

Calcul du temps de rassemblement dans le cas d'un bloc (draft)

8 juin 2014

1 Cas paire

Bloc de taille n par n avec $n \geq 3$.

On ne considère que un côté (les trois autres sont similaires)

R : le plus petit rectangle englobant tous les robots

Première étape De bloc à disque

Les deux cases prises par les robots sur les bords du côtés se libèrent à chaque ronde. Donc à chaque ronde, le nombre de robots sur le côté diminue de 2. Le temps pour qu'il ne reste plus que 4 robots est

$$\frac{n-4}{2}$$

Deuxième étape Effondrement du disque (ou du cercle)

Le côté ne contient plus que 4 robots adjacents. Donc au bout de deux étapes, il s'effondre. On se rend compte que tant que $n \geq 3$, après chaque effondrement, le côté contient de nouveau 4 robots adjacents. Donc, pour que l'espace devienne un bloc de taille 2 par 2 (cas terminal), il faut que chaque côté "descendent" de $n/2 - 1$, soit un nombre d'étapes de

$$(\frac{n}{2} - 1) * 2$$

Puis il faut une dernière ronde pour que les robots se rendent compte qu'ils ont terminés.

Totaux Le temps total T pour que un bloc se rassemble est donc :

$$T = (\frac{n}{2} - 1) * 2 + \frac{n-4}{2} + 1$$

$$T = n + \frac{n}{2} - 3$$

2 Cas impaire

Le cas impaire est assez similaire : On utilise des côtés qui ont 3 robots adjacents, et "descendent" en deux étapes.

Première étape

$$\frac{n-3}{2}$$

Deuxième étape

$$(\frac{n-1}{2}) * 2$$

Pas de ronde en plus après la deuxième étape.

3 Cas général (paire et impaire)

$$n + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil - 3$$

Formule vérifiée pour des blocs de côtés de taille 3 à 50 de côtés de taille 3 à 100.

4 Généralisation aux rectangles

On considère des rectangles de taille m par n avec $m \leq n$.

$$\left\lceil \frac{n-4}{2} \right\rceil + 2 * \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 2 \text{ si } m \text{ pair} + 1 \text{ si } m \text{ ou } n \text{ pair}$$

5 Généralisation aux carrés (blocs vides)

Tout ce qui a été dit sur les blocs peut s'appliquer (et a été vérifié) aux carrés et aux rectangles. On peut associer les robots qui forment le contour du bloc aux robots qui forment le cercle. Puis, on se rend compte que à chaque étape, les robots correspondant deux à deux prendront la même décision.