Tout au long de cette expérience, nous allons traiter la terre, le soleil et l'atmosphère comme un corps noir. Un corps noir est objet qui absorbe toute l'énergie qu'il reçoit.

Pour cela nous allons utiliser la loi de Stephan :

$$\frac{dP}{dS} = \sigma T\text{^}4$$

Où

$\frac{dP}{dS}$: est la puissance surfacique
T : La Température
σ : La constante de Botzman

On recherche la puissance que la terre reçoit du soleil, pour cela on utilise

- $Ps = 4\prod Rs^2\sigma Ts^4$

Ps étant la puissance rayonnée par le soleil.

$$Ps \to t = \frac{Rt^2}{4Dst^2}Ps$$

- Flux Solaire :

$$\varphi s = \frac{Ps}{Ss \to t} = \frac{Ps}{4\pi Dst^2}$$

- Loi de Wien :
  $\lambda m * T = 2900\ \mu mK$

Nous allons pour cela étudier en tout 6 cas, tous auront donc des paramètres différents qui varient. L'atmosphère, l'albédo et l'absorption.

1er cas : Température de la Terre sans atmosphère, sans albédo.

$$Ps \to T1 = 4\pi Rt^2\sigma T1^4 = Ps\frac{Rt^2}{4Dst^2}$$

$$\Rightarrow 4\pi Rt^2\sigma T1^4 = 4\pi Rs^2\sigma Ts^4\frac{Rt^2}{4Dst^2}$$

$$\Rightarrow T1 = Ts\frac{Rs^2}{4(Dst)^2}$$

= 7°c = 280° K

2éme cas : sans atmosphère sans albédo

$$4\pi Rt\sigma(T2)^4 = (1-A)Ps \to T1$$

$T2 = (1-A)^{1/4}T1$
T2 = -17°C = 256 K

3éme cas : Terre avec atmosphère sans albédo

Terre :
$\varphi a + \varphi b = \varphi t$

Atmosphère :
$\varphi t = 2\varphi a \Rightarrow \varphi a = \dfrac{\varphi t}{2}$
$\varphi s + \dfrac{\varphi t}{2} = \varphi t \Rightarrow \varphi t = 2\varphi s$

$T3 = 2^{\frac{1}{4}}T1$

$$T3 = 2^{1/4}T1 = 60°C = 332\ K$$

4éme cas : Avec atmosphère et albédo

$$T4 = (2)^{\frac{1}{4}}(1-A)T1$$

T4 = 31°C = 304 K

5éme cas : Terre avec atmosphère, sans albédo avec absorption

Terre :
$\varphi a(1-\alpha)\varphi s = \varphi t$

Atmosphère :
$\alpha\varphi s + \varphi t = 2\varphi a \Rightarrow \varphi t = (2-\alpha)\varphi s$

$T5 = (2-\alpha)^{1/4}T1$ avec alpha= 30%

T5 = 46°C = 319K

6éme cas : Avec Atmosphère, avec albédo et absorption

$$T5(1-A)(2-\alpha) = 4\pi(Rt)^2\sigma T6$$

$$\Rightarrow T6 = (1-A)^{1/4}(2-\alpha)^{1/4}T1$$

T6 = 19°C = 292 K

Conception Physique :

Rappel :

Loi de Fourier :

1 dimension :

$$\vec{\varphi}(x,t) = -\lambda\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\vec{ex}$$

3 dimensions :

$$\vec{\varphi}(\vec{r},t) = -\lambda(\frac{\partial T}{\partial x}\vec{ex} + \frac{\partial T}{\partial y}\vec{ey} + \frac{\partial T}{\partial z}\vec{ez})$$

Avec

λ = Conductivité thermique (W. m^{-1}. K^{-1})
φ= densité de flux thermique (W. m^{-2})

On a par la suite l'équation de conservation de la chaleur à 1 dimension :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \rho * Cv\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(-\lambda\frac{\partial T}{\partial x}) + \rho * Cv\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho \times Cv\frac{\partial T}{\partial t}$$

On applique le même raisonnement pour la conservation à 3 dimensions.

On note $D = \frac{\lambda}{\rho Cv}$: La diffusivité thermique (m^2/s)

Problème Sphérique :

Dans ce projet, on considérera chaque système planétaire comme étant des sphères. Dans ce cas présent la conductivité thermique est réduit à 1 car nous somme dans le vide (λ=1).

Mettre Schéma sphère pour appuyer.

➔ Équation thermique du système entre deux instants t et t+dt.

$$d^2U = \delta^2 Q + \delta^2 W$$
$$d^2U = 4\pi r^2 dr \rho Cv(T(r, t + dt) - T(r, t))$$
$$d^2U = 4\pi r^2 \rho Cv \frac{\partial T}{\partial t}(r, t) dt dr$$

$$\delta^2 Q = \varphi(r, t) 4\pi r^2 dt - \varphi(r + dr, t) 4\pi (r + dr)^2 dt$$
$$\delta^2 Q = \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \varphi(r, t)) dr$$

D'où ;

$$4\pi r^2 \rho Cv \frac{\partial T}{\partial x} dt dr = 4\pi dt \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \varphi(r, t)) dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \varphi(r, t))) + \rho Cv \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

➔ En régime indépendant du temps :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \qquad \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \varphi(r)) = 0$$

$$\Rightarrow r^2 \varphi(r) = A = cste$$
$$\Rightarrow \varphi(r) = \frac{A}{r^2} = cste$$
$$\Rightarrow -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{A}{r^2}$$
$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{A}{r^2}$$
$$\Rightarrow T(r) = \frac{A}{\lambda r} + B$$

⇨

$$\frac{A}{\lambda ri} + B = Ti \qquad\qquad A = \frac{\lambda(Ti - Te)}{\frac{1}{ri} - \frac{1}{re}}$$
$$=>$$
$$\frac{A}{\lambda re} + B = Te \qquad\qquad B = Ti - \frac{A}{\lambda ri}$$

$$T(r) = \frac{Ti - Te}{\frac{1}{ri} - \frac{1}{re}} \times (\frac{1}{r} - \frac{1}{ri}) + Ti$$

Dans notre étude ri= 1 car on va supposer que la température de l'étoile est uniformément répartie. Ce qui nous donne donc :

$$T(r) = \frac{Ti - Te}{1 - \frac{1}{re}} \times (\frac{1}{r} - 1) + Ti$$

Re est fixe et on détermine Te grâce à :

$$Te = Ts(\frac{Rs}{2Te})^{1/2}$$

$$\Rightarrow Te = \frac{Ts}{2Te}$$

$$\Rightarrow Te = \frac{Ti}{(2re)^{1/2}}$$