Компьютерное управление- управление объектами или технологическими процессами и большими (сложными) системами с помощью цифровой вычислительной техники.

3группыпроблем использования компьютеров,какУУ алгоритмическое, программное, аппаратное.

Особенности компьютерного управления: алгоритмическая гибкость, использование цифровой формы представления информации, квантование сигналов по времени и уровню.

Заключения: замкнутая система между моментами квантования разомкнута; управление между моментами квантования либо постоянно, либо линейно-меняющееся и не зависит от свойств объекта управления; для анализа динамики процессов в замкнутом контуре необходим переход от дифференциальных уравнений к алгебраическим (разностным) уравнениям для дискретных моментов времени;

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$x(t_k) = e^{A(t_k - t_{k-1})} x(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^{t_k} e^{A(t_k-\tau)} Bu(\tau) d\tau$$

$$= e^{AT} x(t_{k-1}) + (E - e^{AT}) A^{-1} BU(t_{k-1})$$

$$y(t_k) = Cx(t_k), x(t_k) = x[kT]$$

Ошибка в определяется скоростью изменения непрерывного сигнала и периодом квантования и может иметь значительную величину. фиксатор 0 порядка $e_{0max} = \max_k |f(t_{k+1}) - f(t_k)| \le T \max_t |f(t)|$

1 порядка $e_{1max} = T * V_f = T^2 \max_t |f(t)|$

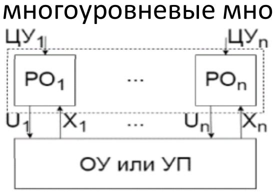
Структурно-функциональная организация ксу

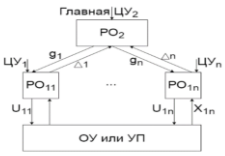
Условия: определены цели управления; выбраны решающие органы (РО), обеспечивающие достижение целей.

Одноуровневая одноцелевая система

одноуровневые многоцелевые системы

многоуровневые многоцелевые системы





Одноуровневое одноцелевое управление

Критерий качества в зависимости от ОУ: статический, динамический– называется целевой функционал.

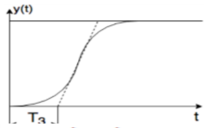
Показатель качества: однозначности, соответствия, содержательности, информативности, аналитичности. Условная, безусловная оптимизация.

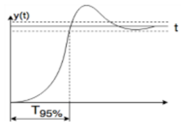
Типовое «промышленное» управление

$u(t) = К_П e(t) + К_И \int_0^t e(\tau) d\tau + К_Д \frac{de(t)}{dt}$, $e(t) = v(t) - y(t)$

где $v(t) = y_{зад}(t)$

ксу $u(kT_0) = u(k) = К_П e(k) + К_И T_0 \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + К_Д * \frac{e(k) - e(k-1)}{T_0}$





$T_0 = (\frac{1}{8} \div \frac{1}{4}) T_{зап}$ $T_0 = (\frac{1}{15} \div \frac{1}{6}) T_{95\%}$

T0- время квантования. Теорема Котельникова для низких частот без запаздывания

Решение задач оптимизации статических объектов

Методы: Прямые, Итерационные.

матрица Гессе должна быть знакоопределена.

Итерационные: с постоянным шагом; с дроблением шага ; покоординатный спуск; наискорейшего спуска; сопряженных градиентов.

Неточное решение,

разная l шага $x_{k+1} = x_k - \frac{1}{H(x_k)} * \nabla_x F(x_k))$

Поиск условного экстремума: Монте-Карло, метод штрафных функций

Решение задач оптимизации управления динамическими объектами

сформировать критерий качества (оптимальности); установить и формализовать ограничения на диапазон допустимых изменений переменных состояния и управления; разработать алгоритм, обеспечивающий достижения extr принятого критерия качества

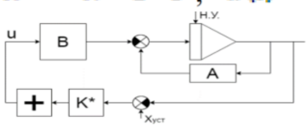
Оптимальность: по времени, min «расход топлива», расход энергии. вариационное исчисление.

Алгоритмизация задач оптимального терминального управления в непрерывном времени

$$J(u(t), x(t)) = min \int_{t_0}^{t_k} [X^T QX + U^T RU] dt$$

уравнения Риккати $A^T S + SA - SBR^{-1} B^T S + Q = 0$

$K^* = R^{-1} B^T S^*$, $u(t) = -K^* x(t)$



Итерационная процедура сведение ур. Рикатти к линейному по S, при определённых K.

$$A^T S + SA - K^T RR^{-1} RK + Q = 0$$

Решение матричного уравнения Ляпунова методом прямого интегрирования

$$S = \int_0^{\infty} e^{A_z^T t} W e^{A_z t} dt = \lim_{h \to 0} h \sum_k^{\infty} e^{A_z^T kh} W e^{A_z kh}$$

$$e^{A_z h} = \Lambda = [12E + 6hA_z + h^2 A_z^2]^{-1} * [12E + 6hA_z + h^2 A_z^2]$$

$$S = h(W + \Lambda^T W \Lambda + (\Lambda^T)^2 W \Lambda^2 + \cdots) \quad e^{A_z kh} = \Lambda^k$$

Решение матричного уравнения Ляпунова путем сведения его к В.-М. форме

Такой подход основывается на симметричности матриц S, W, тогда $A_z^T S + SA_z = -W$

$A_э * S_в = B_в$, $S_в = A_э^{-1} * B_в$

Алгоритмизация задачи оптимального терминального управления в дискретной форме

$$x(t) = \Phi(t) x_0 + \int_0^t \Phi(t - \tau) BU(\tau) dt$$

$\Phi(t) = e^{At} = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(At)^v}{v!}$ к дискретн. форме

$x(k+1) = Hx(k) + FBu(k), x(0) = x_0, H = e^{A\Delta}$

$F = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_k-\tau)} d\tau = E\Delta + \frac{A\Delta^2}{2!} + \frac{A^2\Delta^3}{3!} + \dots = A^{-1}(-E + e^{A\Delta})$

Интегральный критерий качества.

$J = \min_{u(k), k=\overline{0,N-1}}[\min_{U(N-1)}(x_N^T Q x_N + \sum_{k=0}^{N-1}(x_k^T Q x_k + U_k^T R U_k))]$

Рекуррентная форма в обратном времени.

$$\begin{cases} K_{N-j} = (R + B_Д^T P_{N-j+1} B_Д)^{-1} B_Д^T P_{N-j+1} A_Д, \\ P_{N-j} = Q + A_Д^T P_{N-j+1} A_Д + k_{N-j}^T (R + B_Д^T P_{N-j+1} B_Д) k_{N-j}, \\ U_{N-j} = -k_{N-j} x_{N-j}, \\ J_{N-j} = x_{N-j}^T P_{N-j} x_{N-j}, \end{cases}$$ при

$A_Д = H, \ B_Д = FB, \ j = 1: P_N = Q, \ j = N: \min J = J_0 = x_0^T P_0 x_0.$

<u>Восстановление неизмеряемых координат состояния</u>

$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \\ y_k = Cx_k \end{cases}$ система. Для неё уравнение наблюдения

$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x} + Bu_k + He_k = A\hat{x}_k + Bu_k + H(y_k - C\hat{x}_k)$

$e_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} = Ax_k + Bu_k + HCx_k - Bu_k - (A - HC)\hat{x}_k = (A - HC)e_k$

Ошибка оценивания вектора. Н-матрица коррекции.

<u>Одноуровневое многоцелевое управление</u>

Свёртка, метод уступок, метод равных и наименьших отклонений, евклидова норма

Недостатки: доп. Компромиссные решения, сложность формулировки замещающих задач.

<u>Многоуровневое многоцелевое управление</u>

Задачи: структурная (декомпозиция общей задачи на ряд подзадач), <u>координация</u>=согласование.

ИСУ работоспособна только тогда, когда она координируема на каждом уровне.

Способы координации: вмешательство для принятия решения локальными РО, вмешательство после принятия решения локальными РО.

<u>Принципы координации подсистем</u>

координация по принципу прогнозирования взаимодействий; координация по принципу оценки взаимодействий; координация по принципу согласования (развязывания) взаимодействий.

<u>Реализация координирующих управлений</u>

путём модификации целей (целевых функций локальной подсистемы); путём модификации образов (ограничений, определяющих взаимодействия подсистем по связующим переменным); путём модификации целей и образов

$z_i = \sum_{j=1}^{k} c_{ij} s_j$

$extr_{u_i}\{f_i(u_i, z_i)/s_i - \varphi_i(u_i, z_i) = 0, z_i - \sum_j c_{ij} s_j = 0\}$

$L_i(u, z, s, \mu, \rho) = f_i(u_i, z_i) + \mu_i(s_i - \varphi_i(u_i, z_i)) + \rho_i(z_i - \sum_j c_{ij} s_j)$

<u>реш. задач координации по принципу согласования взаимодействий путём модификации целей</u>

$$\sum_{i=1}^{n} \rho_i \left(z_i - \sum_{j\neq i} c_{ij} s_j\right) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i z_i - \sum_{i=1}^{n} \rho_i \sum_{j \neq i} c_{ij} s_j$$

$\sum_{i=1}^{n} \rho_i \sum_{j\neq i} c_{ij} s_j = \sum_{j\neq i} \sum_{i=1}^{n} \rho_i c_{ij} s_j = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\neq i} c_{ij} s_i$

ГЦ $\frac{\partial L_{ГЦ}}{\partial \rho_i} = L_{\rho_i} = z_i - \sum_j c_{ij} s_j = 0 \ \dot{\rho}_i = \pm\gamma_i \frac{\partial L_{ГЦ}}{\partial \rho_i} \sum_i \Delta f_i = 0$

<u>Решение задачи координации по принципу прогнозирования взаимодействий путем модификации образов</u> идея вмешательства координатора в работу РО подсистем ДО принятия ими решений.

$L(u, z, \mu, \rho) = \sum_i [f_i(u_i, z_i) + \mu_i(s_i - \varphi_i(u_i, z_i) + \rho_i(z_i - \sum_{j \pm i} c_{ij} s_j))]$

$\frac{\partial s_i}{\partial t} = -\gamma_i L_{s_i}, L_{s_i} = \frac{\partial L}{\partial s_i} = \mu_i - \sum \rho_j c_{ji} = L_{s_i}(\mu_i, \rho_j)$

<u>Координация с использованием модификации целей и образов</u>. путём модификации образов контролируется состояние связующих переменных (обмен между подсистемами) и не задаются значения локальных, и глобальной целевой функции

Задача верхнего уровня

$ext F_{ГЦ}(u, z) = ext \sum_{i=1}^{n} \{f_i(u_i, z_i)/s_i = \varphi(u_i, z_i), z_i = \sum c_{ij} s_j$

$$\begin{cases} \frac{\partial L_i}{\partial u_i} = L_{u_i} = \frac{\partial f_i}{\partial u_i} - \mu_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_i} = 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial z_i} = L_{z_i} = \frac{\partial f_i}{\partial z_i} - \mu_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial z_i} + \rho_i = 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial \mu_i} = L_{\mu_i} = s_i - \varphi_i(u_i, z_i) = 0 \end{cases}$$

<u>Безытерационный вариант координации по принципу прогнозирования взаимодействий с использованием ЛП</u>. Задача:

$u_i^A = \arg\min \sum_{i=1}^{3} c_i |u_i^A| \ \sum \alpha_{ji}^M u_i^A = s_j^M \le \bar{s}_j^M, j = 1,3$

$z_i = \sum_{j \neq i} s_j^M \quad u_i^k = \arg\min \sum_{k=1}^{m_i} c_i^k |u_i^k|$

$\sum_{k=1}^{m_i} \alpha_{ik}^{Bi} (u_i^k + \xi_i^k z_i) = s_i^{Bi} \le \bar{s}_i^{Bi}$

Поставленные задачи минимизации суммы модулей управлений могут быть сведены к задачам ЛП.

<u>Последовательная (улучшающая) координация</u>

трудность формулировки критериальных функций нижнего и верхнего уровней, их многоэкстремальность; необходимость обеспечения постоянного гарантированного функционирования объекта, пусть не совсем оптимально; длительность работы большинства реальных объектов велика и критичность быстроты нахождения оптимума отсутствует. $G(U, S) = U^T U + (S - S^*)^T (S - S^*)$ - качество функционирования. S- желаемое знач. s

$G(U(k+1)) < G(U(k)) \qquad I(k) = -\nabla G(U_k)$

$U(k+1) = U(k) + \mathcal{D}_k I(k)$

<u>Процедура координации в динамических системах</u>

$$\begin{cases} \dot{y}_i = A_i y_i + B_i u_i + c_i z_i, y(0) = ?, y_i(T) = y_i^*, i = \overline{1, N} \\ z_i = \sum_{j=1}^{N} T_{ij} y_j \end{cases}$$

$\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{2} y_i^T(T) Q_i y_i(T) + \int_0^T \frac{1}{2} [y_i^T p_i y_i + u_i^T R_i u_i + z_i^T s_i z_i] dt\right) = \sum_{i=1}^{N} \mathcal{J}_i$

$z_i = \sum T_{ij} y_j$ штрафы за невып. ограничений

$L(y, u, \Lambda) = \sum_{i=1}^{N} (\mathcal{J}_i + \int_0^T \lambda_i^T (z_i - \sum_{j=1}^{N} T_{ij} y_j \, dt))$

$\sum_{i=1}^{N} L_i = \sum_{i=1}^{N} [\mathcal{J}_i + \int_0^T (\lambda_i^T z_i^0 - \sum_{j=1}^{N} \lambda_i^T T_{ji} y_j) dt]$

Градиентный спуск

$\Lambda = -\alpha * \nabla_\Lambda L \rightarrow \lambda_i = -\alpha_i \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = -\alpha_i (z_i - \sum_{j=1}^{N} \lambda_i^T T_{ij} y_j)$