

# Da sequência de Prüfer para a árvore

Exemplo passo a passo com TikZ

Você

Sequência de Prüfer escolhida:  $(4, 4, 6, 6)$  com  $n = 6$

## Algoritmo (ideia)

- ▶ A sequência de Prüfer para um rótulo  $1..n$  tem tamanho  $n - 2$ .
- ▶ Enquanto houver elementos na sequência: pegue a **menor folha** (vértice de grau 1 não listado no prefixo restante) e conecte-a ao **primeiro** número da sequência. Remova ambos.
- ▶ Ao final, restam dois vértices: conecte-os.

## Exemplo passo a passo: sequência (4, 4, 6, 6)

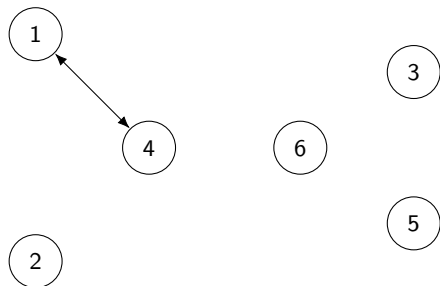


**Sequência  
restante:**  
**( 4, 4, 6, 6 )**

**Menor folha  
disponível:**  
**1**

- Folhas iniciais: {1, 2, 3, 5} (os que não aparecem na sequência).

## Exemplo passo a passo: sequência (4, 4, 6, 6)

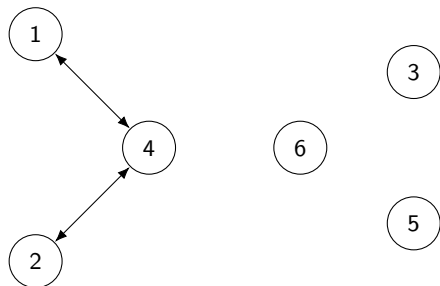


**Sequência  
restante:  
( 4, 6, 6 )**

**Menor folha  
disponível:**  
2

- ▶ Folhas iniciais:  $\{1, 2, 3, 5\}$  (os que não aparecem na sequência).
- ▶ Passo 1: conecta 1 a 4; remove o primeiro 4.

## Exemplo passo a passo: sequência (4, 4, 6, 6)

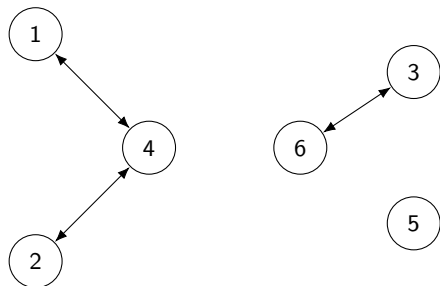


**Sequência  
restante:**  
**( 6, 6 )**

**Menor folha  
disponível:**  
**3**

- ▶ Folhas iniciais:  $\{1, 2, 3, 5\}$  (os que não aparecem na sequência).
- ▶ Passo 1: conecta 1 a 4; remove o primeiro 4.
- ▶ Passo 2: conecta 2 a 4; remove o próximo 4 (agora 4 vira folha).

## Exemplo passo a passo: sequência (4, 4, 6, 6)

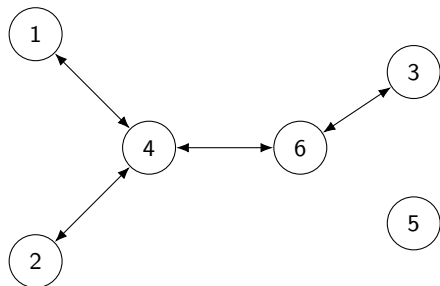


Sequência  
restante:  
( **6** )

Menor folha  
disponível:  
**4**

- ▶ Folhas iniciais:  $\{1, 2, 3, 5\}$  (os que não aparecem na sequência).
- ▶ Passo 1: conecta 1 a 4; remove o primeiro 4.
- ▶ Passo 2: conecta 2 a 4; remove o próximo 4 (agora 4 vira folha).
- ▶ Passo 3: conecta 3 a 6; remove o primeiro 6.

## Exemplo passo a passo: sequência (4, 4, 6, 6)



**Sequência**

**restante:**

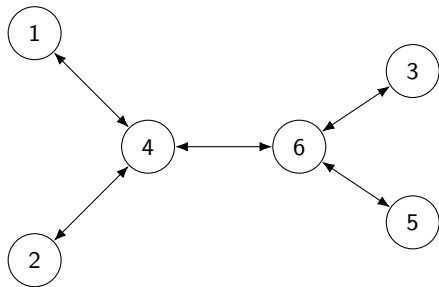
**( ) (vazia)**

**Menor folha**  
**disponível:**

**5**

- ▶ Folhas iniciais:  $\{1, 2, 3, 5\}$  (os que não aparecem na sequência).
- ▶ Passo 1: conecta 1 a 4; remove o primeiro 4.
- ▶ Passo 2: conecta 2 a 4; remove o próximo 4 (agora 4 vira folha).
- ▶ Passo 3: conecta 3 a 6; remove o primeiro 6.
- ▶ Passo 4: conecta 4 a 6; remove o último 6.

## Exemplo passo a passo: sequência (4, 4, 6, 6)



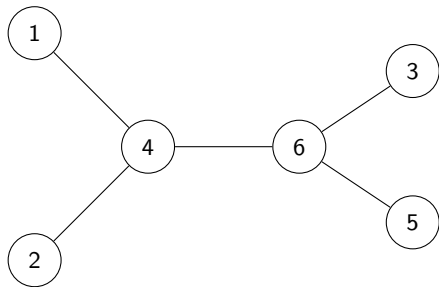
**Fim da sequência.** Restam os vértices 5 e 6.

Conecte-os para completar a árvore.

- ▶ Folhas iniciais:  $\{1, 2, 3, 5\}$  (os que não aparecem na sequência).
- ▶ Passo 1: conecta 1 a 4; remove o primeiro 4.
- ▶ Passo 2: conecta 2 a 4; remove o próximo 4 (agora 4 vira folha).
- ▶ Passo 3: conecta 3 a 6; remove o primeiro 6.
- ▶ Passo 4: conecta 4 a 6; remove o último 6.
- ▶ Passo 5: conecta os dois restantes 5 e 6.



## Árvore resultante e checagens



**Grau esperado (contagem de Prüfer + 1):**

- ▶  $\deg(1) = 1$ ,  $\deg(2) = 1$ ,  $\deg(3) = 1$ ,  $\deg(5) = 1$  (não aparecem)
- ▶  $\deg(4) = 1 + 2 = 3$ ,  
 $\deg(6) = 1 + 2 = 3$  (cada um aparece 2 vezes)

**Arestas:**

$(1-4)$ ,  $(2-4)$ ,  $(3-6)$ ,  $(4-6)$ ,  $(5-6)$ .