# Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого Институт компьютерных наук и технологий Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

Отчет по лабораторной работе №7
По теме "Синтез и исследование иерархической системы управления. Решение задачи координации по принципу прогнозирования взаимодействий путем модификации образов"

Дисциплина: Компьютерные системы управления

Выполнил студент гр. 3540901/02001			Дроздов Н.Д.	
Руководитель	(подпись)			
	 (подпись)		Нестеров С. А.	
	(1104111105)	<b>«</b>	» 2021г.	

г. Санкт-Петербург 2021г.

#### 1. Исходные данные:

Объект первого порядка:

$$\begin{vmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 12 \\ -12 & -2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix}$$

Целевые функции:

$$\begin{cases} f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ f_2 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ \alpha_1 = 0.2, \ \alpha_2 = 0.8 \end{cases}$$

#### 2. Задание

Реализовать двухуровневую иерархическую систему управления. Для координации подсистем использовать принцип прогнозирования взаимодействий путем модификации целей образов.

## 3. Ход работы

### 3.1. Формализация модели

Основным недостатком одноуровневого многоцелевого управления является необходимость ввода компромиссных решений для сведения многокритериальной задачи к однокритериальной. В случае многоуровневого управления принятие компромиссных решений производится на дополнительном вышестоящем уровне. Координатор должен иметь возможность воздействовать на действия решающих органов локальных подсистем.

Координация по принципу прогнозирования взаимодействий относится к типу координаций до принятия решений решающими органами локальных подсистем.

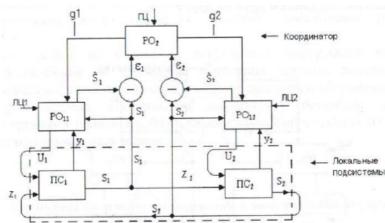
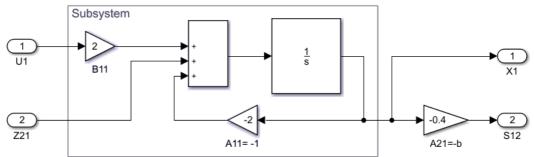


Рис. 1. Структурная схема многоуровневой системы управления по принципу прогнозирования взаимодействий.

Конфликты в иерархических системах управления могут возникать из-за несогласованного изменения связующих переменных отдельных подсистем. При координации по принципу прогнозирования взаимодействий используется идея вмешательства координатора в работу решающих органов подсистем до

принятия ими решений. На верхнем уровне определяются желательные для оптимизации глобальной целевой функции значения связующих переменных на входе z и на выходе s для каждой из подсистем.

Считается, что задача локального управления на уровне подсистем решена, поэтому требуется только организация совместного управления. В качестве реализации подсистемы с регулятором возьмем полученные в работе 2 результаты синтеза локального регулятора. В этом случае подсистемы будут иметь структуру:



Puc. 1. Структурная схема первой подсистемы с локальным регулятором. Далее определим формальную постановку задачи.

### Глобальная целевая функция

Локальные цели:

$$f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$
  
 $f_2 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2$ 

С учётом весовых коэффициентов  $f = 0.2 \cdot f_1 + 0.8 \cdot f_2$ 

С минимумом в точке  $\{1.8, 1.8\}$ 

Записываем перекрёстное влияние подсистем:

$$\frac{12}{2}s_2 = 6 \cdot s_2 = z_1$$

$$\frac{-12}{3}s_1 = -6s_1 = z_2$$

Записываем уравнения для каждой подсистемы:

$$s_1 - z_1 - u_1 = 0$$
  
$$s_2 - z_2 - u_2 = 0$$

Найдём экстремумы с учётом записанных условий в подсистемах:

$$L_0 = 0.2((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2) + 0.8((x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2) + \mu_1(s_1 - z_1 - u_1) + \mu_2(s_2 - z_2 - u_2) + \rho_1(z_1 - 6 \cdot s_2) + \rho_2(z_2 + 6s_1)$$

Тогда получаем Лагранжианы подсистем:

$$L_{i}(u_{i}, z, \mu_{i}, \rho_{i}) = f_{i}(z, u_{i}) + \mu_{i}(s_{i} - \varphi_{i}(u_{i}, z_{i})) + \rho_{i}(z_{i} - c_{ij}s_{j})$$

$$L_{1} = 0.2\left((z_{1} + u_{1} - 1)^{2} + \left(\frac{1}{6}z_{1} - 1\right)^{2}\right) + \mu_{1}(s_{1} - z_{1} - u_{1}) + \rho_{1}(z_{1} - 6 \cdot s_{2})$$

$$L_{0} = 0.8\left(\left(\frac{1}{6}z_{2} - 2\right)^{2} + (z_{2} + u_{2} - 2)^{2}\right) + \mu_{2}(s_{2} - z_{2} - u_{2}) + \rho_{2}(z_{2} + 6s_{1})$$

#### 3.2. Синтез решающих органов первого уровня

В локальных подсистемах для нахождения экстремума при заданных ограничениях необходимо найти экстремум соответствующего Лагранжиана: Для этого требуется решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dL_i}{du_i} = 0\\ \frac{dL_i}{dz_i} = 0\\ \frac{dL_i}{d\mu_i} = 0\\ \frac{dL_i}{d\rho_i} = 0 \end{cases}$$

При этом, значения  $s_i$  задаются координатором.

Листинг 1. Вычисление частных производных локальных Лагранжианов.

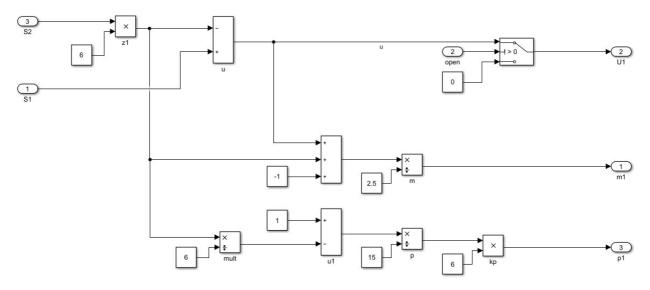
```
w=0.3;
syms z1 z2 u1 u2 f1 f2 s1 s2 m1 m2 p1 p2;
f1 = w*((z1+u1-1)^2+(z1/6-1)^2);
f2 = (1-w)*((-z^2/6-2)^2+(z^2+u^2-2)^2);
syms L1 L2;
L1 = f1 + m1*(s1-z1-u1) + p1*(z1 - 6*s2)
L2 = f2 + m2*(s2-z2-u2) + p2*(z2 + 6*s1)
display('Лагранжиан 1')
diff(L1,u1)%*5/3
diff(L1,z1)%*5/3
diff(L1,m1)
diff(L1,p1)
display('Лагранжиан 2')
diff(L2,u2)%*5/7
diff(L2,z2)%*5/7
diff(L2, m2)
diff(L2,p2)
```

#### Первая подсистема

$$\begin{cases} \frac{dL_1}{du_1} = -\mu_1 + \frac{2}{5}u_1 + \frac{2}{5}z_1 - \frac{2}{5} = 0\\ \frac{dL_1}{dz_1} = -\mu_1 + \frac{2}{5}u_1 + \frac{37}{90}z_1 + \rho_1 - \frac{7}{15} = 0\\ \frac{dL_1}{ds_1} = z_1 + 6s_2 = 0\\ \frac{dL_1}{du_1} = s_1 - z_1 - u_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{2}{5}(u_1 + z_1 - 1) \\ \rho_1 = \frac{1}{15} \cdot (1 - \frac{1}{6}z_1) \\ z_1 = 6s_2 \\ u_1 = s_1 - z_1 \end{cases}$$

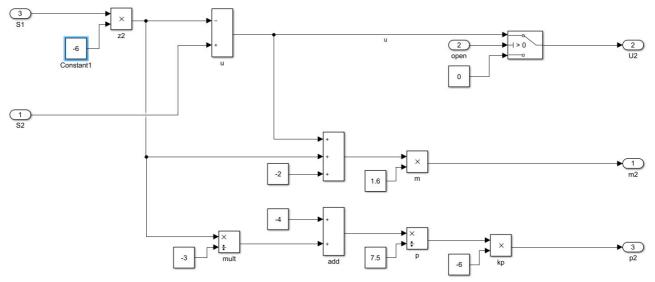
Соответствующая схема решающего органа первого уровня:



### Вторая подсистема

$$\begin{cases} \frac{dL_2}{du_2} = -\mu_2 + \frac{8}{5} u_2 + \frac{8}{5} z_2 - \frac{16}{5} = 0 \\ \frac{dL_2}{dz_2} \frac{5}{7} = -\mu_2 + \frac{8}{5} u_2 + \frac{74}{45} \cdot z_2 + \rho_2 + \frac{8}{3} = 0 \\ \frac{dL_2}{ds_2} = z_2 + 6 s_1 = 0 \\ \frac{dL_2}{d\mu_2} = s_2 - u_2 - z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_2 = \frac{8}{5} \cdot (u_2 + z_2 - 2) \\ \rho_2 = \frac{2}{15} \cdot (-4 - \frac{1}{3} z_2) \\ z_2 = -6 s_1 \\ u_2 = s_2 - z_2 \end{cases}$$



Соответствующая схема решающего органа первого уровня.

### 3.3. Синтез решающего органа верхнего уровня

В локальных решающих органах для нахождения управляющего воздействия ищется экстремум локального Лагранжиана и вычисляются неопределенные множители µ и р. При этом на верхнем уровне для каждой из подсистем определяются желаемые для оптимизации глобальной целевой функции значения связующих переменных s<sub>i</sub>. Эти значения передаются на нижний уровень, и локальные задачи решаются с их учетом.

Желаемое значение  $s_i$  корректируется в координаторе методом наискорейшего спуска:

$$\Delta s(k)_i = \pm \gamma \left( \hat{\mu}_i - \sum_j c_{ij} \hat{\rho}_j \right); \quad s(k)_i = s(k-1)_i + \Delta s(k)_i,$$

где у – величина шага. Условие остановки:

$$|\Delta s_i(k) - \Delta s_i(k-1)| \le \varepsilon$$

где  $\varepsilon$  — порог изменения величины шага.

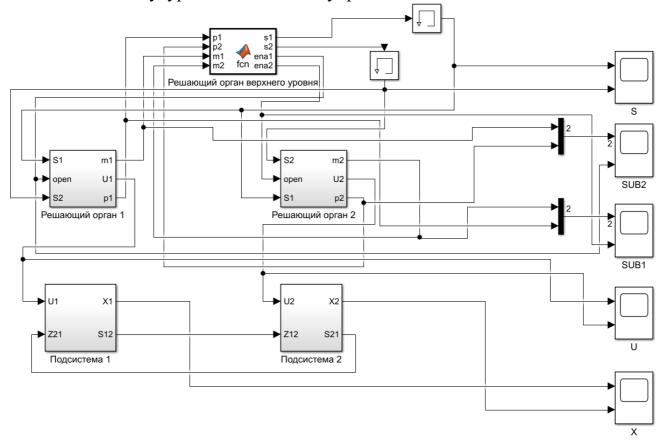
Когда условие согласованности локальных и глобальных целей будет выполнено, на нижний уровень будет подан сигнал разрешения управления.

Листинг 3. Реализация решающего органа верхнего уровня.

```
function [s1, s2, ena1, ena2] = fcn(p1, p2, m1, m2)
persistent ds1 t;
persistent ds2 t;
persistent s1 t;
persistent s2 t;
persistent enal t;
persistent ena2 t;
eps = 0.02; % Величина отклонения оценки от реального значения
step = 0.001; % Шаг изменения множителей р
% Инициализация
if(isempty(s1 t))
    s1 t = 1.; %-12.5;
    s2^{-}t = 1.; %12.5;
    ds\overline{1} t = 0;
    ds2 t = 0;
    ena1 t = 0;
    ena2 t = 0;
    s1 = s1 t;
```

```
s2 = s2_t;
    ena1 = ena1_t;
    ena2 = ena2_t;
    return;
end
if(abs((m1-p2)) > eps \mid \mid abs((m2-p1)) > eps)
   s1_t = s1_t-step*(m1-p2);%+
   ena1_t = 0;
   s2_t = s2_t-step*(m2-p1);%-
   ena2_t = 0;
else
   enal_t = 1;
   ena2_t = 1;
end
s1 = s1_t;
s2 = s2_t;
ena1 = ena1 t;
ena2 = ena2 t;
```

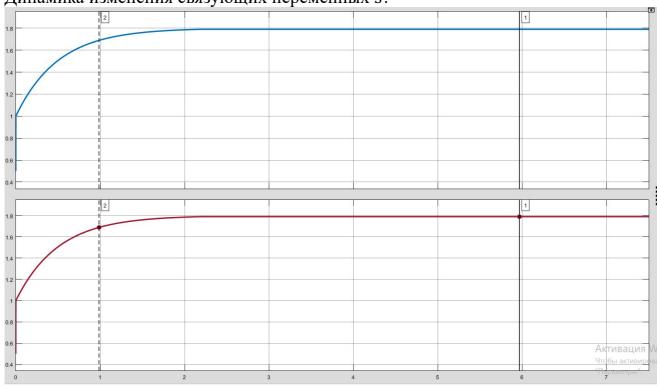
Полная модель двухуровневой системы управления имеет вид:



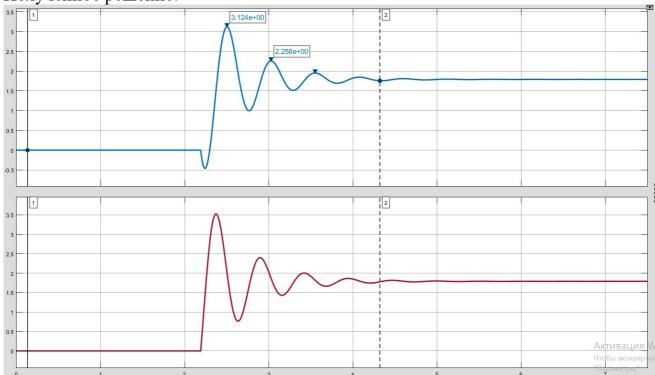
## 3.4. Моделирование работы системы

Перед началом моделирования требуется задать исходные данные:  $\epsilon$  и  $\gamma$ . Величина шага спуска  $\gamma$  влияет на скорость сходимости решения,  $\epsilon$  влияет как на отклонение решения от исходной глобальной цели, так и на скорость сходимости. Экспериментально были подобраны следующие значения:  $\epsilon = 0.02, \gamma = 0.001$ 

Динамика изменения связующих переменных s:

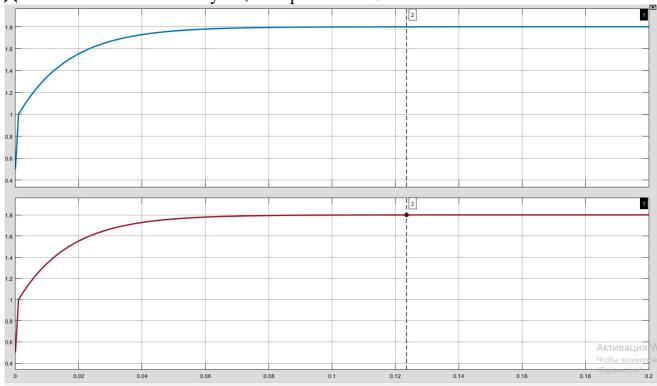


Полученное решение:

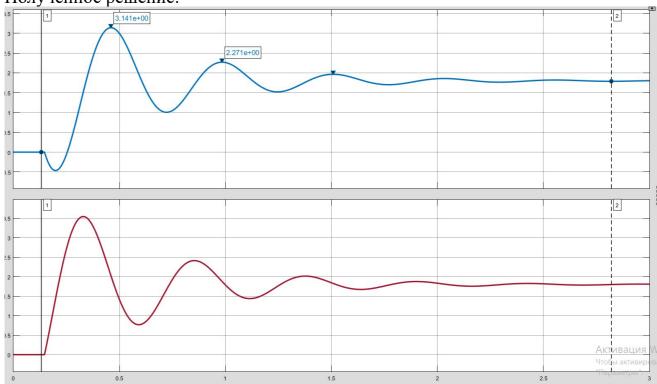


# $\varepsilon = 0.0002, \, \gamma = 0.03$

## Динамика изменения связующих переменных s:



# Полученное решение:



#### Вывод

Метод модификации образов позволяет задавать на уровне координатора желаемые значения связующих переменных, с учетом которых будут решаться локальные задачи управления. Условием остановки в данном случае является достижение локальными регуляторами оптимальных значений связующих переменных, наиболее близких к желаемым. Метод модификации образов позволяет задавать на уровне координатора желаемые значения связующих переменных, с учетом которых будут решаться локальные задачи управления.

К недостаткам данного подхода можно отнести существенное усложнение структуры системы и продолжительный процесс поиска решения координатором. Метод градиентного спуска, применяемый в координаторе, требует подбора двух параметров. При увеличении шага в градиентном спуске возможно достижение более высокой скорости поиска решения и более быстрого переходного процесса. Также удалось достичь большей точности, уменьшив є в сто раз по сравнению с первым случаем.