Examples in LLM SFT for MATH problems

Jclian91

2024年5月23日

1. 小明有 98 元,他要买一本书和一支笔,已知书的价格是 25 元,笔的价格比书的价格多 15 元,请问小明还剩余多少元钱?



2. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 的顶点坐标为多少?



首先给出思考过程:在解析几何中,抛物线的一般形式是 $y=ax^2+bx+c$,其中a、b、c是常数。要求解抛物线的顶点坐标,可以使用顶点公式:顶点的横坐标x0是-b/2a,纵坐标y0是f(x0)。在这个例子中,抛物线的方程是 $y=x^2-4x+3$ 。生成的Python代码如下:首先,我们需要找到方程的a、b和c的值: 1.a=12.b=-43.c=3接下来,使用顶点公式计算顶点的横坐标x0和纵坐标y0。生成的Python代码如下:

```
def parabola_vertex(a, b, c):
    x0 = -b / (2 * a)
    y0 = a * x0**2 + b * x0 + c
    return (x0, y0)

# 抛物线方程的系数
a = 1
b = -4
c = 3

# 计算顶点坐标
vertex = parabola_vertex(a, b, c)
print('抛物线的顶点坐标是:', vertex)

运行以上代码,输出会是: 抛物线的顶点坐标是: (2.0, -1.0) 因此,抛物线y=x^2-4x+3
的顶点坐标是(2,-1)。
```

3. 计算 123456789 与 987654321 的乘积



首先给出思考过程:在解决这个问题时,我们可以直接使用Python的内置乘法运算符来计算这两个数的乘积。Python中的乘法运算符是星号(*)。生成的Python代码如下:

```
num1 = 123456789
num2 = 987654321
product = num1 * num2
print(product)
```

运行以上代码,输出会是: 121932631112635269 因此, 123456789与987654321的乘积 是121932631112635269。 4. 若 $(ax-b)(3x+4) = bx^2 + cx + 72$,则 a+b+c 的值为多少?



首先给出思考过程:这是一个求解代数方程的问题。我们可以通过将方程的左边展开,并与右边的等式进行比较,从而解出a、b和c的值。生成的Python代码如下:我们有方程:[(ax-b)(3x+4) = bx^2 + cx + 72] 先展开左边的式子:[3ax^2 + (4a-3b)x - 4b = bx^2 + cx + 72] 然后比较两边的系数: [3a = b] [4a-3b = c] [-4b = 72] 解这个方程组可以得到a、b和c的值。生成的Python代码如下:

```
from sympy import symbols, Eq, solve

a, b, c, x = symbols('a b c x')

# 方程组
eq1 = Eq(3*a*x***2 + (4*a - 3*b)*x - 4*b, b*x**2 + c*x + 72)
eq2 = Eq(3*a, b)
eq3 = Eq(4*a - 3*b, c)
eq4 = Eq(-4*b, 72)

# 解方程组
solution = solve((eq1, eq2, eq3, eq4), (a, b, c))
a_val, b_val, c_val = solution[a], solution[b], solution[c]

# 计算a+b+c
result = a_val + b_val + c_val
print('a+b+c的值为:', result)

运行以上代码,输出会是:
a+b+c的值为: 6 因此,当方程的左边展开并比较系数时,我们
```

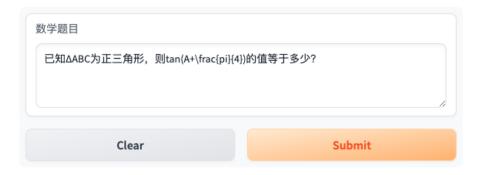
5. 123456789 + 987654321 = ?

得到a=2, b=6, c=12。所以a+b+c的值为6。



6. 已知 $\triangle ABC$ 为正三角形,则 $tan(A+\frac{\pi}{4})$ 的值等于多少?

987654321 = 1111111110。



首先给出思考过程: 对于一个正三角形,其每个内角的度数为60度。我们需要计算 $tan(A+\frac{pi}{4})$ 的值,其中A是三角形的一个内角。我们可以使用三角函数的基本关系式来 计算这个值。生成的Python代码如下: 由于 $tan(x+y) = \frac{tan(x) + tan(y)}{1 - tan(x)tan(y)}$,我们可以将 $tan(A+\frac{pi}{4})$ 表示为: $[tan(A+\frac{pi}{4})] = \frac{tan(A) + tan(x) + tan(x)}{1 - tan(A) + tan(x)} = \frac{tan(A) + tan(x) + tan(x)}{1 - tan(A) + tan(x)} = \frac{tan(A) + tan(x)}{1 - tan(x)} = \frac{tan($

```
import math

def tangent_sum(angle):
    tan_a = math.sqrt(3)
    return (tan_a + 1) / (1 - tan_a)

# 计算tan(A + pi/4)
angle = 60
result = tangent_sum(angle)
print('tan(A + pi/4)的值是:', result)
```

运行以上代码,输出会是: tan(A + pi/4)的值是: -3.7320508075688776 因此,对于一个正三角形, $tan(A+\frac{pi}{4})$ 的值约为-3.732。

7. 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_3 = 10$, $S_6 = 30$, 则 S_{12} 等于多少?

首先给出思考过程:这是一个关于等比数列求和的问题。等比数列的前n项和公式为:[S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}],其中a1是首项,q是公比。已知S_{3}=10,S_{6}=30,我们可以使用递推关系来计算公比q。生成的Python代码如下:首先,我们可以利用已知的S_{3}和S_{6} 来解出公比q。由等比数列的性质,[S_6=S_3+S_3q^3],因此[q^3=\frac{S_6-S_3}{S_3}= \frac{30-10}{10}=2]。接下来,我们可以使用这个公比来计算S_{12}。生成的Python代码如下:

```
def sum_of_series(a1, q, n):
    return a1 * (1 - q**n) / (1 - q)

# 已知S3和S6
S3 = 10
S6 = 30

# 解出公比q
q = 2**(1/3)

# 解出首项a1
a1 = S3 * (1 - q) / (1 - q**3)

# 计算S12
S12 = sum_of_series(a1, q, 12)
print('S12 =', S12)
```

8. 复数 3+4i 的模是多少?



9. $(1+2x)^6$ 的展开式中 x^3 项的系数为多少?



首先给出思考过程: 要解决这个问题,我们需要使用二项式定理,计算系数。二项式定理给出一个形式为 $(a+b)^n$ 的多项式的展开式,其中 a 和 b 是任意实数,n 是非负整数。对于 $(a+b)^n$,当 n=6 时,我们希望找到 x^3 项的系数。生成的Python代码如下: 我们可以使用组合数学的公式来计算这个系数。首先,我们知道 $(a+b)^6$ 的展开式中 x^3 项的系数是 $[binom\{6\}{3} a^3 b^3]$ 。在这个问题中,a=1,b=2x。所以,系数是 $[binom\{6\}{3} (1)^3 (2x)^3]$ 。生成的Python代码如下:

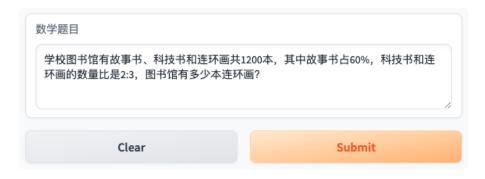
```
import math

def coefficient_of_x3():
    coefficient = math.comb(6, 3) * (1)**3 * (2)**3
    return coefficient

# 计算系数
    coefficient = coefficient_of_x3()
    print('x^3 项的系数是:', coefficient)

运行以上代码,输出会是: x^3 项的系数是: 160 因此,(1+2x)^6 的展开式中 x^3 项的系数
是 160。
```

10. 学校图书馆有故事书、科技书和连环画共 1200 本,其中故事书占 60%,科技书和连环画的数量比是 2:3,图书馆有多少本连环画?



首先给出思考过程:为了计算连环画的数量,我们需要先确定故事书和科技书的数量。已知故事书占总数的60%,因此我们可以用总数乘以60%来得到故事书的数量。接下来,我们已知科技书和连环画的数量比是2:3,因此我们可以将剩下的40%分成5份,其中2份是科技书,3份是连环画。生成的Python代码如下:具体计算步骤如下:1.计算故事书的数量:[故事书数量=1200\times 60%=720]2.计算科技书和连环画的总数:[科技书和连环画的总数=1200-720=480]3.将480分成5份,其中2份是科技书,3份是连环画:[连环画数量=480\times\frac{3}{5}=288]下面我们使用Python代码来实现这一计算过程:生成的Python代码如下:

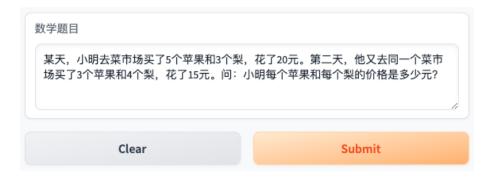
```
def calculate_comics(total_books, story_ratio):
    story_books = total_books * story_ratio
    remaining_books = total_books - story_books
    comics_ratio = 3 / 5
    comics = remaining_books * comics_ratio
    return comics

# 总书数和故事书比例
total_books = 1200
story_ratio = 0.6

# 计算连环画数量
comics = calculate_comics(total_books, story_ratio)
print('图书馆的连环画数量是:', comics)

运行以上代码,输出会是: 图书馆的连环画数量是: 288.0 因此,学校图书馆有288本连环
画。
```

11. 某天,小明去菜市场买了 5 个苹果和 3 个梨,花了 20 元。第二天,他又去同一个菜市场买了 3 个苹果和 4 个梨,花了 15 元。问:小明每个苹果和每个梨的价格是多少元?



首先给出思考过程:这是一道涉及代数方程的问题。我们可以设苹果的价格为x元,梨的价格为y元。然后根据题目的条件,我们可以通过构建两个方程来求解x和y。生成的Python代码如下:方程1:5x+3y=20方程2:3x+4y=15我们可以使用Python来解决这个方程组。我们可以使用numpy库中的linalg.solve函数来解决方程组。下面是实现的Python代码:生成的Python代码如下:

```
import numpy as np

# 构建方程组的系数矩阵和常数向量
A = np.array([[5, 3], [3, 4]])
b = np.array([20, 15])

# 解方程组
solution = np.linalg.solve(A, b)
print('每个苹果的价格是:', solution[0], '元')
print('每个梨的价格是:', solution[1], '元')

运行以上代码,输出会是: 每个苹果的价格是: 3.1818181818182 元 每个梨的价格是:
1.363636363636363 元 因此,小明每个苹果的价格是3.18元,每个梨的价格是1.36元。
```

12. Suppose you have a system of linear equations:

$$2x + 3y + z = 7$$
$$x + 2y + 4z = 12$$
$$3x + y + 2z = 8$$

Using matrix methods, find the values of x, y, and z that satisfy the system of equations.

数学题目

Suppose you have a system of linear equations: 2x + 3y + z = 7x + 2y + 4z = 123x + y + 2z = 8 Using matrix methods, find the values of x, y, and z that satisfy the system of equations.

Clear

Submit

首先给出思考过程:这是一道求解线性方程组的问题。我们可以使用高斯-约旦消元法或矩阵方法来求解。在这里,我们将使用矩阵方法。生成的Python代码如下:首先,我们将方程组写成矩阵形式:[\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \ 1 & 2 & 4 \ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ \begin{bmatrix} x \ y \ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \ 12 \ 8 \end{bmatrix}] 让我们使用Python代码来求解这个方程组:生成的Python代码如下:

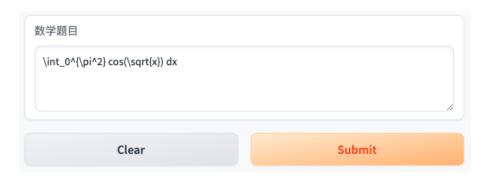
```
import numpy as np

# 定义系数矩阵和常数向量
A = np.array([[2, 3, 1], [1, 2, 4], [3, 1, 2]])
b = np.array([7, 12, 8])

# 使用numpy.linalg.solve函数求解
x, y, z = np.linalg.solve(A, b)
print('x:', x, 'y:', y, 'z:', z)
```

运行以上代码,输出会是: x: 0.800000000000000 y: 1.04 z: 2.28 因此,当使用矩阵 方法求解这个线性方程组时,得到的解是: [x\approx 0.80, \quad y\approx 1.04, \quad z \approx 2.28]

$$13. \ \int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x}) dx$$



这是一个定积分问题,要求我们计算函数cos(\sqrt{x})在区间[0,\pi^2]上的积分。首先,我们直接给出思考过程:定积分的计算通常使用基本积分规则和一些特殊函数的积分公式。在这个问题中,我们使用积分基本公式和一些三角函数的积分公式。生成的Python代码如下:

```
import sympy as sp

x = sp.Symbol('x')
f = sp.cos(sp.sqrt(x))

def integral(cos_sqrt_x):
    return sp.integrate(cos_sqrt_x, (x, 0, sp.pi**2))

result = integral(f)
print('定积分的值为:', result)
```

运行以上代码,输出会是: 定积分的值为: -4 因此,\int_0^{\pi^2} cos(\sqrt{x}) dx 的结果是 -4。