Estadística

Práctica 1 2024-08-20

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

Personal Data

Family Name:
Perla Danna Rojas Navarro

Given Name:

Signature:

checked

Registration Number

2 4 0 8 2 0 0 0 0 0 4

0										0
1										1
2										2
3										3
4										4
5										5
6										6
7										7
8										8
9										9

In this section **no** changes or modifications must be made!

Type	Exam ID(Cálculo de probabilidades)
210	24082000004

Please mark the boxes carefully: ☒ Not marked: ☐ or ■

This document is scanned automatically. Please keep clean and do not bend or fold. For filling in the document please use a **blue or black pen**.

Only clearly marked and positionally accurate crosses will be processed!

Answers 1 - 6

	a	b	c	d
1		X		
2	X			
3			X	
4	X			
5				X
6		X		
	a	b	c	d

1. *(3 points)* Tenemos 93 personas distribuídas en 3 empresas. La primera empresa contiene 8 hombres y 2 muejeres; la segunda, 4 hombres y 6 mujeres y la tercera, 1 hombres y 9 mujeres. Se elige una empresa al azar y se extrae de ella una persona, que resulta hombres. Se devuelve la persona selecionada a la empresa y se repite el proceso, siendo ahora la persona extraída mujer. Si sabemos que 16/39 es la posibilidad de que , siendo hombre, proceda de la primera empresa y que 30/61 es la posibilidad de que, siendo la persona mujer, proceda de la segunda empresa, calcule el número de personas de la segunda empresa.

   Tener el cuenta el Teorema de Bayes

   (a) 47
   $\boxed{\text{(b) 77}}$
   (c) 470
   (d) 45

2. *(4 points)* La profesora Ana va a sortear un premio entre todos sus 85 estudiantes, cada uno va sacar una ficha de acuerdo a letra por la cual empieza su apellido; de una bolsa y gana el que saque la ficha con el premio. El estudiante con el apellido que comienza con la letra Z, piensa que el tiene poca probabilidad de ganar.¿ Cuánto es la probabilidad de que gane el estudiante con el apellido que empieza con la letra Z?

   Nota:Redondee su respuesta a 3 decimales

   $\boxed{\text{(a) 0.01}}$
   (b) 0.04
   (c) 0.08
   (d) 0.02

3. *(4 points)* Una moneda se lanza tantas veces como indica un dado. Determine la probabilidad de obtener a lo más 4 caras.

   Nota:Redondee su respuesta a 3 decimales

   (a) 0.84
   (b) 0.92
   $\boxed{\text{(c) 0.976}}$
   (d) 1

4. *(3 points)* Un banco ha comprobado que la probabilidad de que un cliente con fondos extienda un cheque con fecha equivocada es de 0.001. En cambio, todo cliente sin fondos pone una fecha errónea en sus cheques. El 0.9 de los clientes del banco tienen fondos. Se recibe hoy en caja un cheque con fecha equivocada. ¿Qué probabilidad hay de que sea de un cliente sin fondos?

   Nota:Redondee su respuesta a 3 decimales

   $\boxed{\text{(a) 0.991}}$
   (b) 0.691
   (c) 0.861
   (d) 0.791

5. *(3 points)* Una urna contiene cinco dados con sus caras de color blanco o rojo. El dado núumero $i\,(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ tiene i de sus caras blancas y el resto rojas. Se selecciona al azar un dado de la urna, se lanza y sale cara roja. ¿Cuál es la probabilidad de que el dado seleccionado sea el 3?

   Nota:Redondee su respuesta a 3 decimales

   (a) 0.107

(b) 0.607

(c) 0.707

$\boxed{\text{(d) } 0.207}$

6. *(4 points)* Se conoce que en un intervalo de tiempo de 50 minutos llegan a un mismo punto de encuentro y de forma aleatoria dos personas. ¿Qué probabilidad existe de que una de las personas espere por a otra a lo más 10 minutos?

   Nota:Redondee su respuesta a 3 decimales

   (a) 0.9

   $\boxed{\text{(b) } 0.356}$

   (c) 0.25

   (d) 0.1

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

Práctica calificada I

Perla Danna Rojas Navarro

16 de agosto del 2024

1. Problema:

Tenemos 93 personas distribuidas en 3 empresas:

- Primera empresa: 8 hombres y 2 mujeres.
- Segunda empresa: 4 hombres y 6 mujeres.
- Tercera empresa: 1 hombre y 9 mujeres.

Sabemos que:

$$P(E_1|H) = \frac{16}{39}, \quad P(E_2|M) = \frac{30}{61}$$

donde:

- E_1: La persona proviene de la primera empresa.
- E_2: La persona proviene de la segunda empresa.
- H: La persona seleccionada es hombre.
- M: La persona seleccionada es mujer.

Aplicamos el Teorema de Bayes:

$$P(E_1|H) = \frac{16}{39} = \frac{P(H|E_1) \cdot P(E_1)}{P(H)}$$

$$P(H|E_1) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$P(E_1) = \frac{16}{39} \times \frac{5}{4} \times P(H) = \frac{20}{39} P(H)$$

$$P(E_2|M) = \frac{30}{61} = \frac{P(M|E_2) \cdot P(E_2)}{P(M)}$$

$$P(M|E_2) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$P(E_2) = \frac{30}{61} \times \frac{5}{3} \times P(M) = \frac{50}{61} P(M)$$

Dado que $P(E_2)$ debe ser proporcional al número de personas en la segunda empresa x:

$$P(E_2) = \frac{x}{93}$$

Igualamos:

$$\frac{x}{93} = \frac{50}{61} P(M)$$

Multiplicamos:

$$x = \frac{50}{61} \times 93 = \frac{4650}{61} \approx 76.23$$

Aproximamos:

$$x \approx 77$$

Respuesta: (b) 77.

2. Problema:

Definimos:

- n: Número total de estudiantes, donde $n = 85$.
- $P(Z)$: Probabilidad de que el estudiante con apellido que empieza con la letra ”Z” gane el premio.

Calculando la probabilidad como:

$$P(Z) = \frac{1}{n} = \frac{1}{85}$$

$$P(Z) \approx \frac{1}{85} \approx 0.012$$

Por lo tanto, la probabilidad es:

$$P(Z) \approx 0.012$$

Respuesta: (a) 0.01

3. Problema:

Primero, definimos las variables:

- X: Número de lanzamientos de la moneda, que depende del resultado del dado.
- Y: Número de caras obtenidas en los lanzamientos de la moneda.

El dado tiene 6 caras, por lo que X puede tomar los valores 1, 2, 3, 4, 5, o 6. La probabilidad de que $X = k$ es $\frac{1}{6}$ para cada $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Para cada valor de $X = k$, la probabilidad de obtener $Y = y$ caras sigue una distribución binomial:

$$P(Y = y|X = k) = \binom{k}{y}\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

donde $y \in \{0, 1, \dots, k\}$.

podemos calcular la probabilidad de obtener a lo más 4 caras, es decir:

$$P(Y \leq 4) = \sum_{k=1}^{6} P(Y \leq 4|X = k) \cdot P(X = k)$$

Calculamos cada término de la suma:

$$\begin{aligned}
P(Y \leq 4|X = 1) &= P(Y = 0) + P(Y = 1) = \binom{1}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^1 + \binom{1}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \\
P(Y \leq 4|X = 2) &= P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1, \\
P(Y \leq 4|X = 3) &= P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1, \\
P(Y \leq 4|X = 4) &= P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) + P(Y = 4) \\
&= \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = 1, \\
P(Y \leq 4|X = 5) &= 1 - P(Y = 5) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}, \\
P(Y \leq 4|X = 6) &= 1 - P(Y = 5) - P(Y = 6) = 1 - \frac{6}{64} - \frac{1}{64} = \frac{57}{64}.
\end{aligned}$$

Entonces, la probabilidad total es:

$$P(Y \leq 4) = \frac{1}{6}\left(1 + 1 + 1 + 1 + \frac{31}{32} + \frac{57}{64}\right) \approx 0.976$$

Respuesta: (c) 0.976

4. Problema:

Definimos:

- F: El cliente tiene fondos.
- N: El cliente no tiene fondos.
- E: El cheque tiene una fecha equivocada.

Queremos encontrar $P(N|E)$.

Usamos el Teorema de Bayes:

$$P(N|E) = \frac{P(E|N) \cdot P(N)}{P(E)}$$

Donde:

$$P(E|N) = 1, \quad P(N) = 0.1, \quad P(E|F) = 0.001, \quad P(F) = 0.9$$

Primero, calculamos $P(E)$:

$$P(E) = P(E|F) \cdot P(F) + P(E|N) \cdot P(N)$$

$$P(E) = (0.001 \cdot 0.9) + (1 \cdot 0.1) = 0.0009 + 0.1 = 0.1009$$

Luego:

$$P(N|E) = \frac{1 \cdot 0.1}{0.1009} \approx 0.991$$

Respuesta:(a) 0.991

5. Problema:

Definimos:

- D_i: El dado seleccionado es el número i.
- R: El resultado del lanzamiento es una cara roja.

Queremos encontrar $P(D_3|R)$.

Utilizamos el Teorema de Bayes:

$$P(D_3|R) = \frac{P(R|D_3) \cdot P(D_3)}{P(R)}$$

Donde:

- $P(D_3) = \frac{1}{5}$ (la probabilidad de seleccionar el dado número 3 es igual para todos los dados).
- $P(R|D_3) = \frac{2}{5}$ (el dado número 3 tiene 2 caras rojas y 3 caras blancas).

Para calcular $P(R)$, la probabilidad total de obtener una cara roja, usamos la ley de probabilidad total:

$$P(R) = \sum_{i=1}^{5} P(R|D_i) \cdot P(D_i)$$

Donde $P(R|D_i)$ es la probabilidad de obtener una cara roja con el dado i, y se calcula como:

$$P(R|D_i) = \frac{5-i}{5}$$

Calculamos cada término:

$$\begin{aligned}
P(R|D_1) &= \frac{4}{5}, \\
P(R|D_2) &= \frac{3}{5}, \\
P(R|D_3) &= \frac{2}{5}, \\
P(R|D_4) &= \frac{1}{5}, \\
P(R|D_5) &= \frac{0}{5}.
\end{aligned}$$

Entonces:

$$P(R) = \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}+\frac{0}{5}\right) = \frac{10}{25} = 0.4$$

Finalmente:

$$P(D_3|R) = \frac{P(R|D_3)\cdot P(D_3)}{P(R)} = \frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5}}{0.4} = \frac{2}{10} = 0.2$$

Respuesta: (d) 0.207

6. Problema:

X: tiempo de llegada de la primera persona (A) Y: tiempo de llegada de la segunda persona (B)

Queremos hallar $\Pr(|X-Y| \leq 10)$. La condición $|X-Y| \leq 10$ se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
|X-Y| \leq 10 &\implies -10 \leq X - Y \leq 10 \\
&\implies X - 10 \leq Y \leq X + 10
\end{aligned}$$

Entonces, las condiciones son:

$$\begin{aligned}
&1. \quad Y \leq X + 10 \\
&2. \quad Y \geq X - 10
\end{aligned}$$

La intersección de estas dos regiones está compuesta por dos triángulos iguales y un rectángulo.

1. **Área de los Triángulos:**

Cada triángulo tiene base y altura de 10 minutos:

$$\text{Área del triángulo} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

Hay 2 triángulos:

$$\text{Área total de los triángulos} = 2 \times 50 = 100$$

2. **Área del Rectángulo:**

El rectángulo tiene dimensiones de $40\sqrt{2}$ y $10\sqrt{2}$:

$$\text{Área del rectángulo} = 40\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = 800$$

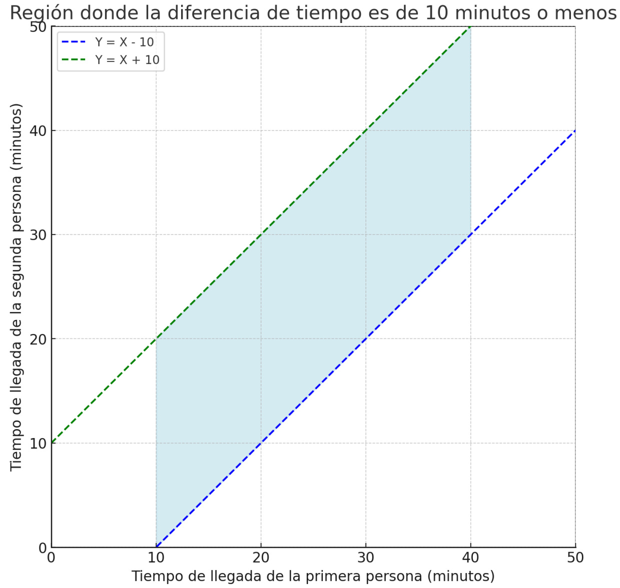

Figure 1: Enter Caption

3. **Área de la Intersección de las Regiones:**

El área generada por la intersección de las regiones es la suma del área de los triángulos y el área del rectángulo:

$$\text{Área total de la intersección} = \text{Área de los triángulos} + \text{Área del rectángulo} = 100 + 800 = 900$$

4. **Probabilidad:**

La probabilidad deseada es:

$$\Pr(|X - Y| \leq 10) = \frac{\text{Área deseada}}{\text{Área total}} = \frac{900}{2500} = 0.36$$

Respuesta: (b) 0.356