

1 Wykorzystane wzory

Niepewność pomiaru rezystancji

$$u(R) = 0.5\% \text{ } rdg + 1 \text{ } dgt \quad (1)$$

Niepewność pomiaru indukcyjności

$$u(R) = 3\% \text{ } rdg + 10 \text{ } dgt \quad (2)$$

Wyznaczanie temperatury

$$T = \frac{R - 100}{0.392} + 273.15 \quad (3)$$

Niepewność wyznaczonej temperatury

$$u_C(T) = \left| \frac{\partial T}{\partial R} \cdot u(R) \right| = \frac{u(R)}{0.392} \quad (4)$$

Parametr $\frac{1}{\mu-1}$

$$\frac{1}{\mu-1} = \frac{1}{\frac{L}{L_0}-1} = \frac{T-T_C}{C} \quad (5)$$

Niepewność wyznaczonego parametru $\frac{1}{\mu-1}$

$$u_C\left(\frac{1}{\mu-1}\right) = \left| \frac{\partial \frac{1}{\frac{L}{L_0}-1}}{\partial L} \cdot u(L) \right| = \frac{L_0}{(L_0-L)^2 \cdot u(L)} \quad (6)$$

2 Przykładowe obliczenia

Niepewność pomiaru rezystancji

$$u(109.7) = 0.005 \cdot 109.7 + 1 \cdot 0.1 = 0.6485 = 0.65 \text{ } [\Omega]$$

Niepewność pomiaru indukcyjności

$$u(86.6) = 0.03 \cdot 86.6 + 10 \cdot 0.1 = 3.598 = 3.6 \text{ } [mH]$$

Wyznaczanie temperatury

$$T(109.7) = \frac{109.7-100}{0.392} + 273.15 = 297.895 \text{ } [K]$$

Niepewność wyznaczonej temperatury

$$u_C(109.7) = \frac{0.65}{0.392} = 1.6581 = 1.7 \text{ } [K]$$

Parametr $\frac{1}{\mu-1}$

$$\frac{1}{\mu-1} = \frac{1}{\frac{86.6}{42.5}-1} = 0.96372$$

Niepewność wyznaczonego parametru $\frac{1}{\mu-1}$

$$u_C(0.96372) = \frac{42.5}{(42.5-86.6)^2} \cdot 3.6 = 0.0786 = 0.079$$

3 Wyniki pomiarów i opracowanie

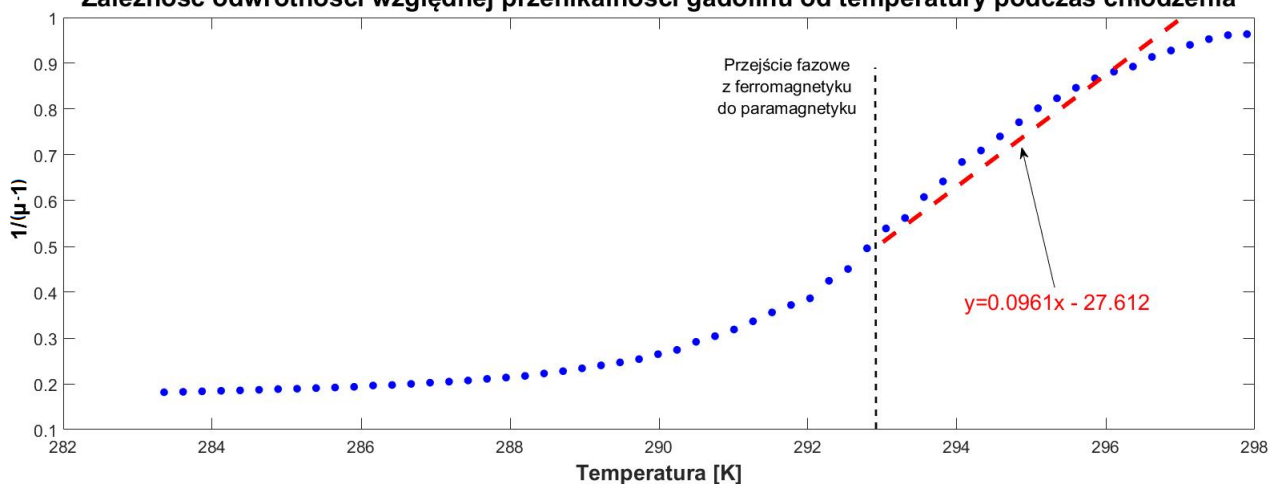
3.1 Chłodzenie układu

Tablica 1: Wyniki pomiaru rezystancji oraz indukcyjności, wyznaczona temperatura oraz $\frac{1}{\mu-1}$, a także niepewności pomiarowe i złożone tych wartości

| $R [\Omega]$ | $u(R) [\Omega]$ | $T [K]$ | $u_C(T) [K]$ | $L [mH]$ | $u(L) [mH]$ | $\frac{1}{\mu-1}$ | $u_C(\frac{1}{\mu-1})$ |
|--------------|-----------------|---------|--------------|----------|-------------|-------------------|------------------------|
| 109.70 | 0.65 | 297.9 | 1.7 | 86.6 | 3.6 | 0.964 | 0.079 |
| 109.60 | 0.65 | 297.6 | 1.7 | 86.7 | 3.7 | 0.962 | 0.081 |
| 109.50 | 0.65 | 297.4 | 1.7 | 87.1 | 3.7 | 0.95 | 0.08 |
| 109.40 | 0.65 | 297.1 | 1.7 | 87.7 | 3.7 | 0.940 | 0.077 |
| 109.30 | 0.65 | 296.9 | 1.7 | 88.3 | 3.7 | 0.928 | 0.075 |
| 109.20 | 0.65 | 296.6 | 1.7 | 89.0 | 3.7 | 0.914 | 0.073 |
| 109.10 | 0.65 | 296.4 | 1.7 | 90.1 | 3.8 | 0.893 | 0.072 |
| 109.00 | 0.65 | 296.1 | 1.7 | 90.7 | 3.8 | 0.88 | 0.07 |
| 108.90 | 0.65 | 295.9 | 1.7 | 91.5 | 3.8 | 0.867 | 0.068 |
| 108.80 | 0.65 | 295.6 | 1.7 | 92.7 | 3.8 | 0.847 | 0.065 |
| 108.70 | 0.65 | 295.3 | 1.7 | 94.1 | 3.9 | 0.824 | 0.063 |
| 108.60 | 0.65 | 295.1 | 1.7 | 95.5 | 3.9 | 0.80 | 0.06 |
| 108.50 | 0.65 | 294.8 | 1.7 | 98 | 4 | 0.771 | 0.056 |
| 108.40 | 0.65 | 294.6 | 1.7 | 100 | 4 | 0.740 | 0.052 |
| 108.30 | 0.65 | 294.3 | 1.7 | 102.4 | 4.1 | 0.710 | 0.049 |
| 108.20 | 0.65 | 294.1 | 1.7 | 104.6 | 4.2 | 0.684 | 0.047 |
| 108.10 | 0.65 | 293.8 | 1.7 | 108.7 | 4.3 | 0.642 | 0.042 |
| 108.00 | 0.64 | 293.6 | 1.7 | 112.4 | 4.4 | 0.608 | 0.039 |
| 107.90 | 0.64 | 293.3 | 1.7 | 118.1 | 4.6 | 0.562 | 0.035 |
| 107.80 | 0.64 | 293.0 | 1.7 | 121.3 | 4.7 | 0.539 | 0.033 |
| 107.70 | 0.64 | 292.8 | 1.7 | 128.2 | 4.9 | 0.496 | 0.029 |
| 107.60 | 0.64 | 292.5 | 1.7 | 136.8 | 5.2 | 0.451 | 0.025 |
| 107.50 | 0.64 | 292.3 | 1.7 | 142.5 | 5.3 | 0.425 | 0.023 |
| 107.40 | 0.64 | 292.0 | 1.7 | 152.4 | 5.6 | 0.39 | 0.02 |
| 107.30 | 0.64 | 291.8 | 1.7 | 156.7 | 5.8 | 0.372 | 0.019 |
| 107.20 | 0.64 | 291.5 | 1.7 | 161.9 | 5.9 | 0.356 | 0.018 |
| 107.10 | 0.64 | 291.3 | 1.7 | 168.8 | 6.1 | 0.337 | 0.017 |
| 107.00 | 0.64 | 291.0 | 1.7 | 175.9 | 6.3 | 0.319 | 0.016 |
| 106.90 | 0.64 | 290.8 | 1.7 | 182.3 | 6.5 | 0.304 | 0.015 |
| 106.80 | 0.64 | 290.5 | 1.7 | 188.2 | 6.7 | 0.292 | 0.014 |
| 106.70 | 0.64 | 290.2 | 1.7 | 198 | 7 | 0.274 | 0.013 |
| 106.60 | 0.64 | 290.0 | 1.7 | 203.1 | 7.1 | 0.265 | 0.012 |
| 106.50 | 0.64 | 289.7 | 1.7 | 209.9 | 7.3 | 0.254 | 0.012 |
| 106.40 | 0.64 | 289.5 | 1.7 | 214.8 | 7.5 | 0.247 | 0.011 |
| 106.30 | 0.64 | 289.2 | 1.7 | 219.4 | 7.6 | 0.240 | 0.011 |
| 106.20 | 0.64 | 289.0 | 1.7 | 224.3 | 7.8 | 0.234 | 0.011 |
| 106.10 | 0.64 | 288.7 | 1.7 | 229.2 | 7.9 | 0.2276 | 0.0097 |
| 106.00 | 0.63 | 288.5 | 1.7 | 233.5 | 8.1 | 0.2225 | 0.0095 |
| 105.90 | 0.63 | 288.2 | 1.7 | 238.2 | 8.2 | 0.2172 | 0.0091 |
| 105.80 | 0.63 | 287.9 | 1.7 | 241.4 | 8.3 | 0.214 | 0.009 |

| $R [\Omega]$ | $u(R) [\Omega]$ | $T [K]$ | $u_C(T) [K]$ | $L [mH]$ | $u(L) [mH]$ | $\frac{1}{\mu-1}$ | $u_C(\frac{1}{\mu-1})$ |
|--------------|-----------------|---------|--------------|----------|-------------|-------------------|------------------------|
| 105.70 | 0.63 | 287.7 | 1.7 | 244.1 | 8.4 | 0.2108 | 0.0088 |
| 105.60 | 0.63 | 287.4 | 1.7 | 247.6 | 8.5 | 0.2072 | 0.0086 |
| 105.50 | 0.63 | 287.2 | 1.7 | 250.1 | 8.6 | 0.2047 | 0.0085 |
| 105.40 | 0.63 | 286.9 | 1.7 | 252.4 | 8.6 | 0.2025 | 0.0083 |
| 105.30 | 0.63 | 286.7 | 1.7 | 255.2 | 8.7 | 0.1998 | 0.0082 |
| 105.20 | 0.63 | 286.4 | 1.7 | 257.8 | 8.8 | 0.1974 | 0.0081 |
| 105.10 | 0.63 | 286.2 | 1.7 | 259.1 | 8.8 | 0.196 | 0.008 |
| 105.00 | 0.63 | 285.9 | 1.7 | 262.2 | 8.9 | 0.1934 | 0.0079 |
| 104.90 | 0.63 | 285.7 | 1.7 | 264 | 9 | 0.1920 | 0.0079 |
| 104.80 | 0.63 | 285.4 | 1.7 | 265 | 9 | 0.1907 | 0.0077 |
| 104.70 | 0.63 | 285.1 | 1.7 | 267.1 | 9.1 | 0.1892 | 0.0077 |
| 104.60 | 0.63 | 284.9 | 1.7 | 268.0 | 9.1 | 0.1885 | 0.0077 |
| 104.50 | 0.63 | 284.6 | 1.7 | 269.9 | 9.1 | 0.1869 | 0.0075 |
| 104.40 | 0.63 | 284.4 | 1.7 | 271.5 | 9.2 | 0.1856 | 0.0075 |
| 104.30 | 0.63 | 284.1 | 1.7 | 272.6 | 9.2 | 0.1847 | 0.0074 |
| 104.20 | 0.63 | 283.9 | 1.7 | 274.1 | 9.3 | 0.1835 | 0.0074 |
| 104.10 | 0.63 | 283.6 | 1.7 | 275.4 | 9.3 | 0.1825 | 0.0073 |
| 104.00 | 0.62 | 283.4 | 1.6 | 276.5 | 9.3 | 0.1816 | 0.0073 |

Rysunek 1: Zależność $\frac{1}{\mu-1}$ w funkcji temperatury podczas chłodzenia układu
Zależność odwrotności względnej przenikalności gadolinu od temperatury podczas chłodzenia



Dla części liniowej (po przejściu fazowym) wyznaczona została regresja liniowa, z wykorzystaniem funkcji REGLINP w programie Excel. Możemy z niej odczytać wartości współczynników a oraz b . Stała Curie $C = \frac{1}{a}$, $u_C(C) = \frac{u(a)}{a^2}$ natomiast temperatura Curie $T_C = -\frac{b}{a}$, $u_C(T_C) = \sqrt{\frac{u^2(b)}{a^2} + \frac{b^2 \cdot u^2(a)}{a^4}}$.

$$C = (10.4 \pm 0.5) K$$

$$T_C = (287 \pm 19) K$$

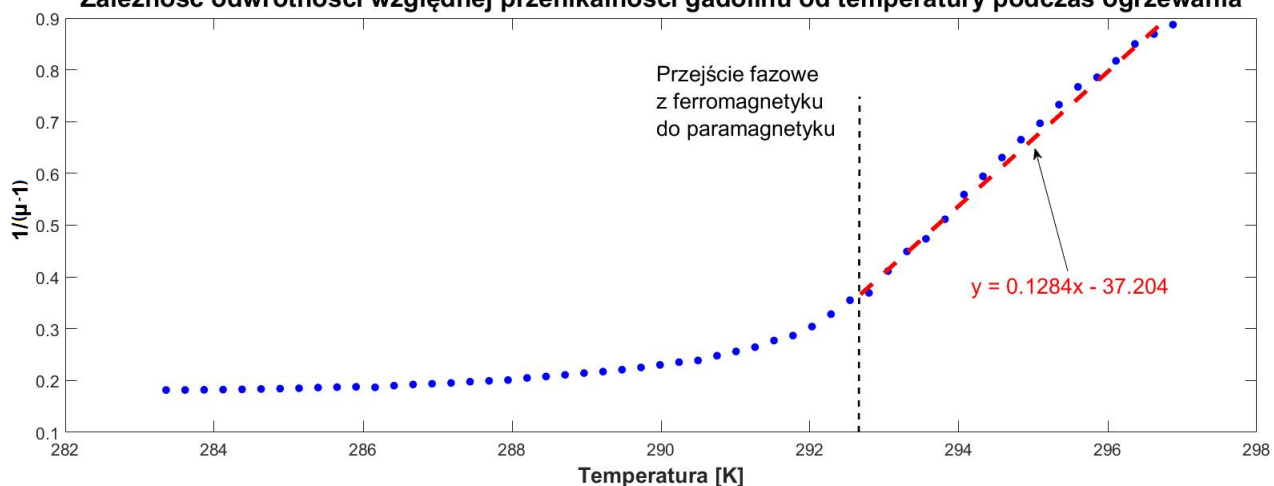
3.2 Powrót układu do temperatury otoczenia (ogrzewanie)

Tablica 2: Wyniki pomiaru rezystancji oraz indukcyjności, wyznaczona temperatura oraz $\frac{1}{\mu-1}$, a także niepewności pomiarowe i złożone tych wartości

| $R [\Omega]$ | $u(R) [\Omega]$ | $T [K]$ | $u_C(T) [K]$ | $L [mH]$ | $u(L) [mH]$ | $\frac{1}{\mu-1}$ | $u_C(\frac{1}{\mu-1})$ |
|--------------|-----------------|---------|--------------|----------|-------------|-------------------|------------------------|
| 104.00 | 0.62 | 283.4 | 1.6 | 276.5 | 9.3 | 0.1816 | 0.0073 |
| 104.10 | 0.63 | 283.6 | 1.7 | 276.4 | 9.3 | 0.1817 | 0.0073 |
| 104.20 | 0.63 | 283.9 | 1.7 | 275.9 | 9.3 | 0.1821 | 0.0073 |
| 104.30 | 0.63 | 284.1 | 1.7 | 275.5 | 9.3 | 0.1824 | 0.0073 |
| 104.40 | 0.63 | 284.4 | 1.7 | 274.8 | 9.3 | 0.1830 | 0.0074 |
| 104.50 | 0.63 | 284.6 | 1.7 | 273.9 | 9.3 | 0.1837 | 0.0074 |
| 104.60 | 0.63 | 284.9 | 1.7 | 273.0 | 9.2 | 0.1844 | 0.0074 |
| 104.70 | 0.63 | 285.1 | 1.7 | 272.1 | 9.2 | 0.1851 | 0.0075 |
| 104.80 | 0.63 | 285.4 | 1.7 | 270.5 | 9.2 | 0.1864 | 0.0076 |
| 104.90 | 0.63 | 285.7 | 1.7 | 269.5 | 9.1 | 0.1872 | 0.0076 |
| 105.00 | 0.63 | 285.9 | 1.7 | 268.7 | 9.1 | 0.1879 | 0.0076 |
| 105.10 | 0.63 | 286.2 | 1.7 | 269.9 | 9.1 | 0.1869 | 0.0075 |
| 105.20 | 0.63 | 286.4 | 1.7 | 266 | 9 | 0.1902 | 0.0077 |
| 105.30 | 0.63 | 286.7 | 1.7 | 264 | 9 | 0.1923 | 0.0079 |
| 105.40 | 0.63 | 286.9 | 1.7 | 261.8 | 8.9 | 0.1938 | 0.0079 |
| 105.50 | 0.63 | 287.2 | 1.7 | 260.0 | 8.8 | 0.195 | 0.008 |
| 105.60 | 0.63 | 287.4 | 1.7 | 257.4 | 8.8 | 0.1978 | 0.0081 |
| 105.70 | 0.63 | 287.7 | 1.7 | 255.6 | 8.7 | 0.1994 | 0.0082 |
| 105.80 | 0.63 | 287.9 | 1.7 | 254.0 | 8.7 | 0.2009 | 0.0083 |
| 105.90 | 0.63 | 288.2 | 1.7 | 249.8 | 8.5 | 0.2050 | 0.0085 |
| 106.00 | 0.63 | 288.5 | 1.7 | 247.1 | 8.5 | 0.2077 | 0.0087 |
| 106.10 | 0.64 | 288.7 | 1.7 | 243.9 | 8.4 | 0.2110 | 0.0089 |
| 106.20 | 0.64 | 289.0 | 1.7 | 240.8 | 8.3 | 0.214 | 0.009 |
| 106.30 | 0.64 | 289.2 | 1.7 | 238.1 | 8.2 | 0.2173 | 0.0092 |
| 106.40 | 0.64 | 289.5 | 1.7 | 234.9 | 8.1 | 0.2209 | 0.0093 |
| 106.50 | 0.64 | 289.7 | 1.7 | 231 | 8 | 0.2252 | 0.0096 |
| 106.60 | 0.64 | 290.0 | 1.7 | 227.1 | 7.9 | 0.2302 | 0.0099 |
| 106.70 | 0.64 | 290.2 | 1.7 | 223.0 | 7.7 | 0.235 | 0.011 |
| 106.80 | 0.64 | 290.5 | 1.7 | 220.5 | 7.7 | 0.239 | 0.011 |
| 106.90 | 0.64 | 290.8 | 1.7 | 213.9 | 7.5 | 0.248 | 0.011 |
| 107.00 | 0.64 | 291.0 | 1.7 | 208.4 | 7.3 | 0.256 | 0.012 |
| 107.10 | 0.64 | 291.3 | 1.7 | 203.2 | 7.1 | 0.264 | 0.012 |
| 107.20 | 0.64 | 291.5 | 1.7 | 195.8 | 6.9 | 0.277 | 0.013 |
| 107.30 | 0.64 | 291.8 | 1.7 | 190.7 | 6.8 | 0.287 | 0.014 |
| 107.40 | 0.64 | 292.0 | 1.7 | 182.2 | 6.5 | 0.304 | 0.015 |
| 107.50 | 0.64 | 292.3 | 1.7 | 172.0 | 6.2 | 0.328 | 0.016 |
| 107.60 | 0.64 | 292.5 | 1.7 | 162.2 | 5.9 | 0.355 | 0.018 |
| 107.70 | 0.64 | 292.8 | 1.7 | 157.6 | 5.8 | 0.369 | 0.019 |
| 107.80 | 0.64 | 293.0 | 1.7 | 145.8 | 5.4 | 0.411 | 0.022 |
| 107.90 | 0.64 | 293.3 | 1.7 | 137.1 | 5.2 | 0.449 | 0.025 |
| 108.00 | 0.64 | 293.6 | 1.7 | 132 | 5 | 0.474 | 0.027 |
| 108.10 | 0.65 | 293.8 | 1.7 | 125.6 | 4.8 | 0.51 | 0.03 |

| $R [\Omega]$ | $u(R) [\Omega]$ | $T [K]$ | $u_C(T) [K]$ | $L [mH]$ | $u(L) [mH]$ | $\frac{1}{\mu-1}$ | $u_C(\frac{1}{\mu-1})$ |
|--------------|-----------------|---------|--------------|----------|-------------|-------------------|------------------------|
| 108.20 | 0.65 | 294.1 | 1.7 | 118.5 | 4.6 | 0.559 | 0.034 |
| 108.30 | 0.65 | 294.3 | 1.7 | 114.0 | 4.5 | 0.594 | 0.038 |
| 108.40 | 0.65 | 294.6 | 1.7 | 109.9 | 4.3 | 0.631 | 0.041 |
| 108.50 | 0.65 | 294.8 | 1.7 | 106.4 | 4.2 | 0.665 | 0.044 |
| 108.60 | 0.65 | 295.1 | 1.7 | 103.5 | 4.2 | 0.697 | 0.048 |
| 108.70 | 0.65 | 295.3 | 1.7 | 100.5 | 4.1 | 0.733 | 0.052 |
| 108.80 | 0.65 | 295.6 | 1.7 | 98 | 4 | 0.767 | 0.056 |
| 108.90 | 0.65 | 295.9 | 1.7 | 96.6 | 3.9 | 0.786 | 0.057 |
| 109.00 | 0.65 | 296.1 | 1.7 | 94.5 | 3.9 | 0.817 | 0.062 |
| 109.10 | 0.65 | 296.4 | 1.7 | 92.5 | 3.8 | 0.850 | 0.065 |
| 109.20 | 0.65 | 296.6 | 1.7 | 91.4 | 3.8 | 0.869 | 0.068 |
| 109.30 | 0.65 | 296.9 | 1.7 | 90.4 | 3.8 | 0.887 | 0.071 |

Rysunek 2: Zależność $\frac{1}{\mu-1}$ w funkcji temperatury podczas powrotu do temperatury otoczenia
Zależność odwrotności względnej przenikalności gadolinu od temperatury podczas ogrzewania



Dla części liniowej (po przejściu fazowym) wyznaczona została regresja liniowa, z wykorzystaniem funkcji REGLINP w programie Excel. Możemy z niej odczytać wartości współczynników a oraz b . Stała Curie $C = \frac{1}{a}$, $u_C(C) = \frac{u(a)}{a^2}$ natomiast temperatura Curie $T_C = -\frac{b}{a}$, $u_C(T_C) = \sqrt{\frac{u^2(b)}{a^2} + \frac{b^2 \cdot u^2(a)}{a^4}}$.

$$C = (7.79 \pm 0.17) \text{ K}$$

$$T_C = (289 \pm 9) \text{ K}$$

3.3 Połączenie pomiarów

Oba wykresy przedstawiają te same wartości, które częściowo są zbieżne, można je natomiast uśrednić dla uzyskania precyzyjniejszych wyników.

$$\bar{C} = (9.09 \pm 0.27) \text{ K}$$

$$\bar{T}_C = (288 \pm 11) \text{ K}$$

4 Wnioski

- Uzyskana z pomiarów stała Curie wynosi $\bar{C} = (9.09 \pm 0.27) K$.
- Uzyskana z pomiarów temperatura Curie wynosi $\bar{T}_C = (288 \pm 11) K$.
- Powyższe wartości wyznaczone zostały na podstawie uśrednienia wyników regresji liniowej dla pomiarów, podczas których układ był ochładzany, a następnie powracał do temperatury otoczenia.
- Podczas ochładzania układu mogło zajść zbyt szybkie obniżanie temperatury, co z kolei prowadzi do mniej dokładnych wyników.
- Dla odczytywanej wartości oporu, indukcyjność mieściła się w bardzo szerokim przedziale. Odczyt wykonywany był dla wartości oscylującej w okolicach środka przedziału.