

# Rapport de projet OS10

Etude de l'algorithme GRASP pour le problème  
d'ordonnancement FJSSP-nfa

BOUCETTA I. & TRAN Q.N.H. & WARTELLE A.

5 janvier 2019

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Résultats et comparaisons</b>	<b>5</b>
2.1	Spécification de l'ordinateur . . . . .	5
2.2	Résultats et comparaisons avec ceux de l'article . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Annexes</b>	<b>6</b>
3.1	Visualisation de tournées (plots.m) . . . . .	6
3.2	Automatisation de traçage des exemplaires (tests.m) . . . . .	7
3.3	Visualisation de statistiques (stats.R) . . . . .	7
3.4	Visualisation des ordonnacements . . . . .	7
	<b>Références</b>	<b>18</b>

Ce travail a pour objectif d'étudier l'article de 2010 de Rajkumar, Muthukannan & Asokan, P & Vamsikrishna, V. portant sur un algorithme de recherche locale randomisée : *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), dans le cadre d'un problème de job shop : le *Flexible Job Shop Scheduling Problem with non fixed-availability constraints* (FJSSP-nfa) [1]. Cette extension du problème du job shop permet de prendre en compte deux aspects importants de la production :

1. la flexibilité des machines pour effectuer des opérations, c'est-à-dire qu'une opération n'aura pas une machine prédéfinie à l'avance pour son exécution, on aura en effet le choix entre plusieurs machines avec différents temps d'exécution associés. Cette diversité des temps d'exécution est en général lié au temps de préparation d'une pour le traitement d'une opération donnée mais surtout à la performance et à l'adéquation de la machine pour exécuter une telle tâche
2. la prise en compte de tâches de maintenance à effectuer dans des fenêtres de temps données (non fixité). En effet les machines ont besoin d'être entretenues afin d'éviter (si possible) des pannes ou des défaillances. Durant une tâche de maintenance, une machine est indisponible et ne peut pas traiter d'opération, ce qui impacte fortement les performances d'une affectation d'opérations et d'ordonnancement de celles-ci.

Avec la prise en compte de la flexibilité des machines, le FJSSP-nfa permet de travailler sur de nouveaux critères portant de la charge de travail, c'est à dire sur le temps d'utilisation de chaque machine qui n'est plus fixé comme dans le cas d'un CJSSP. Ainsi le FJSSP-nfa est un problème multi-critère portant sur la charge de travail totale et maximal des machines et sur le makespan de l'ordonnancement (temps de complétion maximale). Enfin le problème de job shop classique étant déjà NP-difficile, le FJSSP-nfa l'est aussi. De plus, avec les difficultés rajoutées par la flexibilité des machines et la maintenance, une approche de résolution par méthode exacte est semble presque inenvisageable<sup>1</sup>. Ainsi ce sont les heuristiques comme l'algorithme GRASP ([1]) et les méta-heuristiques comme les algorithmes génétiques([2],[3]) qui ont rencontré le plus de succès.

## 1 Introduction

Avec la notation de Graham, ce problème peut s'écrire sous la forme :

$$J_m | flexibility, nfa | W_{tot}, W_{max}, C_{max}$$

. On ainsi un ensemble de job i Une solution à ce problème doit indiquer les affectations de chaque opération à une machine ainsi que les les temps de complétions (ou de début) de chaque opération et de chaque tâche de maintenance (et de chaque job et chaque machine). En eff

---

1. d'après [2], les méthodes exactes par graphes disjonctifs sont actuellement limités à 20 jobs et

---

**Algorithme 1 :** Assigner les opérations aux machines (*routing*)

---

```

// Initialisation
1  $t$  le nombre de solutions;
2  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t\}$  l'ensemble des valeurs  $\alpha$  discrètes aléatoires telle que
    $0 \leq \alpha_i \leq 1 \forall i = 1, t$ ;
3  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_t\}$  l'ensemble des solutions à construire;
// Assignement
4 pour chaque  $\alpha_i \in A$  faire
5    $\sigma$  l'ensemble des opérations non assignées;
6    $s_i$  la solution à construire;
7    $s_i \leftarrow \emptyset$ ;
8   tant que  $\sigma \neq \emptyset$  faire
9     Chercher  $o_M$  l'opération dont le processing time est le plus longue;
10    Chercher  $o_m$  l'opération dont le processing time est le plus court;
11     $Range \leftarrow p_{o_M} - p_{o_m}$ ;
12     $Width \leftarrow Range * \alpha_i$ ;
13    Construire RCL l'ensemble des opérations non assignées  $o \in \sigma$  telle que
        $p_{o_m} \leq p_o \leq p_{o_M} + Width$ ;
14    Ordonner RCL dans l'ordre croissant de processing time;
15    Pondérer les éléments de RCL par la fonction linéaire  $\frac{1}{r}$  où  $r$  est l'ordre
       de l'élément;
16    Choisir de manière aléatoire un élément  $o^*$  de RCL en tenant compte
       des poids ci-dessus;
17     $s_i \leftarrow s_i \cup o^*$ ;
18     $\sigma \leftarrow \sigma \setminus o^*$ ;
19  fin
20  Calculer la charge totale de  $s_i$ ;
21 fin

```

---

---

**Algorithme 2 :** Ordonner les opérations et les maintenances sur les machines  
(*scheduling*)

---

```

// Initialisation
1  $t$  le nombre de solutions (fixé à l'algorithme (1)) ;
2  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t\}$  l'ensemble des valeurs  $\alpha$  discrètes aléatoires telle que
    $0 \leq \alpha_i \leq 1 \forall i = \overline{1, t}$  (pas forcément identique à l'algorithme (1));
3  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_t\}$  l'ensemble des solutions à construire;
// Ordonnancement
4 pour chaque  $\alpha_i \in A$  faire
5    $\sigma$  l'ensemble des opérations non ordonnées;
6    $s_i$  la solution à ordonner;
7    $s_i \leftarrow \emptyset$ ;
8   tant que  $\sigma \neq \emptyset$  faire
9     Chercher  $o_M$  l'opération dont le processing time est le plus longue; et
        $o_m$  l'opération dont le processing time est le plus court en tenant
       compte les maintenances qui doivent être situées au milieu des
       intervalles donnés  $[t_{jl}^E, t_{jl}^L]$  ;
10     $Range \leftarrow p_{o_M} - p_{o_m}$ ;
11     $Width \leftarrow 1 + Range * \alpha_i$ ;
12    Construire RCL l'ensemble des opérations non assignées  $o \in \sigma$  telle que
        $p_{o_m} \leq p_o \leq p_{o_m} + Width$ ;
13    Ordonner RCL dans l'ordre croissant de processing time;
14    Pondérer les éléments de RCL par la fonction linéaire  $\frac{1}{r}$  où  $r$  est l'ordre
       de l'élément;
15    Choisir de manière aléatoire un élément  $o^*$  de RCL en tenant compte
       des poids ci-dessus;
16    Ordonner  $o^*$  en tenant compte la date de disponibilité la plus tôt et les
       maintenances;
17     $\sigma \leftarrow \sigma \setminus o^*$ ;
18  fin
19  Ordonner les maintenances au milieu des intervalles donnés  $[t_{jl}^E, t_{jl}^L]$  sans
       collision avec les opérations scédulées;
20  Calculer le makespan de  $s_i$ ;
21 fin

```

---

## 2 Résultats et comparaisons

### 2.1 Spécification de l'ordinateur

Nous tournons le code sur un ordinateur portable de processeur Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ CPU 2.8GHz (8 CPUs), 8 Go de RAM. Le programme est compilé par Visual Studio Code 2017. Le générateur choisi est `MersenneTwister.h` (v1.0, 15/05/2003).

### 2.2 Résultats et comparaisons avec ceux de l'article

Nous réalisons 1000 solutions (itérations) séquentiellement parmi lesquelles nous choisissons les meilleurs correspondant au triplet voulu.

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	103	103
$W_{max}$	16	15
$C_{max}$	18	13
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	59.9	60.1
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	60.1	60.4

TABLE 1 – Résultat pour problème  $8 \times 8$

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	60	60
$W_{max}$	7	8
$C_{max}$	9	11
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	33.9	35.4
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	34.1	35.6

TABLE 2 – Résultat pour problème  $10 \times 10$

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	107	98
$W_{max}$	13	14
$C_{max}$	16	20
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	60.3	57.2
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	60.9	57.8

TABLE 3 – Résultat pour problème  $15 \times 10$

Critères	Valeurs de l'article	Nos valeurs
$W_t$	40	40
$W_{max}$	9	9
$C_{max}$	16	13
$F(0.5; 0.3; 0.2)$	25.9	26
$F(0.5; 0.2; 0.3)$	26.6	26.5

TABLE 4 – Résultat pour problème  $4 \times 5$

Nos valeurs sont très proche celles trouvées dans l'articles, particulièrement certaines sont meilleures, signifiant la reproductivité facile de l'algorithme. Son application aura peu de dépendance de l'ordinateur de planification au niveau de résultat.

D'autre part, au niveau de temps d'exécution, qui joue un rôle important de chaque algorithme, leurs déroulement ne prennent pas plus de *2 seconds* (figure (5)). Autrement dit, l'algorithme GRASP est efficace contre le problème de type FJSSP-nfa.

Problème	Temps d'exécution (ms)
$4 \times 5$	28.6767
$8 \times 8$	150.71
$10 \times 10$	427.403
$15 \times 10$	1661.43

TABLE 5 – Temps d'exécution de chaque problème exemplaire

Les ordonnancements finaux pour chaque problème exemplaire sont inclus dans l'annexe (3.4).

## 3 Annexes

### 3.1 Visualisation de tournées (plots.m)

```

1 function plotJob(njob,nmachine,type)
2 close all;
3
4 % read input
5 prefix=strcat('results',num2str(njob),'x',num2str(nmachine),'_',type);
6 f=fopen(strcat('./output/',prefix,'.out'));
7 tline = fgetl(f);
8 tlines = cell(0,1);
9 while ischar(tline)
10     tlines{end+1,1} = tline;
11     tline = fgetl(f);
12 end
13 fclose(f);
14
15 n = sscanf(tlines{1}, '%d %d'); %number of jobs and maintenance tasks
16 OF = sscanf(tlines{2}, '%f %f %f %f');
17 OFVS = sscanf(tlines{3}, '%f %f %f %f');
18 data_jobs = zeros(n(1), 5);

```

```

19 data_maint = zeros(n(2), 4);
20 for i=1:n(1)
21     data_jobs(i,:) = sscanf(tlines{i+3}, '%d %d %d %f %f');
22 end
23 for i=1:n(2)
24     data_maint(i,:) = sscanf(tlines{i+n(1)+3}, '%d %d %d %f %f');
25 end
26
27 colors = lines(n(1));
28
29 %text(starts(n,1)+0.1,starts(n,2)+0.1, num2str(number(n)));
30 figure;
31 for i=1:n(1)
32     X = data_jobs(i,4);
33     Y = data_jobs(i,3);
34     W = data_jobs(i,5) - data_jobs(i,4);
35     H = 1;
36     color = colors(data_jobs(i,1)+1,:) + 0.1*floor((data_jobs(i,1)+1)/8)*ones(1,3);
37     color = mod(color,1);
38     rectangle('Position',[X Y W H],'FaceColor',color);
39     text(X,Y+H/2, ['0_{',num2str(data_jobs(i,1)+1),',',num2str(data_jobs(i,2)+1),'}',
40         ']);
41 end
42 for i=1:n(2)
43     X = data_maint(i,3);
44     Y = data_maint(i,1);
45     W = data_maint(i,4) - data_maint(i,3);
46     H = 1;
47     color = [0.7 0.7 0.7];
48     rectangle('Position',[X Y W H],'FaceColor',color);
49     text(X,Y+H/2, ['PM_{',num2str(data_maint(i,1)+1),',',num2str(data_maint(i,2)+1),'}',
50         ']);
51 end
52 maintitle = ['W_{tot}=',num2str(OFVS(1)), ' W_{max}=',num2str(OFVS(2)), ' C_{max}=',
53     num2str(OFVS(3))];
54 subtitle = ['F=',num2str(OF(1)), '*W_{tot}+',num2str(OF(2)), '*W_{max}+',num2str(OF
55     (3)), '*C_{max}', '=',num2str(OF(4))];
56 title ( [maintitle,'\n',subtitle]);
57 saveas(gcf, strcat('./img/', prefix, '.png'));

```

## 3.2 Automatiser le traçage des exemplaires (tests.m)

```

1 types={'Cmax','Wmax','Wtot','F050203','F050302'};
2 vals=[4 5;8 8;10 10;15 10];
3 for i=1:length(vals)
4     for j=1:length(types)
5         plotJob(vals(i,1),vals(i,2),types{j});
6     end
7 end

```

## 3.3 Visualisation de statistiques (stats.R)

## 3.4 Visualisation des ordonnancements

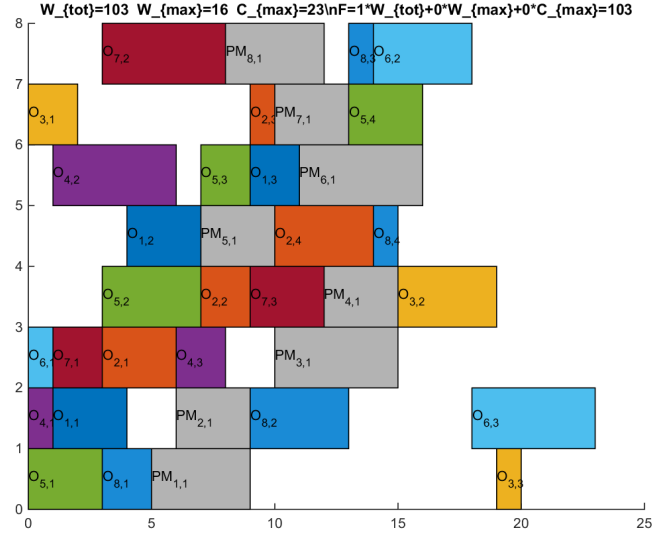


FIGURE 1 –  $8 \times 8 \ W_t : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (40; 17; 17)$

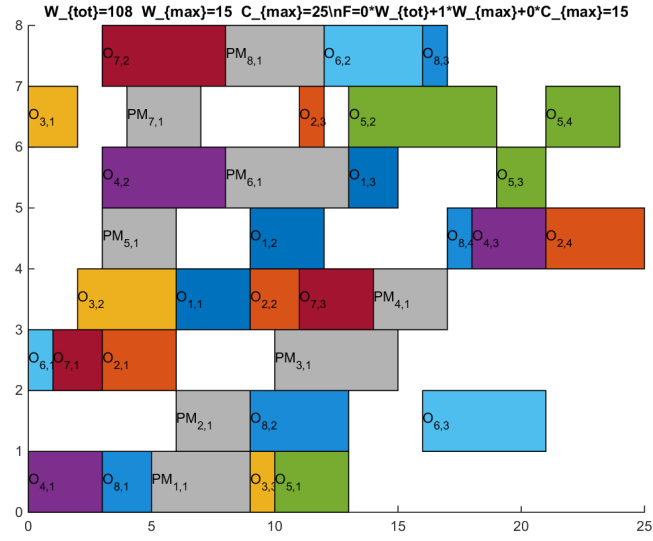


FIGURE 2 –  $8 \times 8 \ W_{\max} : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (41; 9; 18)$



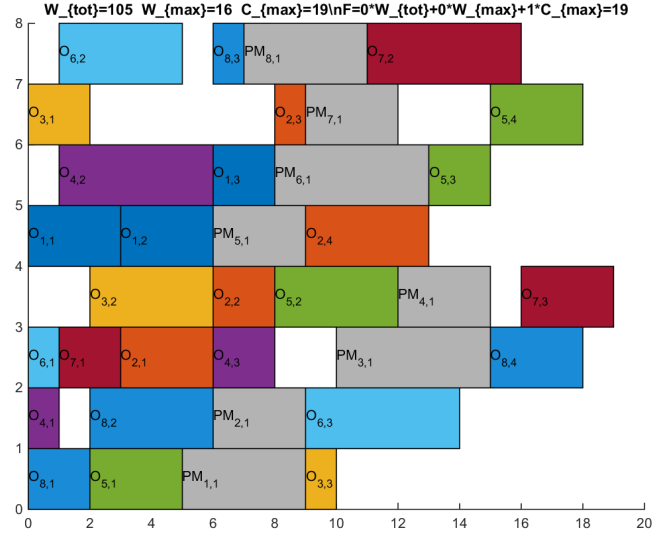


FIGURE 3 –  $8 \times 8 \ C_{max} : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (105; 16; 19)$

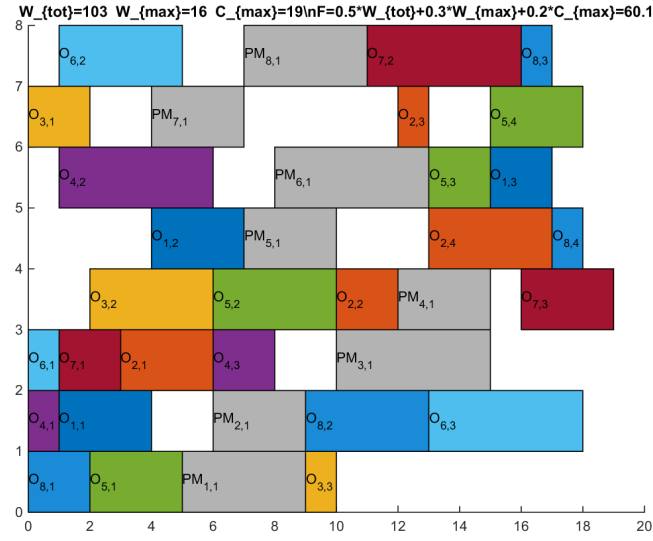


FIGURE 4 –  $8 \times 8 \ F(0.5; 0.3; 0.2) : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (40; 10; 15)$

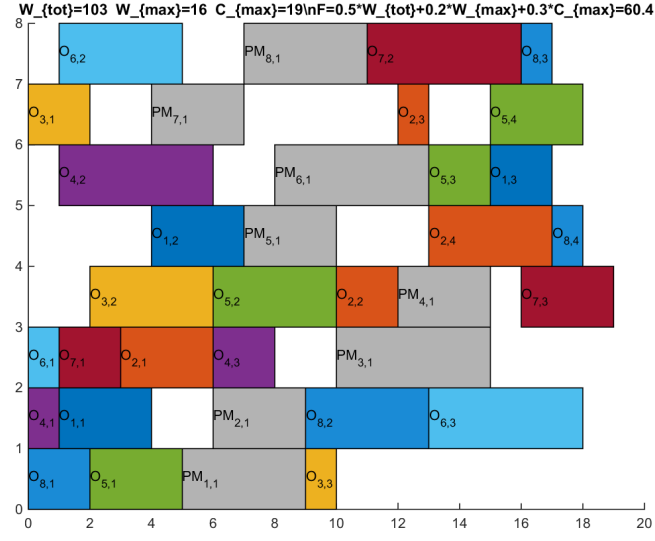


FIGURE 5 –  $8 \times 8$   $F(0.5; 0.2; 0.3) : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (40; 10; 15)$

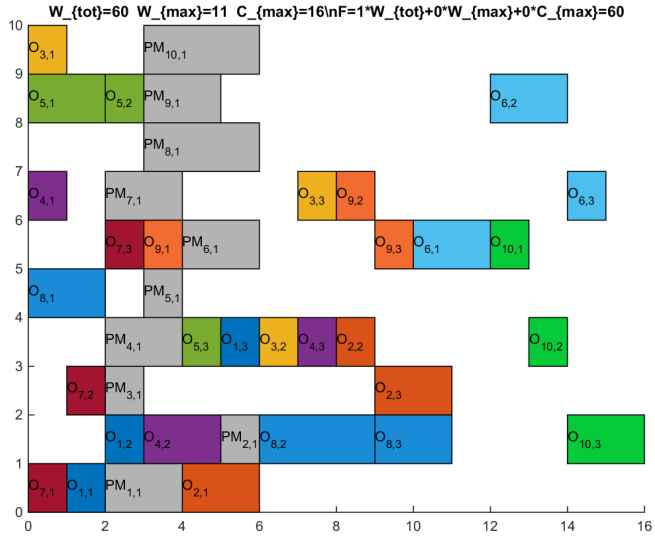


FIGURE 6 –  $10 \times 10$   $W_t : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (60; 11; 16)$

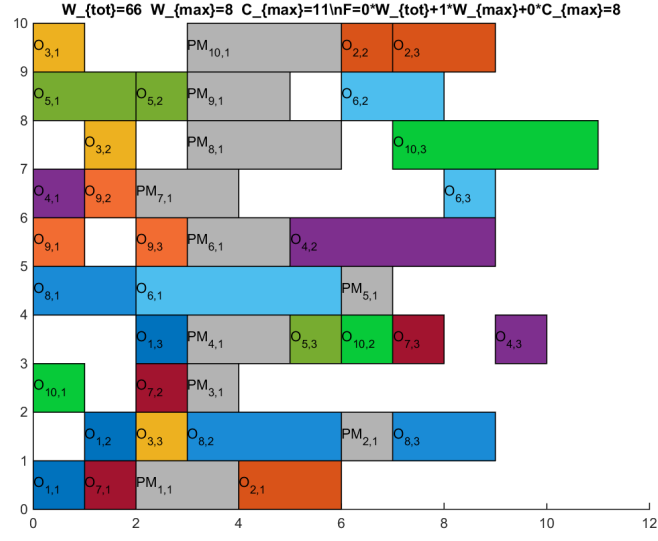


FIGURE 7 –  $10 \times 10 \quad W_{max} : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (66; 8; 11)$

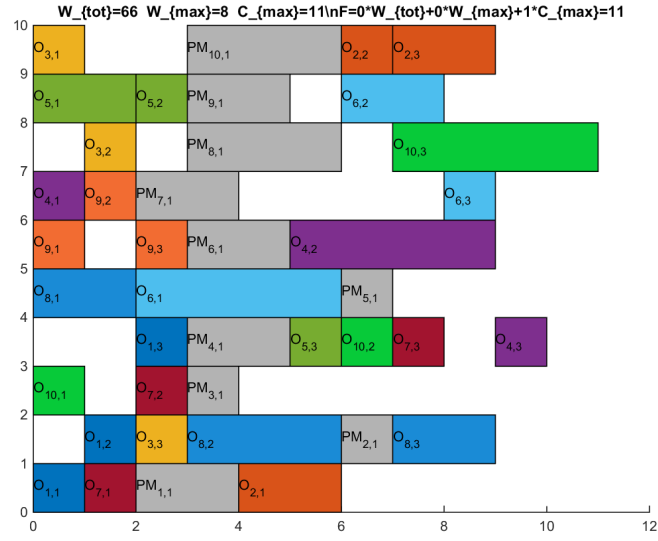


FIGURE 8 –  $10 \times 10 \quad C_{max} : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (66; 8; 11)$

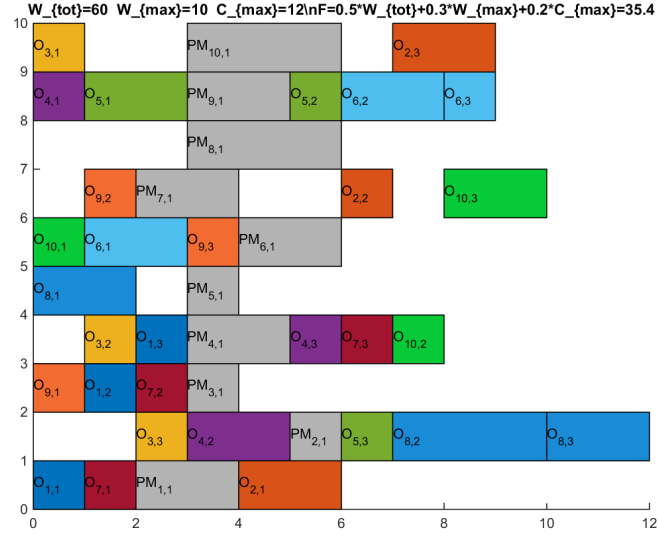


FIGURE 9 –  $10 \times 10$   $F(0.5; 0.3; 0.2) : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (60; 10; 12)$

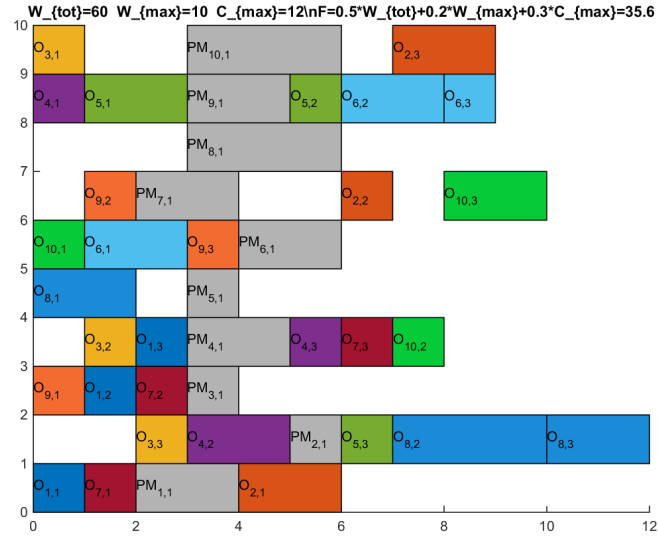


FIGURE 10 –  $10 \times 10$   $F(0.5; 0.2; 0.3) : (W_t, W_{max}, C_{max}) = (60; 10; 12)$

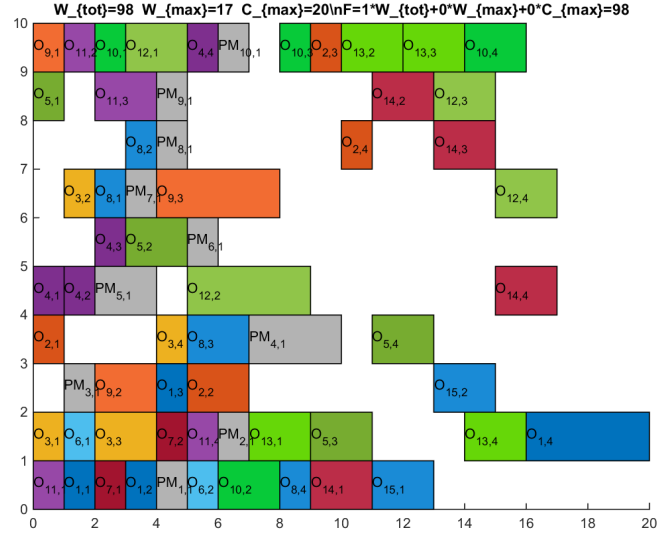


FIGURE 11 –  $15 \times 10 \ W_t : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (98; 17; 20)$

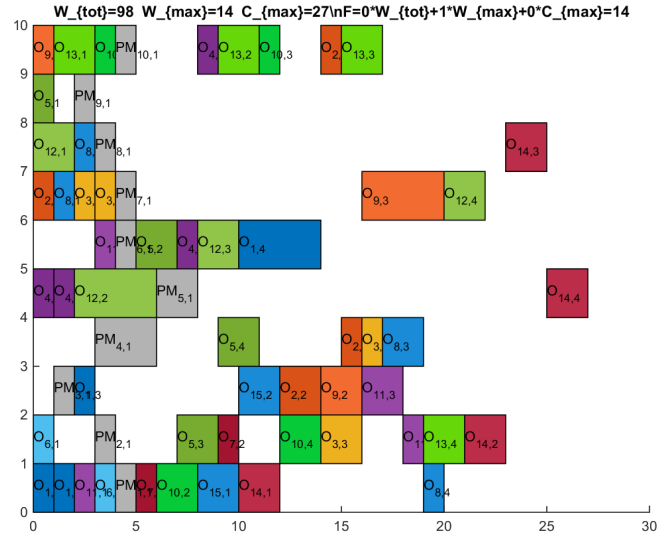


FIGURE 12 –  $15 \times 10 \ W_{\max} : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (98; 14; 27)$

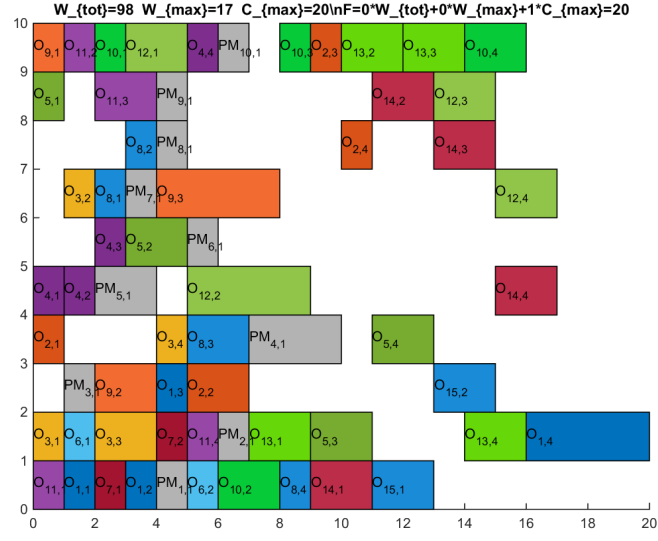


FIGURE 13 –  $15 \times 10 \ C_{\max} : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (98; 17; 20)$

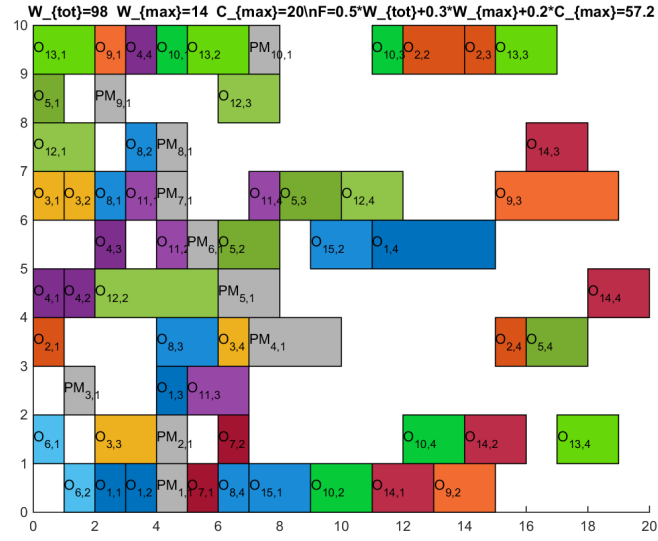


FIGURE 14 –  $15 \times 10 \ F(0.5; 0.3; 0.2) : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (98; 14; 20)$

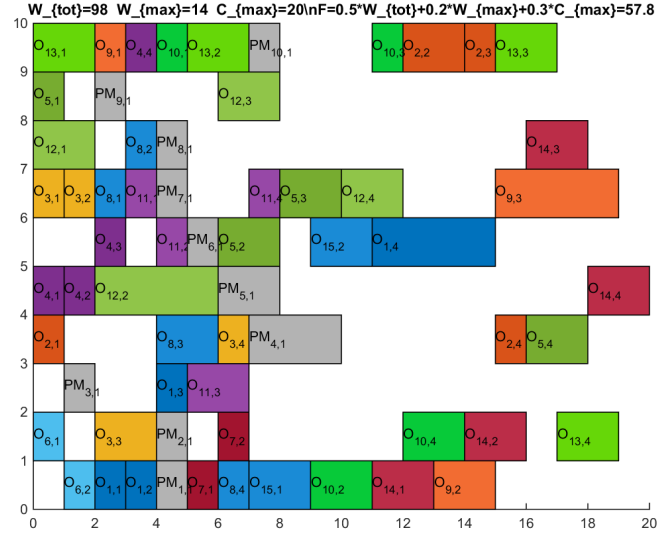


FIGURE 15 –  $15 \times 10$   $F(0.5; 0.2; 0.3) : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (98; 14; 20)$

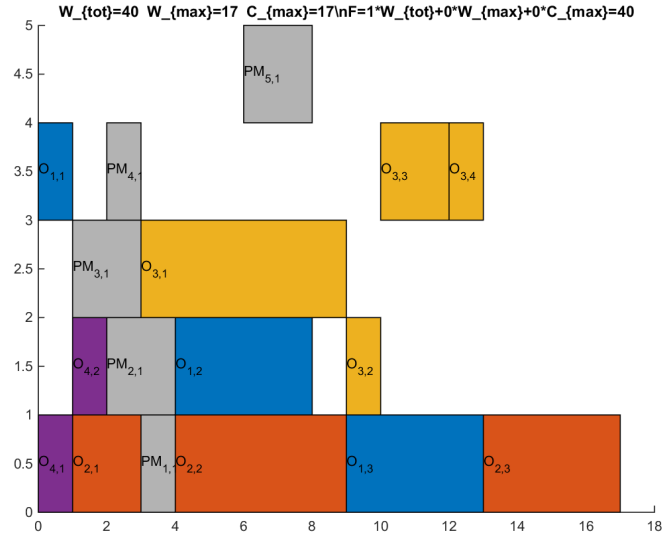


FIGURE 16 –  $4 \times 5$   $W_t : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (40; 17; 17)$

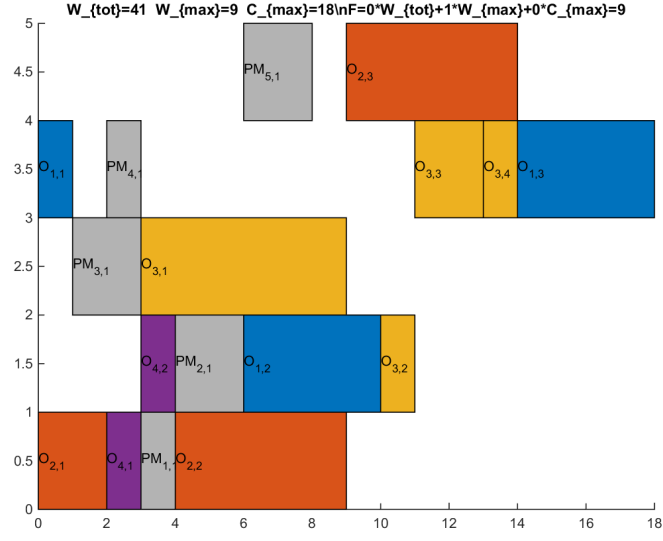


FIGURE 17 –  $4 \times 5 \ W_{\max} : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (41; 9; 18)$

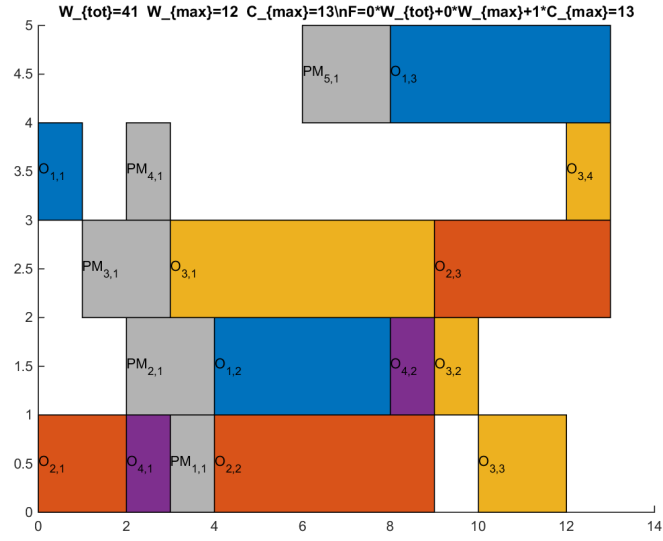


FIGURE 18 –  $4 \times 5 \ C_{\max} : (W_t, W_{\max}, C_{\max}) = (41; 12; 13)$



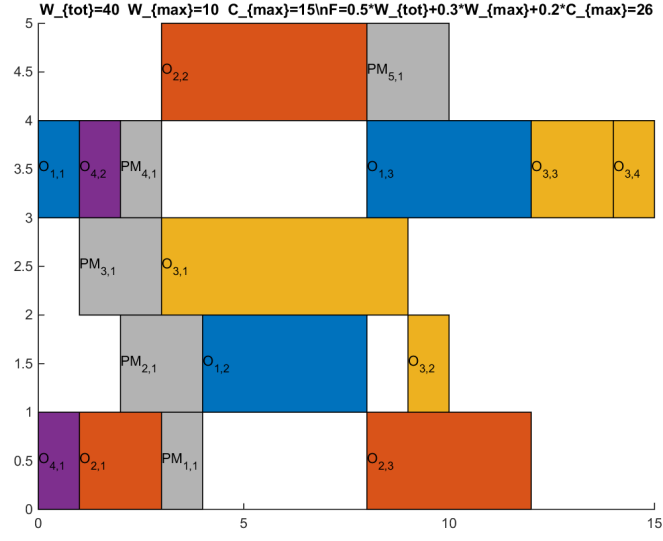


FIGURE 19 –  $4 \times 5$   $F(0.5; 0.3; 0.2)$  :  $(W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (40; 10; 15)$

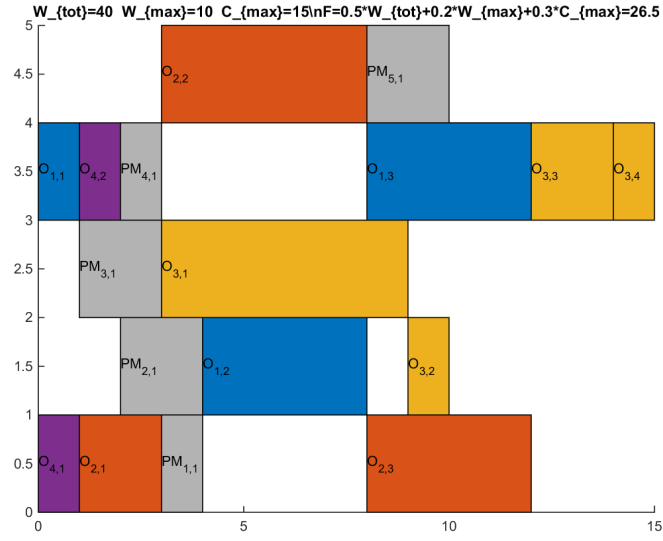


FIGURE 20 –  $4 \times 5$   $F(0.5; 0.2; 0.3)$  :  $(W_t, W_{\text{max}}, C_{\text{max}}) = (40; 10; 15)$

## Références

- [1] Rajkumar, Muthukannan & Asokan, P & Vamsikrishna, V. (2010), *A GRASP algorithm for flexible job-shop scheduling with maintenance constraints*, International Journal of Production Research - INT J PROD RES. 48. 6821-6836. 10.1080/00207540903308969.
- [2] F. Pezzella, G. Morganti, G. Ciaschetti, *A genetic algorithm for the Flexible Job-shop Scheduling Problem*, Computers & Operations Research, Volume 35, Issue 10, 2008, Pages 3202-3212, ISSN 0305-0548, <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.02.014>. (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054807000524>)
- [3] T. S. Chan, F & Wong, T. C. & Chan, LY. (2006). *Flexible job-shop scheduling problem under resource constraints*, International Journal of Production Research - INT J PROD RES. 44. 2071-2089. 10.1080/00207540500386012.