМО. Оптимизация

10

$$\left. \begin{aligned} \frac{10}{23} \theta_{1,1} + \frac{8}{23} \theta_{2,1} + \frac{5}{23} \theta_{3,1} &= \frac{10}{23}, \\ \frac{10}{23} \theta_{1,2} + \frac{5}{23} \theta_{3,2} &= \frac{8}{23}, \\ \frac{10}{23} \theta_{1,3} + \frac{8}{23} \theta_{2,3} &= \frac{5}{23}, \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \theta_{1,1} + \theta_{1,2} + \theta_{1,3} &= 1,0, \\ \theta_{2,1} + \theta_{2,2} + \theta_{2,3} &= 1,0, \\ \theta_{3,1} + \theta_{3,2} + \theta_{3,3} &= 1,0, \\ \theta_{i,j} &\geq 0, \quad i, j = 1, \dots, M. \end{aligned}$$

Солодовников А. С.

Системы линейных неравенств.

– М.: Наука, 1977. – 112 с.

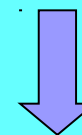
ЗССМО. Оптимизация

12

$$\left. \begin{aligned} \frac{10}{23} \theta_{1,1} + \frac{8}{23} \theta_{2,1} + \frac{5}{23} \theta_{3,1} &= \frac{10}{23}, \\ \frac{10}{23} \theta_{1,2} + \frac{5}{23} \theta_{3,2} &= \frac{8}{23}, \\ \frac{10}{23} \theta_{1,3} + \frac{8}{23} \theta_{2,3} &= \frac{5}{23}, \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \theta_{1,1} + \theta_{1,2} + \theta_{1,3} &= 1,0, \\ \theta_{2,1} + \theta_{2,2} + \theta_{2,3} &= 1,0, \\ \theta_{3,1} + \theta_{3,2} + \theta_{3,3} &= 1,0, \\ \theta_{i,j} &\geq 0, \quad i, j = 1, \dots, M. \end{aligned}$$

**Ранг системы
равен 5
7 переменных
(вероятностей)**



**5 базисных
и 2 св.
переменные**

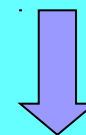
ЗССМО. Оптимизация

13

$$\left. \begin{aligned} \frac{10}{23} \theta_{1,1} + \frac{8}{23} \theta_{2,1} + \frac{5}{23} \theta_{3,1} &= \frac{10}{23}, \\ \frac{10}{23} \theta_{1,2} + \frac{5}{23} \theta_{3,2} &= \frac{8}{23}, \\ \frac{10}{23} \theta_{1,3} + \frac{8}{23} \theta_{2,3} &= \frac{5}{23}, \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \theta_{1,1} + \theta_{1,2} + \theta_{1,3} &= 1,0, \\ \theta_{2,1} + \theta_{2,2} + \theta_{2,3} &= 1,0, \\ \theta_{3,1} + \theta_{3,2} + \theta_{3,3} &= 1,0, \\ \theta_{i,j} &\geq 0, \quad i, j = 1, \dots, M. \end{aligned}$$

**Ранг системы
равен 5
7 переменных
(вероятностей)**



**5 базисных
и 2 св.
переменные**

ЗССМО. Оптимизация

14

$$\theta_{1,1} = 0,8 \theta_{2,3} + 0,5 \theta_{3,2} - 0,3 \geq 0,$$

$$\theta_{1,2} = -0,5 \theta_{3,2} + 0,8 \geq 0,$$

$$\theta_{1,3} = -0,8 \theta_{2,3} + 0,5 \geq 0,$$

$$\theta_{2,4} = -\theta_{2,3} + 1,0 \geq 0,$$

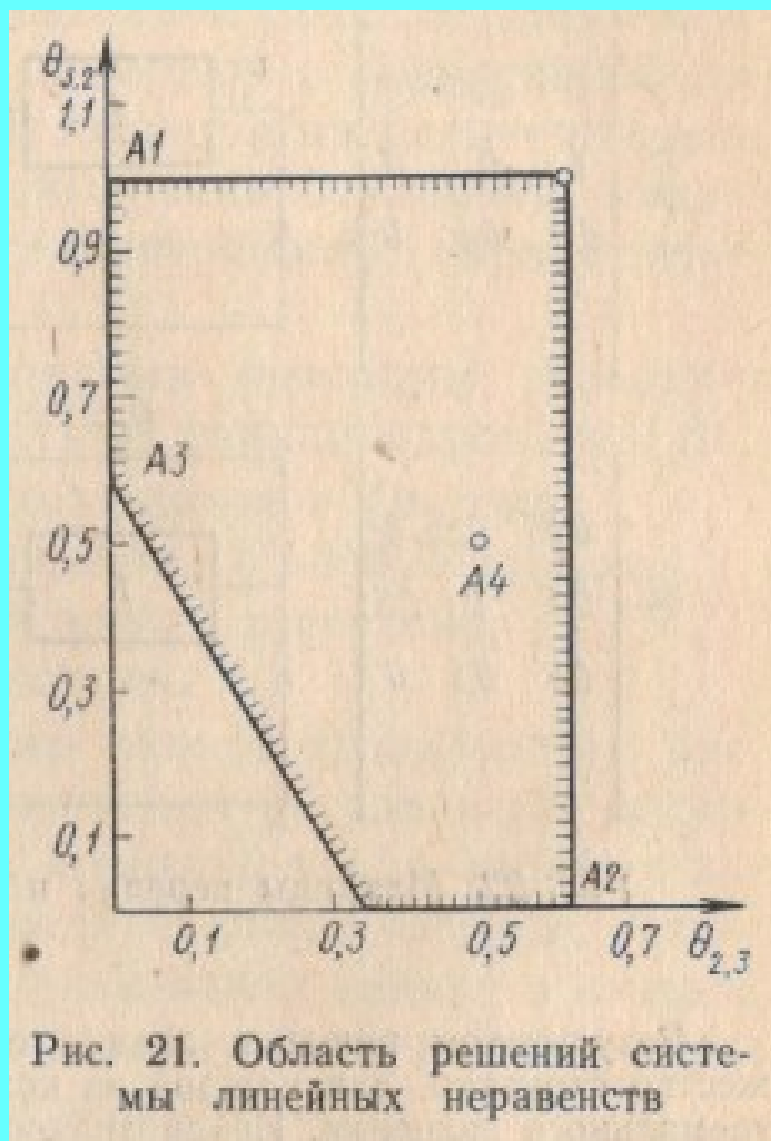
$$\theta_{3,1} = -\theta_{3,2} + 1,0 \geq 0,$$

$$\theta_{2,3} \geq 0,$$

$$\theta_{3,2} \geq 0.$$

ЗССМО. Оптимизация

15



ЗССМО. Оптимизация

16

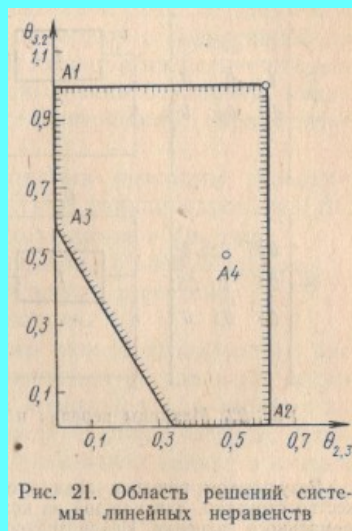
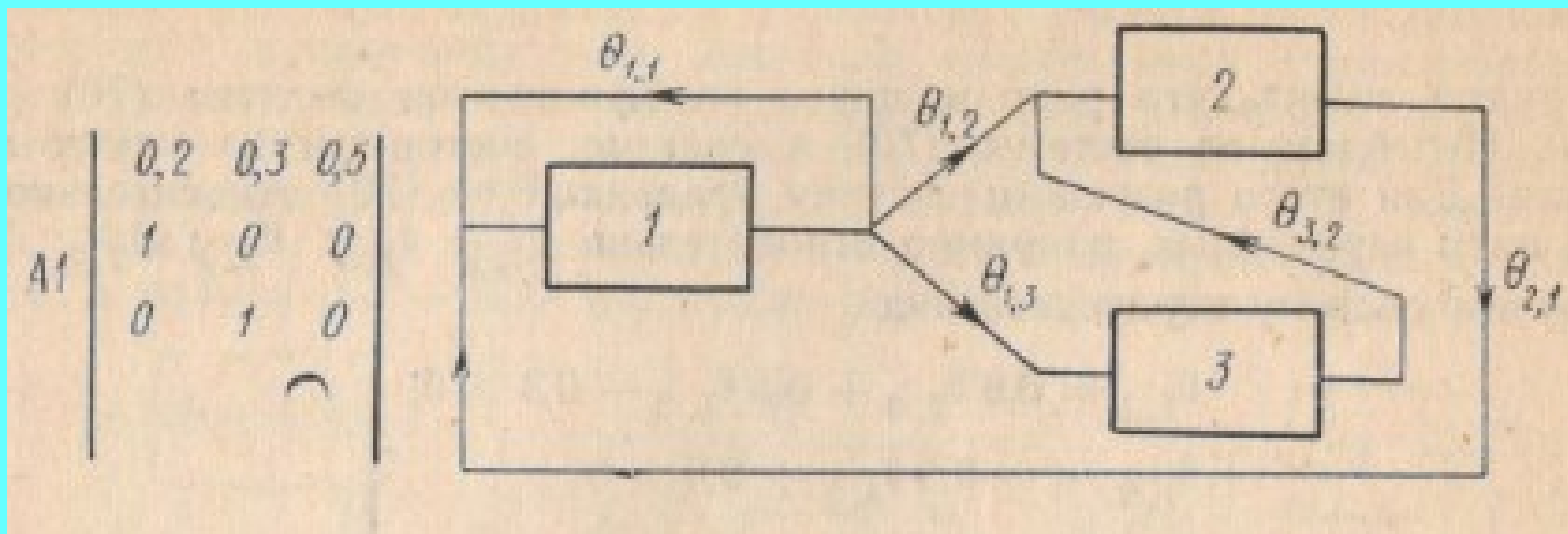


Рис. 21. Область решений системы линейных неравенств

ЗССМО. Оптимизация

17

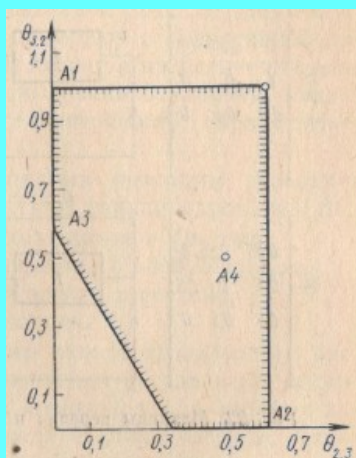
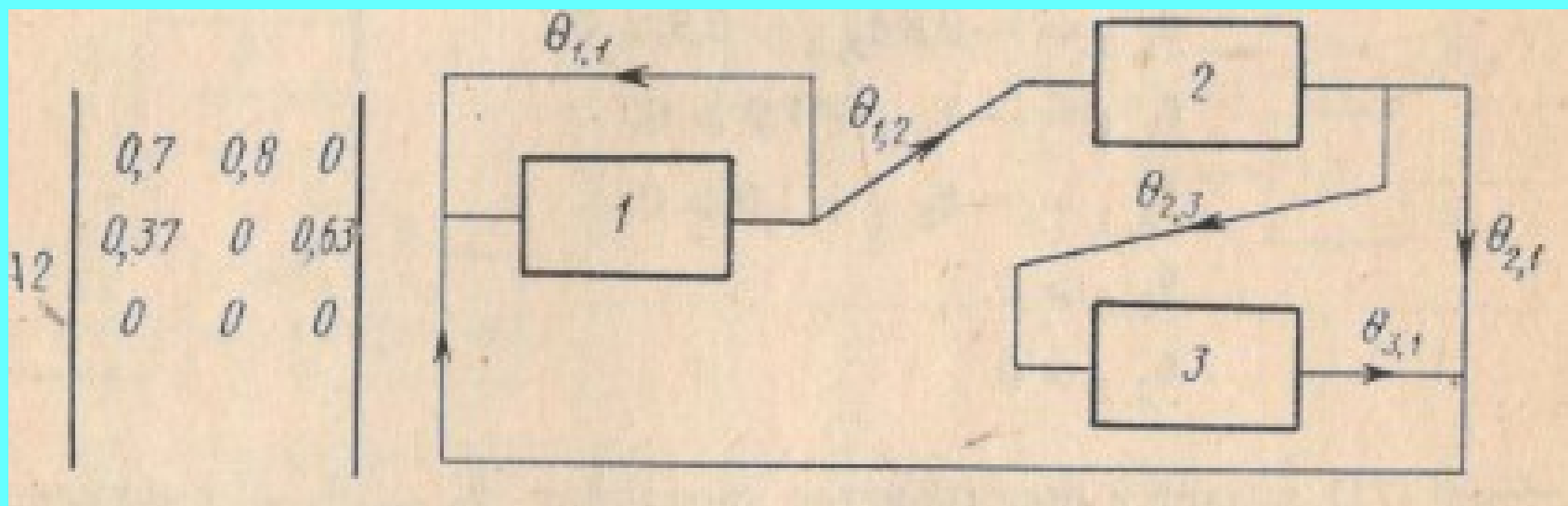


Рис. 21. Область решений системы линейных неравенств

ЗССМО. Оптимизация

18

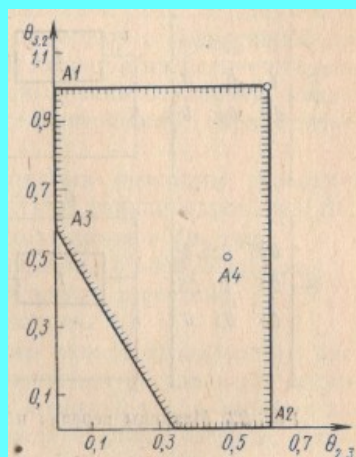
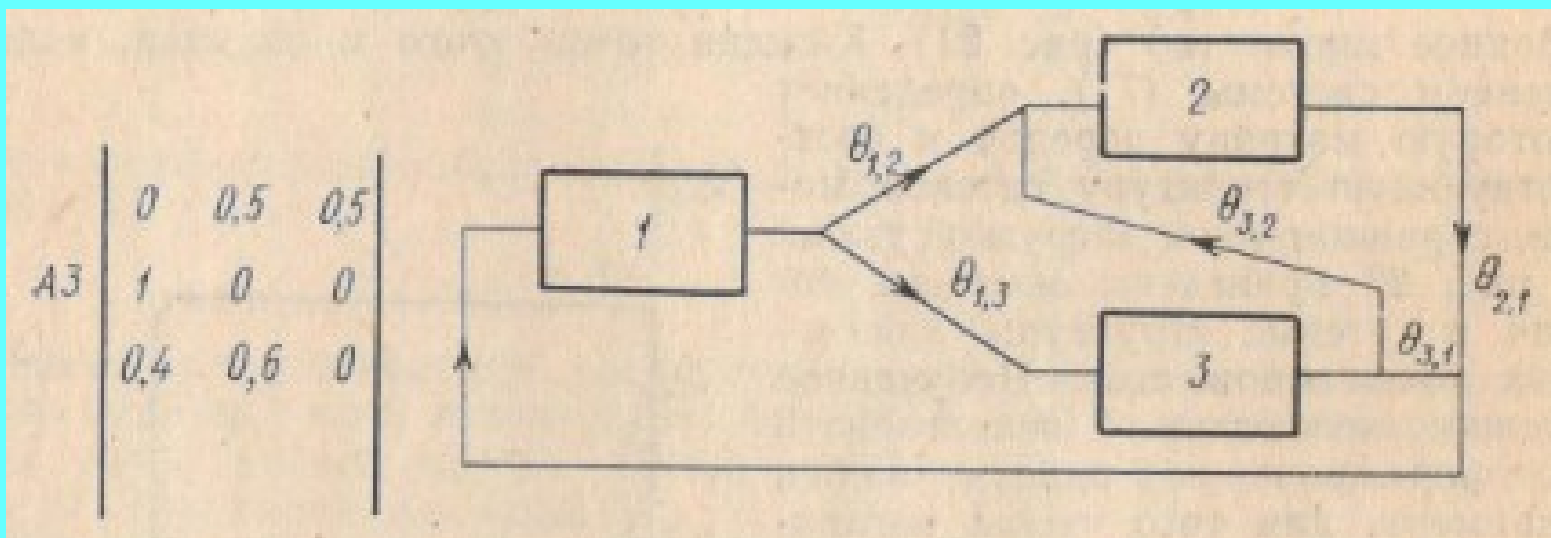


Рис. 21. Область решений системы линейных неравенств

ЗССМО. Оптимизация

19

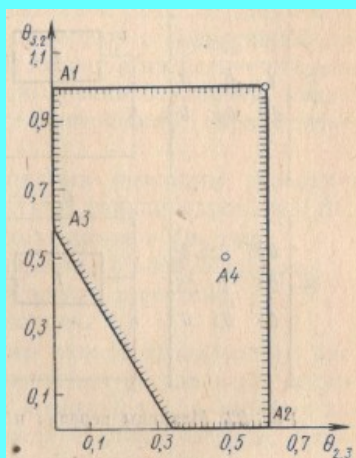
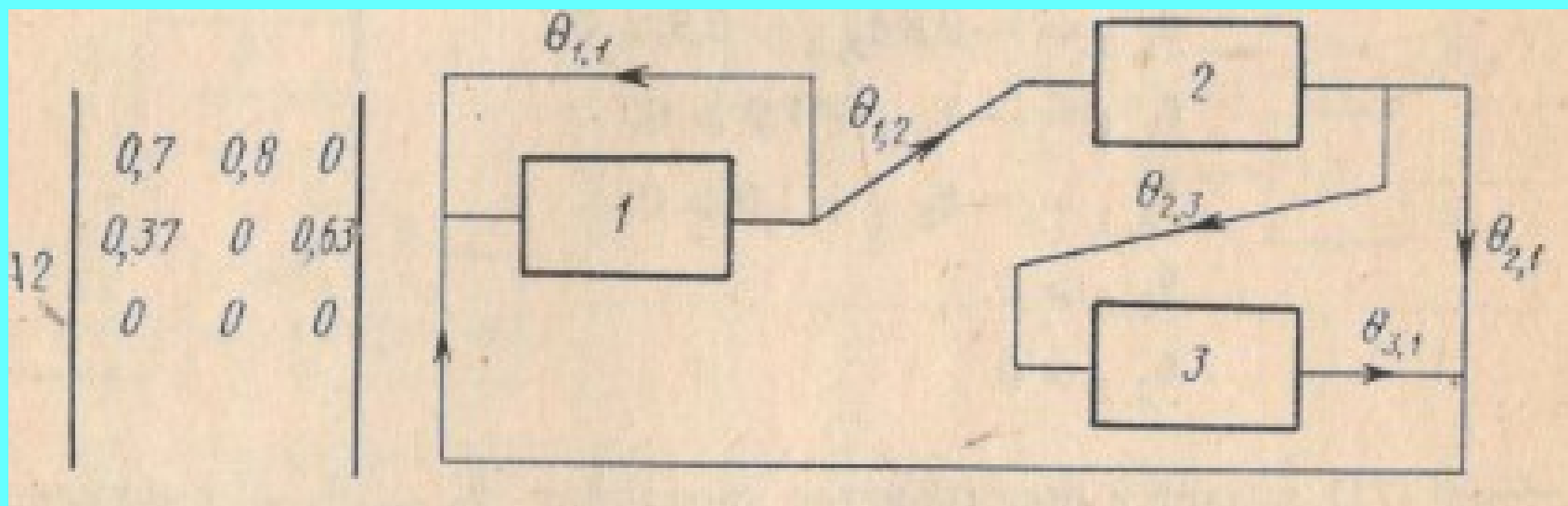


Рис. 21. Область решений системы линейных неравенств

ЗССМО. Оптимизация

20

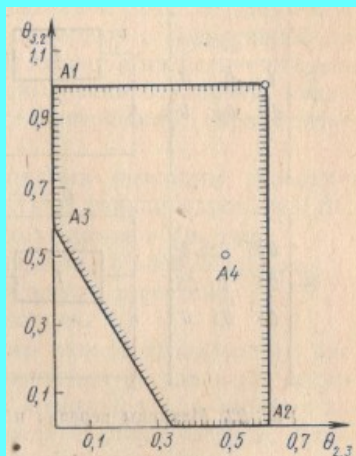
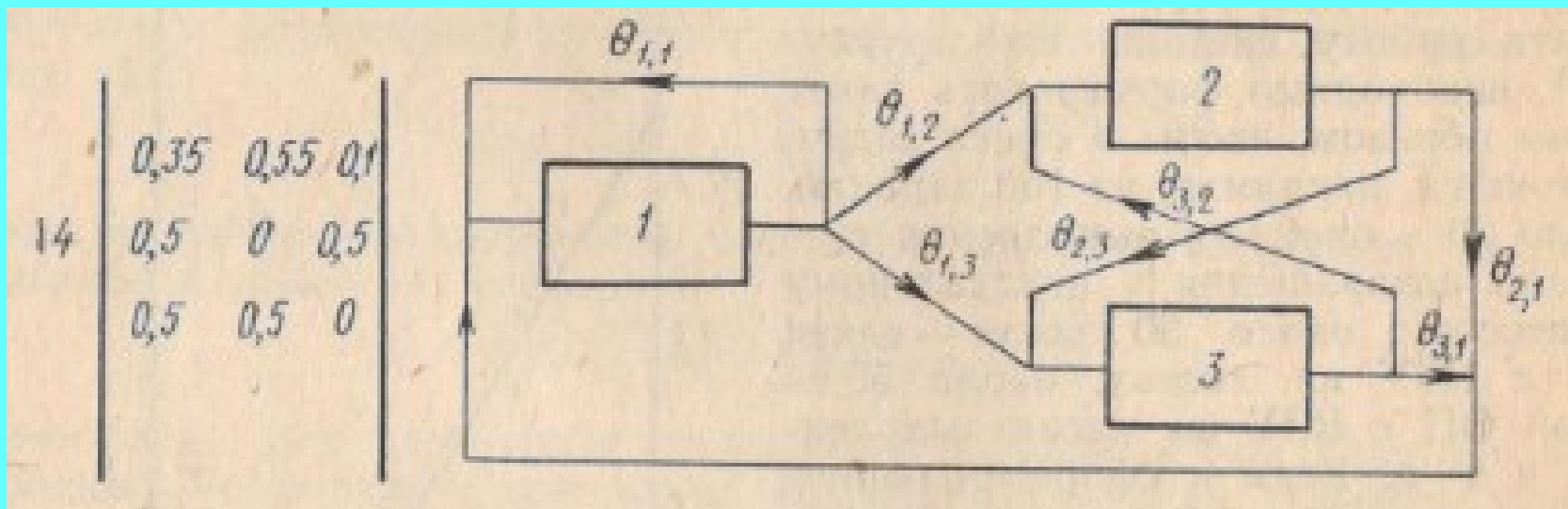


Рис. 21. Область решений системы линейных неравенств