08

디지털공학개론

부울 대수

08

부울 대수

1.기본 논리식의 표현

2.부울 대수의 법칙

3.논리 회로의 논리식 변환

1. 논리식의 표현

- 기본적인 불 대수식은 AND, OR, NOT을 이용하여 표현
- AND 식은 곱셈의 형식으로 표현하고, OR 식은 덧셈의 형식으로 표현
- NOT 식은 $\bar{X}$ 또는 X'로 표현
- 완전한 논리식은 입력 항목들의 상태에 따른 출력을 결정하는 식

- 예1) X=0 and Y=1 일 때 출력을 1으로 만들려는 경우 출력 논리식

$$F = \bar{X}\,Y$$

- 예2) X=0 or Y=1 일 때 출력을 0으로 만들려는 경우 출력 논리식

$$F = \bar{X} + Y$$

- 예3) (X=0 and Y=1) or (X=1 and Y=0) 일 때 출력을 1로 만들려는 경우 출력 논리식

$$F = \bar{X}Y + X\bar{Y}$$

2. 진리표상의 논리식의 변환

(1) 1 입력 논리식, 2입력 논리식, 3입력 논리식

1입력 논리식

입력	출력
X	F
0	$F = \bar{X}$
1	$F = X$

2입력 논리식

입력		출력
X	Y	F
0	0	$F = \bar{X}\bar{Y}$
0	1	$F = \bar{X}Y$
1	0	$F = X\bar{Y}$
1	1	$F = XY$

3입력 논리식

입력			출력
X	Y	Z	F
0	0	0	$F = \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$
0	0	1	$F = \bar{X}\bar{Y}Z$
0	1	0	$F = \bar{X}Y\bar{Z}$
0	1	1	$F = \bar{X}YZ$
1	0	0	$F = X\bar{Y}\bar{Z}$
1	0	1	$F = X\bar{Y}Z$
1	1	0	$F = XY\bar{Z}$
1	1	1	$F = XYZ$

2. 진리표상의 논리식의 변환

(2) 2입력 논리식의 예

2입력 논리식

입력		출력
X	Y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 출력 F는 (X = 0) 이거나 (Y = 0) 일 때 출력값 “1”을 갖는다.

$$F = \bar{X} + \bar{Y}$$

2. 진리표상의 논리식의 변환

(3) 3입력 논리식의 예

입력			출력
X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- 출력 F는 (X = 1)이거나 (Y=0 이고 Z= 1) 일 때 출력값 “1”을 갖는다.

$$F = X + \bar{Y}Z$$

08

부울 대수

1.기본 논리식의 표현

2.부울 대수의 법칙

3.논리 회로의 논리식 변환

1. 부울 대수란?

- 1854년 George Boole이 논리 및 논리회로를 해석하고 적절히 다루기 위해 '논리와 확률이 수학적 이론의 기초가 되는 사상 법칙의 연구'에서 처음 소개
- 1904년 E. V. Huntington에 의해 공식화된 가설을 적용한 수학적 해석의 완성
- 1938년 C. Shannon이 '릴레이와 스위칭 회로의 심볼 해석' 연구 논문에서 부울 함수를 전화 스위칭 회로에 적용한 것을 시초로 엔지니어들이 컴퓨터 회로의 해석과 설계에 이용

2. 부울 대수의 공리(boolean Postulates)

P1	$X = 0$ or $X = 1$
P2	$0 \cdot 0 = 0$
P3	$1 \cdot 1 = 1$
P4	$0 + 0 = 0$
P5	$1 + 1 = 1$
P6	$1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
P7	$1 + 0 = 0 + 1 = 1$

3. 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

기본 정리	$A + 0 = A$ $A + 1 = 1$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A \cdot 0 = 0$ $A \cdot 1 = A$ $A \cdot A = A$ $A \cdot \overline{A} = 0$
교환 법칙	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
결합 법칙	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
분배 법칙	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
항등 법칙	$1 + A = 1, 0 + A = A$	$1 \cdot A = A, 0 \cdot A = 0$
복원 법칙	$\overline{\overline{A}} = A$	
흡수 법칙	$A + (A \cdot B) = A$ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$	$A \cdot (A + B) = A$ $A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$

3. 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

(1) 분배 법칙의 증명 1

[A · (B + C) = A · B +A · C]

A	B	C	A · (B+C)	(B+C)	A · B	(AB)+(AC)	A · C
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

3. 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

(2) 분배 법칙의 증명 2

$$[X + YZ = (X+Y)(X+Z)]$$

X Y Z	좌측식		우측식		
	$Y \cdot Z$	$X + Y \cdot Z$	$X + Y$	$X + Z$	$(X+Y)(X+Z)$
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	0	0	1	0
0 1 0	0	0	1	0	0
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	0	1	1	1	1
1 0 1	0	1	1	1	1
1 1 0	0	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1	1

3. 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

(3) 흡수 법칙의 증명

1) $A + (A \cdot B) = (A \cdot 1) + (A \cdot B)$
$= A \cdot (1 + B)$
$= A \cdot 1 = A$

2) $A \cdot (A + B) = (A \cdot A) + (A \cdot B)$
$= A + (A \cdot B)$

3) $A + (\overline{A} \cdot B) = (A + \overline{A}) \cdot (A + B)$
$= 1 \cdot (A + B) = A + B$

4) $A \cdot (\overline{A} + B) = (A \cdot \overline{A}) + (A \cdot B)$
$= 0 + A \cdot B = A \cdot B$

3. 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

(4) 드 모르간 법칙(De Morgan's Theorem)의 증명

$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

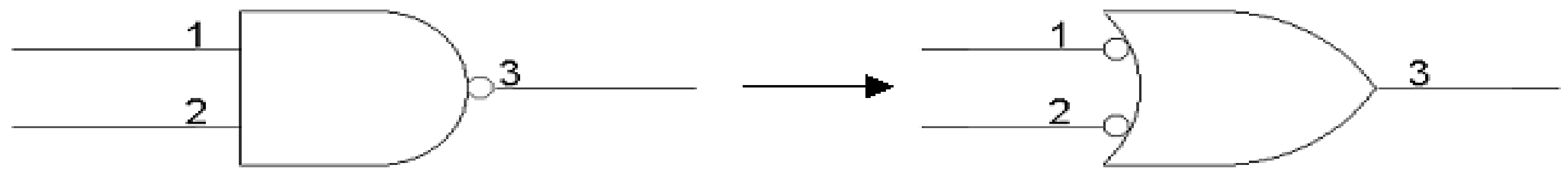
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

A	B	A + B	$\overline{A + B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

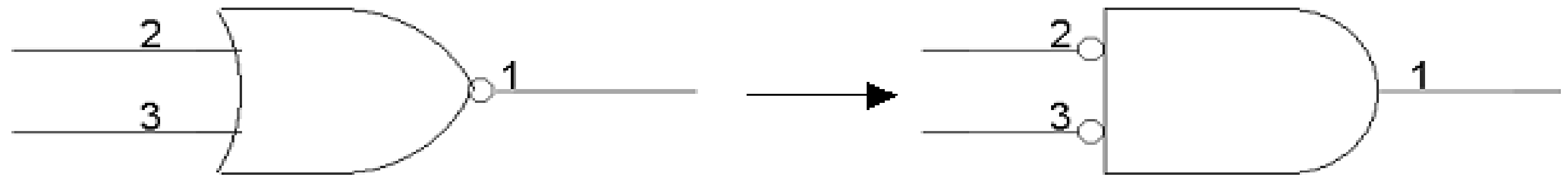
3. 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

(5) 드 모르간 법칙(De Morgan's Theorem)의 응용

$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$



$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$



08

부울 대수

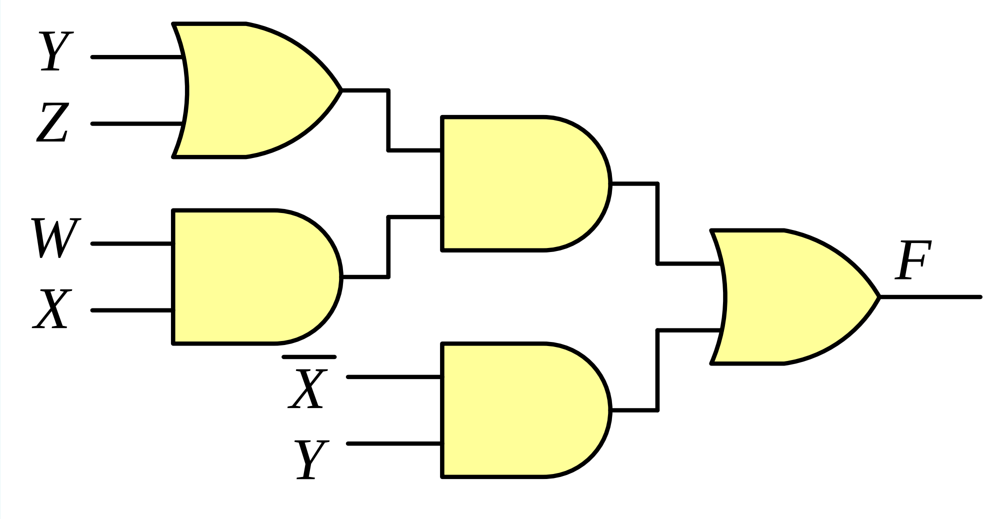
1.기본 논리식의 표현

2.부울 대수의 법칙

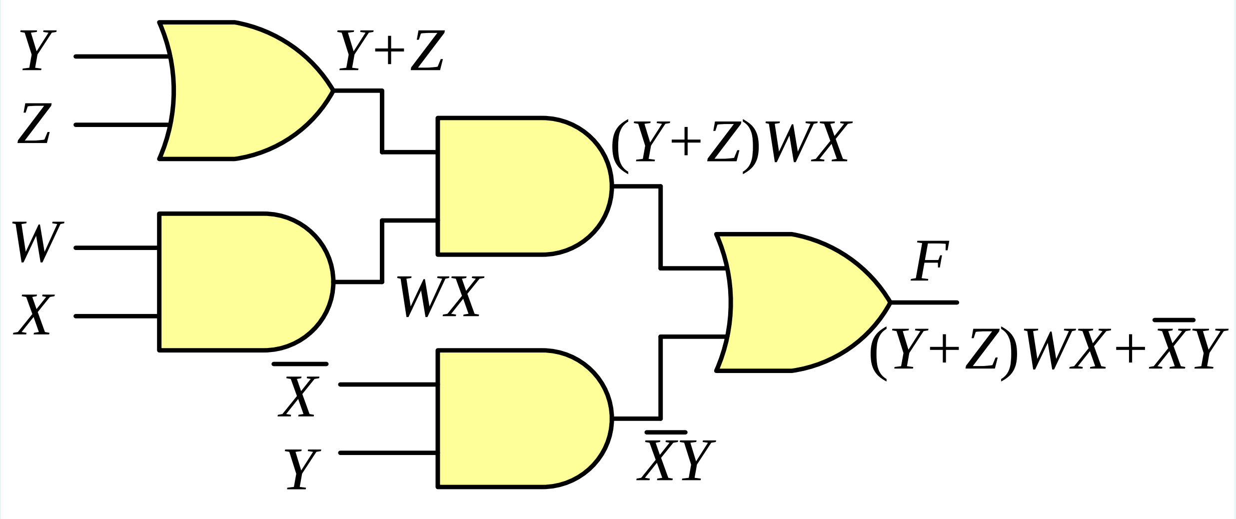
3.논리 회로의 논리식 변환

03 논리 회로의 논리식 변환

- 원래의 회로에 게이트를 거칠때마다 게이트의 출력을 적어주면서 한 단계씩 출력쪽으로 나아가면 된다.

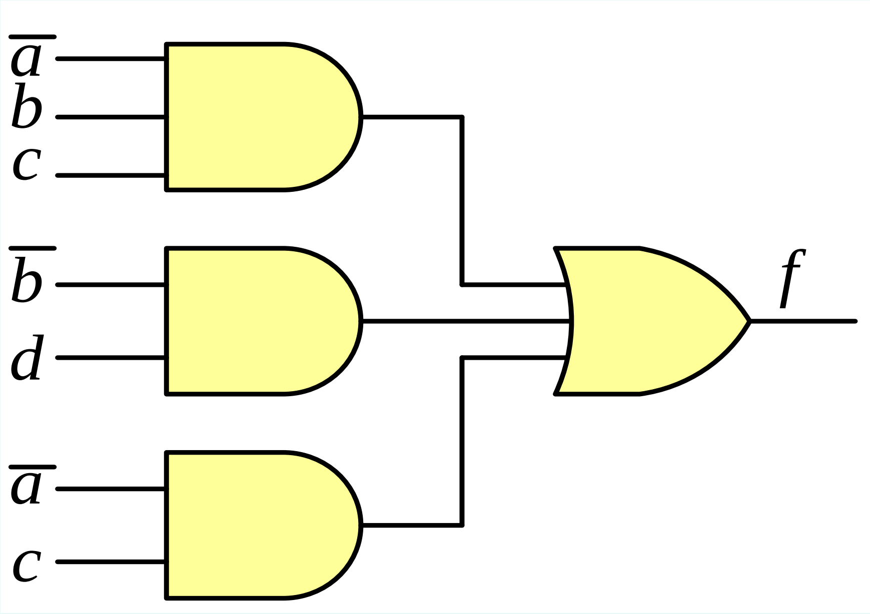


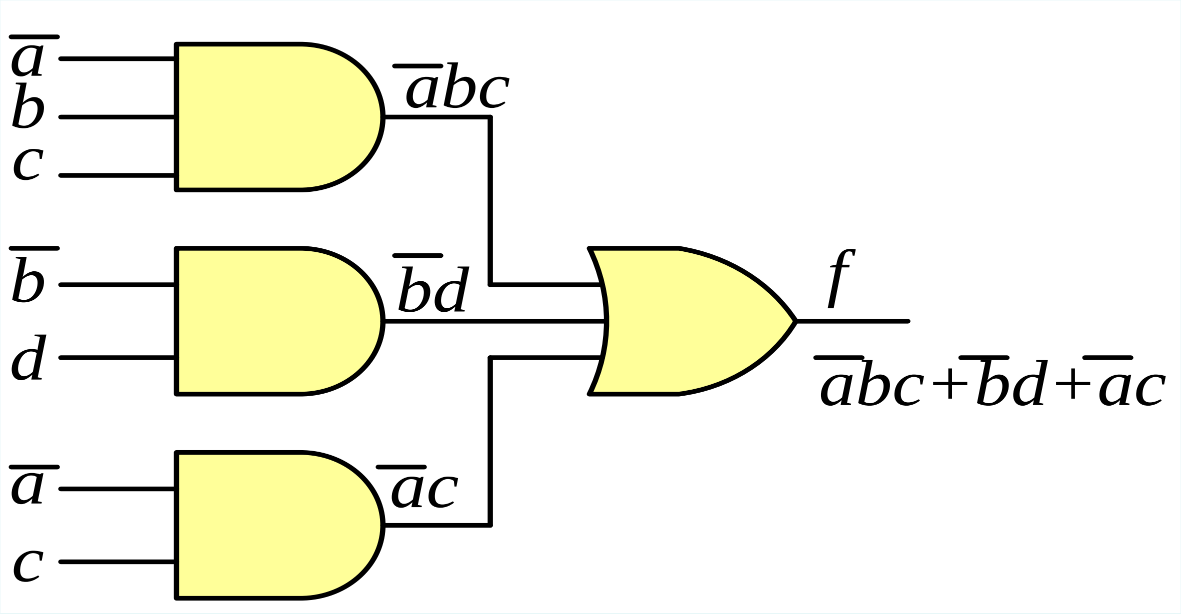
논리회로



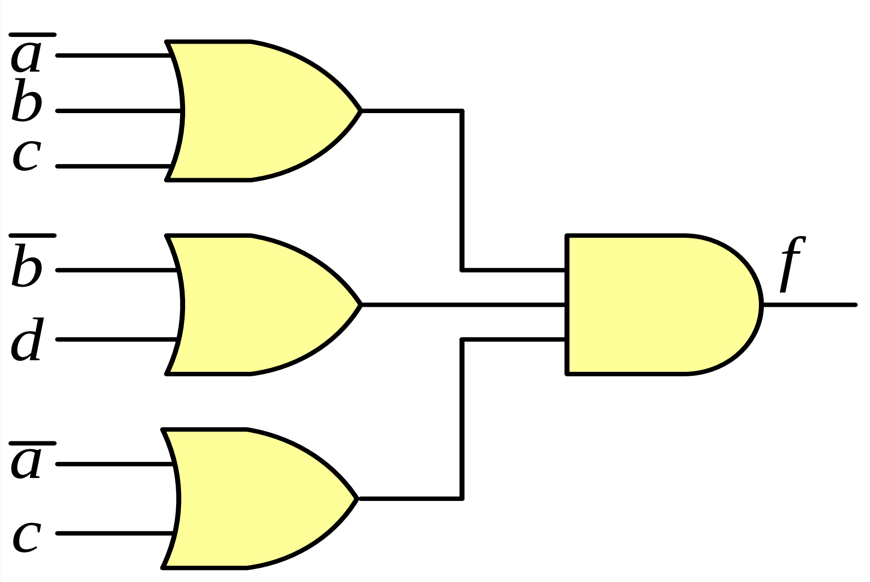
논리식 유도 과정

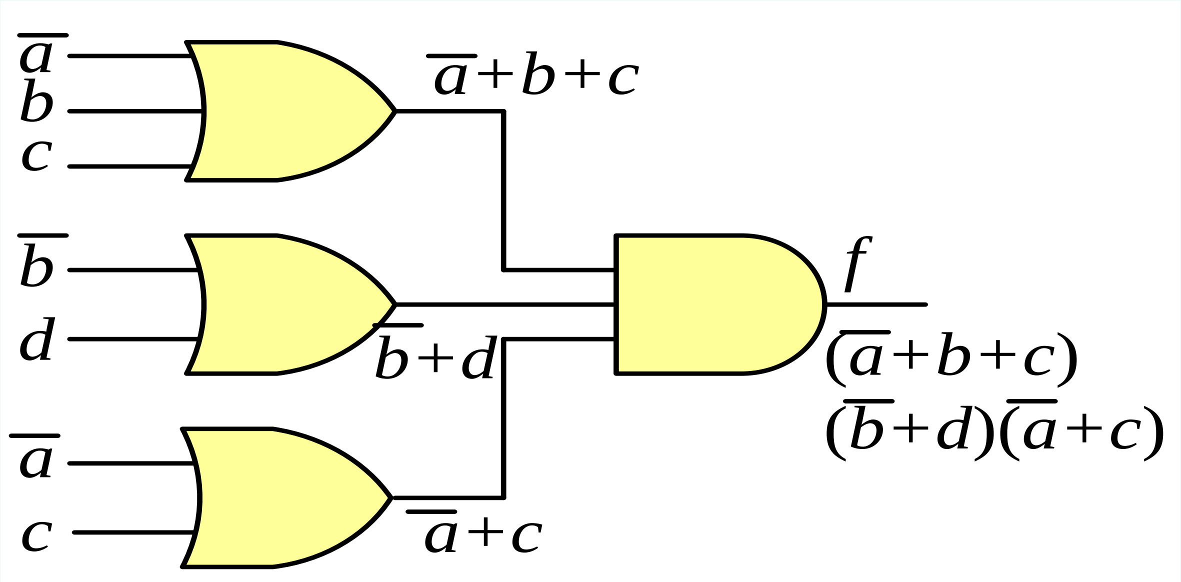
- 논리식 유도 예1





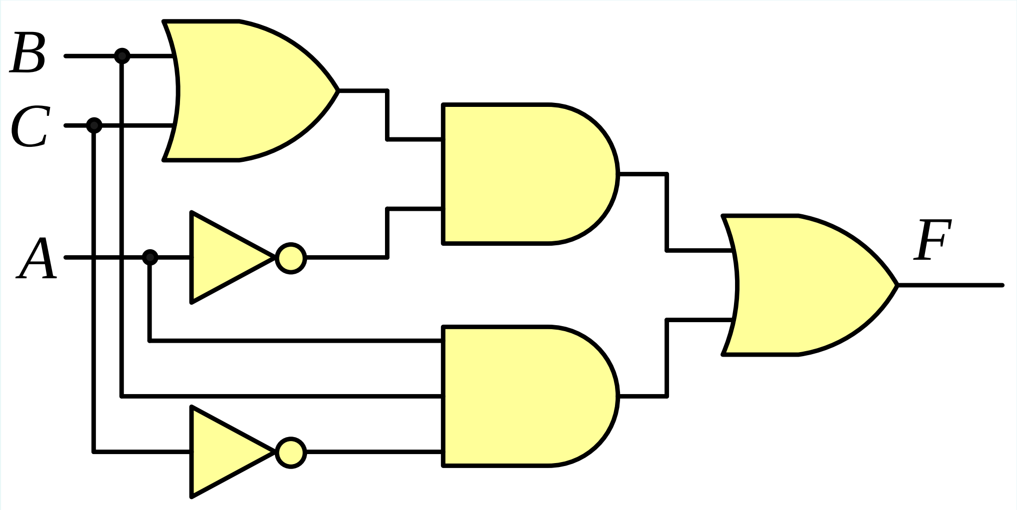
- 논리식 유도 예2

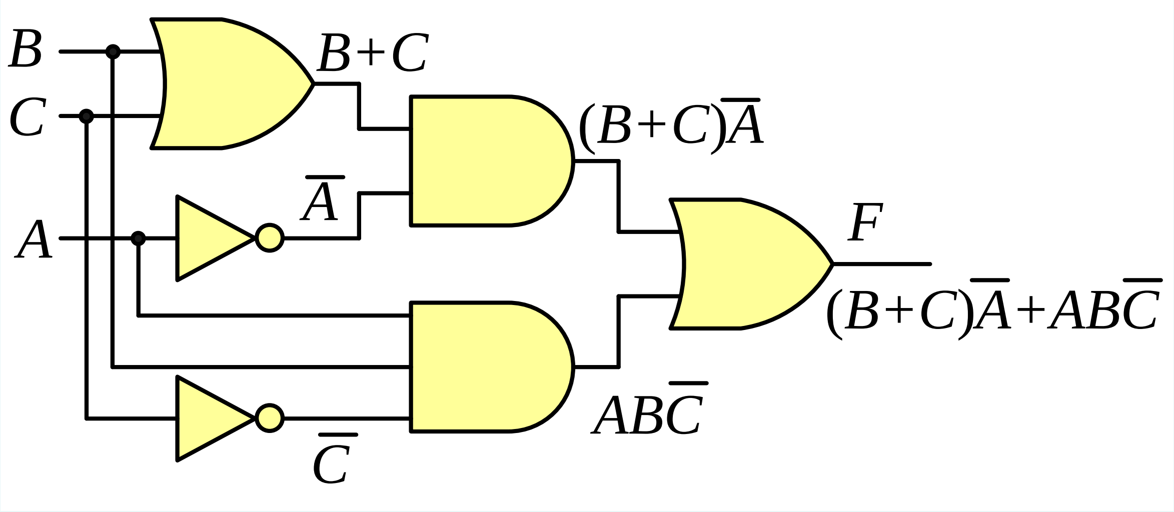




03 논리 회로의 논리식 변환

- **논리식 유도 예3**





08

부울 대수

- 학습정리

● 진리표상의 논리식의 변환

1입력 논리식

입력	출력
X	F
0	$F = \bar{X}$
1	$F = X$

2입력 논리식

입력		출력
X	Y	F
0	0	$F = \bar{X}\bar{Y}$
0	1	$F = \bar{X}Y$
1	0	$F = X\bar{Y}$
1	1	$F = XY$

3입력 논리식

입력			출력
X	Y	Z	F
0	0	0	$F = \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$
0	0	1	$F = \bar{X}\bar{Y}Z$
0	1	0	$F = \bar{X}Y\bar{Z}$
0	1	1	$F = \bar{X}YZ$
1	0	0	$F = X\bar{Y}\bar{Z}$
1	0	1	$F = X\bar{Y}Z$
1	1	0	$F = XY\bar{Z}$
1	1	1	$F = XYZ$

● 부울 대수의 기본 정리 및 법칙(Basic theorems)

기본 정리	$A + 0 = A$ $A + 1 = 1$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A \cdot 0 = 0$ $A \cdot 1 = A$ $A \cdot A = A$ $A \cdot \overline{A} = 0$
교환 법칙	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
결합 법칙	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
분배 법칙	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
항등 법칙	$1 + A = 1,\ 0 + A = A$	$1 \cdot A = A,\ 0 \cdot A = 0$
복원 법칙	$\overline{\overline{A}} = A$	
흡수 법칙	$A + (A \cdot B) = A$ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$	$A \cdot (A + B) = A$ $A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$