

新北市立新北高級工業職業學校 112 學年度第 1 學期 期末考試題										班別	座號	電腦卡作答
科目	數學	年級	高二	命題教師	林皆全	審題教師	張嘉晏	科別	工科	姓名		

一、選擇題(4 分):36 分

1 () 已知向量 $\vec{a} = (2,3,1)$ 、 $\vec{b} = (1,1,2)$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的外積 $\vec{a} \times \vec{b} = ?$ (A) $(5,-3,-1)$ (B) $(5,3,-1)$ (C) $(-13,5)$ (D) $(7,-5,-1)$

2 () 空間中有三個非零向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} ，下列敘述何者錯誤？ (A) \vec{a} 、 \vec{b} 的內積與外積皆具交換律，即 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ ， $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ (B) $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 可表示 \vec{a} 、 \vec{b} 所張出之平行四邊形的面積 (C) $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$ 可表示 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 所張出之平行六面體的體積 (D) \vec{a} 與 \vec{b} 的外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ 是一個向量，且 $\vec{a} \times \vec{b}$ 分別與 \vec{a} 、 \vec{b} 垂直

3 () 何者為平面 $E: 2x + y - 3z = 4$ 法向量？ (A) $(2,1,3)$ (B) $(1,-3,4)$ (C) $(-2,-1,3)$ (D) $(4,2,-6)$

4 () 求 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = ?$ (A) 3 (B) -3 (C) 2 (D) -2

5 () 若方程組 $\begin{cases} ax + 4y = 2 \\ 9y + ay = 3 \end{cases}$ 有無限多組解，則 a ？ (A) 3 (B) -3 (C) 6 (D) -6

6 () 方程組 $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 6x + y = 4 \end{cases}$ 中，試求克拉瑪公式中 $\frac{\Delta y}{\Delta_x} = ?$ (A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) -3 (D) $-\frac{1}{3}$

7 () 下列哪一個增廣矩陣所表示的一次方程組恰有 1 組解？ (A) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array} \right]$ (B) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$

(C) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right]$ (D) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$

8 () 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，矩陣 $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。若矩陣 $C = AB$ ，且 $C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$ ，則 $C_{12} = ?$ (A) -3 (B) -2 (C) -1 (D) 0

9 () 若 A 、 B 、 C 皆為二階方陣， I 為二階單位方陣，則下列敘述何者錯誤？ (A) $AI = IA = A$ (B) $A(BC) = (AB)C$ (C) $A(B + C) = AB + AC$ (D) $AB = BA$

二、填充題(5 分): 50 分

1、空間中三點 $A(2,2,0)$ 、 $B(1,2,3)$ 、 $C(3,2,2)$ ，求 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的正射影為？_____

2、有 2 個矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ 與 $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 6 \end{bmatrix}$ 求 $A + B =$

3、若行列式 $\begin{vmatrix} 2a_1 & b_1 & c_1 \\ 2a_2 & b_2 & c_2 \\ 2a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 6$ ，則 $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 + a_1 & b_1 - 2c_1 \\ a_2 & c_2 + a_2 & b_2 - 2c_2 \\ a_3 & c_3 + a_3 & b_3 - 2c_3 \end{vmatrix} =$ _____

4、若 E_1 通過 $A(1,2,3)$ 、 $B(2,4,6)$ 、 $C(3,5,4)$ 三點之平面，求平面方程式？_____

5、試求兩平面 $E_1: x + y = 1$ 與 $E_2: 2x + y + 2z = 2$ 的夾角為？_____

6、解聯立方程式 $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases}$ $(x, y, z) =$ _____

7、設 b_1 、 b_2 、 b_3 、 c_1 、 c_2 及 c_3 均為實數，若二階行列式， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2$ ， $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 13$ ， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -7$ ，則三階行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{10em}}$$

8、若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix}$ ，且 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $x + y + z + u = ?$ $\underline{\hspace{10em}}$

9、矩陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ ，則反方陣 $A^{-1} = ?$

10、若 $(A + B) = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ 、 $(A - B) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，且 $A^2 - B^2 = ?$

三、計算題(7分): 14分

1、若 $P(x_0, y_0, z_0)$ 為平面 $E: 2x - y - 2z - 1 = 0$ 上一點，則 $\sqrt{(x_0 - 1)^2 + (y_0 + 2)^2 + (z_0 - 3)^2}$ 之最小值為何？

2、利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中，如：先用矩陣將英文字母編碼， a 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 表之， b 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 表之， c 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ 表之……，

z 以 $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ 表之，而單字「boy」以 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}$ 表之，其餘類推。今為了保密將某英文單字以矩陣 A 表示並加密後再傳出，加密方法為：

選取二個 2 階矩陣 $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ ，計算 $(2B + C)A$ 後，再傳出。假設收到的內容為矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & -9 & -2 \\ -8 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ ，則原單字為何？