03

디지털공학개론

수(數)의 체계

03

수(數)의 체계

1. 10진법, 2진법, 8진법, 16진법
2. 진법의 변환

1. 수(數, number)의 정의

수(數, number)

양을 기술하기 위해 사용되는 추상적인 개념

진법

수를 표기하는 기본 체계 - 10진법. 2진법, 8진법, 16진법
진법을 나타내는 기본수를 기수(其數, radix)

2. R진법

- 소수점 이상 m 자리, 소수점 이하 n자리인 R진법의 수 N은 다음과 같이 표현

$$
\begin{aligned}
N &= D_{m-1} \cdots D_1 D_0 . D_{-1} D_{-2} \cdots D_{n-1} \\
&= D_{m-1} R^{m-1} + \cdots + D_1 R^1 + D_0 R^0 . D_{-1} R^{-1} + D_{-2} R^{-2} + \cdots + D_{n-1} R^{n-1} \\
&= \sum_{i=n}^{m-1} D_i \times R^i
\end{aligned}
$$

- 단, i는 정수 Di < R 이며, 여기서 Di = Digit Value
- Ri = Weight of Digit
- R = Base Number (기수 또는 밑수)

3. 10진법, 2진법, 8진법, 16진법

- 진법과 가중치 표현

10진수 2574.39

$$574.39 = 5 X 10^2 + 7 X 10^1 + 4 X 10^0 + 3 X 10^{-1} + 9 X 10^{-2}$$

2진수 1101.11

$$1101.1_{(2)} = 1 X 2^3 + 1X 2^2 + 0 X 2^1 + 1 X 2^0 + 1 X 2^{-1}$$

8진수 17.2

$$17.2_{(8)}= 1 X 8^1 + 7 X 8^0 + 2 X 8^{-1}$$

16.진수 1A.B

$$1A.B_{(16)}= 1 X 16^1 + 10 X 16^0 + 11X 16^{-1}$$

3. 10진법, 2진법, 8진법, 16진법

(1) 10진수 표현법

- 기수가 10인 수
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 사용
- 바빌로니아인 : 60진법을 사용(기원전 4000~3000년)
- 고대 로마의 기수법에는 5진법을 사용
- 10진법의 아라비아 숫자는 인도에서 기원전 2세기에 발명

$$
\begin{aligned}
9345.35 &= 9 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1 + 3 \times 0.1 + 5 \times 0.01 \\
&= 9 \times 10^{3} + 3 \times 10^{2} + 4 \times 10^{1} + 5 \times 10^{0} + 3 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}
\end{aligned}
$$

3. 10진법, 2진법, 8진법, 16진법

(2) 2진수 표현법

- 기수가 2인 수
- 0, 1 사용

$$
\begin{aligned}
1010.1011_{(2)} &= 1\times1000_{(2)} + 0\times100_{(2)} + 1\times10_{(2)} + 0\times1_{(2)} \\
&\quad + 1\times0.1_{(2)} + 0\times0.01_{(2)} + 1\times0.001_{(2)} + 1\times0.0001_{(2)} \\
&= 1\times2^{3} + 0\times2^{2} + 1\times2^{1} + 0\times2^{0} + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3} + 1\times2^{-4}
\end{aligned}
$$

3. 10진법, 2진법, 8진법, 16진법

(3) 8진수 표현법

- 0에서 7까지 8개의 수로 표현

$$607.36_{(8)} = 6\times100_{(8)} + 0\times10_{(8)} + 7\times1_{(8)} + 3\times0.1_{(8)} + 6\times0.01_{(8)}$$
$$= 6\times8^{2} + 0\times8^{1} + 7\times8^{0} + 3\times8^{-1} + 6\times8^{-2}$$

(4) 16진수 표현법

- 0에서 9, A(a)에서 F(f)까지 16개의 기호로 표현

$$6C7.3A_{(16)} = 6\times100_{(16)} + C\times10_{(16)} + 7\times1_{(16)} + 3\times0.1_{(16)} + A\times0.01_{(16)}$$
$$= 6\times16^{2} + C\times16^{1} + 7\times16^{0} + 3\times16^{-1} + A\times16^{-2}$$

3. 10진법, 2진법, 8진법, 16진법

- 10진수와 2진수, 8진수, 16진수와의 관계

10진수(D)	2진수(B)	8진수(O)	16진수(H)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8

10진수(D)	2진수(B)	8진수(O)	16진수(H)
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11

03

수(數)의 체계

1.10진법, 2진법, 8진법, 16진법

2.진법의 변환

1. 2^N 진법에서 10진법으로 변환

- 모든 자리의 digit value 값과 각 자리의 가중치를 곱해서 모두를 더한다.

2진수의 10진수 변환

$$1101.11_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$
$$= 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 + 1 \times 0.5 + 1 \times 0.25$$
$$= 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25$$

1. 2^N 진법에서 10진법으로 변환

8진수의 10진수 변환

$17.2_{(8)} = 1 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1}$
$= 8 + 7 + 0.25$
$= 15.25_{(10)}$

16진수의 10진수 변환

$1A.B_{(16)} = 1 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1}$
$= 16 + 10 + 0.6875$
$= 26.6875_{(10)}$

2. 10진법에 2^N 진법으로의 변환

정수부

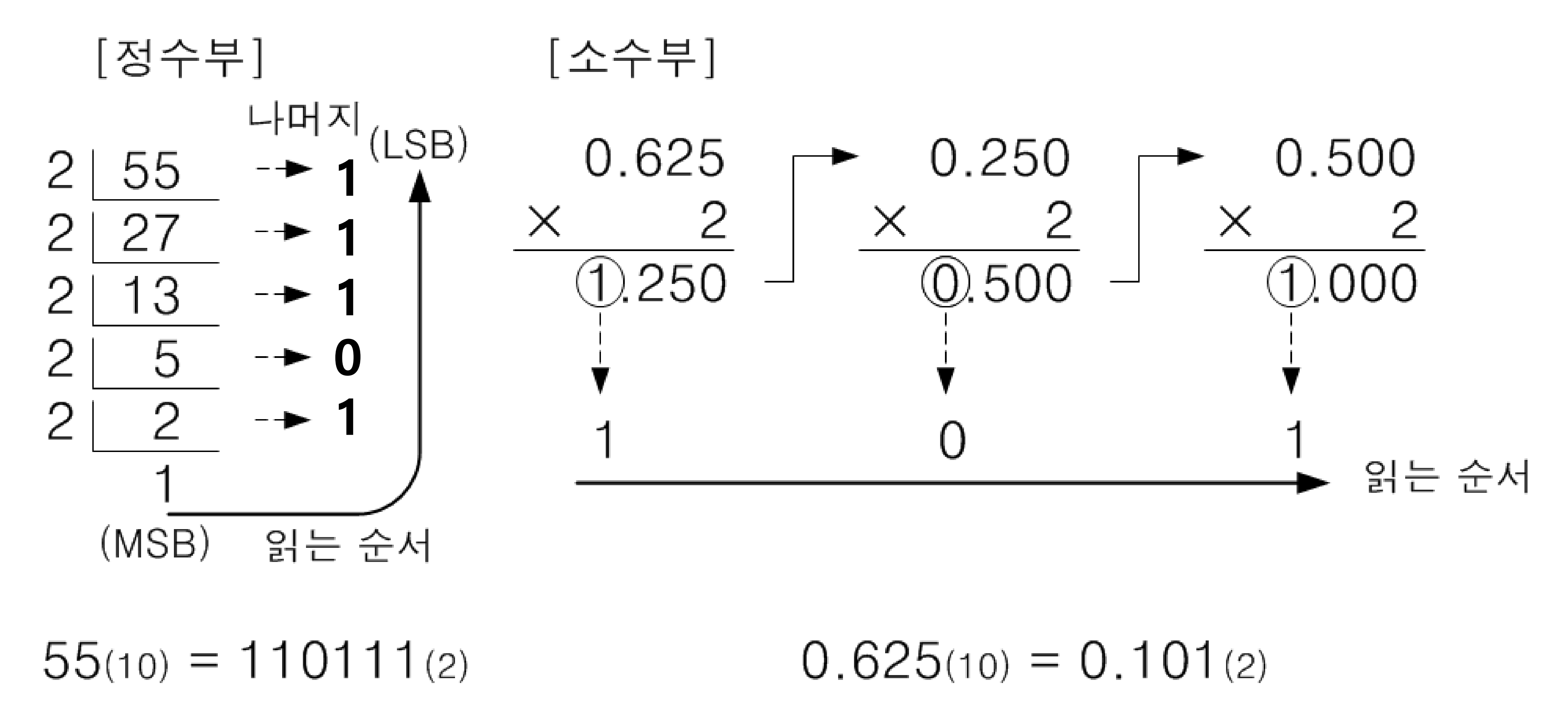
변환하고자 하는 진수(R)로
나누어서 몫과 나머지로
분류하고 몫이 R보다 클 경우는
위 과정을 반복

소수부

변환하고자 하는 진수(R)로
곱해서 정수부분과 소수부분으로
나누고 소수 부분이 0이 될 때
까지 위 과정을 반복

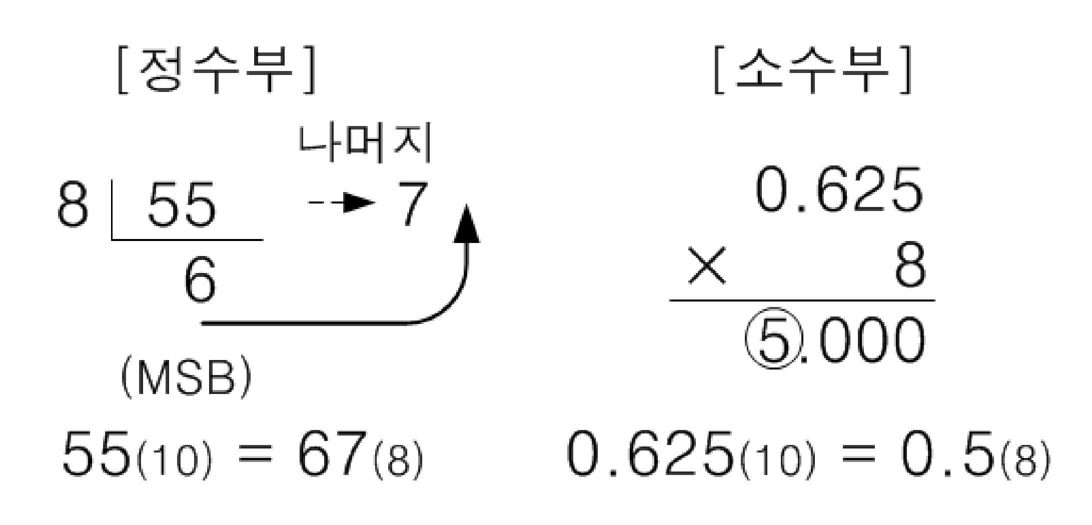
2. 10진법에 2^N 진법으로의 변환

(1) 10진수를 2진수로 변환

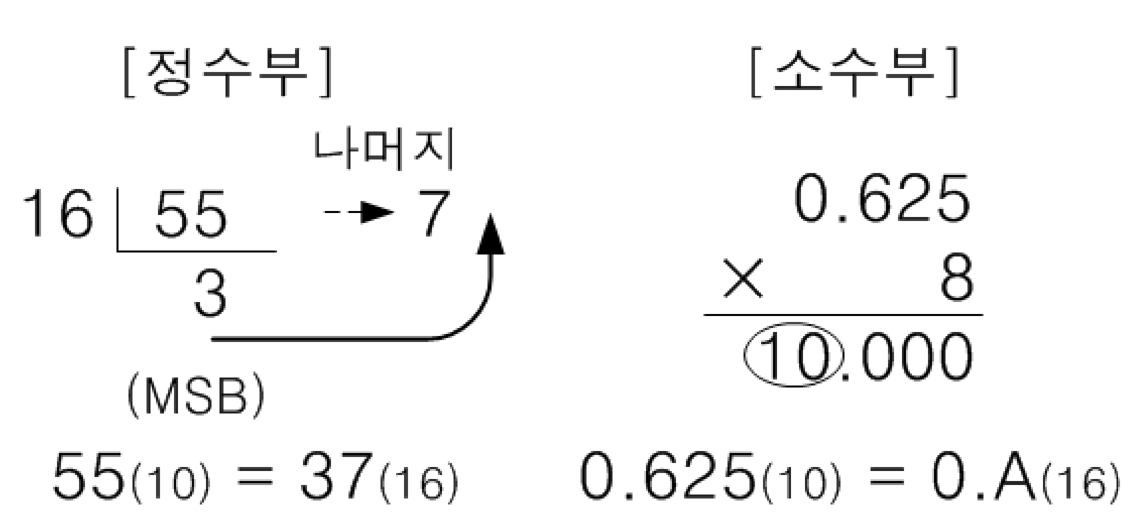


2. 10진법에 2^N 진법으로의 변환

(2) 10진수를 8진수로 변환

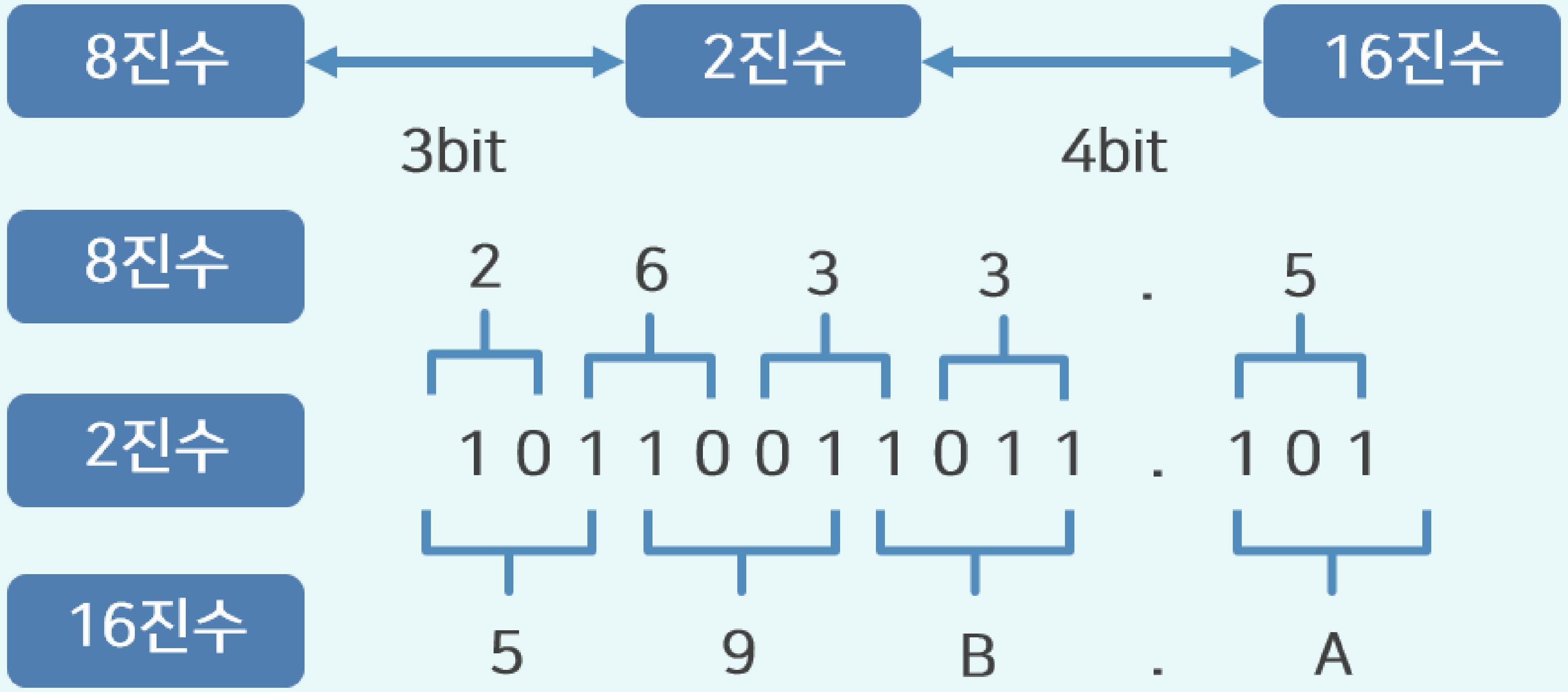


(3) 10진수를 16진수로 변환



3. 8진수와 16진수의 상호 변환

- 8진수와 16진수는 2진수를 확장한 개념
- 8진수는 2진수를 3자리씩 묶어서 판독(소수점 기준)
- 16진수 역시 2진수를 4자리씩 묶어서 판독(소수점 기준)



4. 진법 변환의 예

$$367.75_{(8)} = 011\ 110\ 111.111\ 101_{(2)}$$

$$9A3.50F3_{(16)} = 1001\ 1010\ 0011.0101\ 0000\ 1111\ 0011_{(2)}$$

$$\begin{aligned} 101101.101_{(2)} &= 1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3} \\ &= 32+0+8+4+0+1+0.5+0+0.125 = 45.625_{(10)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 364.35_{(8)} &= 3\times8^2+6\times8^1+4\times8^0+3\times8^{-1}+5\times8^{-2} \\ &= 3\times64+6\times8+4\times1+3\times0.125+5\times0.015325 \\ &= 192+48+4+0.375+0.078125 \\ &= 244.453125_{(10)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A3.D2_{(16)} &= 10\times16^1+3\times16^0+13\times16^{-1}+2\times16^{-2} \\ &= 10\times160+3\times1+13\times0.8125+2\times0.0078125 \\ &= 160+3+0.8125+0.0078125 \\ &= 163.8203125_{(10)} \end{aligned}$$

03

수(數)의 체계

- 학습정리

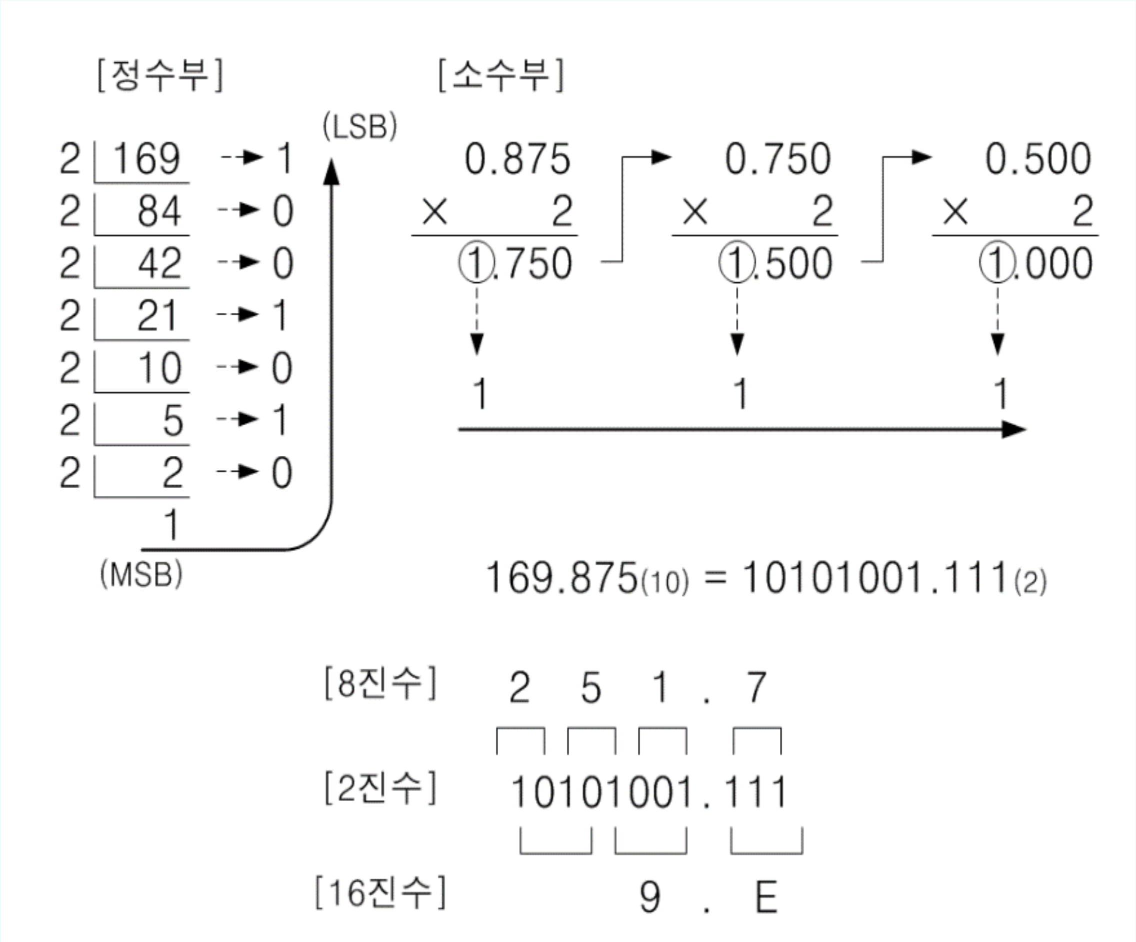
● R진법

- 소수점 이상 m 자리, 소수점 이하 n자리인 R진법의 수 N은 다음과 같이 표현

$$
\begin{aligned}
N &= D_{m-1} \cdots D_1 D_0 . D_{-1} D_{-2} \cdots D_{n-1} \\
&= D_{m-1} R^{m-1} + \cdots + D_1 R^1 + D_0 R^0 . D_{-1} R^{-1} + D_{-2} R^{-2} + \cdots + D_{n-1} R^{n-1} \\
&= \sum_{i=n}^{m-1} D_i \times R^i
\end{aligned}
$$

- 단, i는 정수 Di < R 이며, 여기서 Di = Digit Value
- Ri = Weight of Digit
- R = Base Number (기수 또는 밑수)

● 진법 변환 예



- 정수부 : 변환하고자 하는 진수(R)로 나누어서 몫과 나머지로 분류하고 몫이 R보다 클 경우는 위의 과정을 반복
- 소수부 : 변환하고자 하는 진수(R)로 곱해서 정수부분과 소수부분으로 나누고 소수부분이 0이 될 때 까지 위의 과정을 반복