



Aalto-yliopisto

Keskeinen raja-arvolause ja sen sovellukset liiketoiminnassa

25. maaliskuuta 2025

Agenda of the presentation

Lyhyt kertaus: Suurten lukujen laki

Normaalijakauma

Keskeinen raja-arvolause

Sovellukset

Kohdeyleisö

- Ensimmäisen ja toisen vuoden kandiopiskelijat

Moraali

- Suurten lukujen laki

Opetustavoitteet

Luennon jälkeen

1. osaamme approksimoida todennäköisyyksiä klassisen keskeisen raja-arvo lauseen avulla,

Table of Contents

Lyhyt kertaus: Suurten lukujen laki

Normaalijakauma

Keskeinen raja-arvolause

Sovellukset

Table of Contents

Lyhyt kertaus: Suurten lukujen laki

Normaalijakauma

Keskeinen raja-arvolause

Sovellukset

Normaalijakauma on absoluuttisesti jatkuva jakauma.

Merkitsemme normaalijakaumaa parametrein $\mu \in (-\infty, \infty)$ ja $\sigma^2 \in (0, \infty)$ notaatiolla $N(\mu, \sigma^2)$. Jakauman $N(\mu, \sigma^2)$ tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

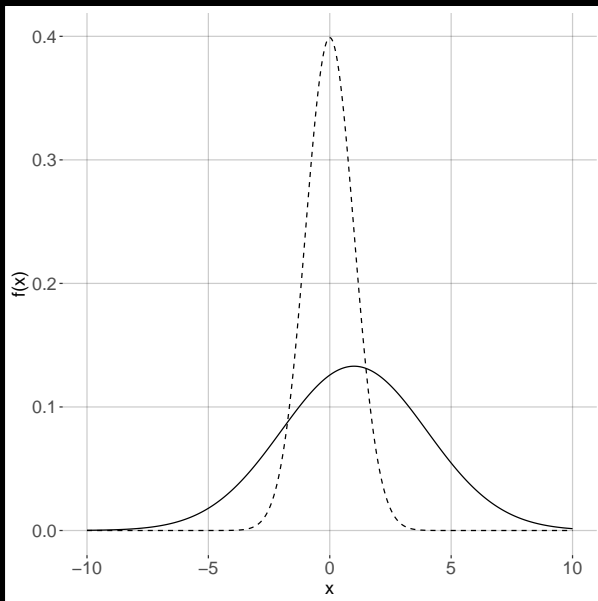
Normaalijakauma on absoluuttisesti jatkuva jakauma.

Merkitsemme normaalijakaumaa parametrein $\mu \in (-\infty, \infty)$ ja $\sigma^2 \in (0, \infty)$ notaatiolla $N(\mu, \sigma^2)$. Jakauman $N(\mu, \sigma^2)$ tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Tällöin normaalijakauman kertymäfunktio voidaan esittää tiheysfunktion avulla

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) \, dt$$



Kuva: Normaalijakaumat $N(0, 1)$ (katkoviiva) ja $N(1, 9)$ (jatkuva viiva).

Table of Contents

Lyhyt kertaus: Suurten lukujen laki

Normaalijakauma

Keskeinen raja-arvolause

Sovellukset

Lause

Olkoon X_1, X_2, \dots, X_n riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia niin, että $\mathbb{E}(|X_1|^2) < \infty$. Merkitsemme

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $\mu = \mathbb{E}(X_1)$ ja $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X_1)}$. Tällöin, kun otoskoko n on suuri,

$$\tilde{X} = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$$

noudattaa likimain standardinormaalijakaumaa $N(0, 1)$,

Lause

Olkoon X_1, X_2, \dots, X_n riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia niin, että $\mathbb{E}(|X_1|^2) < \infty$. Merkitsemme

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $\mu = \mathbb{E}(X_1)$ ja $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X_1)}$. Tällöin, kun otoskoko n on suuri,

$$\tilde{X} = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$$

noudattaa likimain standardinormaalijakaumaa $N(0, 1)$,

$$\mathbb{P}(\tilde{X} \leq x) \approx \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt.$$

Intuitio

Toisin sanoen kun otoskoko n on suuri, niin \bar{X} noudattaa likimain jakaumaa

$$N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

Kurssin ulkopuolista asiaa



Table of Contents

Lyhyt kertaus: Suurten lukujen laki

Normaalijakauma

Keskeinen raja-arvolause

Sovellukset

Sovellus 1: Todennäköisyyksien approksimointi

Sovellus 2: Luottamusväli

Tiivistelmä

Lähdeluettelo