Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

**РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ**

**Тема:** «Оптимизация систем массового обслуживания»

**Дисциплина:** «Многокритериальная оптимизация»

Выполнил студент гр. 13541/3 Бурсиков Л.Д.

(подпись)

Руководитель, к.т.н., доц. Сиднев А. Г.

(подпись)

Санкт – Петербург

2019

Содержание

[1. Постановка задачи 3](#_Toc10216951)

[2. Решение 4](#_Toc10216952)

[2.1 Нахождение средней длины пути 4](#_Toc10216953)

[2.2 Задача выбора пропускных способностей 5](#_Toc10216954)

[2.3 Изобразить сеть 6](#_Toc10216955)

[2.4 Средняя задержка сообщений 6](#_Toc10216956)

[2.5 Определение «длины каналов» 6](#_Toc10216957)

[2.6 Нахождение кратчайших маршрутов из узла в узел с использованием алгоритма Флойда 7](#_Toc10216958)

[2.7 Пропускные способности и средняя задержка для случая пропорционального выбора пропускных способностей трафику через каналы 8](#_Toc10216959)

[3. Список литературы 10](#_Toc10216960)

# 1. Постановка задачи

Вариант 7

Рассмотрите идеализированную сеть связи с N=4 узлами, для которой справедлива простая модель с M/M/1. Предполагается, что μ=1, а матрица трафика (γjk) и матрица маршрутов (rij) (где rij – номер следующего узла, в который должно быть передано сообщение, если сейчас оно находится в узле j и окончательно адресовано узлу i) имеют вид

(γjk) = (rij) =

1. Найдите среднюю длину пути .
2. Пусть задана полная пропускная способность . Найдите пропускные способности {}, которые минимизируют среднюю задержку сообщения T. Если для С=34, не выполняются условия наличия установившегося режима, то следует самостоятельно увеличить С с тем, чтобы указанные условия выполнялись.
3. Изобразите сеть, снабдите каждое ребро стрелкой и парой ().
4. Найдите T.
5. Определите «длины каналов» с использованием формулы (5.40) из книги Л. Клейнрока «ВС с очередями». Найдите все кратчайшие маршруты из узла в узел, используя один из следующих подходов:

* применение алгоритма Флойда, дополненного процедурой сбора и правильной расстановки транзитных узлов;
* применение алгоритма перечисления путей из узла в узел, предполагающего возведение в степень булевой примитивной матрицы
* применение любого другого алгоритма, решающего эту же задачу с кратким пояснением и указанием источника.

Ответьте на вопрос: пошел ли внешний трафик по найденным Вами кратчайшим путям?

1. Пусть сделан пропорциональный выбор пропускных способностей. Найдите {Ci} и T и проведите сравнение с результатом пункта Г. Пропорциональный выбор пропускных способностей — см. стр. 378 Л. Клейнрок «ВС с очередями» и задачу 5.8)

# 2. Решение

## 2.1 Нахождение средней длины пути

Информация, через какие узлы проходит трафик (таблица 1) была получена из матрицы маршрутов.

Таблица 1. Узлы, через которые проходит трафик

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Начало | Конец | Транзитные узлы |
| 1 | 1 | 2 | - |
| 2 | 1 | 3 | 2,4 |
| 3 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 2 | 1 | 4,3 |
| 5 | 2 | 3 | 4 |
| 6 | 2 | 4 | - |
| 7 | 3 | 1 | - |
| 8 | 3 | 2 | 1 |
| 9 | 3 | 4 | 1,2 |
| 10 | 4 | 1 | 3 |
| 11 | 4 | 2 | 3,1 |
| 12 | 4 | 3 | - |

Распишем маршруты, полученные из таблицы 1:

1. 1-2;
2. 1-2-4-3;
3. 1-2-4;
4. 2-4-3-1;
5. 2-4-3;
6. 2-4;
7. 3-1;
8. 3-1-2;
9. 3-1-2-4;
10. 4-3-1;
11. 4-3-1-2;
12. 4-3.

Пронумеруем каналы и используя таблицу 1, запишем значения интенсивностей потока в этих каналах (таблица 2).

Таблица 2 Интенсивность потока

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер канала | Из какого узла в какой | λi |
| 1 | 1-2 | 8 |
| 2 | 2-4 |  |
| 3 | 4-3 |  |
| 4 | 3-1 |  |

Полный внешний трафик, поступающий в сеть:

Полный трафик в сети:

Средняя длина пути:

## 2.2 Задача выбора пропускных способностей

Дано: потоки {λi} и топология сети

Минимизировать T.

Варьируются: {Ci}.

Ограничение: , где di(Ci) – стоимости каналов. В качестве стоимости каналов возьмем их пропускные способности.

## 2.3 Изобразить сеть

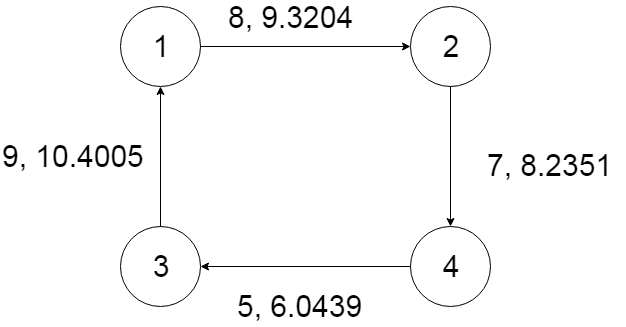


Рисунок 1. Изображение сети

## 2.4 Средняя задержка сообщений

## 2.5 Определение «длины каналов»

Найдем длины каналов по формуле:

– Длины каналов

## 2.6 Нахождение кратчайших маршрутов из узла в узел с использованием алгоритма Флойда

Скрипт Matlab реализующий алгоритм Флойда и нахождение кратчайшего маршрута. На основании исходных данных формируем матрицу длин кратчайших дуг D0, каждый элемент которой равен длине кратчайшей дуги между вершинами i и j. Если такой дуги нет, положим значение элемента равным ∞.

R = [Inf 4 4 3;

2 Inf 1 3;

2 4 Inf 3;

2 4 1 Inf];

D = zeros(4);

p = cell(4);

D = [ 0 Inf Inf Inf;

Inf 0 Inf Inf;

Inf Inf 0 Inf;

Inf Inf Inf 0];

p = cell(4);

% Нахождение путей

for i = 1:4

for j = 1:4

b = R(i, j);

if b ~= Inf

D(j, b) = 1;

p{j, b} = [b];

end

end

end

% k - узел посредник

% p - запоминание траектории

for k = 1:4

for i = 1:4

for j = 1:4

new\_d = D(i, k) + D(k, j);

if new\_d < D(i, j)

D(i, j) = new\_d;

p{i, j} = [p{i, k}, p{k, j}];

end

end

end

end

% Алгоритм флойда

D = [ 0 0.3341 Inf Inf;

Inf 0 Inf 0.3374;

0.3314 Inf 0 Inf ;

Inf Inf 0.3466 0;];

prevD = D;

for k = 1:length(D)

D = min(D,D(:,k) + D(k,:));

prevD = D;

end;

% Вывод матрицы D и p

D

for ii = 1:4

for jj = 1:4

pp = p{ii, jj};

fprintf('[');

for k = 1:3

if k <= size(pp, 2)

fprintf('%d', pp(k));

else

fprintf(' ');

end

if k < 3

fprintf(' ');

end

end

fprintf('] ');

end

fprintf('\n');

end

D – матрица длин маршрутов. p – матрица, хранящая путь.

Т.к. в данном варианте задачи нет возможности выбора различных путей (из каждого узла ведет ровно один канал), то трафик всегда идет по кратчайшему маршруту.

## 2.7 Пропускные способности и средняя задержка для случая пропорционального выбора пропускных способностей трафику через каналы

Пропорциональное распределение оказалось хуже чем оптимальное, т.к. имеет большую среднюю задержку.

# 3. Список литературы

1. Алгоритм Флойда (поиск всех кратчайших путей в графе) [В Интернете] // Задачи оптимизации. - http://uchimatchast.ru/teory/flojd.php.
2. Вычислительные системы с очередями [Книга] / авт. Клейнрок Л.. - Москва : МИР, 1979.