

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

## **ОТЧЕТ**

### **Лабораторная работа №4**

По теме: «Синтез и исследование системы децентрализованного управления  
многосвязного объекта»

**Дисциплина:** Компьютерные системы управления

Выполнил студент гр. 3540901/02001

Руководитель

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Бараев Д. Р.

Нестеров С. А.

«\_\_»\_\_\_\_\_ 2021г.

Санкт-Петербург  
2021

## Содержание

1. Исходные данные .....	3
2. Задание .....	3
3. Ход работы .....	3
Получение передаточной матрицы .....	3
Поиск решения локальных задач .....	3
Синтез регулятора.....	6
Моделирование в среде Matlab.....	6
4. Анализ результатов .....	9
5. Выводы .....	10

## 1. Исходные данные

Объект первого порядка:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0.4 \\ -0.4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Целевые функции:

$$\begin{cases} f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ f_2 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.9 \end{cases}$$

## 2. Задание

- 1) Представить многомерный объект в виде системы из двух локальных подсистем.
- 2) Синтезировать систему локального управления заданного объекта, улучшающую показатели качества системы (увеличить скорость переходного процесса) в 5 раз.

## 3. Ход работы

### Получение передаточной матрицы

В матричном виде исходные данные представляют собой:

Если сопоставлять с классическим представлением  $\dot{x} = Ax + Bu$ , то матрица

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0.4 \\ -0.4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$\det|E_p - A| = 0$ , тогда характеристический полином имеет вид:

$$\det \left( E - \begin{bmatrix} -2 & 0.4 \\ -0.4 & -2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$(p + 2)(p + 2) + 0.4^2 = 0$$

$$p^2 + 4p + (4 + 0.4^2) = 0$$

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{-0.4^2} - 2$$

$$ПМ = |E_p - A|^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} s+2 & -0.4 \\ 0.4 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{0.4^2 + (s+2)(s+2)} \begin{bmatrix} 2(s+2) & 2 * 0.4 \\ -2 * 0.4 & 2(s+2) \end{bmatrix}$$

### Поиск решения локальных задач

В качестве исходной системы будем использовать систему из предыдущей работы:

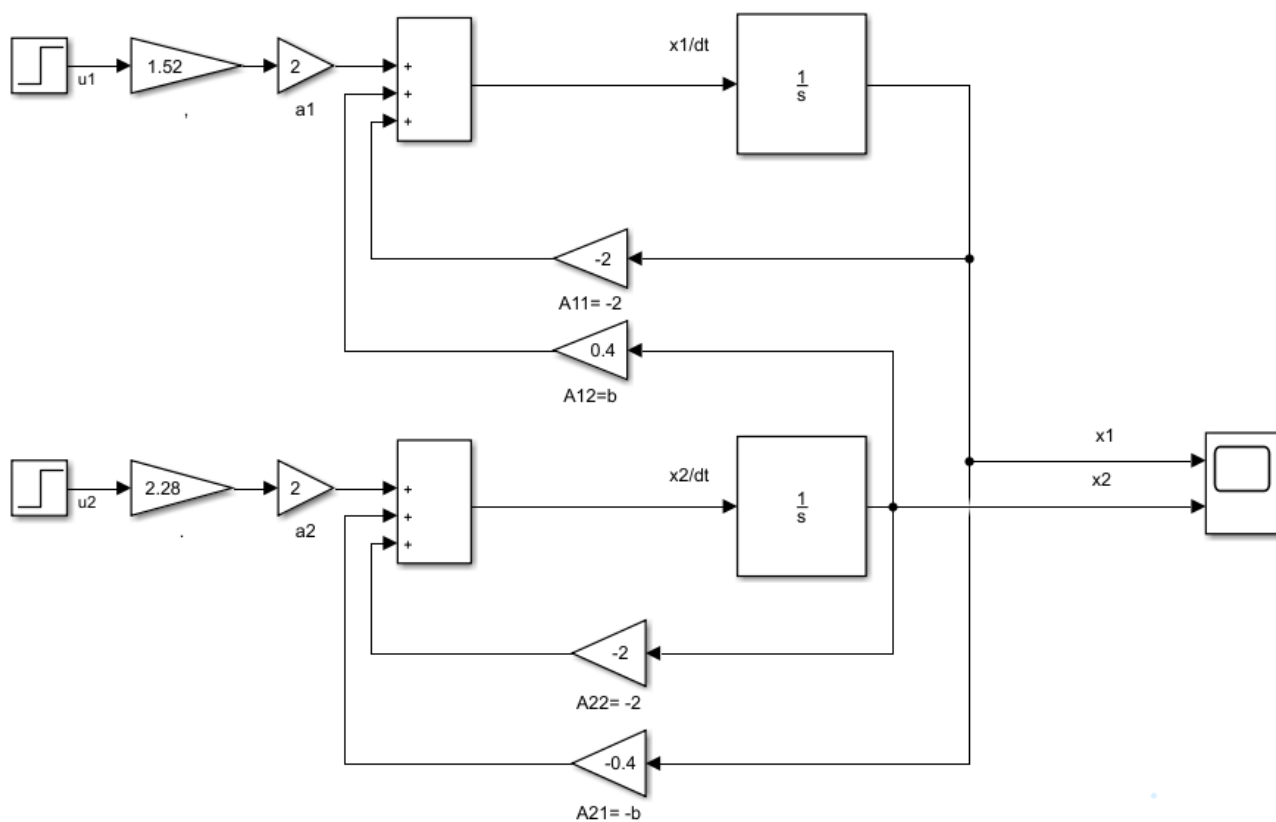


Рисунок 1 - Структурная схема системы управления

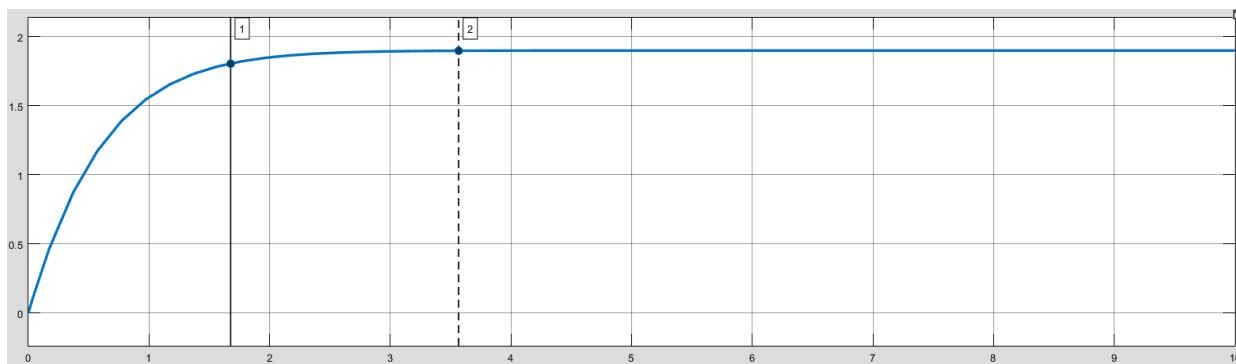


Рисунок 2 - Переходный процесс координаты  $x1$

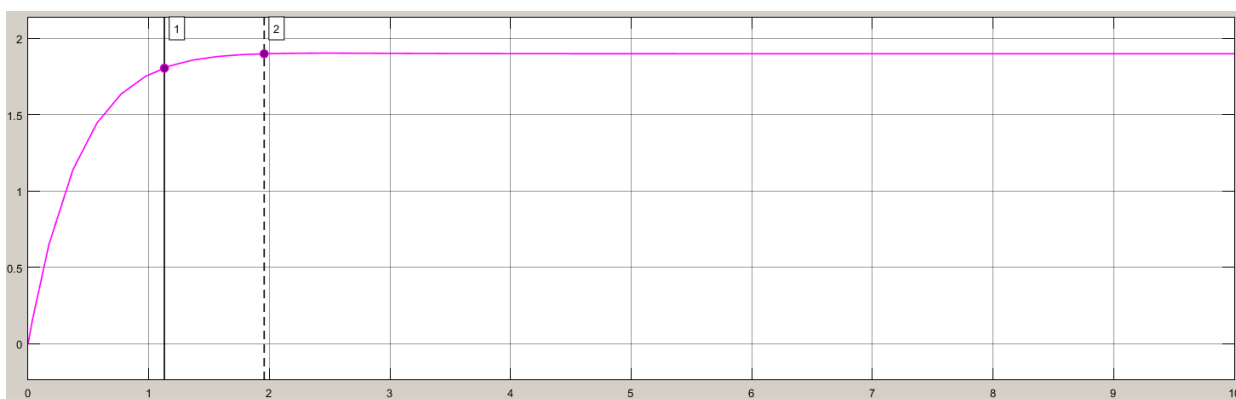


Рисунок 3 - Переходный процесс координаты  $x2$

Показатели качества переходного процесса:

$t_{пп1} = 1.677$  с,  $t_{пп2} = 1.13$  с.

В децентрализованном управлении не будут рассмотрены коэффициенты  $k_{12}$  и  $k_{21}$ , таким образом, не будет изменено влияние обратной связи первой локальной системой на вторую и второй системы на первую.

Вектор коэффициентов входного сигнала будет выражен следующим образом:

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 0.4 \\ -0.4 & -2 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}; K = \begin{vmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{vmatrix};$$

$$U = -KX + GV$$

$$\dot{X}_1 = A X - B \cdot K X + B \cdot K V = A_s X + B \cdot K V$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2(k_{11} + 1)x_1 + 0.4x_2 + 2g_1V_1 \\ \dot{x}_2 = -0.4x_1 - 2(k_{22} + 1)x_2 + 2g_2V_2 \end{cases}$$

$$A_s = \begin{vmatrix} -2(k_{11} + 1) & 0.4 \\ -0.4 & -2(k_{22} + 1) \end{vmatrix}$$

$\det|E p - A_s| = 0$ , тогда характеристический полином имеет вид:

$$\det \left( E p - \begin{vmatrix} -2(k_{11} + 1) & 0.4 \\ -0.4 & -2(k_{22} + 1) \end{vmatrix} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} p^2 + (2k_{11} + 2k_{22} + 4)p + 4(k_{11} + 1)(k_{22} + 1) + 0.16 &= 0 \\ p_{1,2} &= -0.5(2k_{11} + 2k_{22} + 4) \\ &\pm 0.5\sqrt{(2k_{11} + 2k_{22} + 4)^2 - 16(k_{11} + 1)(k_{22} + 1) - 0.64} \end{aligned}$$

Построим годограф для зависимости корней от  $k_{22}$ , при различных  $k_{11}$ , где  $k_{11}$  изменяется от 5.4 (правый пик) до 6.6 (левый пик), а  $k_{22}$  меняется от 3 до 4.3.

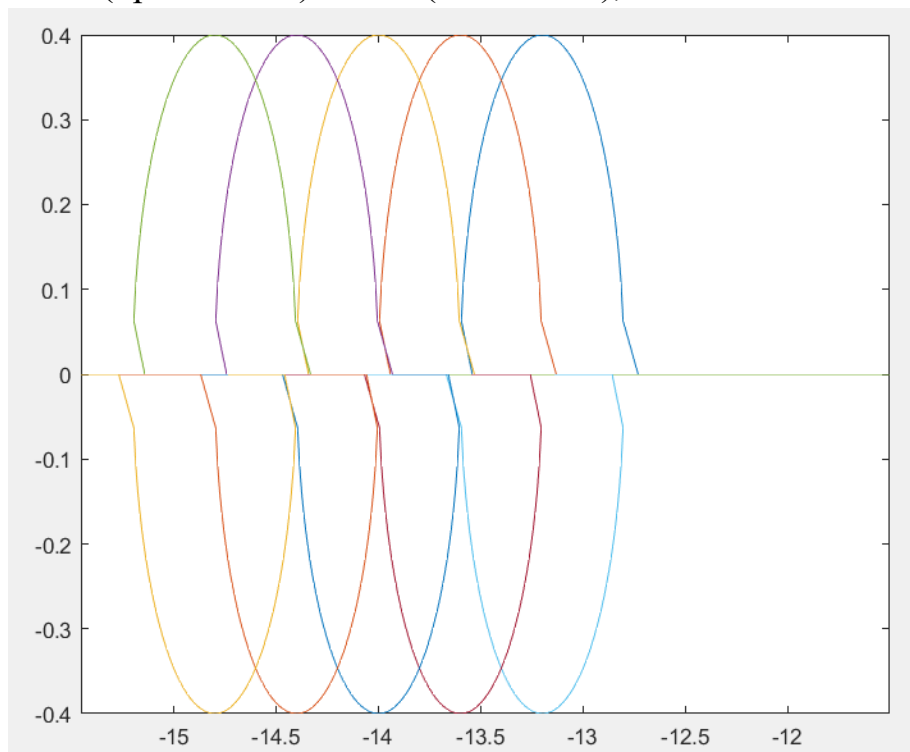


Рисунок 4 - Годограф (при изменении  $k_{22}$ )

Построим годограф для зависимости корней от  $k_{22}$ , при различных  $k_{11}$ . Где  $k_{11}$  изменяется от 5.4 (правая линия) до 6.6 (левая линия), а  $k_{22}$  меняется от 1.33 до 2.67.

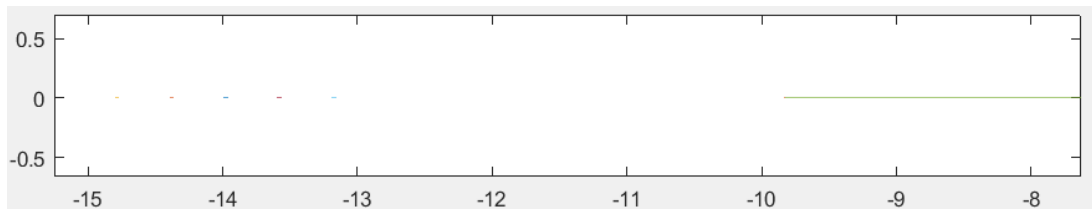


Рисунок 5 - Годограф (при изменении  $k_{22}$ )

Из уравнения корней видно, что  $k_{11}$   $k_{22}$  практически взаимозаменяемы, следовательно утверждения справедливые для одного коэффициента будут справедливы и для другого. Видно, что увеличение  $k_{11}$  в большей степени увеличивает расстояние у мнимых пиков до мнимой оси (влияет на продолжительность переходного процесса). Уменьшение  $k_{22}$  приближает полюса к мнимой оси и за счет этого снижает скорость переходного процесса.

### Синтез регулятора

В предыдущей работе при помощи корневых методов получено следующее характеристическое уравнение:

$$s^2 + 24s + 140 = 0$$

Из него находим коэффициенты:

$$\begin{cases} 2k_{11} + 2k_{22} + 5 = 24 \\ 4(k_{11} + 1)(k_{22} + 1) + 0.16 = 140 \end{cases}$$

Решения:

$$\begin{cases} k_{11} = \frac{95 - \sqrt{759}}{20} = 3.3725 \\ k_{22} = \frac{95 + \sqrt{759}}{20} = 6.1275 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} k_{11} = \frac{95 + \sqrt{759}}{20} = 6.1275 \\ k_{22} = \frac{95 - \sqrt{759}}{20} = 3.3725 \end{cases}$$

### Моделирование в среде Matlab

Схема системы с регулятором выглядит следующим образом:

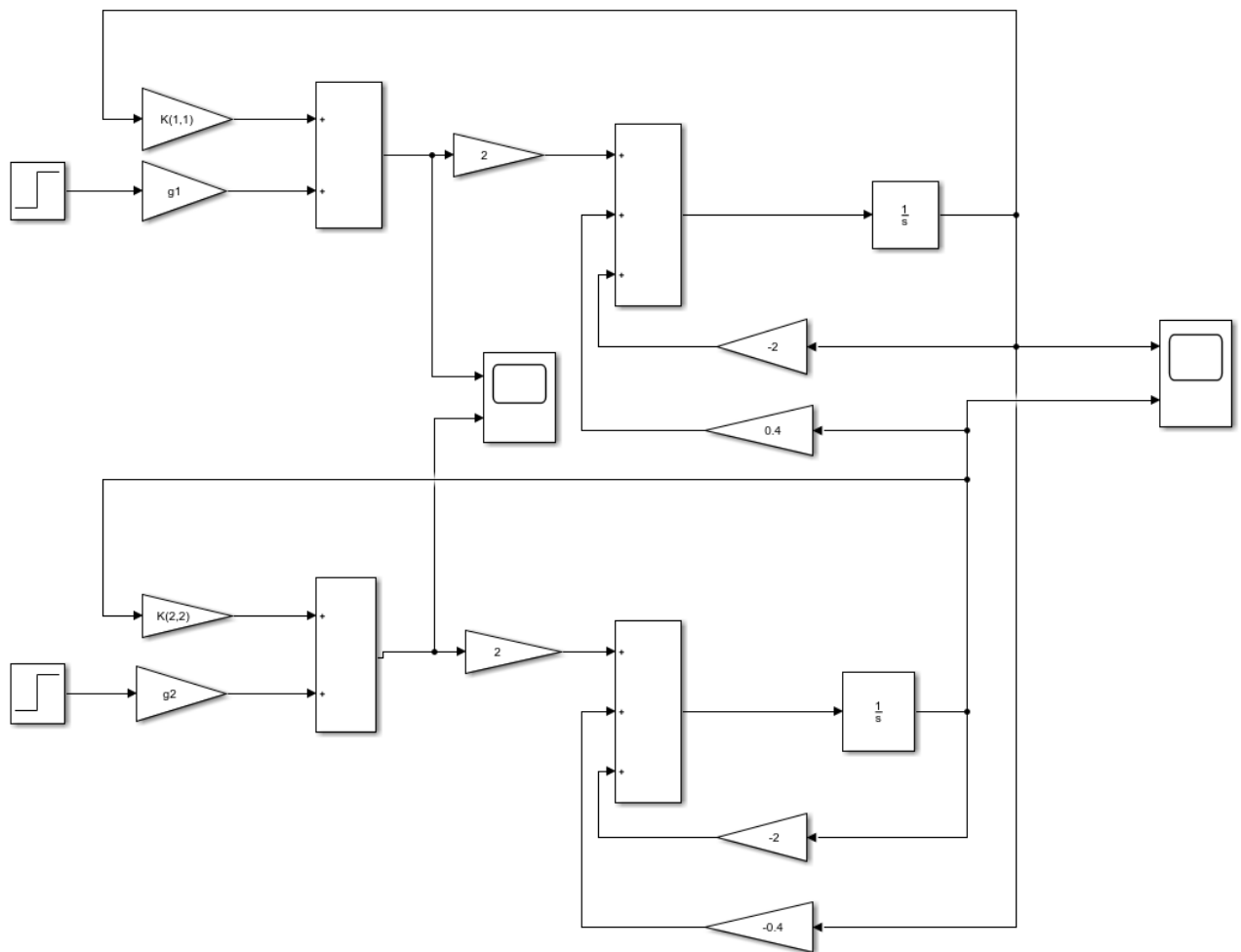


Рисунок 6 - Схема системы с регулятором

```
clear, clc
b=0.4; A=[-2 b;-b -2]; B=[2 0;0 2];
X0=[1.9;1.9];
V0m=[X0(1) 0; 0 X0(2)]; kf=1;
Kisn=[(95-kf*sqrt(759))/20 0; 0 (95+kf*sqrt(759))/20]
As=A-B*Kisn
G=(-inv(B)*A+Kisn)*inv(V0m)*X0;
K=-Kisn;
g1=G(1), g2=G(2)
```

Рисунок 7 - Поиск G (Листинг)

**Вывод при kf = 1:**

Kisn = 3.3725      0  
         0      6.1275

As = -8.7450    0.4000  
     -0.4000 -14.2550

g1 = 4.1725  
g2 = 7.3275

**Вывод при kf = -1:**

Kisn = 6.1275      0  
         0      3.3725

As = -14.2550    0.4000  
     -0.4000 -8.7450

g1 = 6.9275  
g2 = 4.5725

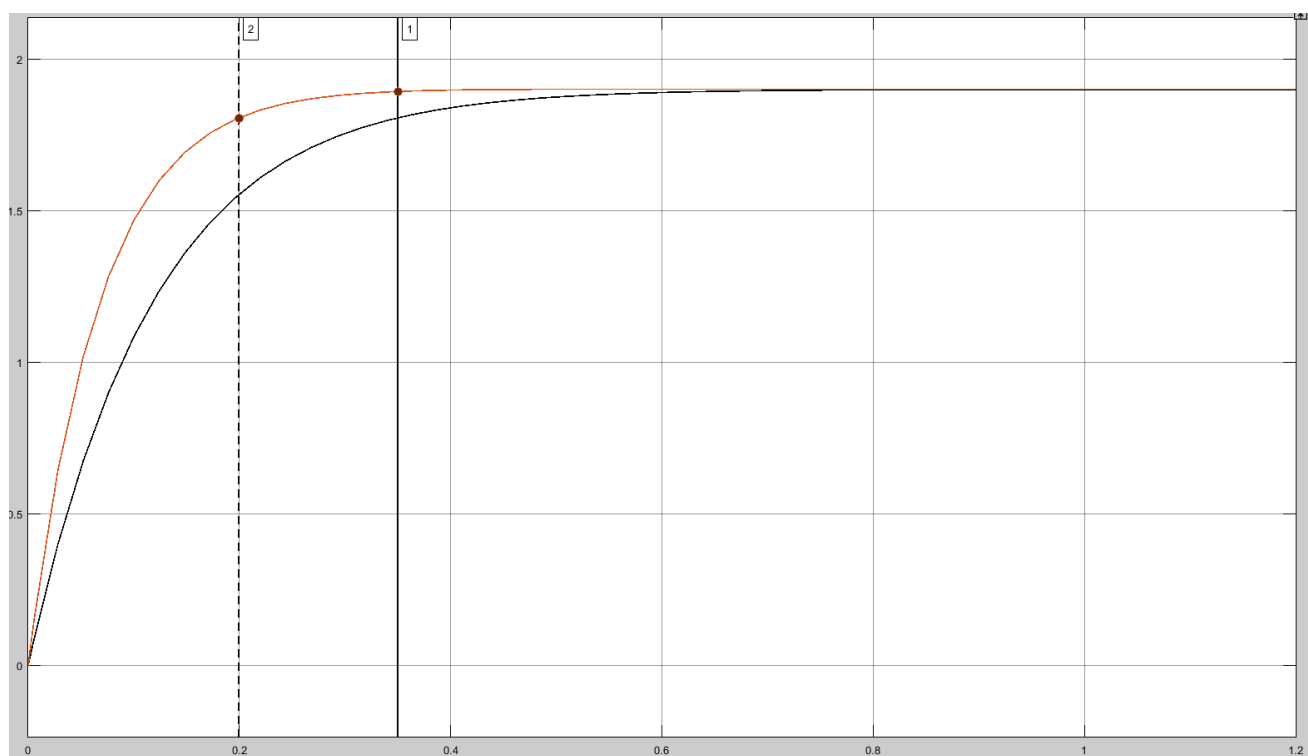


Рисунок 8 - Переходный процесс при  $k_{11}=3.3725$ ,  $k_{22}=6.1275$

$t_{пп1} = 0.200$  с,  $t_{пп2} = 0.350$  с.

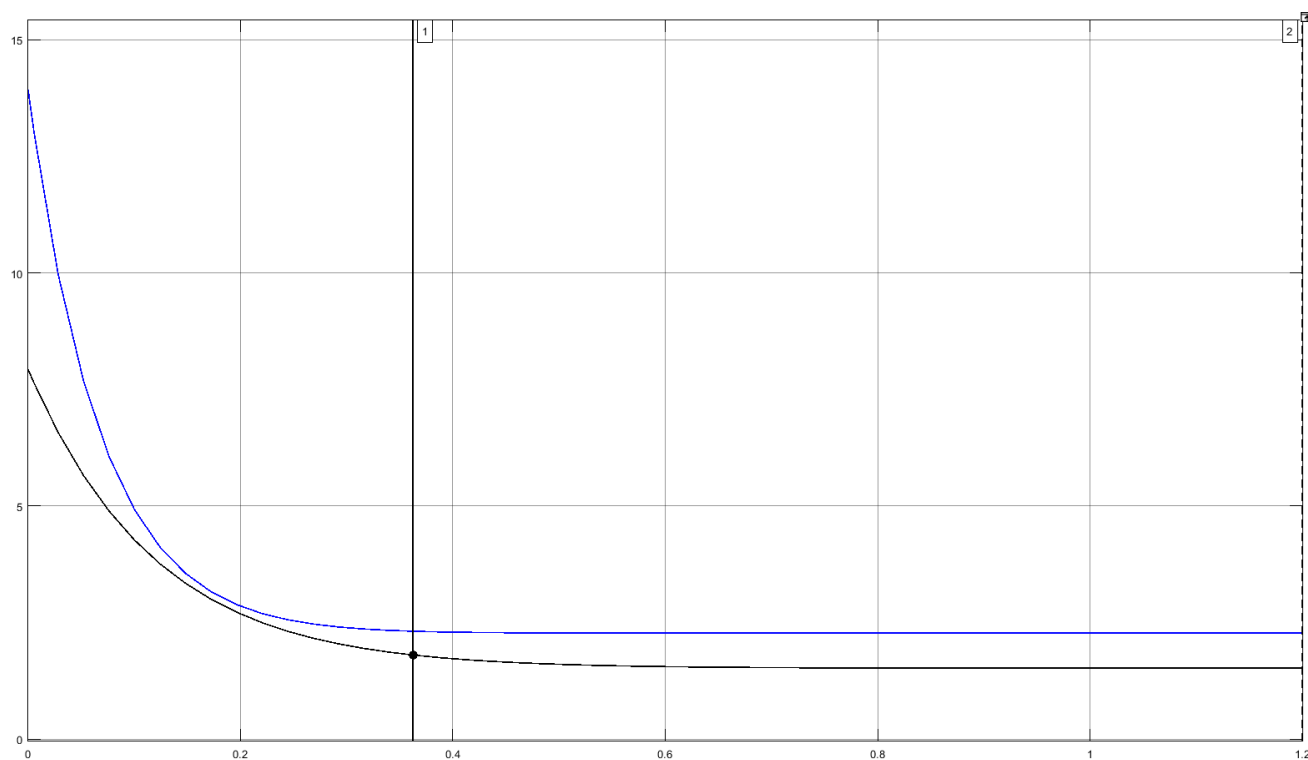


Рисунок 9 - Переходный процесс  $U_1 U_2$  при  $k_{11}=3.3725$ ,  $k_{22}=6.1275$



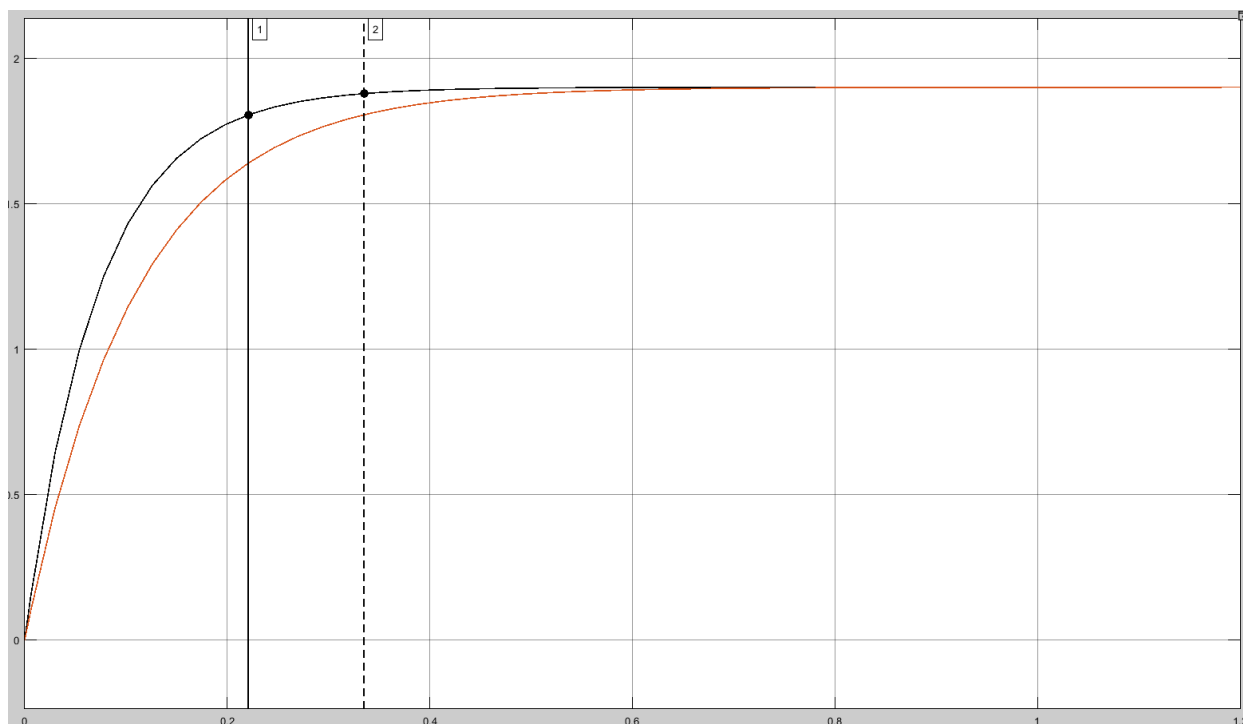


Рисунок 10 - Переходный процесс при  $k_{11}=6.1275$ ,  $k_{22}=3.3725$

$t_{пп1} = 0.221$  с,

$t_{пп2} = 0.335$  с.

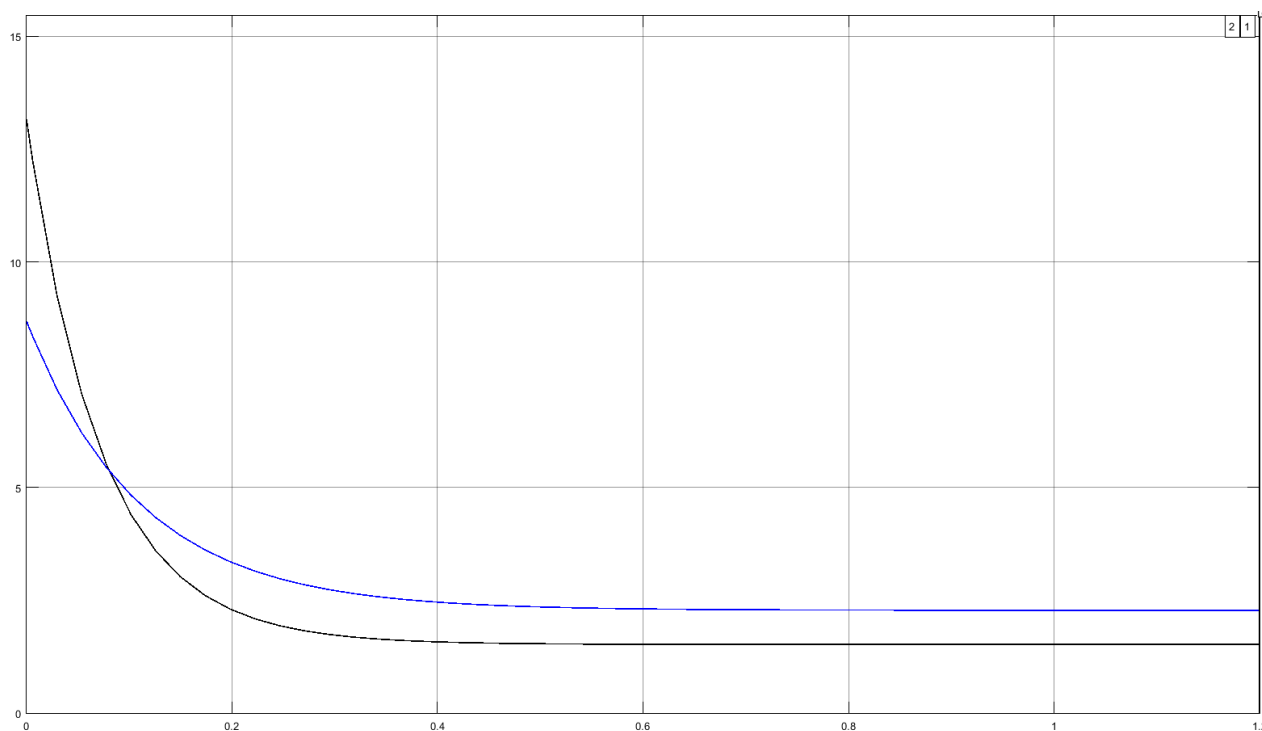


Рисунок 11 - Переходный процесс  $U_1$   $U_2$  при  $k_{11}=6.1275$ ,  $k_{22}=3.3725$

#### 4. Анализ результатов

При обоих вариантах решения значения показателей качества системы значительно улучшились.

Время переходного процесса при  $k_{11} = 3.3725$ ,  $k_{22} = 6.1275$  уменьшилось в 4.8 раз с  $t_{пп1} = 1.677$  с до  $t_{пп2} = 0.350$  с.

Время переходного процесса при  $k_{11} = 6.1275$ ,  $k_{22} = 3.3725$  уменьшилось в 5 раз с  $t_{пп1} = 1.677$  с до  $t_{пп2} = 0.335$  с.

## 5. Выводы

Синтез децентрализованного регулятора позволил уменьшить количество настраиваемых параметров и упростить систему уравнений в случае применения корневого метода. Кроме того, упростилась структура системы управления.

В синтезированных системах значение коэффициентов на главных диагоналях матрицы  $A_s$  по сравнению со значениями на главной диагонали в изначальной матрице  $A$ . Это означает что 1 подсистема стала больше влиять на себя, и 2 подсистема стала больше влиять на себя по сравнению с влияниями каждой подсистемы другую. На графиках это выражается в том, что в изначальной системе видно перерегулирование. А в новых системах перерегулирования нет.

Несмотря на упрощение системы, при заданном расположении полюсов удалось достичь тех же показателей качества переходного процесса, что и с использованием централизованного регулятора.