新北市立新北高級工業職業學校 112 學年度第 1 學期　期末考試題										班別		座號		電腦卡作答
科目	數學	年級	高二	命題教師	林皆全	審題教師	楊民仁	科別	模鑄	姓名				否

一、選擇題(4 分):36 分

1 (　　) 已知向量$\vec{a}=(2,3,1)$、$\vec{b}=(1,1,2)$，則$\vec{a}$與$\vec{b}$的外積$\vec{a}\times\vec{b}=$ ？ (A) $(5,-3,-1)$ (B) $(5,3,-1)$ (C)$(-13,5)$ (D)$(7,-5,-1)$

2 (　　) 空間中有三個非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$，下列敘述何者錯誤？ (A) $\vec{a}$、$\vec{b}$的內積與外積皆具交換律，即$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$，$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{a}$ (B)$|\vec{a}\times\vec{b}|$可表示$\vec{a}$、$\vec{b}$所張出之平行四邊形的面積 (C)$|(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}|$可表示$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$所張出之平行六面體的體積 (D)$\vec{a}$與$\vec{b}$的外積$\vec{a}\times\vec{b}$是一個向量，且$\vec{a}\times\vec{b}$分別與$\vec{a}$、$\vec{b}$垂直

3 (　　) 何者為平面$E: 2x+y-3z=4$法向量? (A) $(2,1,3)$ (B) $(1,-3,4)$ (C)$(-2,-1,-3)$ (D)$(4,2,-6)$

4 (　　) 求$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=$ ？ (A)3 (B)-3 (C)2 (D) -2

5 (　　) 若方程組$\begin{cases} ax+4y=2 \\ 9y+ay=3 \end{cases}$有無限多組解，則$a$？ (A)3 (B)-3 (C)6 (D)-6

6 (　　) 方程組$\begin{cases} x+2y=-3 \\ 6x+y=4 \end{cases}$中，試求克拉瑪公式中$\frac{\Delta_y}{\Delta_x}=$ ？ (A) -2 (B)$-\frac{1}{2}$ (C) -3 (D)$-\frac{1}{3}$

7 (　　) 下列哪一個增廣矩陣所表示的一次方程組恰有 1 組解？ (A)$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right]$ (B)$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$ (C)$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right]$ (D)$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

8 (　　) 已知矩陣$A=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，矩陣$B=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$。若矩陣$C=AB$，且$C=\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$，則$C_{12=}$？ (A)-3 (B)-2 (C)-1 (D)0

9 (　　) 若 A、B、C 皆為二階方陣，I 為二階單位方陣，則下列敘述何者錯誤？ (A)$AI=IA=A$ (B)$A(BC)=(AB)C$ (C)$A(B+C)=AB+AC$ (D)$AB=BA$

二、填充題(5 分):50 分

1、空間中三點$A(2,2,0)$、$B(1,2,3)$、$C(3,2,2)$，求 $\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$上的正射影為?______________

2、矩陣$A=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$與 $B=\begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 6 \end{bmatrix}$求$A+B=$ ______________

3、若行列式$\begin{vmatrix} 2a_1 & b_1 & c_1 \\ 2a_2 & b_2 & c_2 \\ 2a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=6$，則$\begin{vmatrix} a_1 & c_1+a_1 & b_1-2c_1 \\ a_2 & c_2+a_2 & b_2-2c_2 \\ a_3 & c_3+a_3 & b_3-2c_3 \end{vmatrix}=$ ____________

4、求$P(1,-2,3)$到平面$E: 2x-y-2z-1=0$的距離為何？______________

5、試求兩平面$E_1: x+y=1$與$E_2: 2x+y+2z=2$的夾角為?______________

6、解聯立方程式$\begin{cases} x+2y+3z=7 \\ 2x+3y+z=1 \\ 3x+2y+z=5 \end{cases}$ $(x,y,z)=$ ______________

7、設b_1、b_2、b_3、c_1、c_2及c_3均為實數，若二階行列式，$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=2$，$\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=13$，$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=-7$，則三階行列式

$\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=$ ____________________

8、若增廣矩陣 $\left[\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & a \\ 4 & 1 & b \end{array}\right]$ 作若干次列運算後得 $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{array}\right]$ 則$a+b=$ ______________

9、若$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$與$B=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$，則矩陣 A、B 的乘積 AB=？

____

10、矩陣$A=\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$，則反方陣$A^{-1}=$

____

三、計算題(每題 7 分):14 分

1、若E_1通過$A(1,2,3)$、$B(2,4,6)$、$C(3,5,4)$三點之平面，求平面方程式?____________________

2、利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中，如：先用矩陣將英文字母編碼，a以$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$表之，$b$以$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$表之，$c$以$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$表之，……，$z$以$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$表之，而單字「$boy$」以$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}$表之，其餘類推。今為了保密將某英文單字以矩陣$A$表示並加密後再傳出，加密方法為：選取二個 2 階矩陣$B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$，計算$(2B+C)A$後，再傳出。假設收到的內容為矩陣$\begin{bmatrix} 1 & -9 & -2 \\ -8 & 0 & -4 \end{bmatrix}$，則原單字為何？