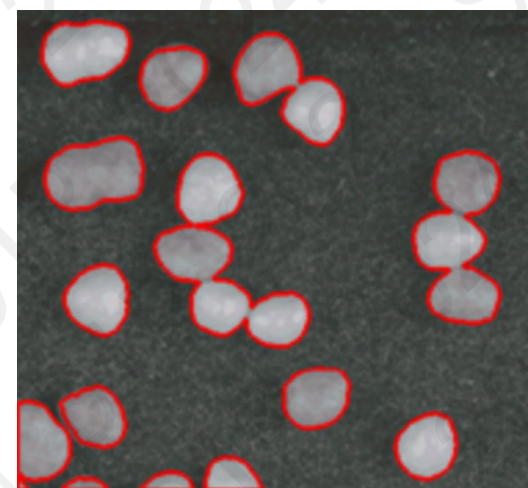
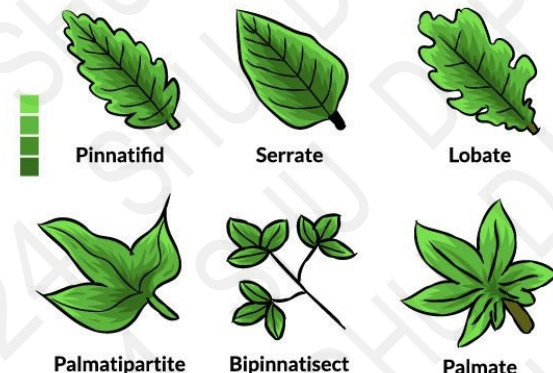


形态学图像处理

《数字图像处理》 第7讲

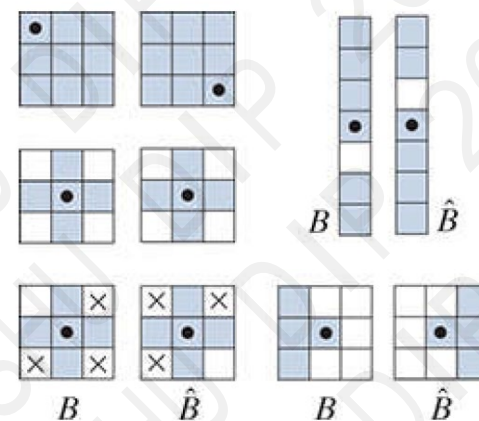
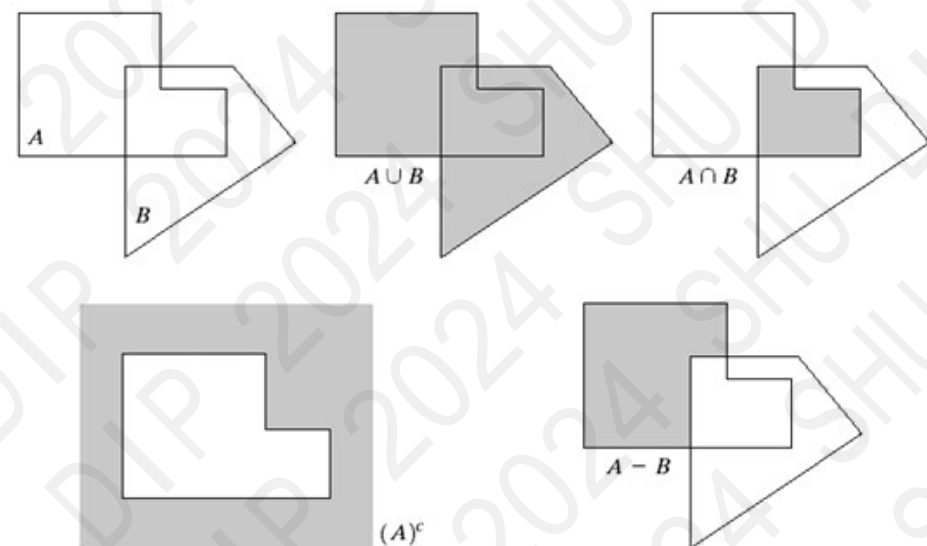
数学形态学

- 形态学(morphology)是研究动植物形态结构的学科
- 数学形态学能提取和表达图像中区域的形状
- 用集合表示图像中的对象
 - 在二值图像中，集合元素一般是前景像素的坐标
 - 在灰度图像中，集合元素是像素的坐标，及灰度值
- 作用
 - 图像预处理或后处理（滤波，简化形状）
 - 提取形状特征（抽取骨骼，细化，粗化，凸包，物体标记）



坐标点集的6种集合操作

- 并集: $A \cup B = \{w \mid w \in A \text{ 或 } w \in B\}$
- 交集: $A \cap B = \{w \mid w \in A \text{ 且 } w \in B\}$
- 补集: $A^C = \{w \mid w \notin A\}$
- 差集: $A - B = \{w \mid w \in A \text{ 且 } w \notin B\} = A \cap B^C$
- 集合的反射: $\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$
- 集合的平移: 将集合B平移一个向量 $z = (z_1, z_2)$
 $(B)_z = \{b + z \mid b \in B\}$



形态学操作

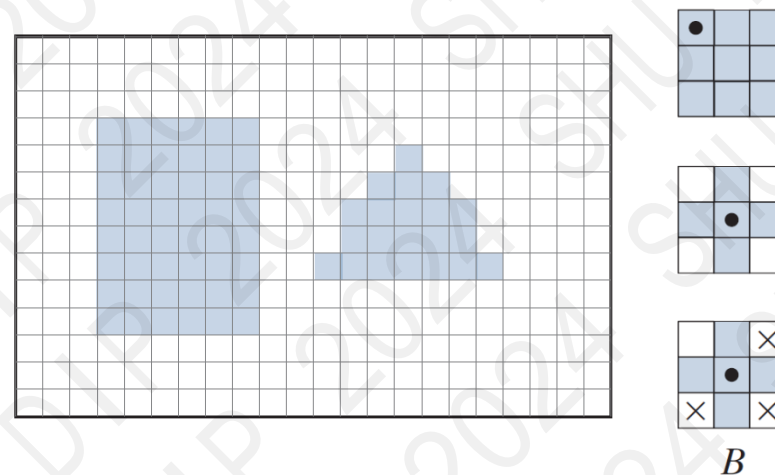
- 定义在两类集合上

- 目标元素

- 前景像素集合（通常会添加背景像素补齐为矩阵）

- 结构元 structuring elements, SE

- 由前景、背景、“不关心”，3种元素定义



- 形态学操作举例

- 结构元在图像I上滑动

- 当结构元完全包含于目标A时

- 在结构元原点对应位置，在输出图像中标记为前景

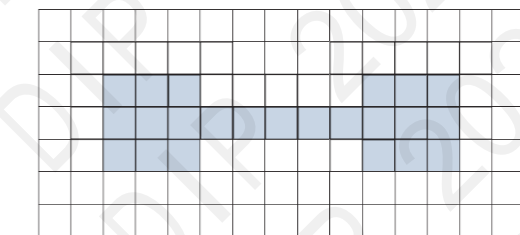
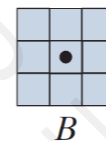
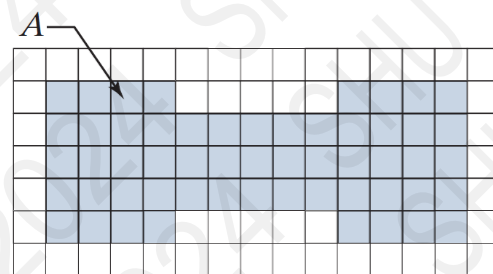


Image after morphological operation

腐蚀操作 Erosion

$$(B)_z = \{b + z \mid b \in B\}$$

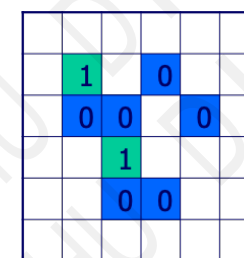
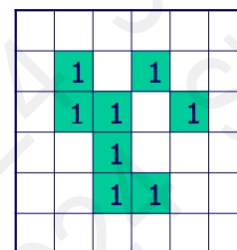
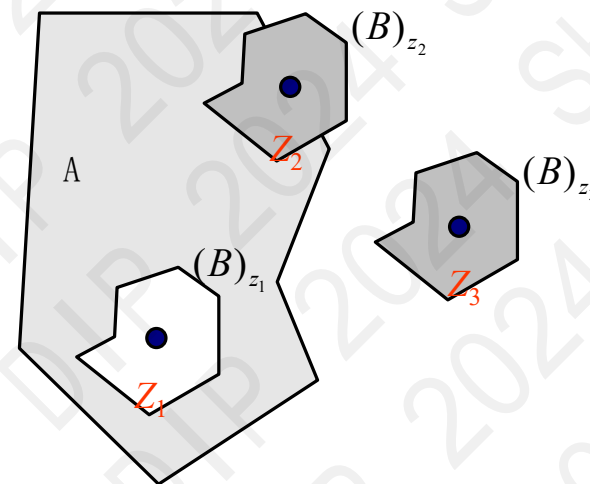
- 前景集合 A 被结构元素 B 腐蚀定义为

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

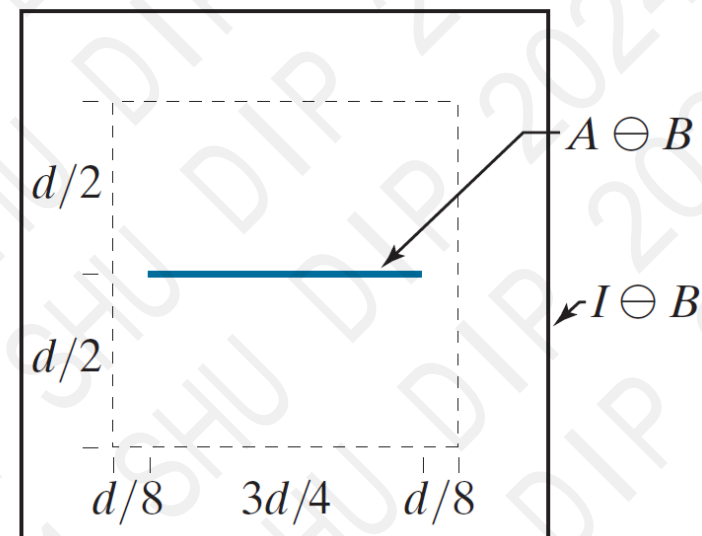
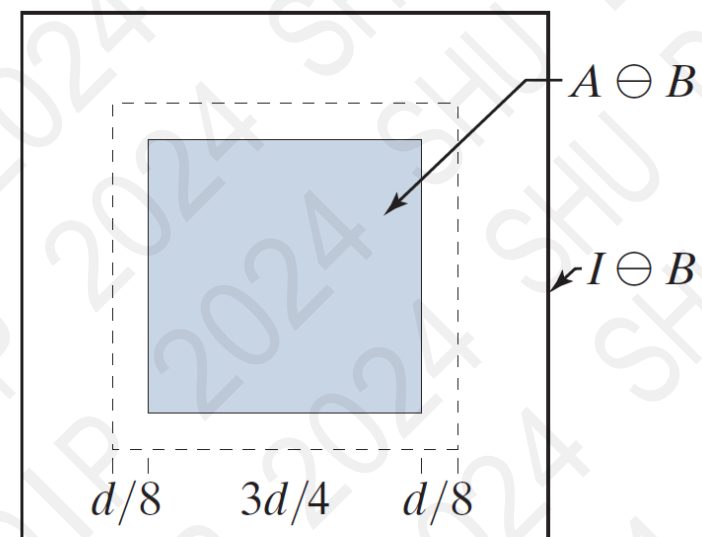
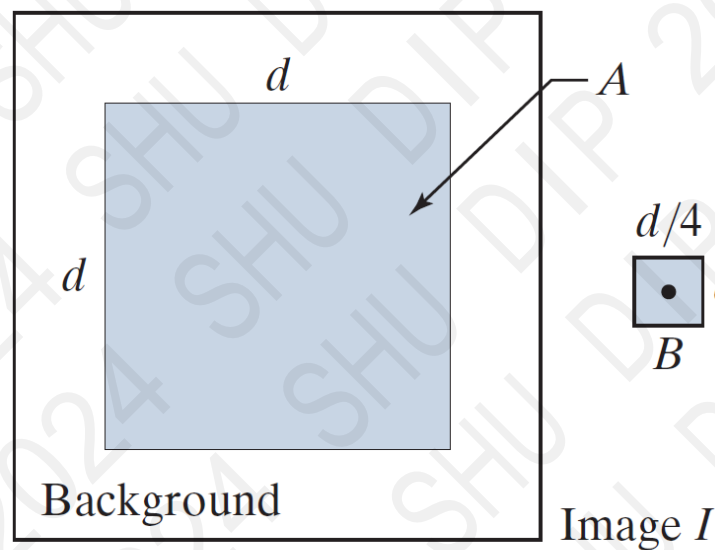
- 让 B 平移 z 后, 仍包含在 A 中的, 所有 z 的集合
- 平移后结构元 B 的原点的新位置就是 z

- 实际做法

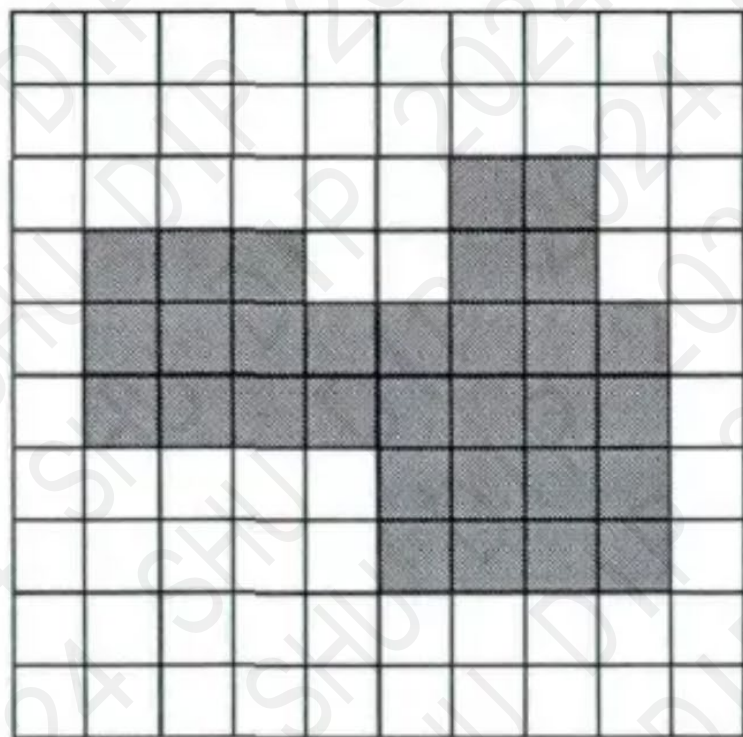
- 将 B 看作在集合上滑动的空间卷积核
- 当滑动后的 B 完全属于 A 时
- 将 B 的原点所在位置 (即 z) 标记为前景



腐蚀操作举例



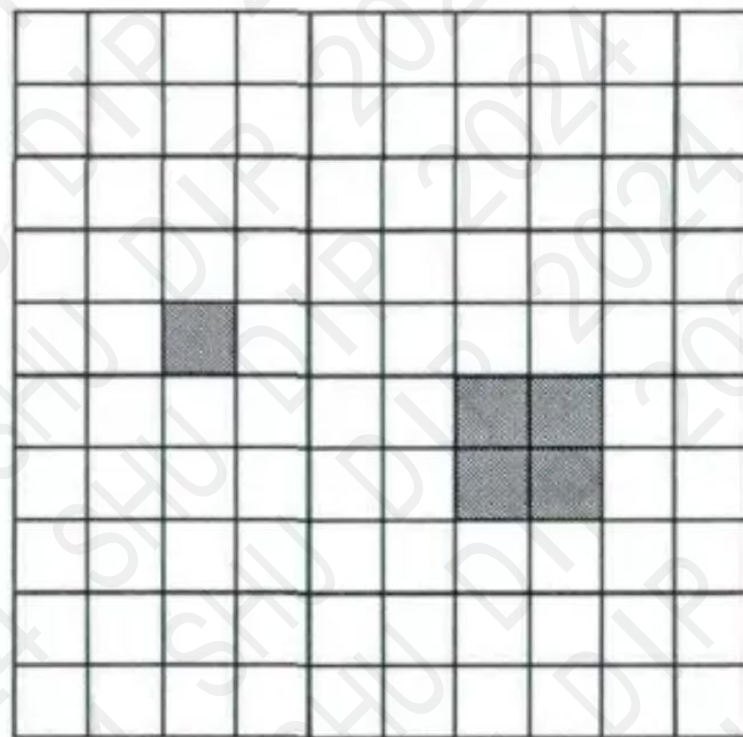
腐蚀操作举例



(a)原始图像



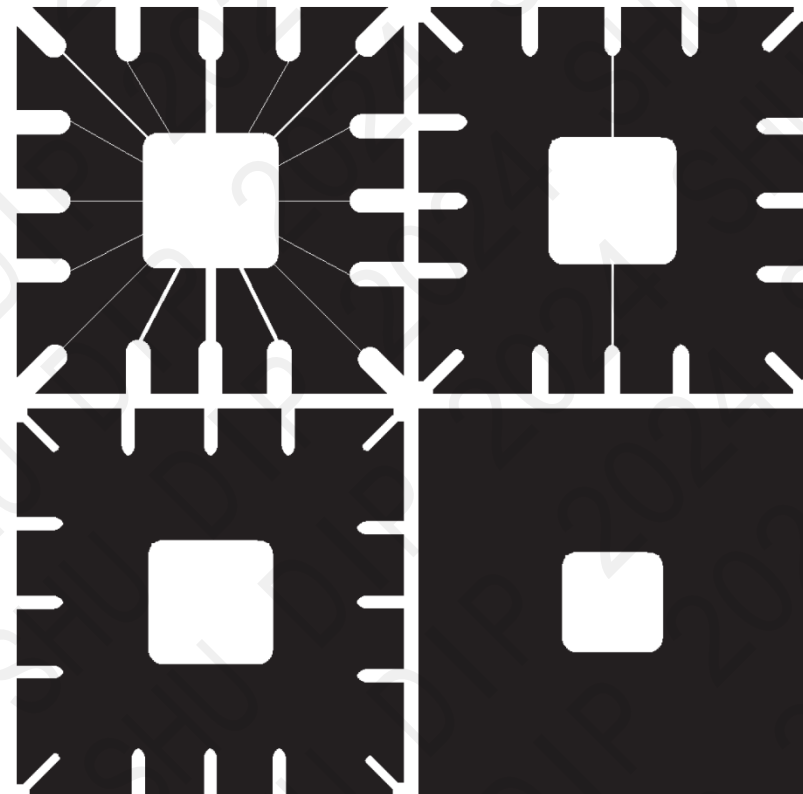
(b)结构元素



(c)腐蚀结果

腐蚀操作 Erosion

- 腐蚀可以缩小或细化二值图像中的物体
- 图像尺寸 486 x 486
- 所有值为1的结构元来腐蚀
 - 尺寸分别11x11, 15x15, 45x45
- 可以将腐蚀看成是形态学的滤波操作
- 将小于结构元（容纳不下）的细节去除



膨胀

- Dilation

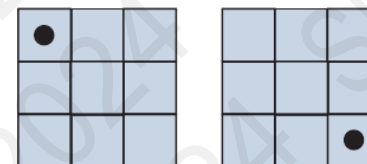
$$A \oplus B = \left\{ z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset \right\}$$

- 将 B 转置，再平移到 z
- 与 A 至少有一个元素重叠的所有 z 的集合

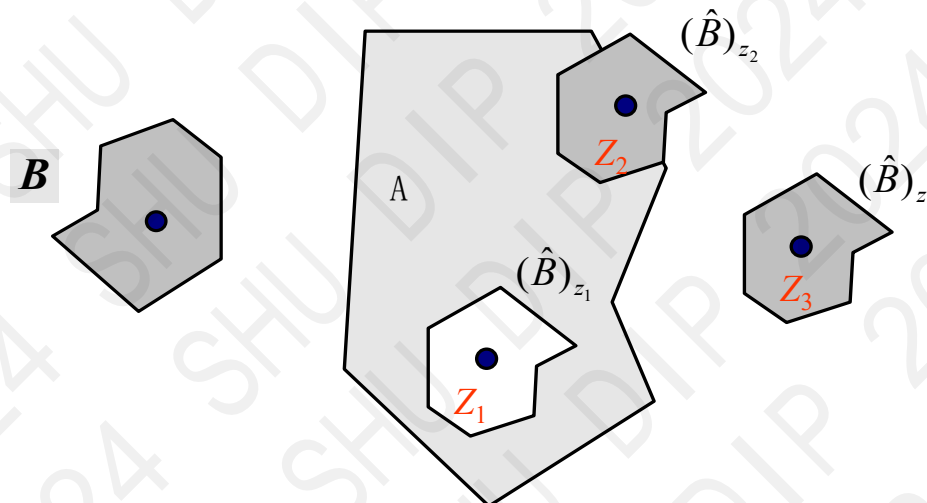
- 实际做法

- 将 B 以自身原点转置 \hat{B}
- 将 \hat{B} 看作在集合 A 上滑动的空间卷积核
- 当滑动后的 \hat{B} 和 A 只要有交集
- 将 \hat{B} 的原点所在位置作为结果的前景输出

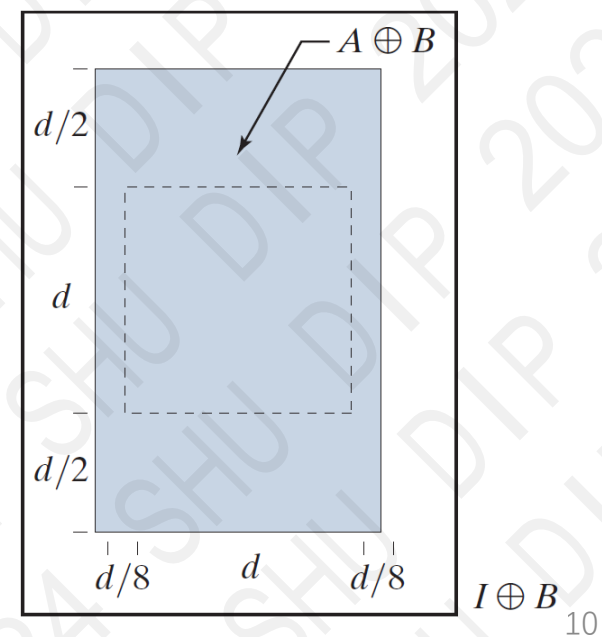
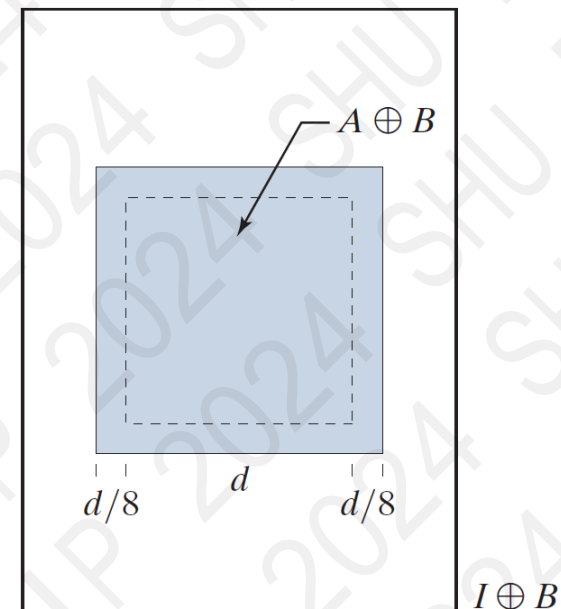
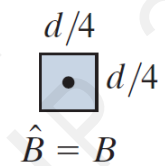
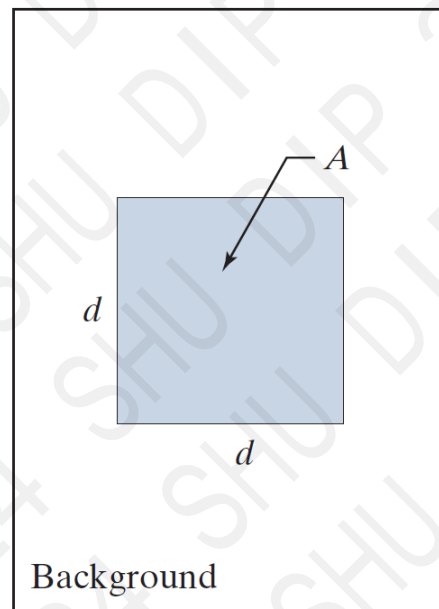
$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$$



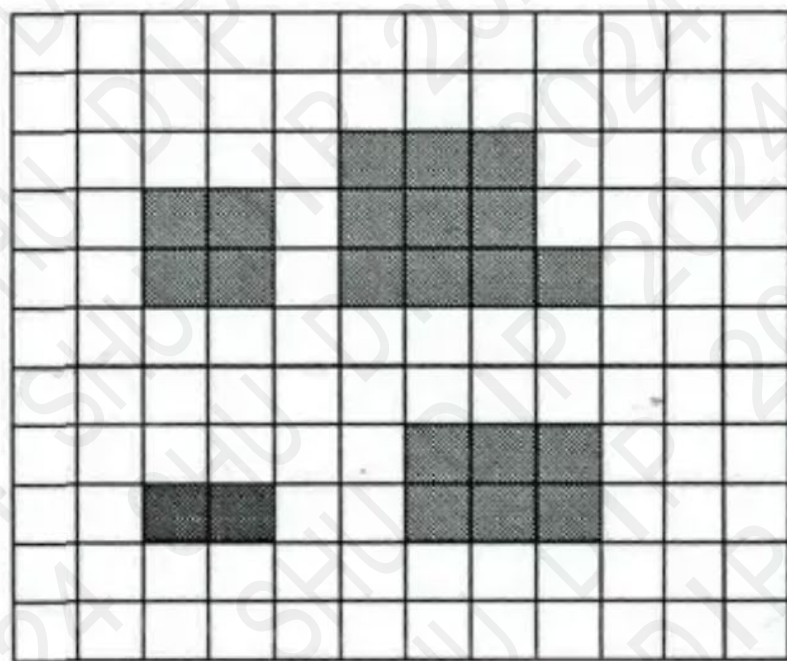
$$(B)_z = \{b + z \mid b \in B\}$$



膨胀操作举例



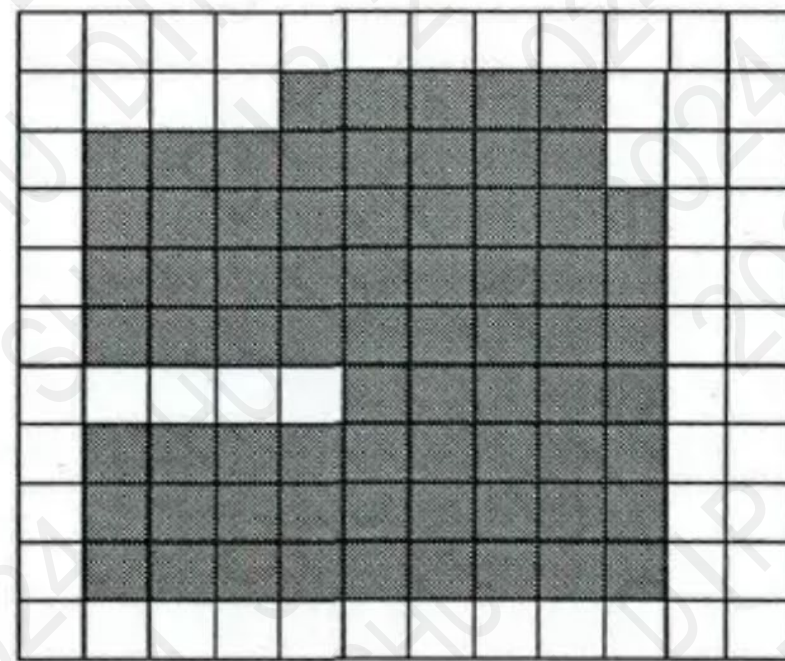
膨胀操作举例



(a)原始图像



(b)结构元素



(c)膨胀结果

膨胀

- 膨胀会“增长”二值图像中的物体
- 连接裂缝
- 不同于低通滤波
 - 可以直接得到2值图

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



1	1	1
1	1	1
1	1	1

小结

- 腐蚀使图像中的物体区域缩小
 - 去掉小于结构元素的物体(毛刺、小凸起)
 - 不同大小的结构元，可以去掉不同大小的物体
 - 如果两个物体之间有细小的连通，可以将两个物体分开
- 膨胀使图像中的物体区域扩大
 - 可用来填补物体中的空洞，或桥接小的裂缝
- 缺点
 - 都会改变物体尺寸

开运算 Opening

- 使用结构元素 B 对集合 A 进行开运算，表示为 $A \circ B$

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

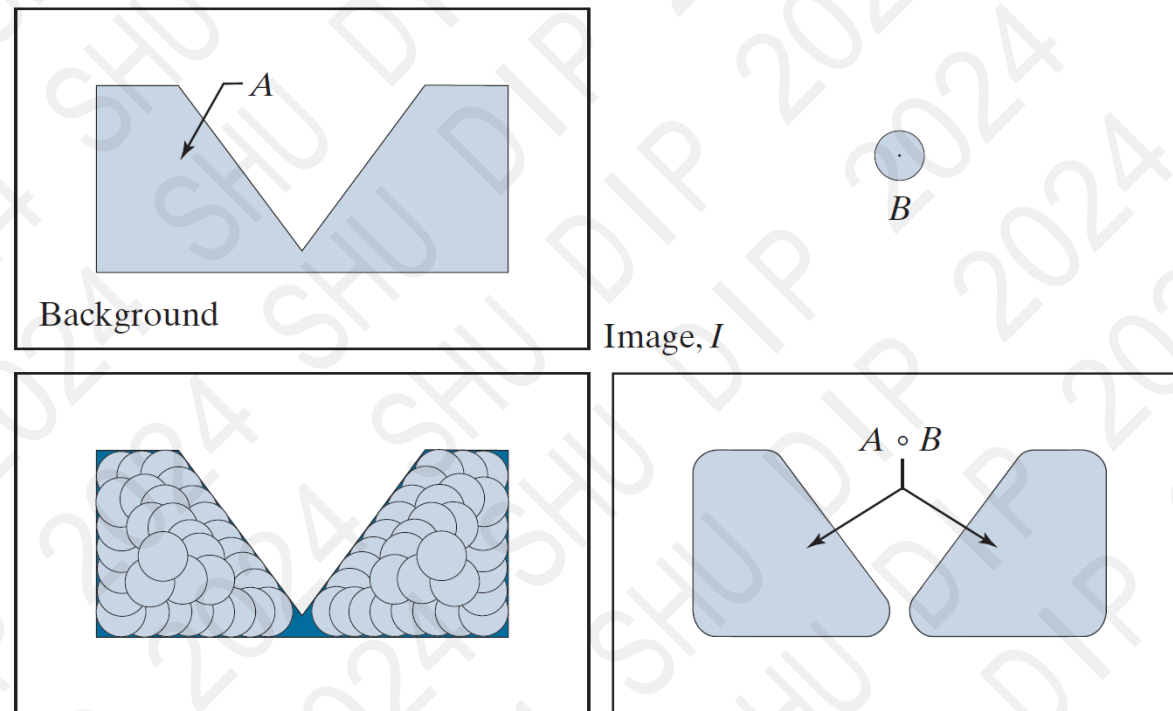
- 先腐蚀，再膨胀
- 等价表示
 - B 在 A 的内部移动，所覆盖的区域

$$A \circ B = \bigcup \{ (B)_z \mid (B)_z \subseteq A \}$$

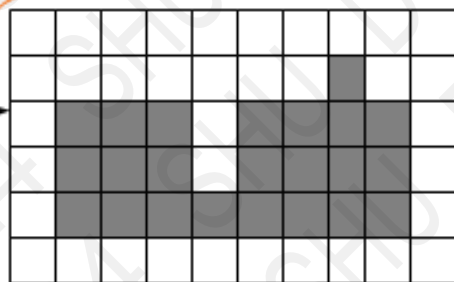
腐蚀、膨胀：

$$A \ominus B = \{ z \mid (B)_z \subseteq A \}$$

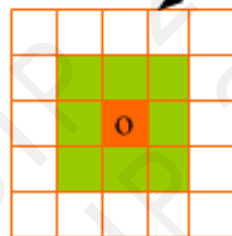
$$A \oplus B = \{ z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset \}$$



目标图像A，其中白色部分
代表背景，灰色代表目标X

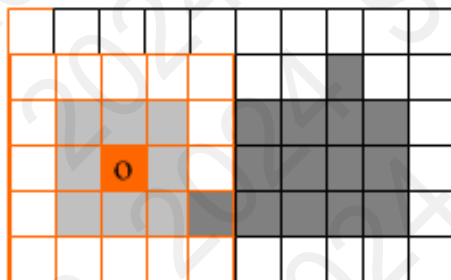


为结构元素B，其中原点
位置为橘黄色标注



此过程为
开运算

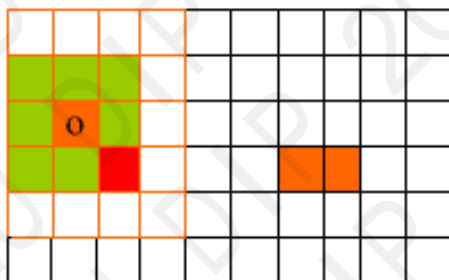
(1) 进行腐蚀操作：
进行遍历处理



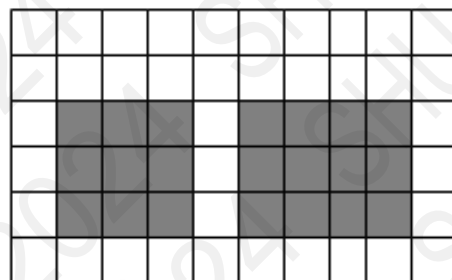
经过腐蚀后的结果



(2) 进行膨胀操作
进行遍历处理



经过膨胀后的结果



闭运算 Closing

- 使用结构元素B对集合A进行闭运算，表示为 $A \bullet B$

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

- 先膨胀，再腐蚀
- 等价表示

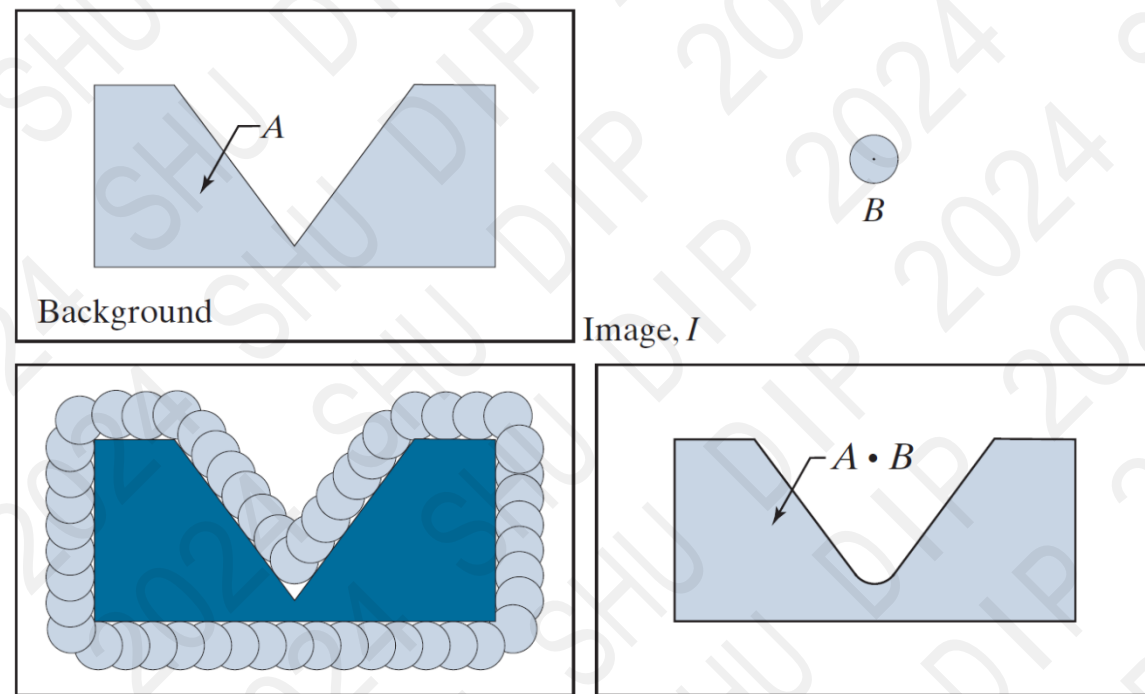
$$A \bullet B = [\cup\{(B)_z \mid (B)_z \cap A = \emptyset\}]^c$$

- 移动B，和A保持不相交
- 所覆盖的区域取补集

腐蚀、膨胀：

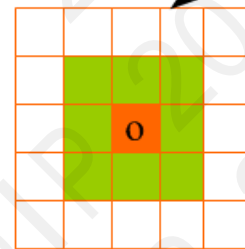
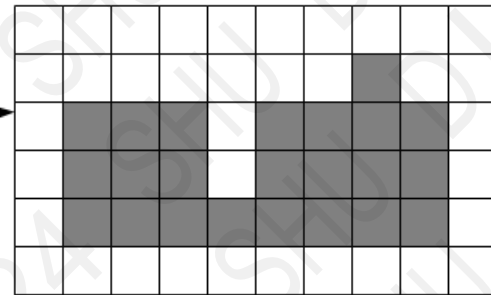
$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$



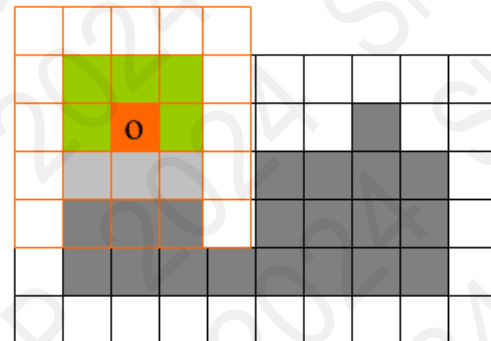
目标图像A，其中白色部分代表背景，灰色代表目标X

为结构元素B，其中原点位置为橘黄色标注

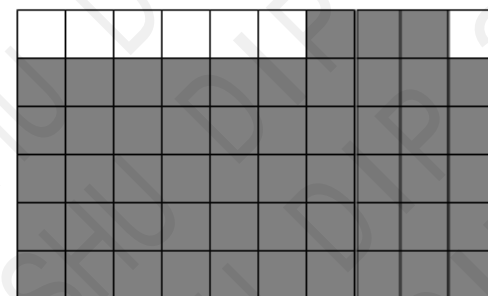


此过程为
闭运算

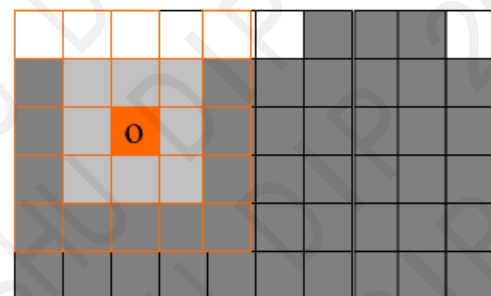
(1) 进行膨胀操作：
进行遍历处理



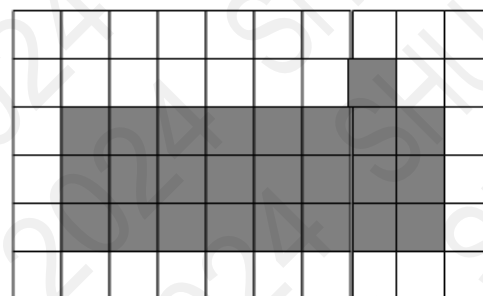
经过膨胀后的结果



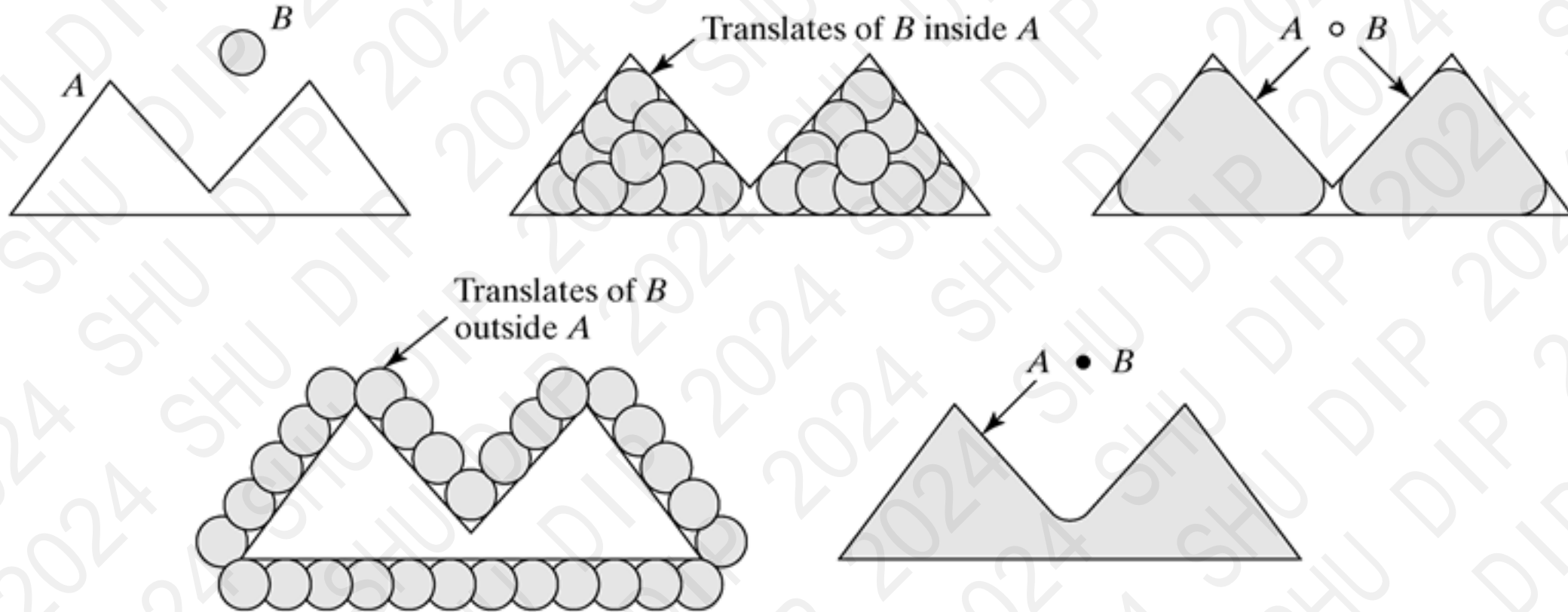
(2) 进行腐蚀操作：
进行遍历处理



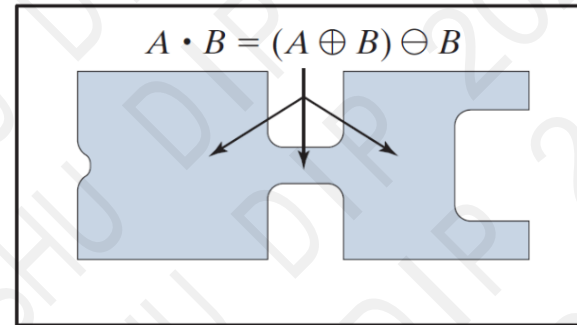
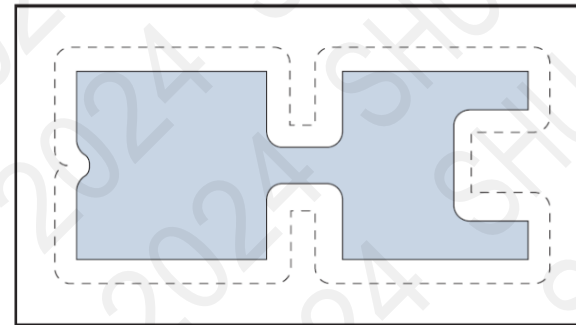
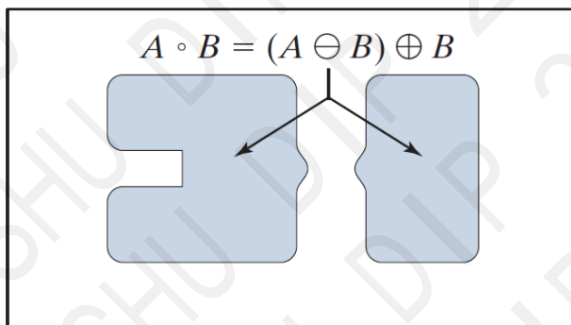
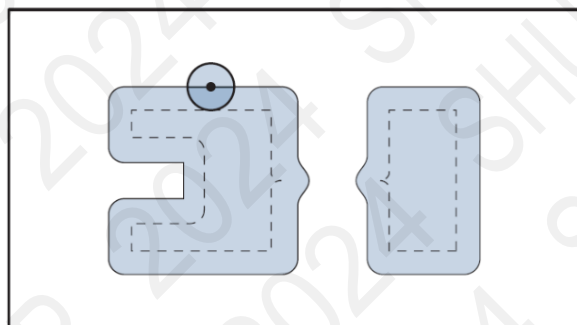
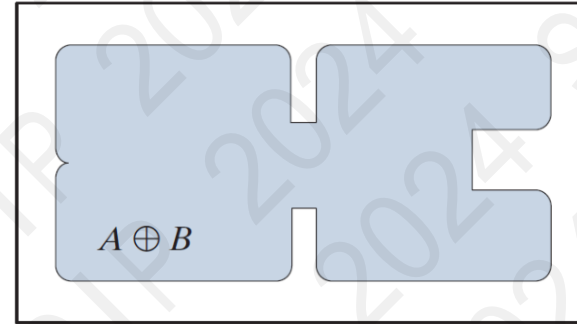
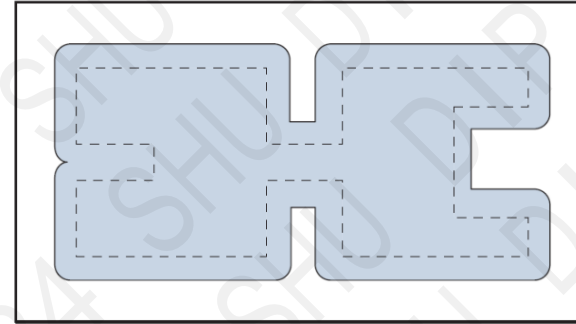
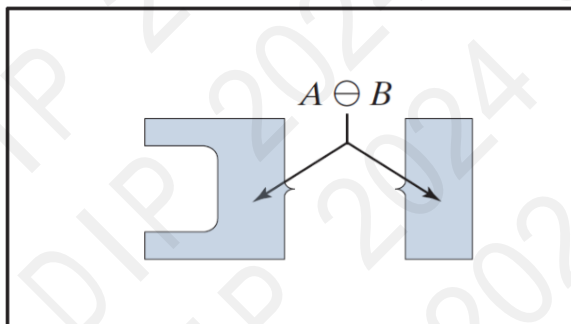
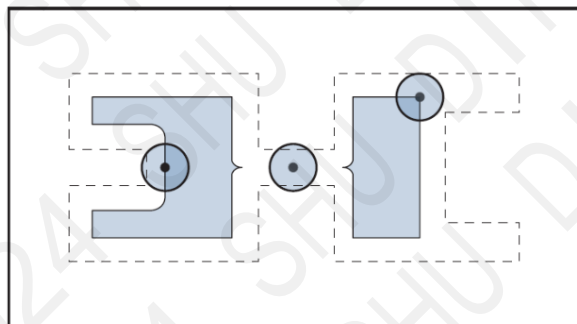
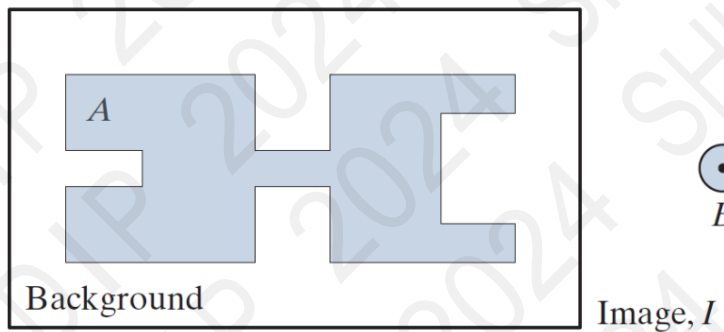
经过腐蚀后的结果



举例

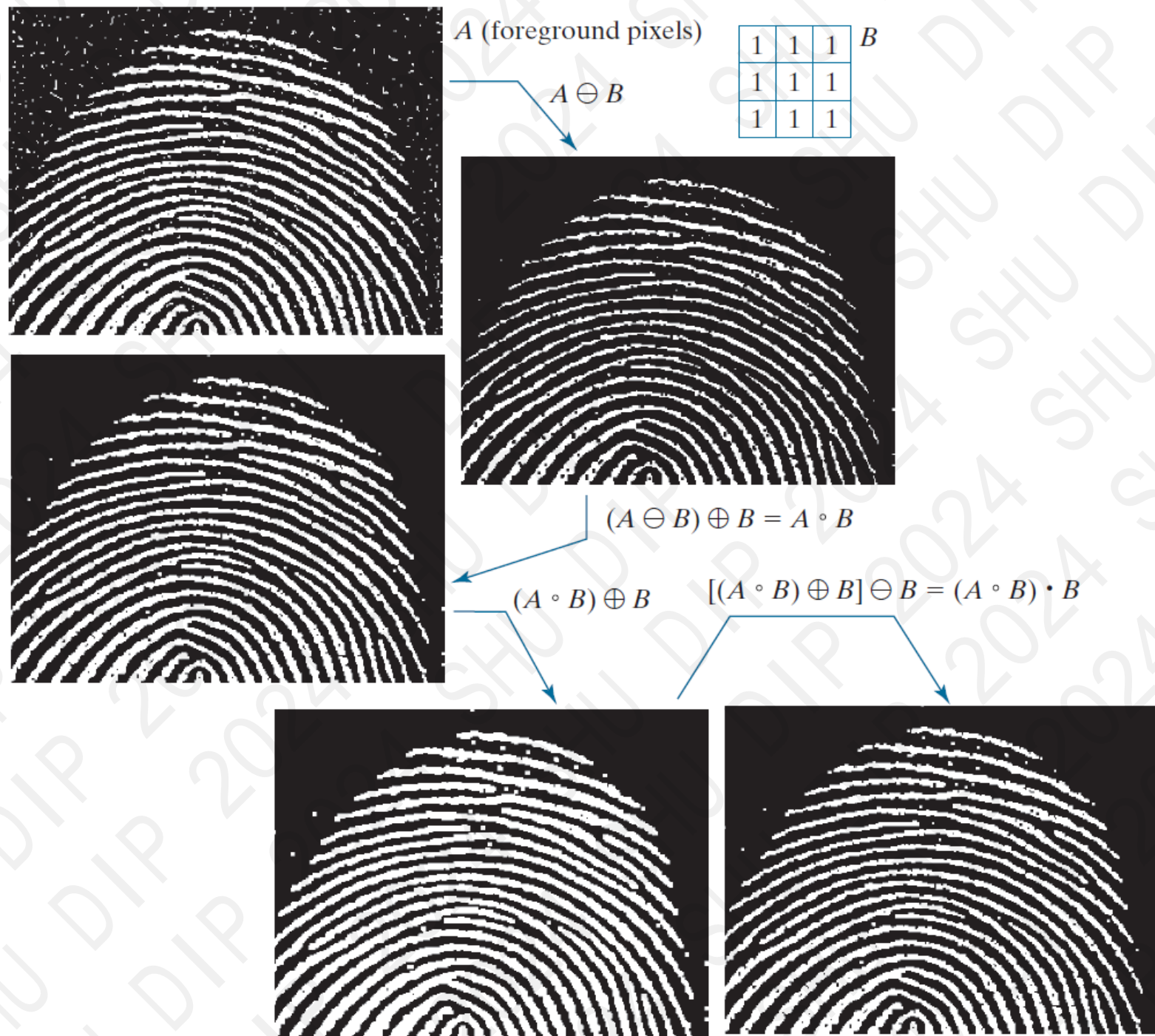


举例



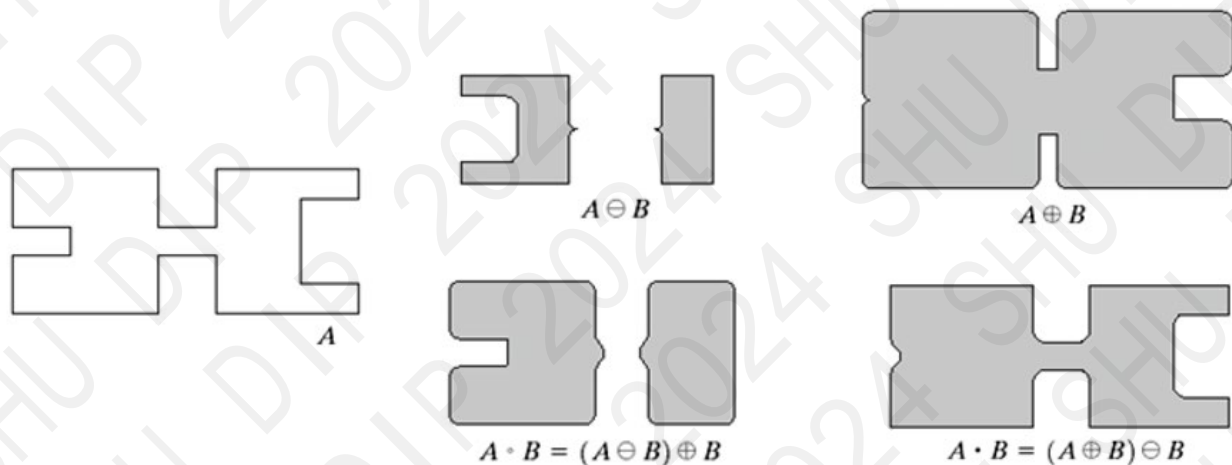
指纹图像去噪

- 二值图像
- 开运算
 - 消除噪声
- 闭运算
 - 衔接断开的脊线



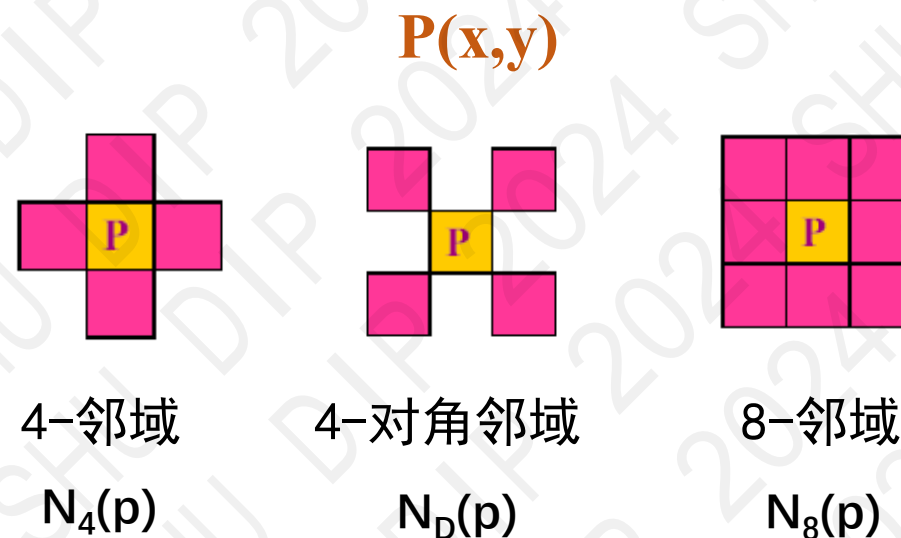
小结

- 开运算一般能
 - 断开狭窄的间断
 - 消除细的突出物，使物体的轮廓变得光滑
- 闭运算同样使轮廓线更为光滑，但与开操作相反的是，它通常
 - 弥合狭窄的间断和长细的鸿沟
 - 消除小的孔洞，填补轮廓线中的断裂
- 优点
 - 能保持物体的大致尺寸不变



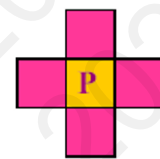
邻域与邻接

- 像素的邻域 neighborhood
 - 像素 p 的相邻像素位置集
 - 只考虑空间位置
- 像素之间的邻接关系 adjacency
 - 考虑两个像素之间的关系
 - 不仅看位置是否相邻
 - 还要看值是否相似
 - 定义一个像素值相似集合 V
 - 比如，二值图 $V=\{1\}$ ，灰度图 $V=\{8, 9, \dots, 15, 16\}$

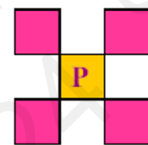


3种类型的邻接性

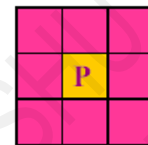
- 4-邻接
 - p 和 q 都在 V 中取值, 且 q 在 $N_4(p)$ 中
- 8-邻接
 - p 和 q 都在 V 中取值, 且 q 在 $N_8(p)$ 中
- m -连接 (混合连接)
 - p 和 q 都在 V 中取值, 且
 - q 在 $N_4(p)$ 中, 或者
 - q 在 $N_D(p)$ 中, 且 $N_4(p) \cap N_4(q)$ 不在 V 中



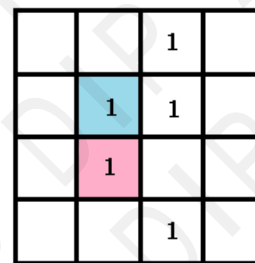
4-邻域
 $N_4(p)$



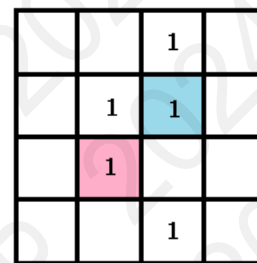
4-对角邻域
 $N_D(p)$



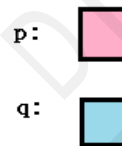
8-邻域
 $N_8(p)$



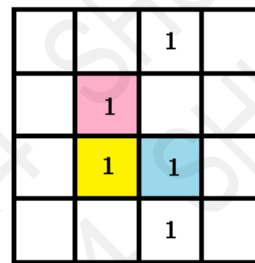
4邻接



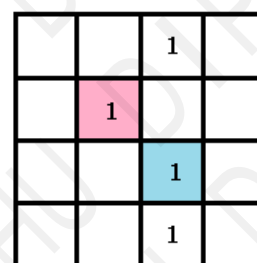
8邻接



不是 m 邻接



m 邻接

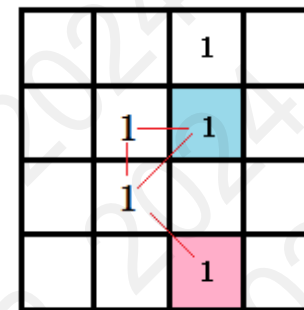


通路 path (curve)

- 从像素 (x_0, y_0) ，到像素 (x_n, y_n) 的通路（路径）
- 指像素序列

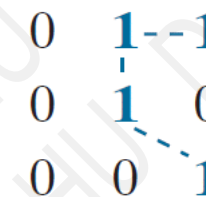
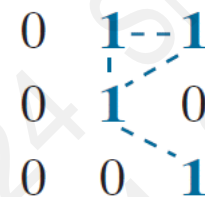
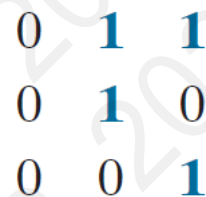
$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$$

- 序列中的相邻点 (x_{i-1}, y_{i-1}) 和 (x_i, y_i) 均具有某种邻接关系
- n 为通路的长度
- 根据邻接类型，通路可称为4、8或m通路



- 闭合通路

- 如果 $(x_0, y_0) = (x_n, y_n)$



连通、连通分量、连通集

- 令S代表一个像素集合
- p和q在S中是连通的，如满足
 - p和q之间存在一个通路
 - 通路中所有像素都在S中

1	0	0	0	1
1	1	1	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	0	1
0	0	1	1	0

(a)

4邻接

1	0	0	0	2
1	1	1	0	0
1	0	0	0	0
0	3	0	0	5
0	0	4	4	0

(b)

8邻接

1	0	0	0	2
1	1	1	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	0	1
0	0	1	1	0

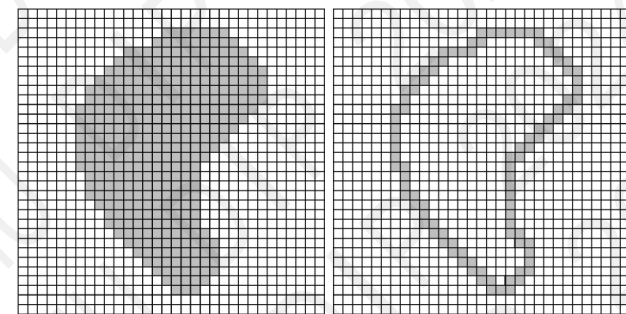
(c)

- 连通分量 connected component
 - 对于S中的像素p，S中所有连通到p的像素集合，称为S中的一个连通分量
- 连通集
 - 如果S中所有像素互相连通，即仅有一个连通分量，S叫做一个连通集 (connected set)
 - 在图像中，如果像素集合R是连通集，则称R为图像的一个区域 (Region)

一些概念

- 边界 boundary (border or contour)
 - 像素在区域R中，但至少有一个邻接点不在R中
 - 也称内边界（有可能不闭合）
- 外边界
 - 像素在背景中，包围着目标，闭合的
- 和边缘 (edge)的关系
 - 边界通常是一条闭合通路，是“整体”概念
 - 边缘常表示由灰度值剧烈变化处的像素子集，是“局部”概念

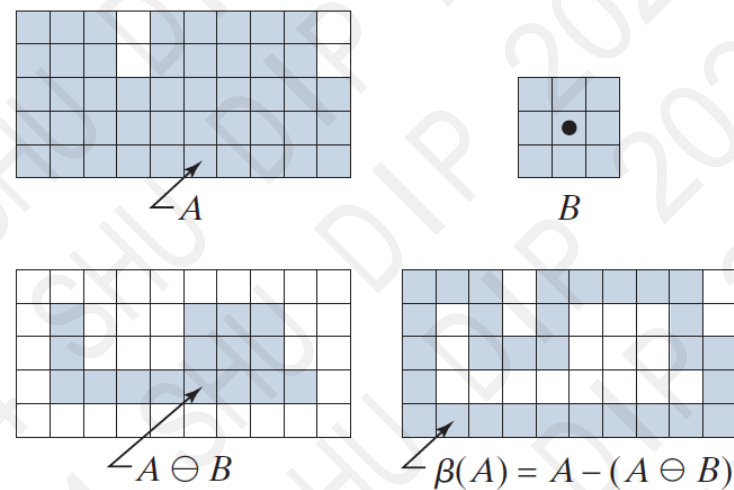
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0



边界提取

- Boundary Extraction
- 边界（内边界）
 - 区域 R 的边界是区域中像素的集合
 - 至少有一个邻接点不在区域R中
- 用 B 对 A 腐蚀，再用 A 减去腐蚀结果

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



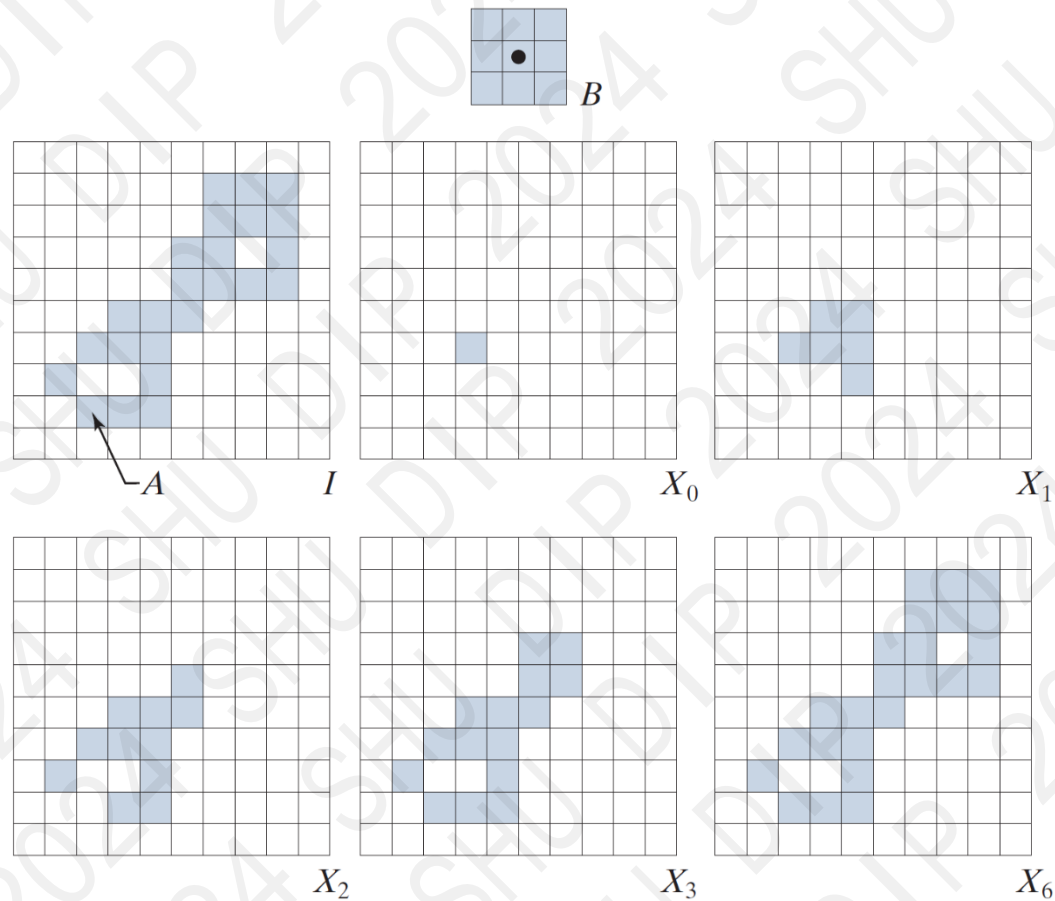
连通分量提取

- 令 X 表示集合 A 中的一个连通分量
- 假设 X 中的一个点 X_0 是已知的

- 连通分量 X 的所有元素用下式得到

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap I \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- 序列式条件膨胀
- 要求在集合 A 中膨胀



连通分量提取

a
b
c d

FIGURE 9.20

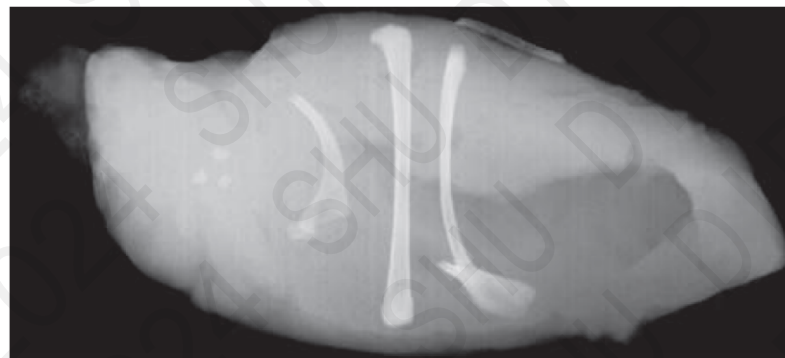
(a) X-ray image of a chicken filet with bone fragments.

(b) Thresholded image (shown as the negative for clarity).

(c) Image eroded with a 5×5 SE of 1's.

(d) Number of pixels in the connected components of (c).

(Image (a) courtesy of NTB Elektronische Geraete GmbH, Diepholz, Germany, www.ntbxray.com.)



Connected component	No. of pixels in connected comp
01	11
02	9
03	9
04	39
05	133
06	1
07	1
08	743
09	7
10	11
11	11
12	9
13	9
14	674
15	85