

新北市立新北高級工業職業學校 112 學年度第 1 學期 期末考試題										班別		座號		電腦卡作答
科目	數學	年級	高二	命題教師	林皆全	審題教師	張嘉晏	科別	工科	姓名				否

一、選擇題(4 分):36 分

- 1 ( ) 已知向量  $\vec{a} = (2, 3, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, 1, 2)$ ，則  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的外積  $\vec{a} \times \vec{b} = ?$  (A)  $(5, -3, -1)$  (B)  $(5, 3, -1)$  (C)  $(-13, 5)$   
(D)  $(7, -5, -1)$
- 2 ( ) 空間中有三個非零向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ，下列敘述何者錯誤？ (A)  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的內積與外積皆具交換律，即  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ ， $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  (B)  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  可表示  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  所張出之平行四邊形的面積 (C)  $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$  可表示  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  所張出之平行六面體的體積 (D)  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的外積  $\vec{a} \times \vec{b}$  是一個向量，且  $\vec{a} \times \vec{b}$  分別與  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  垂直
- 3 ( ) 何者為平面  $E: 2x + y - 3z = 4$  法向量？ (A)  $(2, 1, 3)$  (B)  $(1, -3, 4)$  (C)  $(-2, -1, -3)$  (D)  $(4, 2, -6)$
- 4 ( ) 求  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = ?$  (A) 3 (B) -3 (C) 2 (D) -2
- 5 ( ) 若方程組  $\begin{cases} ax + 4y = 2 \\ 9y + ay = 3 \end{cases}$  有無限多組解，則  $a = ?$  (A) 3 (B) -3 (C) 6 (D) -6
- 6 ( ) 方程組  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 6x + y = 4 \end{cases}$  中，試求克拉瑪公式中  $\frac{\Delta_y}{\Delta_x} = ?$  (A) -2 (B)  $-\frac{1}{2}$  (C) -3 (D)  $-\frac{1}{3}$
- 7 ( ) 下列哪一個增廣矩陣所表示的一次方程組恰有 1 組解？ (A)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array} \right]$  (B)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$   
(C)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right]$  (D)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$
- 8 ( ) 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，矩陣  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。若矩陣  $C = AB$ ，且  $C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$ ，則  $C_{12} = ?$  (A) -3 (B) -2 (C) -1  
(D) 0
- 9 ( ) 若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  皆為二階方陣， $I$  為二階單位方陣，則下列敘述何者錯誤？ (A)  $AI = IA = A$  (B)  $A(BC) = (AB)C$   
(C)  $A(B + C) = AB + AC$  (D)  $AB = BA$

二、填充題(5 分): 50 分

1、空間中三點  $A(2, 2, 0)$ 、 $B(1, 2, 3)$ 、 $C(3, 2, 2)$ ，求  $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{AC}$  上的正射影為? \_\_\_\_\_

2、有 2 個矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  與  $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 6 \end{bmatrix}$  求  $A + B =$  \_\_\_\_\_

3、若行列式  $\begin{vmatrix} 2a_1 & b_1 & c_1 \\ 2a_2 & b_2 & c_2 \\ 2a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 6$ ，則  $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 + a_1 & b_1 - 2c_1 \\ a_2 & c_2 + a_2 & b_2 - 2c_2 \\ a_3 & c_3 + a_3 & b_3 - 2c_3 \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_

4、若  $E_1$  通過  $A(1, 2, 3)$ 、 $B(2, 4, 6)$ 、 $C(3, 5, 4)$  三點之平面，求平面方程式? \_\_\_\_\_

5、試求兩平面  $E_1: x + y = 1$  與  $E_2: 2x + y + 2z = 2$  的夾角為? \_\_\_\_\_

6、解聯立方程式  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases}$   $(x, y, z) =$  \_\_\_\_\_

7、設  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  及  $c_3$  均為實數，若二階行列式， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2$ ， $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 13$ ， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -7$ ，則三階行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$$

8、若  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix}$ ，且  $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $x + y + z + u = ?$                      

9、矩陣  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ ，則反方陣  $A^{-1} = ?$                      

10、若  $(A + B) = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ 、 $(A - B) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，且  $A^2 - B^2 = ?$                      

三、計算題(7 分): 14 分

1、若  $P(x_0, y_0, z_0)$  為平面  $E: 2x - y - 2z - 1 = 0$  上一點，則  $\sqrt{(x_0 - 1)^2 + (y_0 + 2)^2 + (z_0 - 3)^2}$  之最小值為何？

2、利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中，如：先用矩陣將英文字母編碼  $a$  以  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  表之， $b$  以  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  表之， $c$  以  $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$  表之，……，

$z$  以  $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$  表之，而單字「boy」以  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}$  表之，其餘類推。今為了保密將某英文單字以矩陣  $A$  表示並加密後再傳出，加密方法為：

選取二個 2 階矩陣  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ ，計算  $(2B + C)A$  後，再傳出。假設收到的內容為矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & -9 & -2 \\ -8 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ ，則原單字為何？