

# Rapport de projet OS10

Etude de l'algorithme GRASP pour le problème  
d'ordonnancement FJSSP-nfa

BOUCETTA I. & TRAN Q.N.H. & WARTELLE A.

6 janvier 2019

## Sommaire

<b>1 Définitions : FJSSP-nfa et GRASP</b>	<b>2</b>
<b>2 Résultats et comparaisons</b>	<b>6</b>
2.1 Spécification de l'ordinateur . . . . .	6
2.2 Résultats et comparaisons avec ceux de l'article . . . . .	6
<b>3 Annexes</b>	<b>7</b>
3.1 Visualisation de tournées (plotJob.m) . . . . .	7
3.2 Visualisation des ordonnancements . . . . .	8
<b>Références</b>	<b>19</b>

Ce travail a pour objectif d'étudier l'article de 2010 de Rajkumar, Muthukannan & Asokan, P & Vamsikrishna, V. portant sur un algorithme de recherche locale randomisée : *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), dans le cadre d'un problème de job shop : le *Flexible Job Shop Scheduling Problem with non fixed-availability constraints* (FJSSP-nfa) [1]. Cette extension du problème du job shop permet de prendre en compte deux aspects importants de la production :

1. la flexibilité des machines pour effectuer des opérations, c'est-à-dire qu'une opération n'aura pas une machine prédéfinie à l'avance pour son exécution. On aura en effet le choix entre plusieurs machines avec différents temps d'exécution associés. Cette diversité des temps d'exécution est en général lié à la performance et à l'adéquation de chaque machine pour exécuter une tâche
2. la prise en compte de tâches de maintenance à effectuer dans des fenêtres de temps données (indisponibilité non fixe). En effet les machines ont besoin d'être entretenues afin d'éviter (si possible) des pannes ou des défaillances. Durant une tâche de maintenance, une machine et indisponible est ne peut pas traiter d'opération, ce qui impacte fortement les performances d'un choix d'affectation d'opérations et d'ordonnement de celles-ci.

Avec la prise en compte de la flexibilité des machines, le FJSSP-nfa permet de travailler sur de nouveaux critères portant sur la charge de travail, c'est à dire sur le temps d'utilisation de chaque machine qui n'est plus fixé comme dans le cas d'un job shop classique (CJSSP). Ainsi le FJSSP-nfa est un problème multi-critère portant sur la charge de travail totale et maximal des machines et sur le makespan de l'ordonnement (temps de complétion maximale).

Le problème de job shop classique étant déjà NP-difficile, le FJSSP-nfa l'est aussi. De plus, avec les difficultés rajoutées par la flexibilité des machines et la maintenance, une approche de résolution par méthode exacte est presque inenvisageable<sup>1</sup>. Ainsi ce sont des heuristiques comme l'algorithme de recherche locale GRASP ([1]) et des méta-heuristiques comme les algorithmes génétiques([2],[3]) qui rencontrent le plus de succès pour ce type de problème car elle permettent d'avoir de bons résultats multi-critères en un temps raisonnable.

## 1 Définitions : FJSSP-nfa et GRASP

Avec la notation de Graham, le problème d'ordonnement FJSSP-nfa peut s'écrire sous la forme :

$$J_m | flexibility, nfa | W_{tot}, W_{max}, C_{max}$$

---

1. d'après [2], les méthodes exactes par graphes disjonctifs sont actuellement limités à 20 jobs et 10 machines pour le FJSSP (sans maintenance)

Plus précisément, on souhaite minimiser une combinaison linéaire de  $W_{tot}$  (charge totale d'occupation des machines),  $W_{max}$  (charge maximale d'occupation des machines) et  $C_{max} : W_1 * W_{tot} + W_2 * W_{max} + W_3 * C_{max}$  avec  $W_1 + W_2 + W_3 = 1$  et  $W_1, W_2, W_3$  des paramètres donnés en fonction des préférences d'objectif.

En reprenant les notations de l'article [1], on a  $n$  jobs d'indice  $i$  avec  $n_i$  opérations d'indice  $k$  pour chaque job  $i$  (notées  $O_{ik}$ ),  $m$  machine d'indice  $j$ ,  $L_j$  tâches de maintenance d'indice  $l$  pour chaque machine  $j$  (notées  $PM_{jl}$ ). Chaque opération peut être affectées sur un ensemble  $A_{ik}$  de machines avec différentes durées  $t_{ikj}$  d'exécution. Les tâches de maintenance ont des durées  $p_{jl}$  d'exécution et doivent se terminer sur des fenêtres de temps  $[t_{jl}^E, t_{jl}^L]$  ( $E$  pour "Early" et  $L$  pour "Late").

L'algorithme GRASP est un algorithme de recherche locale randomisée avec une approche hiérarchique pour résoudre le FJSSP-nfa, c'est-à-dire qu'il va d'abord résoudre le problème d'affectation des opérations  $O_{ik}$  aux machines de  $A_{ik}$  ( $\forall i, k$ ) puis le problème d'ordonnancement des opérations  $O_{ik}$  affectées et des tâches de maintenance  $PM_{jl}$  sur chaque machine<sup>2</sup>. Comme le montre les algorithmes 1 et 2 (voir aussi [1]), GRASP va construire une solution en ajoutant itérativement les opérations<sup>3</sup> (pour l'affectation et l'ordonnancement) qui sont choisies de manière aléatoire dans une liste RCL de candidats restreinte.

La RCL est un voisinage de l'opération qui fait augmenter le moins la valeur de la fonction objective ( $W_{tot}$  pour l'algorithme 1 et  $C_{max}$  pour l'algorithme 2). La RCL est triée par valeur croissante des augmentations de la valeur objective afin de pondérer la probabilité de choisir chaque candidat (opération à affecter) en fonction de son rang  $r$  avec la fonction  $r \rightarrow 1/r$ .

La taille de la RCL est paramétrée par une valeur  $\alpha \in [0, 1]$  qui va permettre de fixer la valeur maximale d'augmentation de la fonction objective (pour être acceptée dans la liste) par  $OFV_{min} + \alpha * (OFV_{max} - OFV_{min})$  avec  $OFV_{min}$  et  $OFV_{max}$  les valeurs minimales et maximales (respectivement) de la fonction objective après l'ajout de la prochaine opération.

Finalement, pour chaque itération principale de l'algorithme, on sélectionne aléatoirement (avec un générateur (pseudo-)aléatoire de loi uniforme) une valeur  $\alpha \in [0, 1]$  qui sera utilisée pour construire une solution complète au problème de FJSSP-nfa. On obtient ainsi une ensemble de solutions où chacune indique les affectations  $x_{ikj} \in \{0, 1\}$  (ou  $x_{ik} \in \{0, 1, \dots, j\}$  dans notre algorithme) et les temps de complétions  $c_{ik}$  et  $y_{jl}$  des opérations  $O_{ik}$  et des tâches de maintenances  $PM_{jl}$  respectivement. On sélectionne enfin la solution qui minimise la fonction objective  $W_1 * W_{tot} + W_2 * W_{max} + W_3 * C_{max}$ .

---

2. L'approche hiérarchique s'oppose à l'approche intrinsèque où les deux problèmes sont résolus conjointement, cette approche est plus difficile mais peut donner de meilleurs résultats notamment avec les algorithmes génétiques

3. les tâches de maintenance sont ajoutées par des détections de conflit avec l'ordonnancement d'une opération et lorsque toutes les opérations ont pu être ordonnancées

---

**Algorithme 1** : Assigner les opérations aux machines (*routing*)

---

```
// Initialisation
1  $t$  le nombre de solutions;
2  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t\}$  l'ensemble des valeurs  $\alpha$  discrètes aléatoires telle que
    $0 \leq \alpha_i \leq 1 \forall i = 1, t$ ;
3  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_t\}$  l'ensemble des solutions à construire;
// Assignment
4 pour chaque  $\alpha_i \in A$  faire
5    $\sigma$  l'ensemble des opérations non assignées;
6    $s_i$  la solution à construire;
7    $s_i \leftarrow \emptyset$ ;
8   tant que  $\sigma \neq \emptyset$  faire
9     // Le processing time  $t_o$  dépend de la machine de traitement
10    et correspond à l'augmentation de  $W_{tot}$  (de  $s_i$ ) par
11    l'affectation d'une opération
12    Chercher  $O_{Max}$  l'opération dont le processing time est le plus long;
13    Chercher  $O_{min}$  l'opération dont le processing time est le plus court;
14     $Range \leftarrow t_{O_{Max}} - t_{O_{min}}$ ;
15     $Width \leftarrow Range * \alpha_i$ ;
16    Construire RCL l'ensemble des opérations non assignées  $o \in \sigma$  telle que
        $t_{O_{min}} \leq t_o \leq t_{O_{min}} + Width$ ;
17    Ordonner RCL dans l'ordre croissant de processing time;
18    Pondérer les éléments de RCL par la fonction  $\frac{1}{r}$  où  $r$  est l'ordre de
       l'élément;
19    Choisir de manière aléatoire un élément  $o^*$  de RCL en tenant compte des
       poids ci-dessus (la probabilité de choisir une opération  $o$  est  $\frac{poids_o}{poids_{total}}$ );
20     $s_i \leftarrow s_i \cup o^*$ ;
21     $\sigma \leftarrow \sigma \setminus o^*$ ;
22 fin
23 fin Calculer la charge totale de  $s_i$ ;
```

---

---

**Algorithme 2 :** Ordonner les opérations et les maintenances sur les machines  
(*scheduling*)

---

```

// Initialisation
1  $t$  le nombre de solutions (fixé à l'algorithme (1)) ;
2  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t\}$  l'ensemble des valeurs  $\alpha$  discrètes aléatoires telle que
    $0 \leq \alpha_i \leq 1 \forall i = \overline{1, t}$  (pas forcément identique à l'algorithme (1));
3  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_t\}$  l'ensemble des solutions à construire;
// Ordonnancement
4 pour chaque  $\alpha_i \in A$  faire
5    $\sigma$  l'ensemble des opérations non ordonnées;
6    $s_i$  la solution à ordonner;
7    $s_i \leftarrow \emptyset$ ;
8   tant que  $\sigma \neq \emptyset$  faire
9     // Le processing time dépend de machine de traitement
10    Chercher  $o_{Max}$  l'opération qui augmente le plus  $C_{max}$  (de  $s_i$ ); et  $o_{min}$ 
      l'opération qui augmente le moins  $C_{max}$  en tenant compte les
      maintenances dont les temps de complétion doivent se situer dans les
      intervalles donnés  $[t_{jl}^E, t_{jl}^L]$  ;
11     $Range \leftarrow C_{max}^{o_{Max}} - C_{max}^{o_{min}}$ ;
12     $Width \leftarrow 1 + Range * \alpha_i$ ;
13    Construire RCL l'ensemble des opérations non assignées  $o \in \sigma$  telle que
       $C_{max}^{o_{min}} \leq C_{max}^o \leq C_{max}^{o_{min}} + Width$ ;
14    Ordonner RCL dans l'ordre croissant des  $C_{max}$ ;
15    Pondérer les éléments de RCL par la fonction  $\frac{1}{r}$  où  $r$  est l'ordre de
      l'élément;
16    Choisir de manière aléatoire un élément  $o^*$  de RCL en tenant compte des
      poids ci-dessus (la probabilité de choisir une opération  $o$  est  $\frac{poids_o}{poids_{total}}$ ;
17    Ordonner  $o^*$  en tenant compte la date de disponibilité la plus tôt et les
      maintenances;
18     $\sigma \leftarrow \sigma \setminus o^*$ ;
19  fin
20  Ordonner les maintenances sans collision à la suite opérations ordonnancées;
21  Calculer le makespan ( $C_{max}$ ) de  $s_i$ ;
22 fin

```

---

## 2 Résultats et comparaisons

### 2.1 Spécification de l'ordinateur

Nous tournons le code sur un ordinateur portable de processeur Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ CPU 2.8GHz (8 CPUs), 8 Go de RAM. Le programme est compilé par Visual Studio Code 2017. Le générateur choisi est `MersenneTwister.h` (v1.0, 15/05/2003).

### 2.2 Résultats et comparaisons avec ceux de l'article

Nous réalisons 1000 solutions (itérations) séquentiellement parmi lesquelles nous choisissons les meilleurs correspondant au triplet voulu.

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	103	103
$W_{max}$	16	15
$C_{max}$	18	18
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	59.9	59.9
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	60.1	60.1

TABLE 1 – Résultat pour problème  $8 \times 8$

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	60	60
$W_{max}$	7	8
$C_{max}$	9	12
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	33.9	35.4
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	34.1	35.6

TABLE 2 – Résultat pour problème  $10 \times 10$

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	107	98
$W_{max}$	13	14
$C_{max}$	16	19
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	60.3	57.2
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	60.9	57.8

TABLE 3 – Résultat pour problème  $15 \times 10$

Nos valeurs sont très proches de celles trouvées dans l'article, particulièrement certaines sont meilleures, signifiant la reproductibilité facile de l'algorithme. Son application aura peu de dépendance de l'ordinateur de planification au niveau de résultat.

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	40	40
$W_{max}$	9	9
$C_{max}$	16	12
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	25.9	25.6
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	26.6	25.9

TABLE 4 – Résultat pour problème  $4 \times 5$

D'autre part, au niveau de temps d'exécution, qui joue un rôle important de chaque algorithme, leurs déroulement ne prennent pas plus de *2 seconds* (figure (5)). Autrement dit, l'algorithme GRASP est efficace contre le problème de type FJSSP-nfa.

Problème	Temps d'exécution (ms)
$4 \times 5$	28.6767
$8 \times 8$	150.71
$10 \times 10$	427.403
$15 \times 10$	1661.43

TABLE 5 – Temps d'exécution de chaque problème exemplaire

Les ordonnancements finaux pour chaque problème exemplaire sont inclus dans l'annexe (3.2).

## 3 Annexes

### 3.1 Visualisation de tournées (plotJob.m)

```

1 function plotJob(njob,nmachine,type)
2 close all;
3
4 % read input lines
5 prefix=strcat('results',num2str(njob),'x',num2str(nmachine),'_',type);
6 f=fopen(strcat('./output/',prefix,'.out'));
7 tline = fgetl(f);
8 tlines = cell(0,1);
9 while ischar(tline)
10     tlines{end+1,1} = tline;
11     tline = fgetl(f);
12 end
13 fclose(f);
14
15
16 n = sscanf(tlines{1}, '%d %d'); %number of jobs and maintenance tasks
17 OF = sscanf(tlines{2}, '%f %f %f %f'); %Factors and function objective value
18 OFVS = sscanf(tlines{3}, '%f %f %f %f'); %Objective values
19 data_jobs = zeros(n(1), 5); %scheduling data of jobs
20 data_maint = zeros(n(2), 4); %scheduling data of maintenances tasks
21 for i=1:n(1)
22     data_jobs(i,:) = sscanf(tlines{i+3}, '%d %d %d %f %f');
23 end

```

```

24 for i=1:n(2)
25     data_maint(i,:) = sscanf(tlines{i+n(1)+3}, '%d %d %d %f %f');
26 end
27
28 colors = lines(n(1));
29 figure;
30 %Plot the bloc of each operation
31 for i=1:n(1)
32     X = data_jobs(i,4);
33     Y = data_jobs(i,3);
34     W = data_jobs(i,5) - data_jobs(i,4);
35     H = 1;
36     color = colors(data_jobs(i,1)+1,:) + 0.1*floor((data_jobs(i,1)+1)/8)*ones(1,3);
37     color = mod(color,1);
38     rectangle('Position',[X Y W H],'FaceColor',color);
39     text(X,Y+H/2, ['0_{',num2str(data_jobs(i,1)+1),',',num2str(data_jobs(i,2)+1),'}'
40         ]);
41 end
42 %Plot the bloc of each maintenance task
43 for i=1:n(2)
44     X = data_maint(i,3);
45     Y = data_maint(i,1);
46     W = data_maint(i,4) - data_maint(i,3);
47     H = 1;
48     color = [0.7 0.7 0.7];
49     rectangle('Position',[X Y W H],'FaceColor',color);
50     text(X,Y+H/2, ['PM_{',num2str(data_maint(i,1)+1),',',num2str(data_maint(i,2)+1),'}'
51         ]]);
52 end
53 maintitle = ['W_{tot}= ',num2str(OFVS(1)), ' W_{max}= ',num2str(OFVS(2)), ' C_{max}= ',
54     num2str(OFVS(3))];
55 subtitle = ['F= ',num2str(OF(1)), '*W_{tot}+',num2str(OF(2)), '*W_{max}+',num2str(OF
56     (3)), '*C_{max}', ', ',num2str(OF(4))];
57 title ( [maintitle, ' ',subtitle]);
58 saveas(gcf, strcat('./img/',prefix, '.png'));

```

## 3.2 Visualisation des ordonnancements



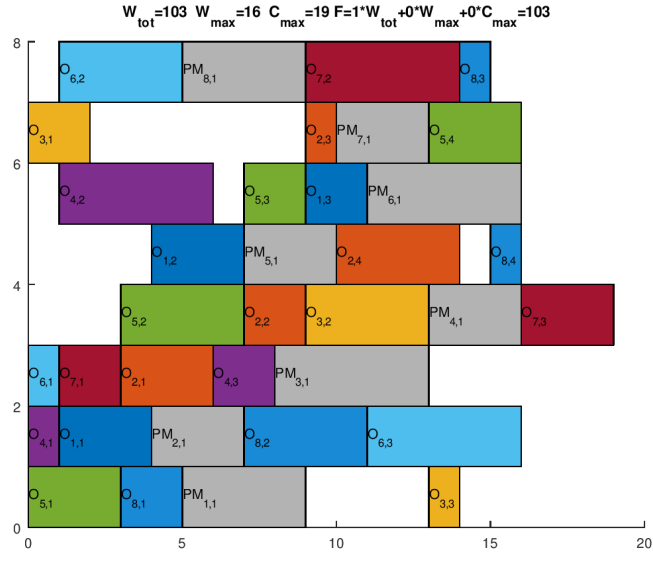


FIGURE 1 –  $8 \times 8 \ W_t : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (40; 17; 17)$

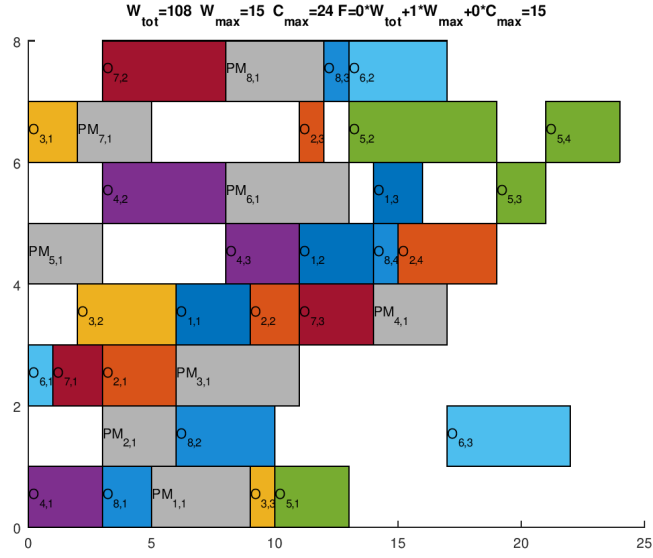


FIGURE 2 –  $8 \times 8 \ W_{\text{max}} : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (41; 9; 18)$

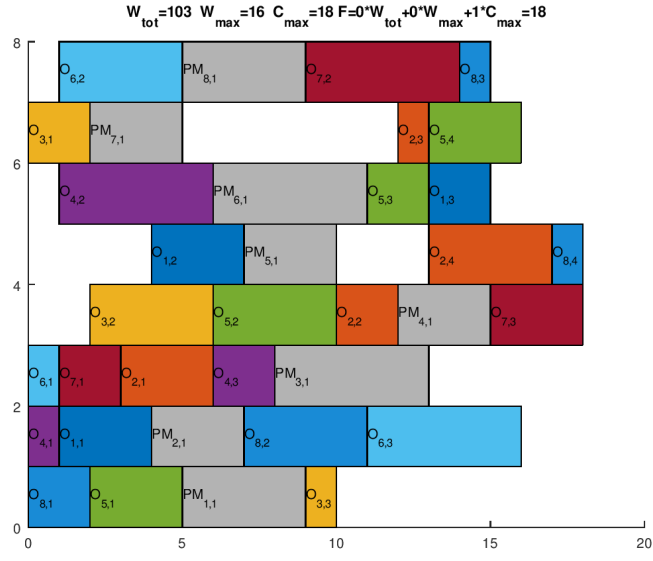


FIGURE 3 –  $8 \times 8 \ C_{\text{max}} : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (105; 16; 19)$

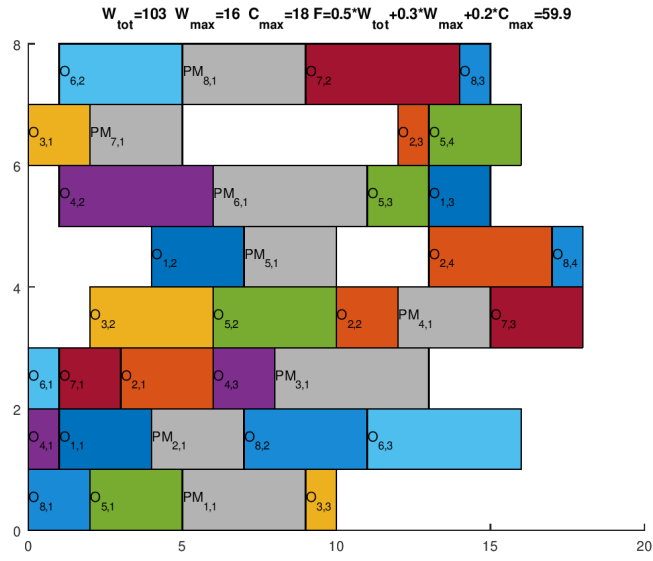


FIGURE 4 –  $8 \times 8 \ F(0.5; 0.3; 0.2) : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (40; 10; 15)$

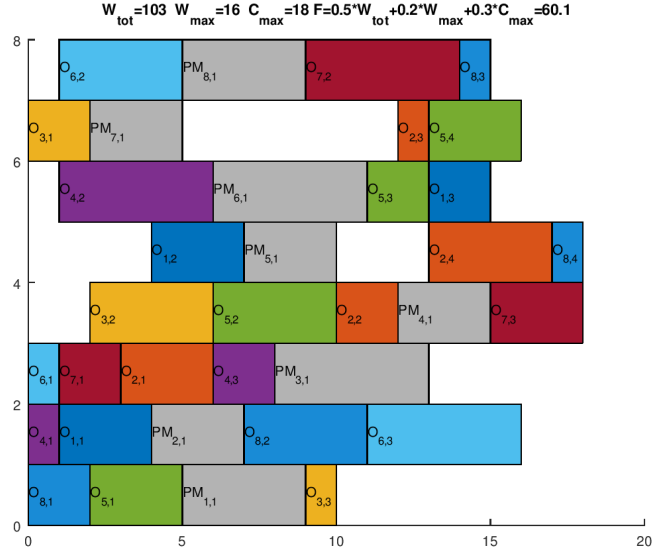


FIGURE 5 –  $8 \times 8 \ F(0.5; 0.2; 0.3) : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (40; 10; 15)$

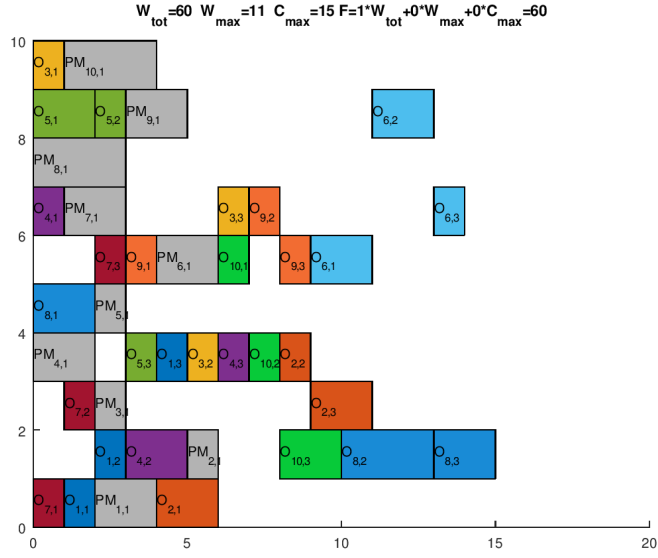


FIGURE 6 –  $10 \times 10 \ W_t : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (60; 11; 16)$

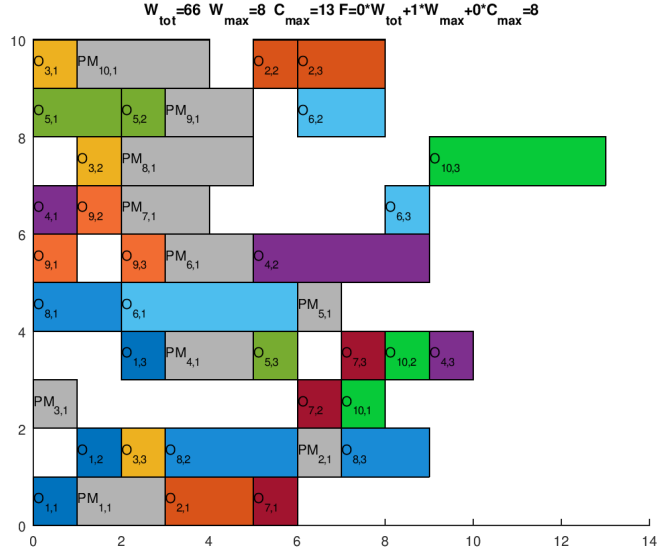


FIGURE 7 –  $10 \times 10 \ W_{\text{max}} : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (66; 8; 11)$

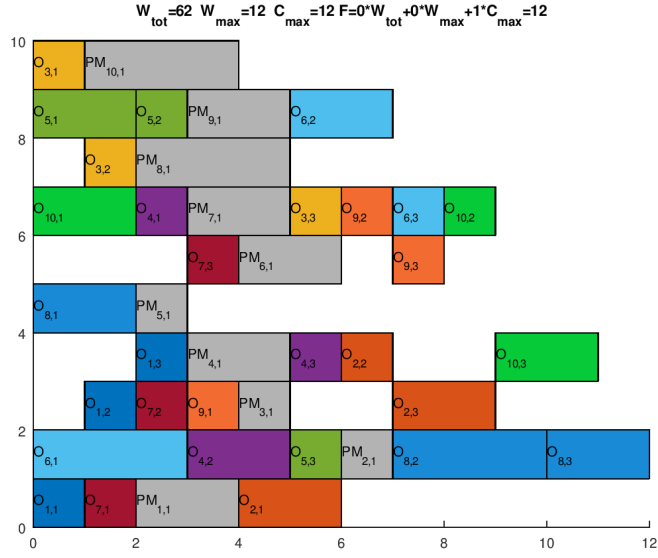


FIGURE 8 –  $10 \times 10 \ C_{\text{max}} : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (66; 8; 11)$

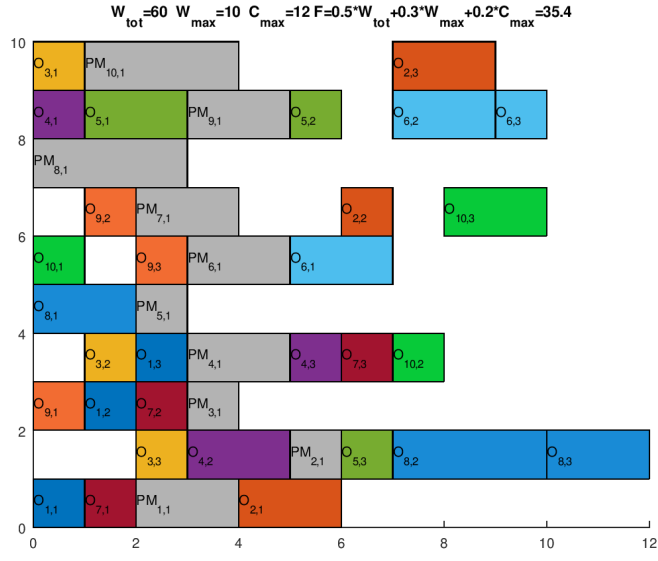


FIGURE 9 –  $10 \times 10$   $F(0.5; 0.3; 0.2) : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (60; 10; 12)$

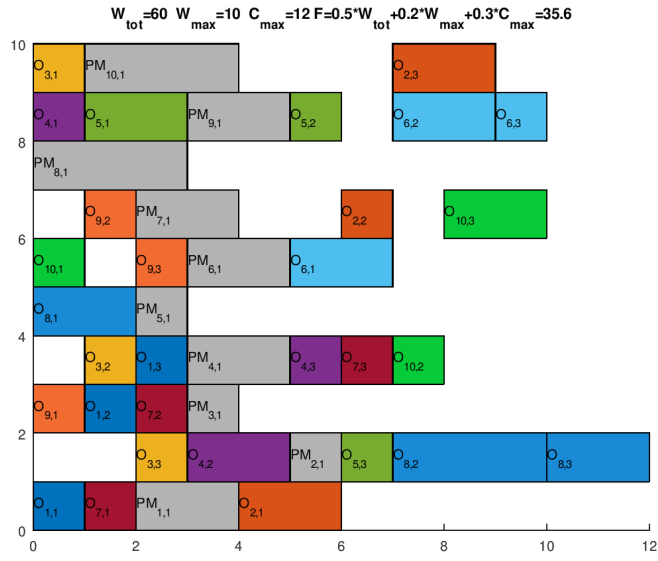


FIGURE 10 –  $10 \times 10$   $F(0.5; 0.2; 0.3) : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (60; 10; 12)$



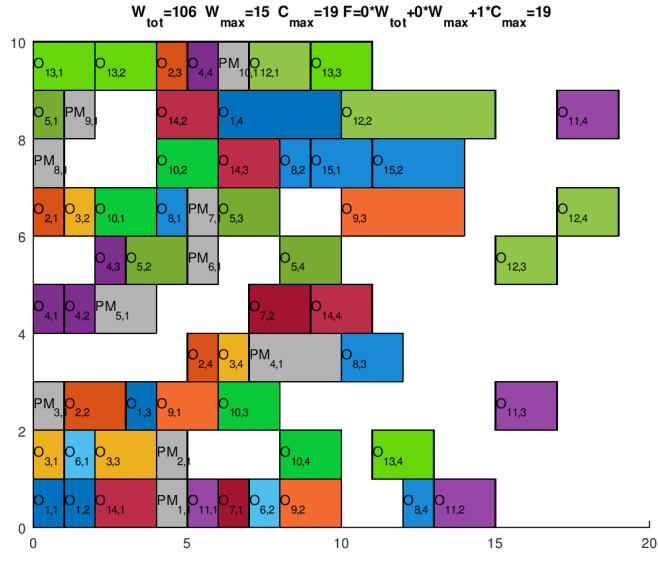


FIGURE 13 –  $15 \times 10 \ C_{\text{max}} : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (98; 17; 20)$

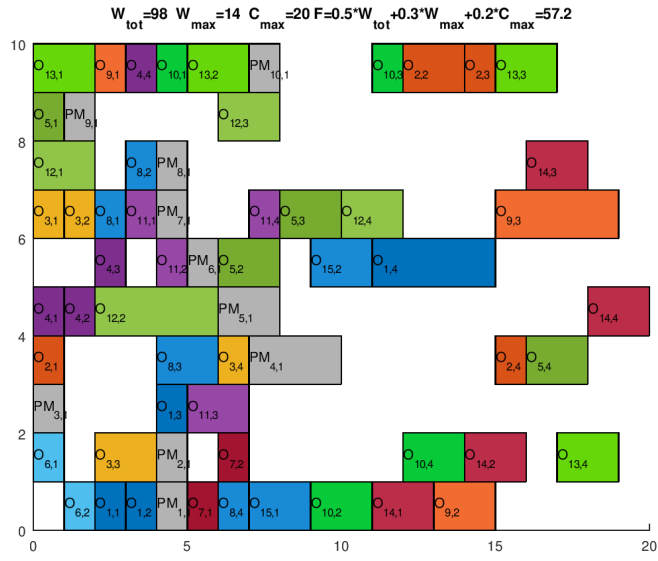


FIGURE 14 –  $15 \times 10 \ F(0.5; 0.3; 0.2) : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (98; 14; 20)$

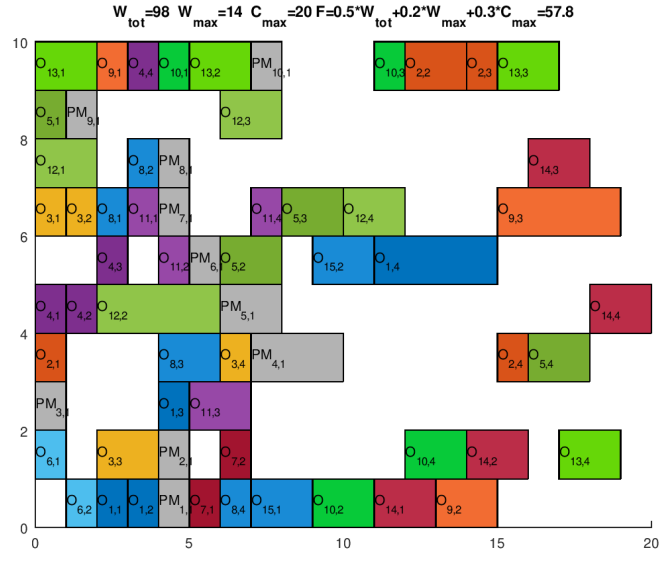


FIGURE 15 –  $15 \times 10$   $F(0.5; 0.2; 0.3) : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (98; 14; 20)$

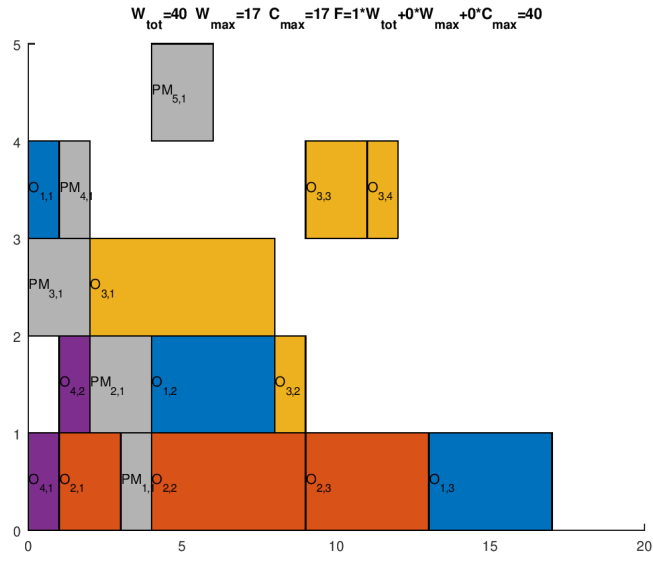


FIGURE 16 –  $4 \times 5$   $W_t : (W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (40; 17; 17)$



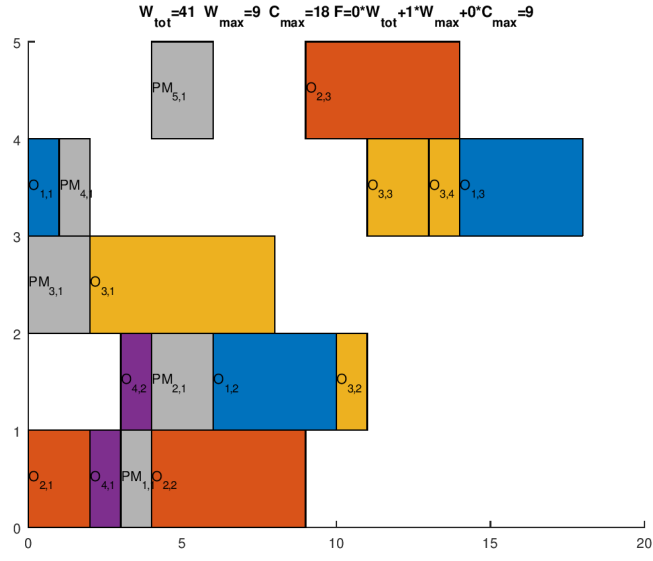


FIGURE 17 –  $4 \times 5$   $W_{\text{max}}$  :  $(W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (41; 9; 18)$

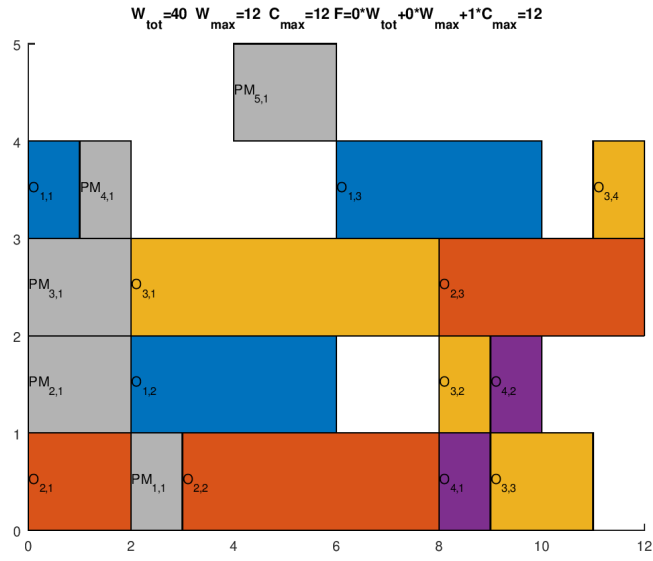


FIGURE 18 –  $4 \times 5$   $C_{\text{max}}$  :  $(W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (41; 12; 13)$

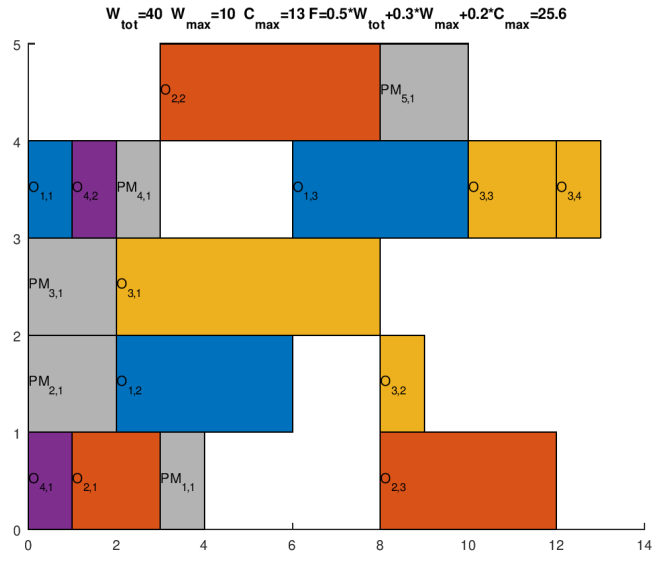


FIGURE 19 –  $4 \times 5$   $F(0.5; 0.3; 0.2)$  :  $(W_t, W_{max}, C_{max}) = (40; 10; 15)$

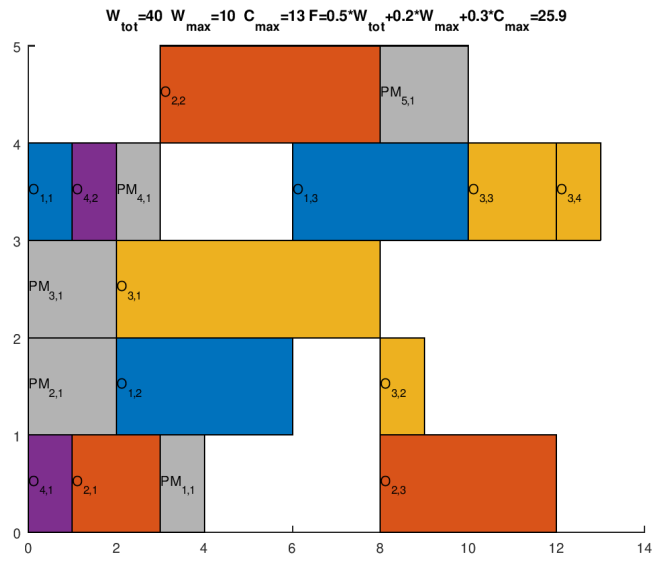


FIGURE 20 –  $4 \times 5$   $F(0.5; 0.2; 0.3)$  :  $(W_t, W_{max}, C_{max}) = (40; 10; 15)$

## Références

- [1] Rajkumar, Muthukannan & Asokan, P & Vamsikrishna, V. (2010), *A GRASP algorithm for flexible job-shop scheduling with maintenance constraints*, International Journal of Production Research - INT J PROD RES. 48. 6821-6836. 10.1080/00207540903308969.
- [2] F. Pezzella, G. Morganti, G. Ciaschetti, *A genetic algorithm for the Flexible Job-shop Scheduling Problem*, Computers & Operations Research, Volume 35, Issue 10, 2008, Pages 3202-3212, ISSN 0305-0548, <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.02.014>. (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054807000524>)
- [3] T. S. Chan, F & Wong, T. C. & Chan, LY. (2006). *Flexible job-shop scheduling problem under resource constraints*, International Journal of Production Research - INT J PROD RES. 44. 2071-2089. 10.1080/00207540500386012.