

新北市立新北高工 109 學年度第 1 學期 期末考 試題								班別		座號		電腦卡 作答
科 目	高二工數學(不含鑄模)	命題 教師	洪銘蔚	審題 教師	林皆全	年 級	一	科 別		姓名		否

一、 選擇題(每題 4 分，共 20 分)

- ()1. 若 $\begin{cases} x+2y=3 \\ ax+by=13 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} ax-by=7 \\ 3x-y=16 \end{cases}$ 中 x 、 y 有相同解，試求 $a+b =$ (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1
- ()2. 試求兩平面 $E_1 : 2x + 3y + z = 7$ 與 $E_2 : 3x + y - 2z = 7$ 的鈍角夾角為 (A) 105° (B) 120° (C) 135° (D) 150°
- ()3. 空間中存在四點 $A(1,3,2)$ 、 $B(2,3,1)$ 、 $C(3,1,2)$ 、 $D(3,k,1)$ ，若四點共平面，則 $k =$ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- ()4. 已知平面 E 過 $A(2,0,0)$ 、 $B(0,-1,0)$ 、 $C(0,0,-1)$ 三點，則 $D(3,-3,-4)$ 到平面 E 的距離為 (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5
- ()5. 坐標平面上 $A(2,1,3)$ 、 $B(4,3,4)$ 、 $C(4,7,5)$ ， \overrightarrow{AC} 在 \overrightarrow{AB} 上正射影長為 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

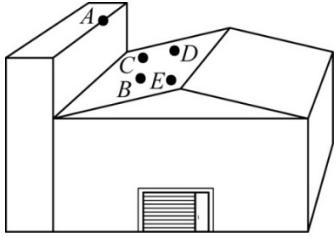
二、 填充題(每題 6 分，共 60 分)

- 平面 $E : x + 2y - 3z - 4 = 0$ ，試求過點 $A(1,3,-2)$ 與 E 平行的平面方程式為 _____。
- 設空間中有三個向量分別為 $\overrightarrow{a} = (-1,4,3)$ 、 $\overrightarrow{b} = (2,3,5)$ 、 $\overrightarrow{c} = (4,2,-1)$ ，試求 $(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} =$ _____。
- 空間中二平行平面 $E_1 : x - 4y + 8z + 5 = 0$ 、 $E_2 : x - 4y + 8z = 31$ ，試求 E_1 、 E_2 之間的距離為 _____。
- 已知 $\overrightarrow{a} = (1,-2,3)$ 、 $\overrightarrow{b} = (-1,1,-1)$ ，試求 \overrightarrow{a} 在 \overrightarrow{b} 的正射影為 _____。
- 若 $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & x \end{vmatrix} = 1$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ -2 & -2x+7 & x \\ 3 & 0 & -5 \end{vmatrix} =$ _____。
- 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ ，且 $3(X + A - 2B) = X + A$ ，求矩陣 $X =$ _____。
- 設 $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ ，試求 A 的乘法反方陣為 _____。
- 空間中 $A(1,2,3)$ 、 $B(1,3,5)$ 、 $C(3,4,3)$ 、 $D(3,k,5)$ ，若向量 \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{AC} 、 \overrightarrow{AD} 所決定的平行六面體體積為 32 且 $k > 0$ ，則 k 值為 _____。
- 空間中三點 $A(3,0,2)$ 、 $B(8,1,-1)$ 、 $C(5,2,1)$ ，試求由 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 為鄰邊所圍成的平行四邊形的面積為 _____。
- 設 $A(2,1,3)$ 、 $B(4,5,7)$ ，則 \overrightarrow{AB} 的垂直平分面方程式為 _____。

三、 計算題(每題 5 分，共 20 分)

1. 靜語參加數學競賽，試卷共有 30 題。第 1 題至第 10 題為基本題，每題 2 分；第 11 題至第 30 題為進階題，每題 4 分。已知靜語每題皆作答，收到成績時，成績單顯示靜語答對 20 題，總分為 60 分。試利用矩陣列運算求出靜語基本題與進階題各答對多少題。

2. 有一天，東龍在自家豪宅曬太陽與欣賞風景時，不慎將 iPhone12 掉到旁邊緊密相鄰的斜屋頂廠房上，如圖所示。假設 $A(2,0,5)$ 、 $B(x,y,3)$ 、 $C(1,1,1)$ 、 $D(3,4,5)$ 、 $E(5,3,5)$ 。若東龍想從 A 點架一個梯子到斜屋頂上，以便能下去撿回手機，試求梯子的最短長度。



3. 科技進步飛速，常常出現使用機械手臂代替真人操作的情景，像是使用機械手臂煮牛肉麵，煮出來的味道就像廚師親自煮一樣。然而操作時，會需要輸入一些指令來使機械手臂正確的朝我們想要進行的方向前進，再透過細微手動調整機械手臂到達位置。已知控制機械手臂可能前進方向的向量為 \vec{n} ，輸入指令之向量為 $\vec{a} = (-2,1,2)$ 、 $\vec{b} = (1,-2,2)$ ，且 \vec{n} 、 \vec{a} 、 \vec{b} 之間的關係為 \vec{n} 同時與 \vec{a} 及 \vec{b} 垂直，試求機械手臂可能前進方向 \vec{n} 之單位向量。

4. 北部某高工舉辦校慶園遊會，重訓科甲、乙兩班同學恰巧預計販賣相同的東西，已知甲乙兩班同學分別購置原物料如下：每支 8 元的熱狗甲班買 50 支、乙班買 40 支；每包 80 元的薯條甲班買了 5 包、乙班買了 8 包；每杯 15 元的紅茶甲班買了 50 杯、乙班買了 40 杯。試利用矩陣乘法求出甲乙兩班的花費各為多少錢。