

Casques de vélo – Matériaux non newtoniens rhéoépaississants

Le casque de vélo traditionnel

Coque extérieure : polycarbonate



1

Mousse EPS



2

[https://contents.mediadecathlon.com/p2392082/k\\$40b6a599e92456e3b6dc38dc94f258fa/sq/casque-velo-vtt-expl-50-noir.jpg?f=3000x3000](https://contents.mediadecathlon.com/p2392082/k$40b6a599e92456e3b6dc38dc94f258fa/sq/casque-velo-vtt-expl-50-noir.jpg?f=3000x3000)

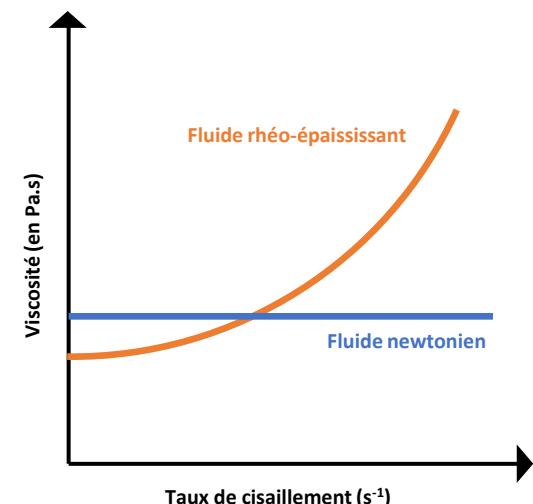
https://www.materiel-velo.com/26449-thickbox_default/mousse-de-casque-velo-route-et-vtt-mavic-aksium-elite-et-crossride-sl-elite-fit-pad.jpg



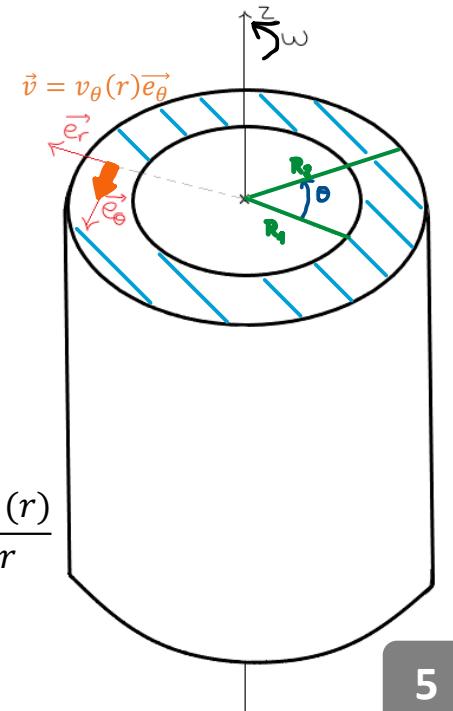
D30

polyurethane
+
polyborodimethylsiloxane
(PBDMS)

Le mélange eau/maïzena : un matériau non newtonien rhéo-épaississant



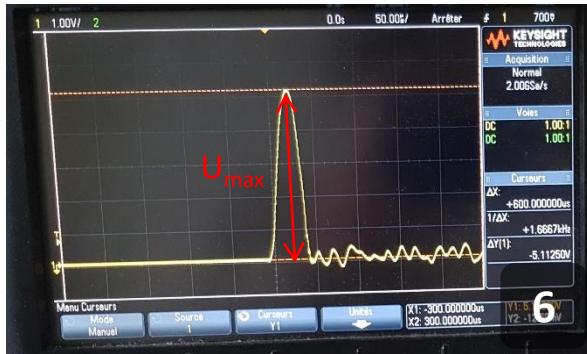
- Viscosité : capacité d'un fluide à résister à son écoulement
- Taux de cisaillement : $\tau = \frac{\partial v_\theta(r)}{\partial r}$



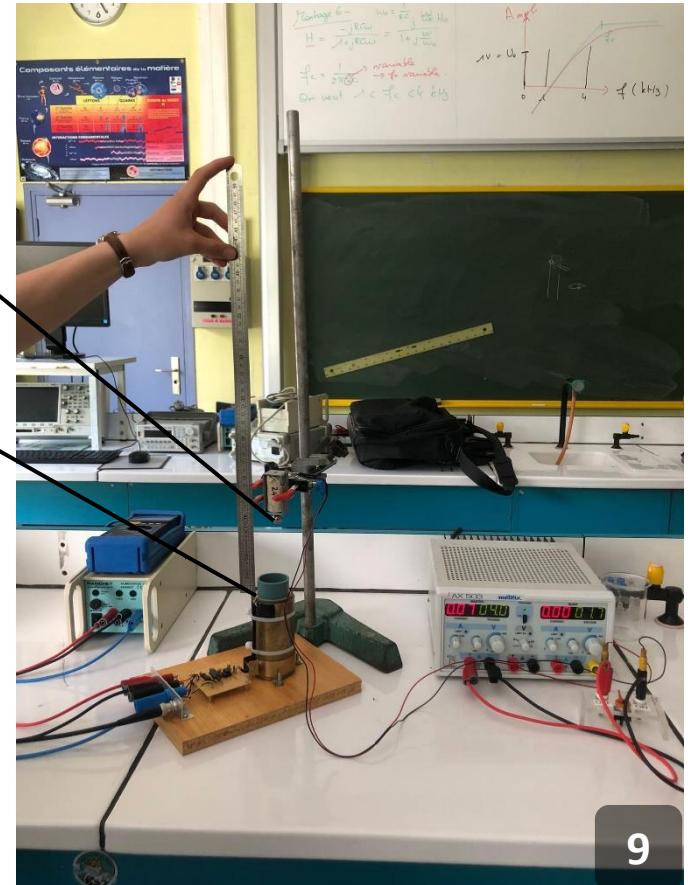
Dans quelle mesure un mélange d'eau et de maïzena pourrait-il être utilisé pour concevoir un casque de vélo ?

1. Absorption des chocs
2. Durabilité du mélange

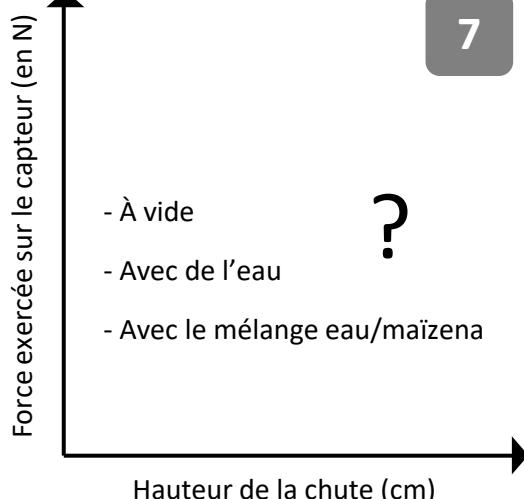
Protocole expérimental



Chute d'une bille



Disque piézoélectrique



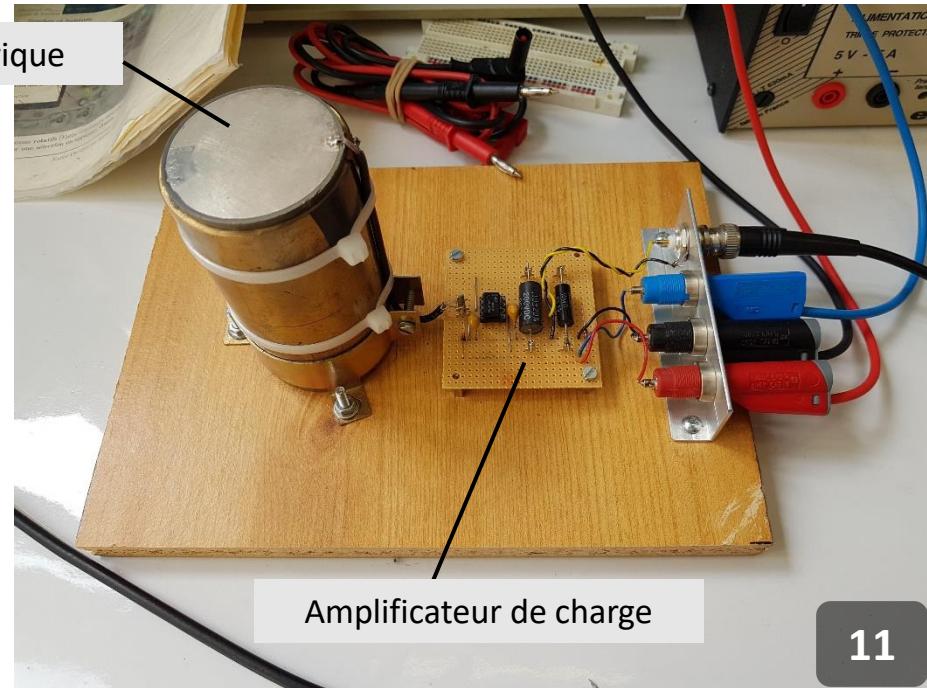
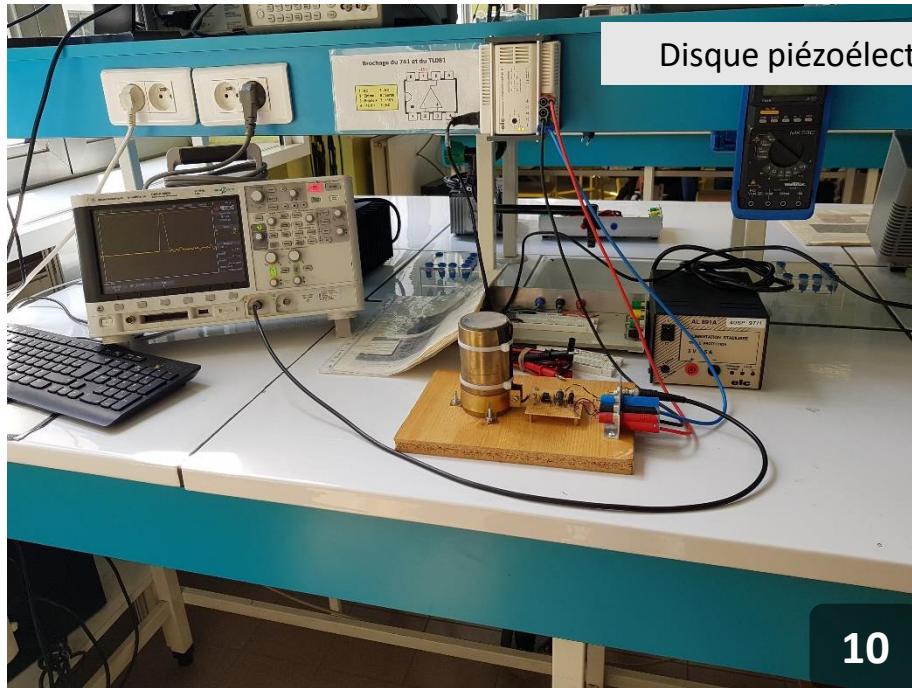
7

- À vide
 - Avec de l'eau
 - Avec le mélange eau/maïzena
- ?

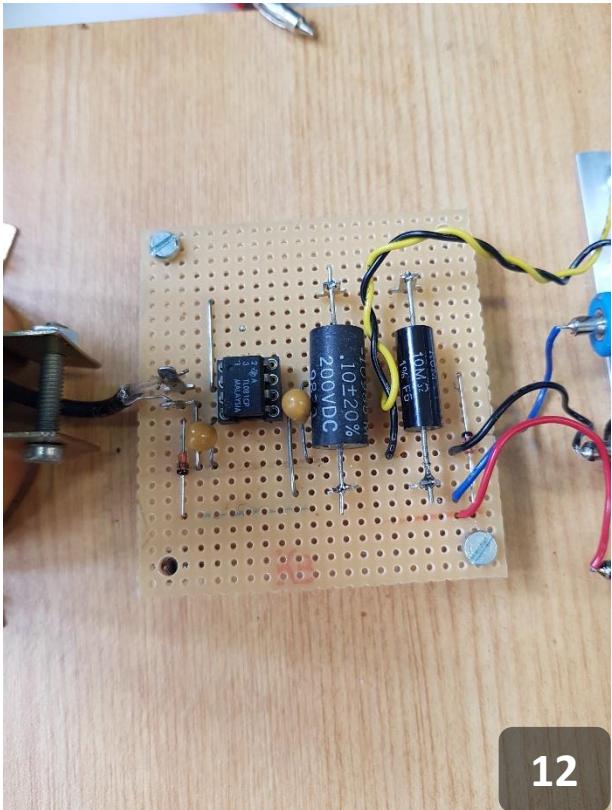
8

9

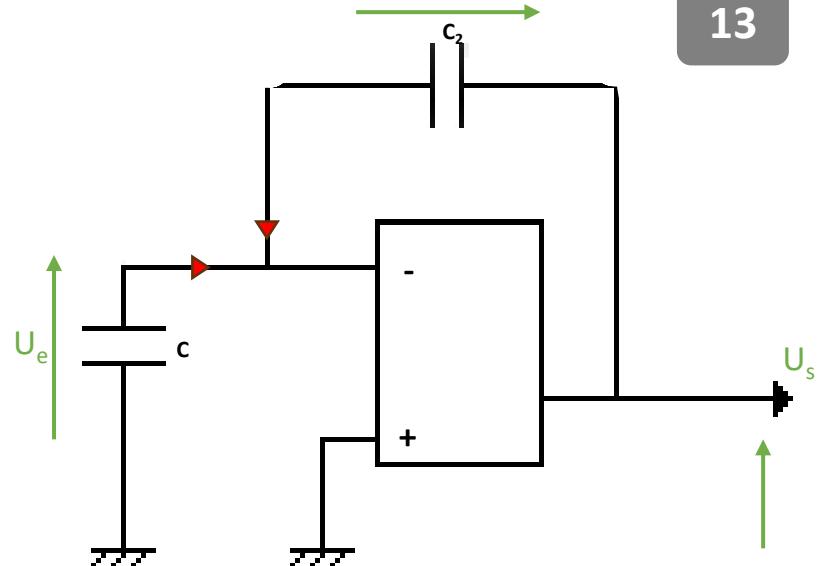
Le dispositif expérimental



Le circuit électrique : amplificateur de charge



$$C = 6,45\text{nF}$$
$$C_2 = 0,1\mu\text{F}$$

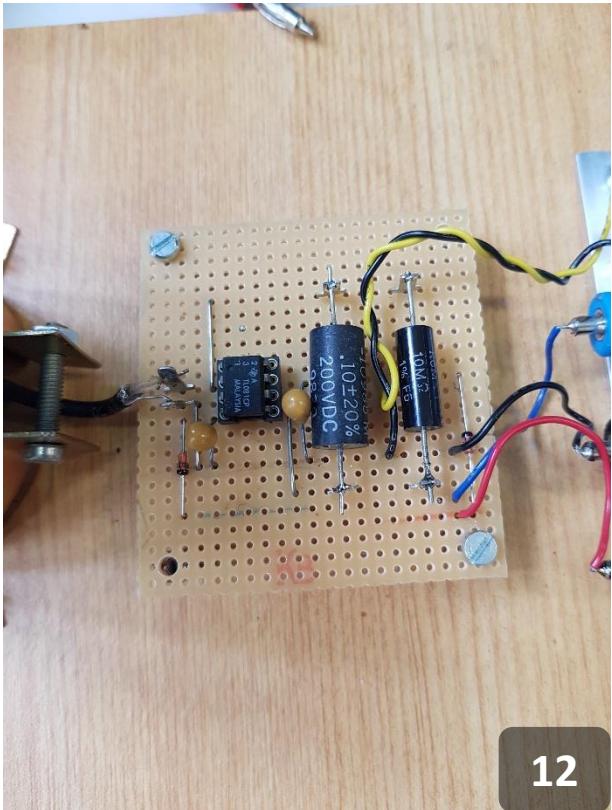


Par conservation de la charge :

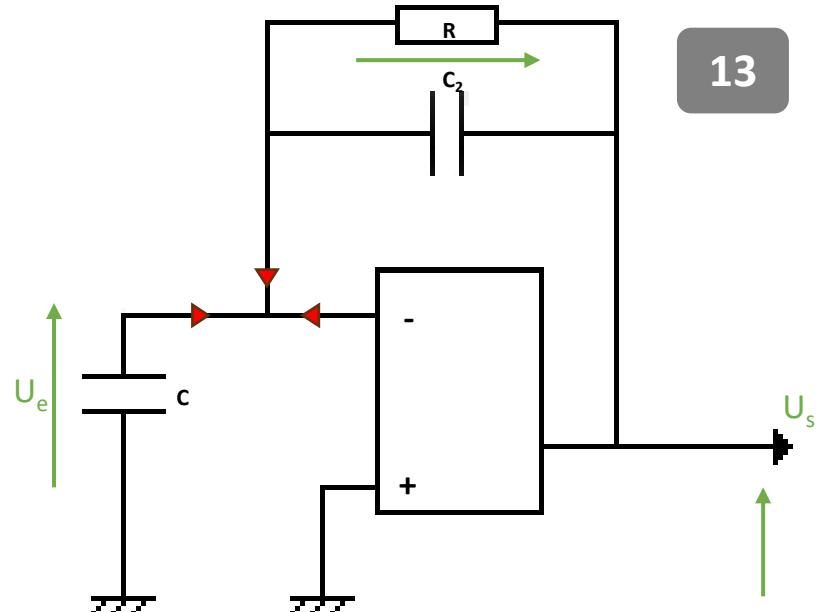
$$q = CU_e = -C_2 U_s$$

$$U_e = \frac{-C_2}{C} U_s$$

Le circuit électrique : amplificateur de charge



$R = 10M\Omega$
 $C = 6,45nF$
 $C_2 = 0,1\mu F$



Par conservation de la charge :

$$q = CU_e = -C_2 U_s$$

$$U_e = \frac{-C_2}{C} U_s$$

Introduction

Absorption des chocs

Durabilité

Conclusion



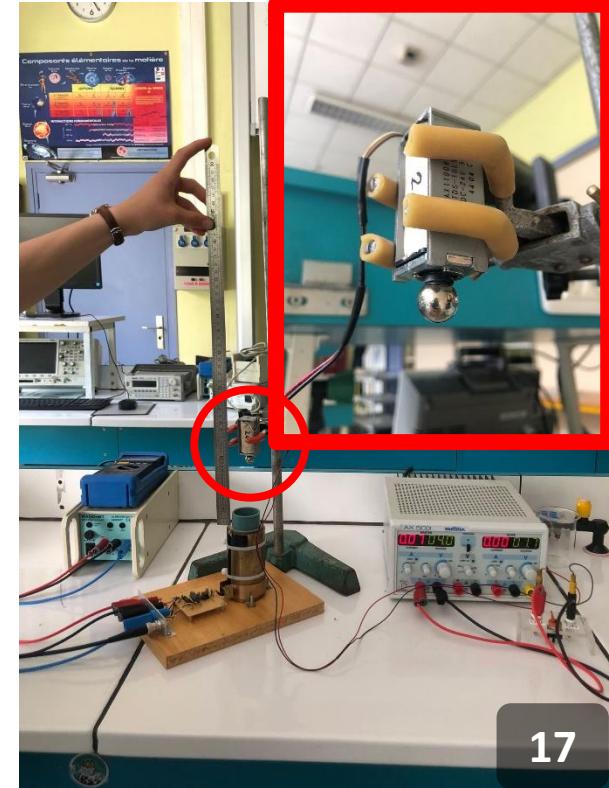
La conception du dispositif expérimental



15



16



17

Comment relier la tension mesurée à la déformation subie par le matériau ?

$$\begin{cases} F = kx + \alpha q & (1) \\ U_e = \alpha x + \frac{q}{C} & (2) \end{cases}$$

$$F = \frac{\alpha C(1 + \alpha d) - dk}{1 + \frac{S^E e}{A}(\alpha^2 C - k)} U_e$$

$$F = \frac{\alpha C(1 + \alpha d) - dk}{1 + \frac{S^E e}{A}(\alpha^2 C - k)} \frac{C_2}{C} U_s$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{e} = 6,45 \times 10^{-9} F$$

$$\alpha = \frac{d}{S^E \varepsilon^T - d^2} = 3,05 \times 10^9 V.m^{-1}$$

$$k = \frac{\varepsilon^T}{S^E \varepsilon^T - d^2} \frac{A}{e} = 6,81 \times 10^{10} F.m^{-1}$$

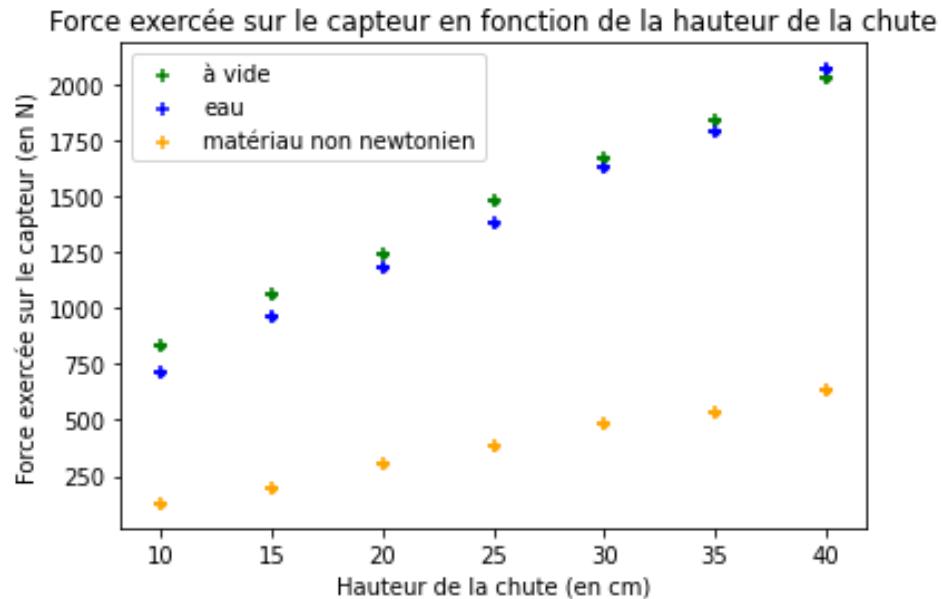
Résultats expérimentaux

- Tableau de valeurs, graphe avec barres d'erreurs
- Incertitudes de type A : $\times 6$

Tableau de valeurs pour le mélange eau/maïzena :

```
In [4]: print(F3)
[125.28835063 200.80738178 303.57554787 383.91580161 482.29527105
 538.35063437 630.44982699]
```

```
In [7]: print(I3)
[ 7.86330647 10.09543533  6.89885145 13.1692199  10.52681247  9.40076137
 17.55465779]
```



Graphe
1

Problème identifié : la fermentation alcoolique

Destruction de l'amidon : $(C_6H_{12}O_5)_n + nH_2O \rightarrow nC_6H_{12}O_6$ (A) → modification de structure

Réaction de fermentation : $C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2CO_2 + 2C_2H_5OH$ (B) → odeur nauséabonde



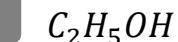
18



19

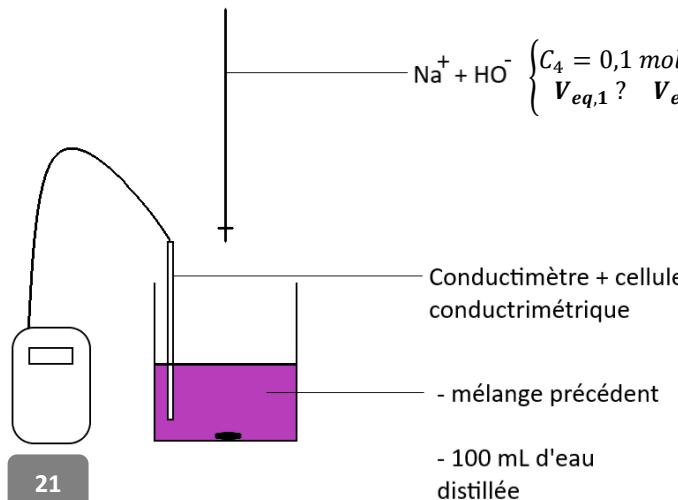
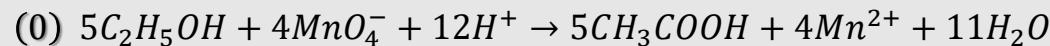
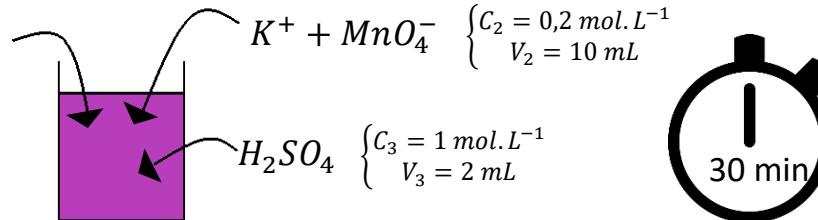
Titrage en retour

20

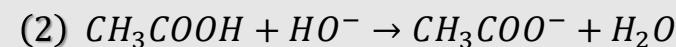


$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \text{ inconnue} \\ V_1 = 10 \text{ mL} \end{array} \right.$

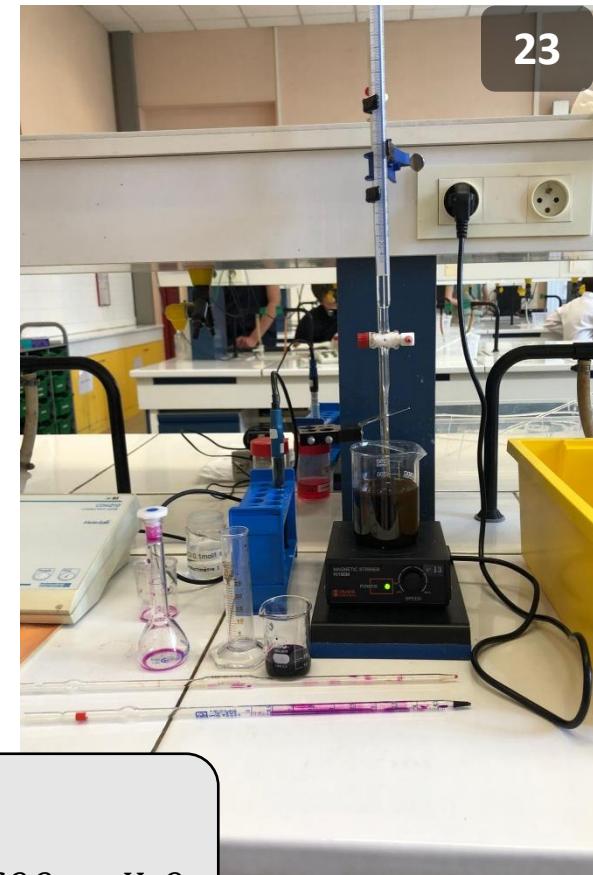
Mé lange
eau/maïzena
fermenté



21

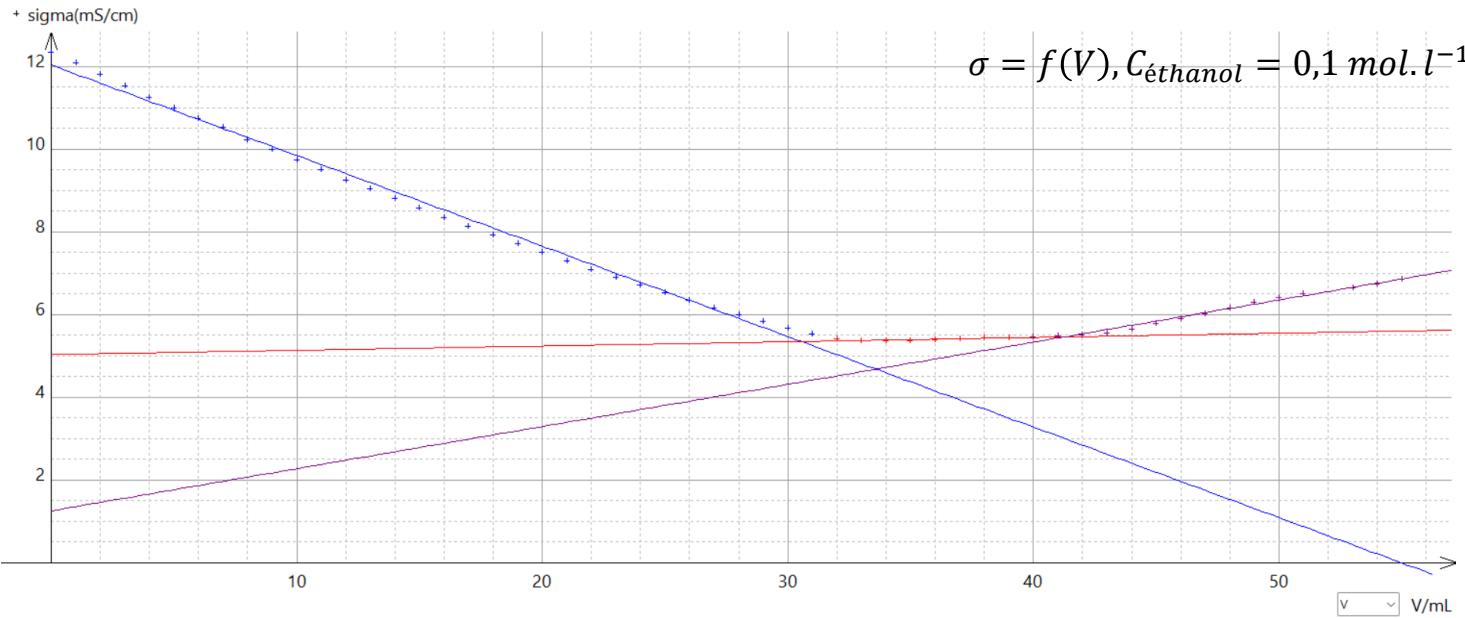


22



23

Référence



$$C_{C_2H_5OH} = \frac{C_4(V_{eq2} - V_{eq1})}{V_0} = \frac{0,1 \times (41,2 - 30,6)}{10} = 0,10600 \pm 0,00074 \text{ mol.L}^{-1}$$

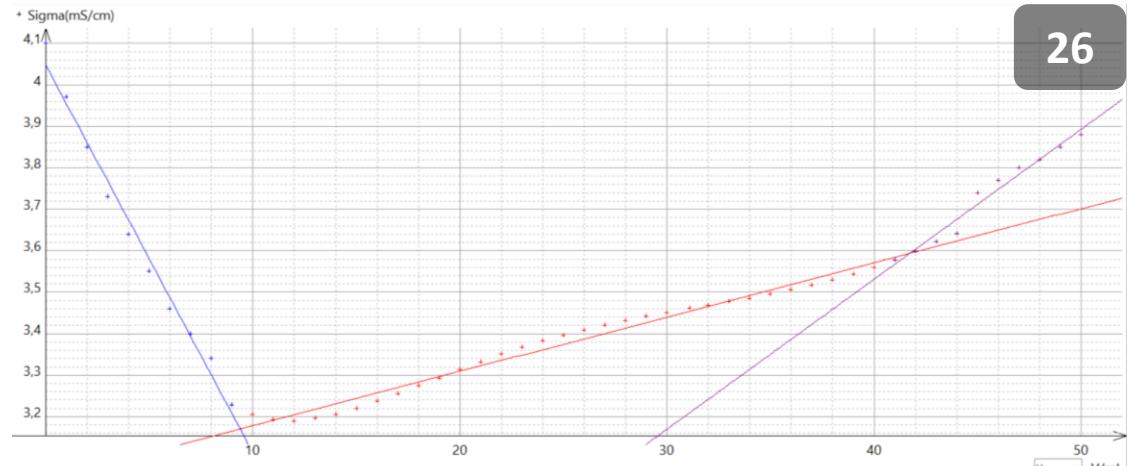
À l'équivalence, $n_{CH_3COOH} = n_{HO^-}$
Or, $n_{C_2H_5OH} = n_{CH_3COOH}$

$$n_{C_2H_5OH} = C_4 \times (V_{eq2} - V_{eq1})$$

Résultats

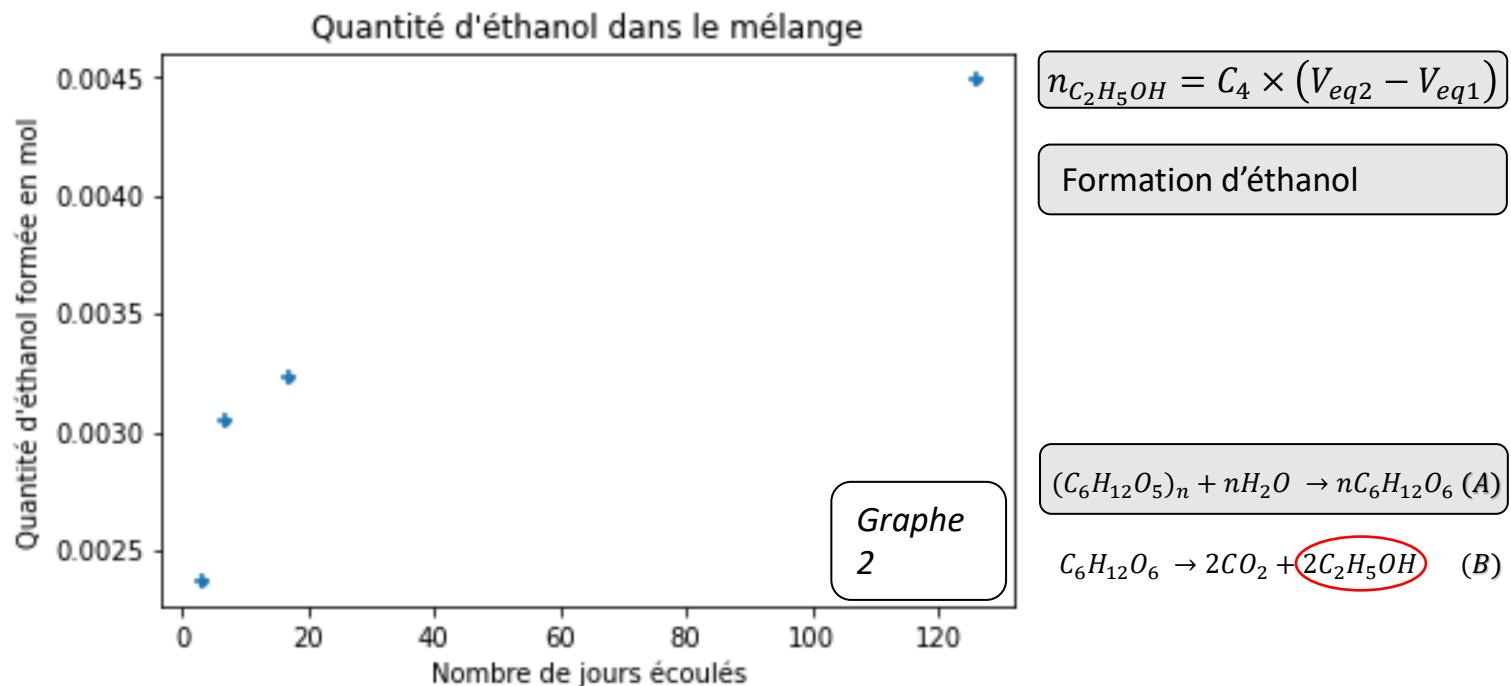


| durée écoulée (en jours) | Veq1 (en mL) | Veq2 (en mL) | Veq2-Veq1 (en mL) |
|--------------------------|--------------|--------------|-------------------|
| 3 | 26,7 | 50,4 | 23,7 |
| 7 | 16,9 | 47,4 | 30,5 |
| 17 | 9,4 | 41,7 | 32,3 |
| (4 mL d'acide) | 126 | 45,3 | 44,9 |



$$\sigma = f(V), 17 \text{ jours}$$

Graphe avec barres d'erreurs, simulation Monte Carlo



```

28 Veq1_mc=random.uniform(Veq1-u_Veq,Veq1+u_Veq,(N,len(n))) #Simulation de N valeurs pour chacune des n valeurs de Veq1
29 Veq2_mc=random.uniform(Veq2-u_Veq,Veq2+u_Veq,(N,len(n))) #Simulation de N valeurs pour chacune des n valeurs de Veq2
  
```

Dans quelle mesure un mélange d'eau et d'amidon de maïs pourrait-il être utilisé pour concevoir un casque de vélo ?

ANNEXES

Programme partie 1

```
1 #Importation des modules utiles
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5
6 #Hauteurs
7
8 H=np.arange(10,45,5)
9
10 #Valeurs
11
12 d=289e-12 #en C/N ou m/V
13 epsilonT=1.15e-8 #en F/m
14 epsilon0=8.85e-12 #en F/m
15 sE=15.5e-12 #en m2/N
16 r=2.5e-2 #en m
17 A=np.pi*r**2
18 e=3.5e-3 #en m
19 C=epsilonT*A/e
20 k=(epsilonT/(sE*epsilonT-d**2))*(A/e) #en N/m
21 alpha=d/(sE*epsilonT-d**2)#en V/m
22 C2=0.1e-6 #en F
23 beta=C2/C
24
25 #Coefficient formule piezoélectricité
26
27 B=(alpha*C*(1+alpha*d)-d*k)/(1+(sE*e/A)*(C*alpha**2-k))
28
29 #Mesures à vide -----
30 U11=np.array([2.3250,2.3438,2.4438,2.3750,2.4188,2.4625]) #6 mesures pour H=10cm
31 U12=np.array([3.0375,2.9813,3.1250,3.1625,3.0688,3.0438]) #6 mesures pour H=15cm
32 U13=np.array([3.4750,3.6000,3.5125,3.5875,3.6375,3.6625]) #6 mesures pour H=20cm
33 U14=np.array([4.2125,4.4000,4.2750,4.2000,4.2250,4.3625]) #6 mesures pour H=25cm
34 U15=np.array([4.8750,4.7375,4.9000,4.9125,4.7500,4.7625]) #6 mesures pour H=30cm
35 U16=np.array([5.2375,5.3375,5.3250,5.3000,5.1875,5.4375]) #6 mesures pour H=35cm
36 U17=np.array([5.8250,5.7000,5.8625,5.8750,6.0000,5.8000]) #6 mesures pour H=40cm
37
```

```

38 #Tension en entrée à vide
39 U1=beta*np.array([U11,U12,U13,U14,U15,U16,U17]) #tableau 7 lignes, 6 colonnes
40
41 #Mesures pour l'eau -----
42 U21=np.array([2.0687,2.1000,2.0438,2.0437,2.0563,2.0313]) #6 mesures pour H=10cm
43 U22=np.array([2.7875,2.6563,2.7625,2.9063,2.7563,2.8938]) #6 mesures pour H=15cm
44 U23=np.array([3.3313,3.4000,3.5313,3.5625,3.4188,3.2438]) #6 mesures pour H=20cm
45 U24=np.array([4.1000,4.0875,4.0000,3.9000,3.9375,3.9250]) #6 mesures pour H=25cm
46 U25=np.array([4.6375,4.8250,4.7125,4.8375,4.6750,4.6000]) #6 mesures pour H=30cm
47 U26=np.array([5.1625,5.1500,5.1625,5.1250,5.1125,5.2750]) #6 mesures pour H=35cm
48 U27=np.array([5.7125,6.0125,6.0250,6.1000,5.8875,6.0500]) #6 mesures pour H=40cm
49
50 #Tension en entrée pour l'eau
51 U2=beta*np.array([U21,U22,U23,U24,U25,U26,U27]) #tableau 7 lignes, 6 colonnes
52
53 #Mesures pour le matériau non newtonien -----
54 U31=np.array([292.5e-3,432.5e-3,325.0e-3,350.0e-3,425.0e-3,347.5e-3]) #6 mesures pour H=10cm
55 U32=np.array([615.0e-3,512.5e-3,634.0e-3,676.5e-3,502.0e-3,542.0e-3]) #6 mesures pour H=15cm
56 U33=np.array([814.0e-3,932.5e-3,891.5e-3,923.0e-3,826.5e-3,876.5e-3]) #6 mesures pour H=20cm
57 U34=np.array([1.0375,1.1500,1.0563,1.2355,1.1813,996.5e-3]) #6 mesures pour H=25cm
58 U35=np.array([1.2750,1.4875,1.4375,1.3500,1.4255,1.3875]) #6 mesures pour H=30cm
59 U36=np.array([1.5325,1.4775,1.5245,1.6665,1.5985,1.5355]) #6 mesures pour H=35cm
60 U37=np.array([1.6525,1.8995,1.9875,1.7125,1.8050,1.8750]) #6 mesures pour H=40cm
61
62 #Tension en entrée pour le matériau non newtonien
63 U3=beta*np.array([U31,U32,U33,U34,U35,U36,U37]) #tableau 7 lignes, 6 colonnes
64
65 #Forces exercées sur le capteur -----
66
67 #À vide
68 F1=np.zeros(7)
69 for i in range(7):
70     F1[i]=B*np.mean(U1[i,:])
71
72 #Eau
73 F2=np.zeros(7)
74 for i in range(7):
75     F2[i]=B*np.mean(U2[i,:])
76

```

```

77 #Matériau non newtonien
78 F3=np.zeros(7)
79 for i in range(7):
80     F3[i]=B*np.mean(U3[i,:])
81
82 #Incertides sur les valeurs de forces -----
83
84 #À vide
85 I1=np.zeros(7)
86 for i in range(7):
87     I1[i]=B*(np.std(U1[i,:],ddof=1)/np.sqrt(6))
88 #Eau
89 I2=np.zeros(7)
90 for i in range(7):
91     I2[i]=B*(np.std(U2[i,:],ddof=1)/np.sqrt(6))
92
93 #Matériau non newtonien
94 I3=np.zeros(7)
95 for i in range(7):
96     I3[i]=B*(np.std(U3[i,:],ddof=1)/np.sqrt(6))
97
98 #Tracé des graphes F=f(H) + barres d'erreurs -----
99
100 #À vide
101 plt.scatter(H,F1,marker="+",label="à vide",color="green")
102 for i in range(7):
103     plt.errorbar(H[i],F1[i],xerr=0.5/np.sqrt(3),yerr=I1[i],fmt='.',color="green") #demi étendue pour les mesures de hauteurs=0.5mm
104
105 #Eau
106 plt.scatter(H,F2,marker="+",label="eau",color="blue")
107 for i in range(7):
108     plt.errorbar(H[i],F2[i],xerr=0.5/np.sqrt(3),yerr=I2[i],fmt='.',color="blue") #demi étendue pour les mesures de hauteurs=0.5mm
109
110 #Matériau non newtonien
111 plt.scatter(H,F3,marker="+",label="matériau non newtonien",color="orange")
112 for i in range(7):
113     plt.errorbar(H[i],F3[i],xerr=0.5/np.sqrt(3),yerr=I3[i],fmt='.',color="orange") #demi étendue pour les mesures de hauteurs=0.5mm
114
115 plt.title("Force exercée sur le capteur en fonction de la hauteur de la chute")
116 plt.xlabel("Hauteur de la chute (en cm)")
117 plt.ylabel("Force exercée sur le capteur (en N)")
118 plt.legend()
119 plt.show()

```

Quelques oscilloscopes

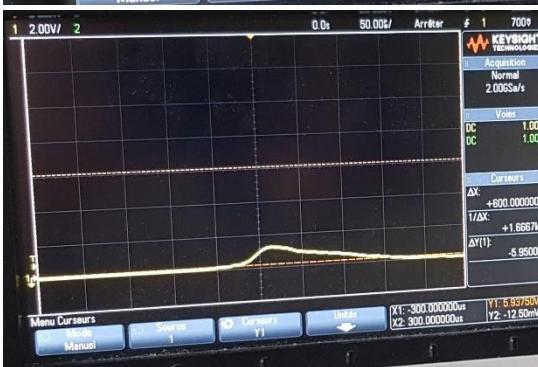
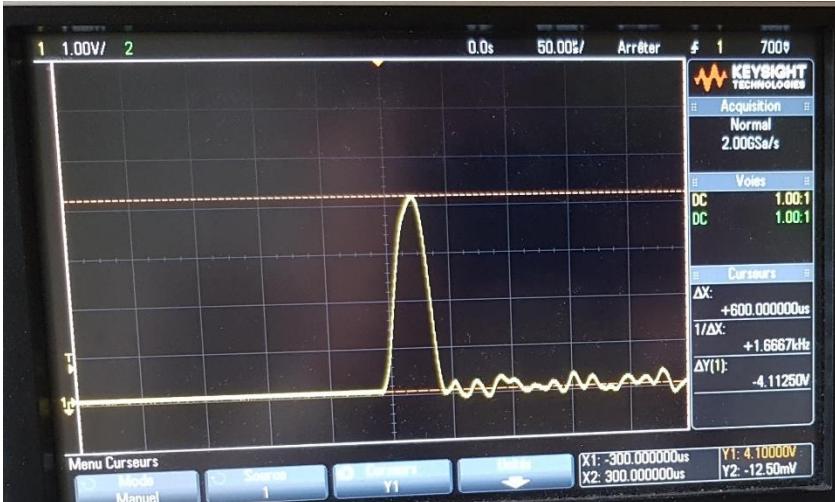


Tableau de valeurs complet

```
In [2]: print(F1)
```

```
[ 828.65628604 1062.22029988 1238.46597463 1480.6805075 1668.82929642  
1835.35178777 2022.05882353]
```

```
In [3]: print(F2)
```

```
[ 711.86851211 966.70703576 1181.52825836 1381.19953864 1631.34371396  
1787.05305652 2063.86966551]
```

```
In [4]: print(F3)
```

```
[125.28835063 200.80738178 303.57554787 383.91580161 482.29527105  
538.35063437 630.44982699]
```

```
In [5]: print(I1)
```

```
[ 7.84619869 9.19679275 10.21510357 11.853982 11.46624403 12.2166783  
13.93736162]
```

```
In [6]: print(I2)
```

```
[ 3.45874248 13.24979844 16.93212544 12.1141589 13.83256794 8.16215678  
20.08388561]
```

```
In [7]: print(I3)
```

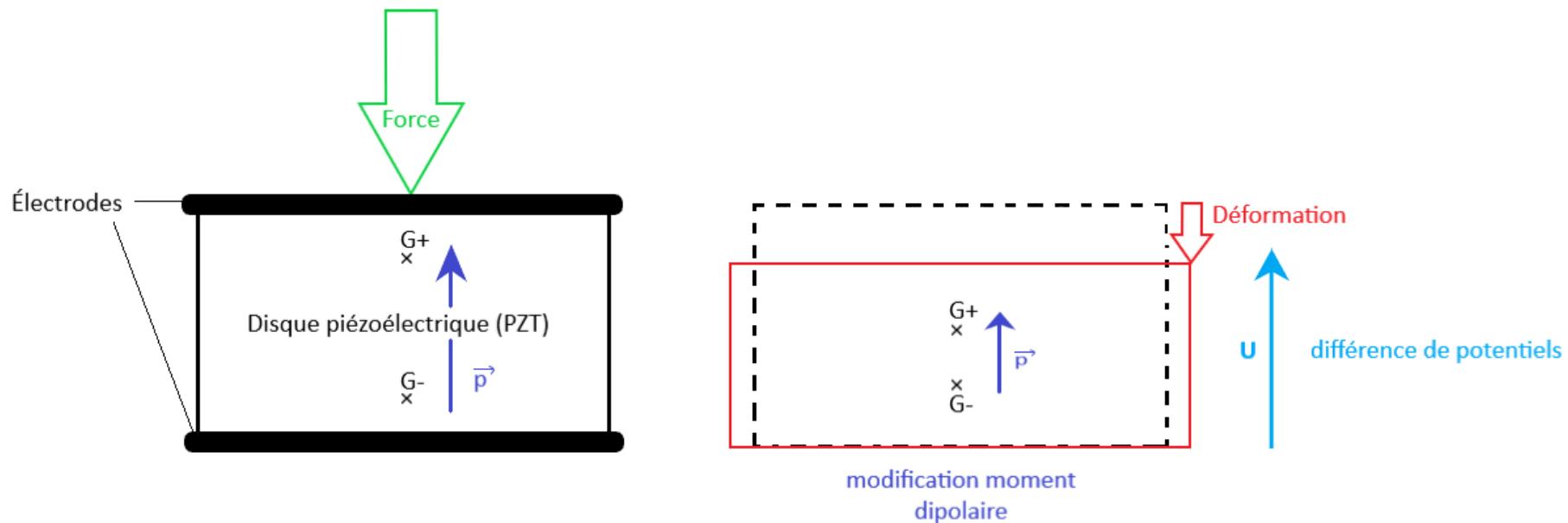
```
[ 7.86330647 10.09543533 6.89885145 13.1692199 10.52681247 9.40076137  
17.55465779]
```

1 : à vide

2: eau

3 : mélange eau/maïzena

L'effet piézoélectrique direct



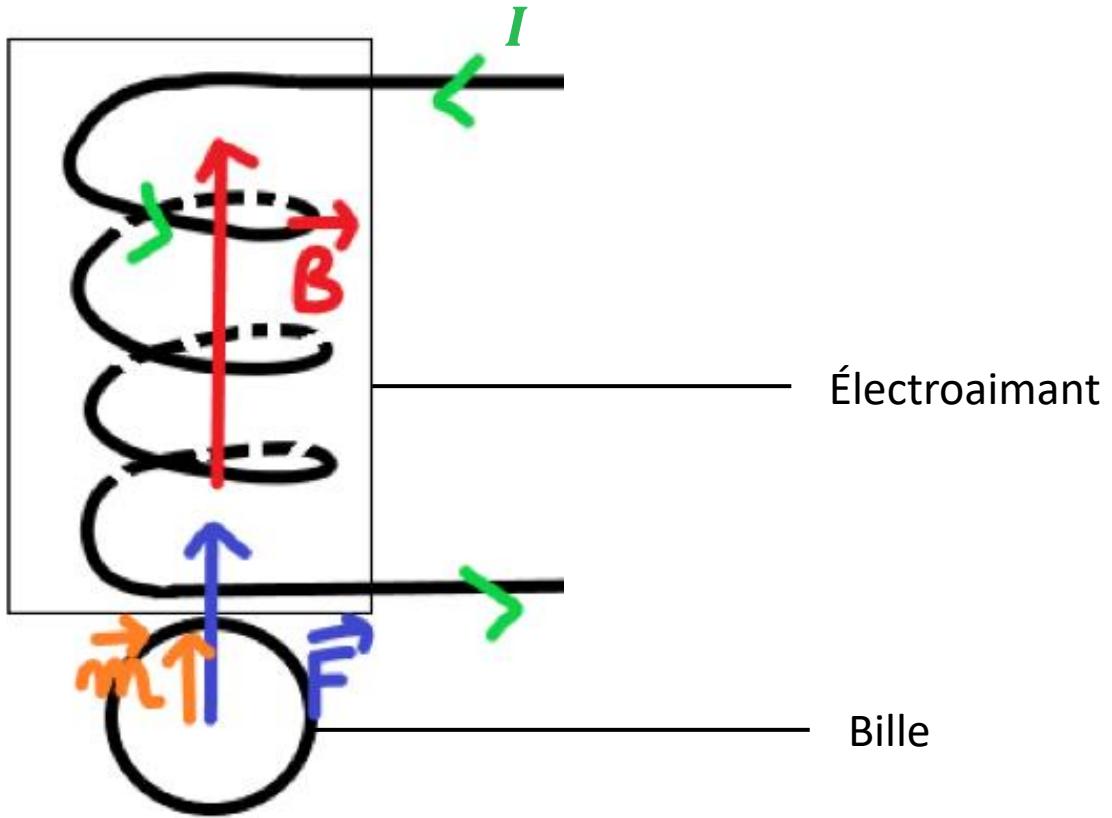
$$\begin{cases} \vec{F} = (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{E} \\ \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \end{cases}$$

Unidimensionnel :

$$F = p \frac{d^2 V}{dz^2}$$

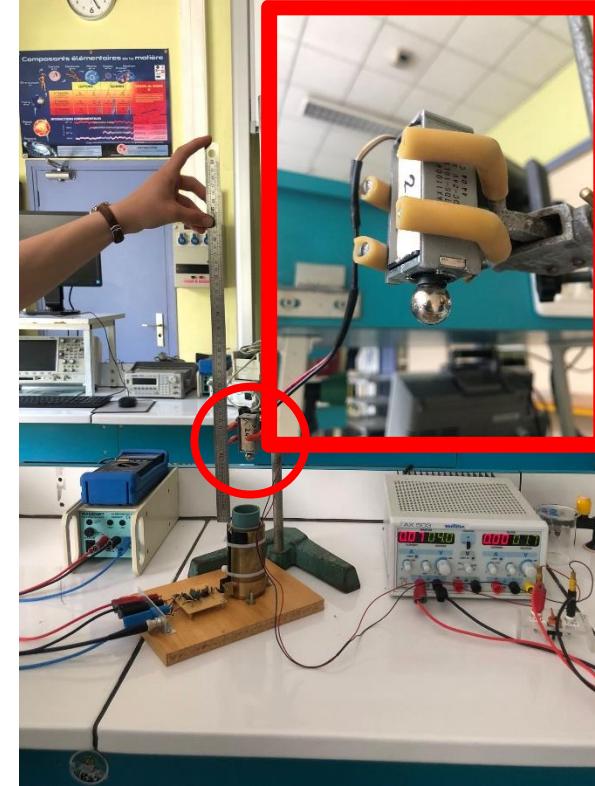
Électroaimant

Conversion d'énergie électrique en énergie magnétique



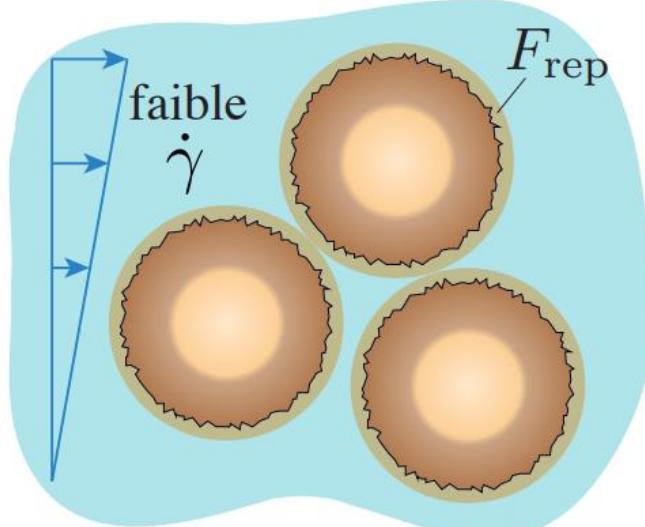
Aligner le moment magnétique avec le champ magnétique : $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$

Apparition d'une force d'origine magnétique maintenant la bille : $\vec{F} = (\vec{m} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B}$



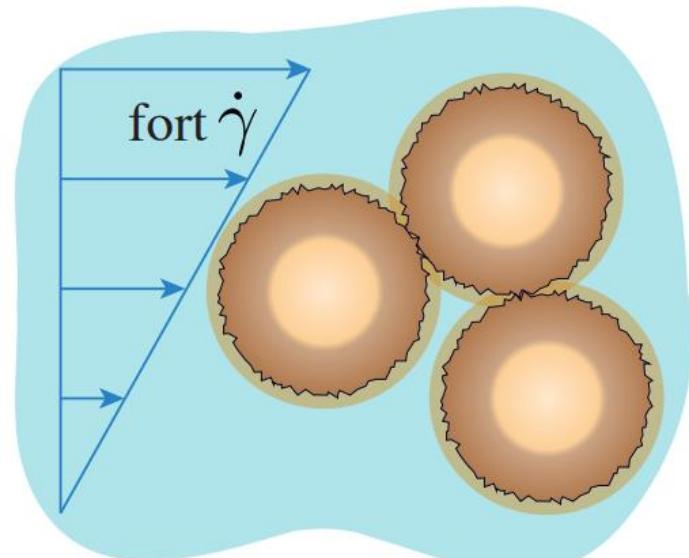
Modèle microscopique de transition frictionnelle

Faible contrainte



Comportement non-frottant

Forte contrainte



Comportement frottant

Formation d'amas hydrodynamiques de particules

Incertitudes de type A sur les mesures

Écart type : np.std

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Incertitude de type A

$$u(x) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Programme partie 2

```
1 #Importation des modules utiles
2
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import numpy as np
5 from numpy import random
6
7 #Concentration en hydroxyde de sodium, en mol/L
8
9 C=0.1
10
11 #Graduation en abisses
12
13 J=np.array([3,7,17,126])
14
15 #Volumes équivalents en mL
16
17 Veq1=np.array([26.7,16.9,9.4,45.3])
18 Veq2=np.array([50.4,47.4,41.7,90.2])
19
20 #Calcul des quantités de matière d'éthanol
21
22 n=np.array(C*(Veq2-Veq1)*10**-3)
23
24 #Simulation Monte Carlo
25
26 u_Veq=0.05 #en mL
27 N=1000
28 Veq1_mc=random.uniform(Veq1-u_Veq,Veq1+u_Veq,(N,len(n))) #Simulation de N valeurs pour chacune des n valeurs de Veq1
29 Veq2_mc=random.uniform(Veq2-u_Veq,Veq2+u_Veq,(N,len(n))) #Simulation de N valeurs pour chacune des n valeurs de Veq2
30 n_mc=C*((Veq2_mc-Veq1_mc)*10**-3)
31
32 u_n=np.empty(len(n))
33 for k in np.arange(len(n)):
34     u_n[k]=np.std(n_mc[:,k],ddof=1)
35
36 u_n_moy=np.mean(u_n)
37
```

```

38 #Tracé des graphes
39
40 plt.scatter(J,n,marker='+')
41 plt.title("Quantité d'éthanol dans le mélange")
42 plt.xlabel("Nombre de jours écoulés")
43 plt.ylabel("Quantité d'éthanol formée en mol")
44 plt.errorbar(J,n,xerr=0,yerr=u_n_moy,fmt='.')
45 plt.show()
46
47 #Régression linéaire : tracé de n=f(J)
48
49 a=np.zeros(N)
50 b=np.zeros(N)
51 for j in range(N):
52     a[j],b[j]=np.polyfit(J,n_mc[:,j],1)
53 A=np.mean(a)
54 B=np.mean(b)
55 plt.scatter(J,n,marker='+',color='orange')
56 plt.plot(J,A+J+B,color='orange')
57 plt.title("Régression linéaire : tracé de n=f(J)")
58 plt.xlabel("Nombre de jours écoulés")
59 plt.ylabel("Quantité d'éthanol dans le mélange")
60 print("Le coefficient de corrélation pour la régression linéaire n=f(J) est {:.2f} ".format(np.corrcoef(J,n)[0][1]))
61 plt.show()
62

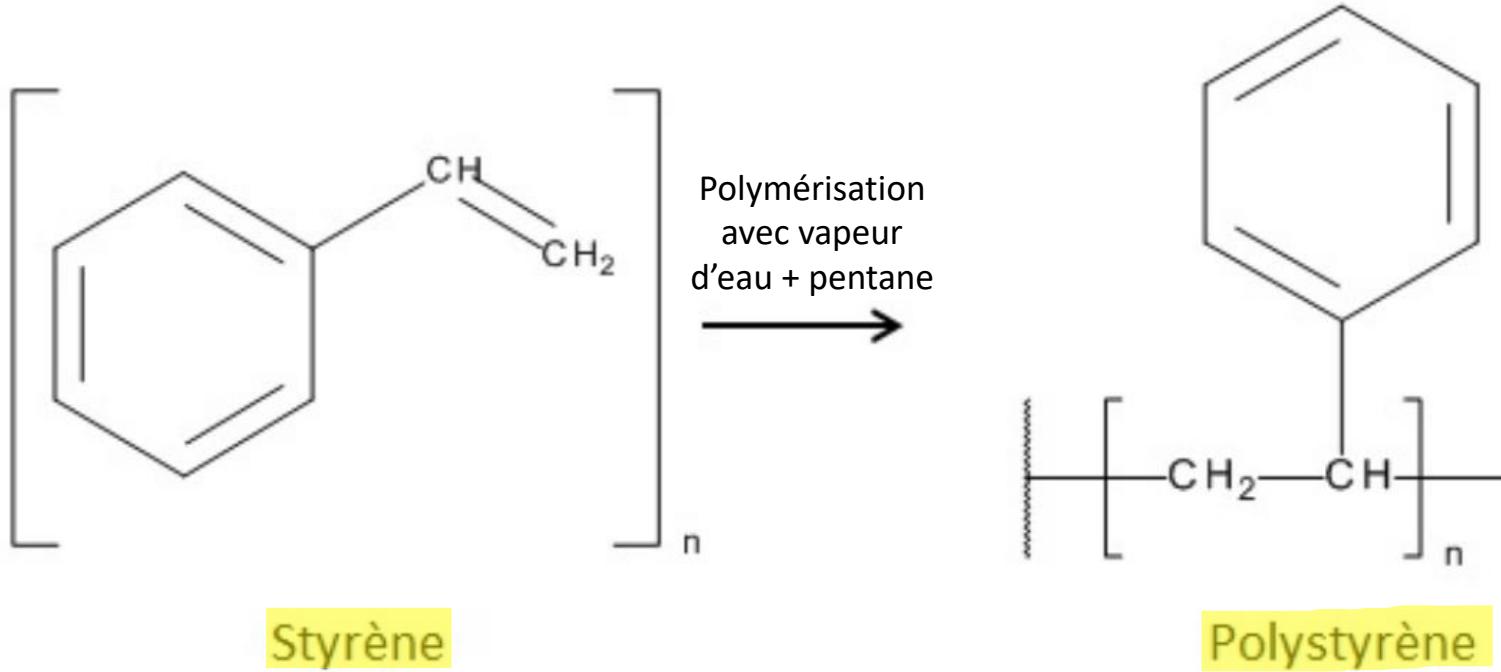
```

```

63 #Régression linéaire : tracé de ln(n)=f(J)
64
65 a=np.zeros(N)
66 b=np.zeros(N)
67 c=np.log(n_mc)
68 for j in range(N):
69     a[j],b[j]=np.polyfit(J,c[j,:],1)
70 A=np.mean(a)
71 B=np.mean(b)
72 plt.scatter(J,np.log(n),marker='+',color='green')
73 plt.plot(J,A*J+B,color='green')
74 plt.title("Régression linéaire : tracé de ln(n)=f(J)")
75 plt.xlabel("Nombre de jours écoulés")
76 plt.ylabel("ln(Quantité d'éthanol dans le mélange)")
77 print("Le coefficient de corrélation pour la régression linéaire ln(n)=f(J) est {:.2f} ".format(np.corrcoef(J,np.log(n))[0][1]))
78 plt.show()
79
80 #Régression linéaire : tracé de 1/n=f(J)
81
82 a=np.zeros(N)
83 b=np.zeros(N)
84 c=1/(n_mc)
85 for j in range(N):
86     a[j],b[j]=np.polyfit(J,c[j,:],1)
87 A=np.mean(a)
88 B=np.mean(b)
89 plt.scatter(J,1/(n),marker='+',color='purple')
90 plt.plot(J,A*J+B,color='purple')
91 plt.title("Régression linéaire : tracé de 1/n=f(J)")
92 plt.xlabel("Nombre de jours écoulés")
93 plt.ylabel("1/(Quantité d'éthanol dans le mélange)")
94 print("Le coefficient de corrélation pour la régression linéaire 1/n=f(J) est {:.2f} ".format(np.corrcoef(J,1/n)[0][1]))
95 plt.show()

```

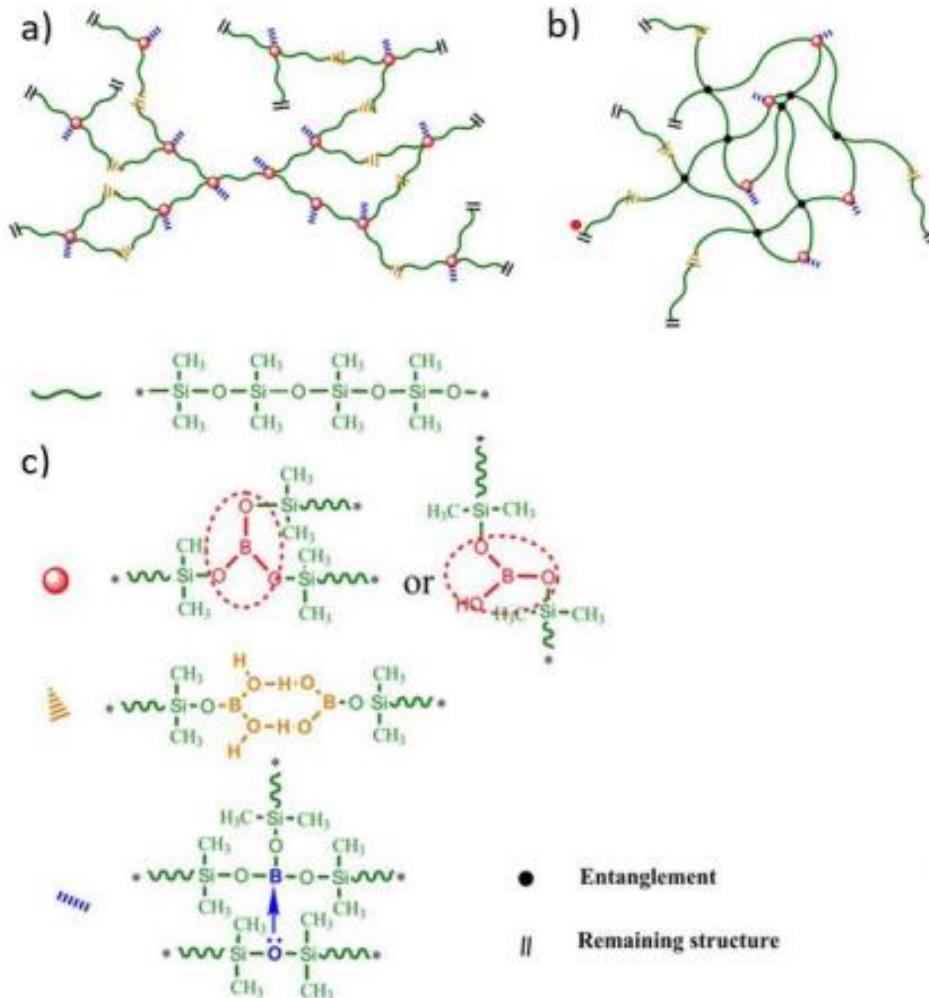
Structure du polystyrène expansé



Sous forme de billes issues du pétrole

Expansion (=emprisonnement des bulles de gaz) à haute température

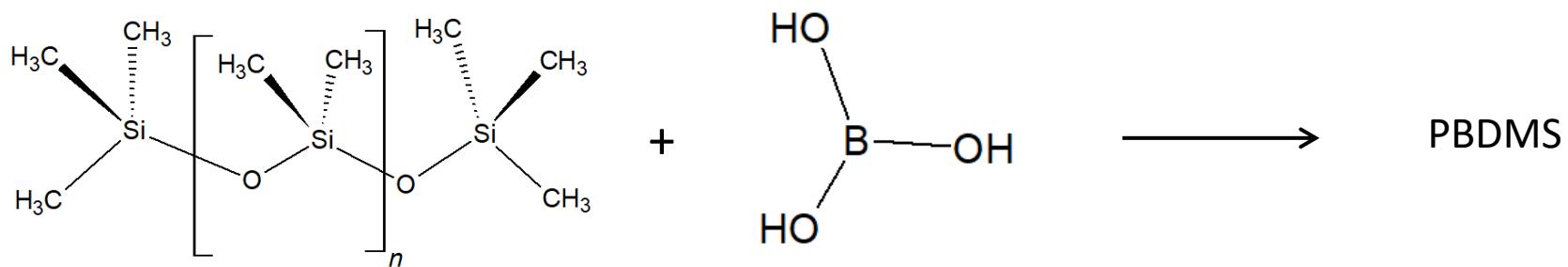
Structure du polyborodimethylsiloxane (PBDMS)



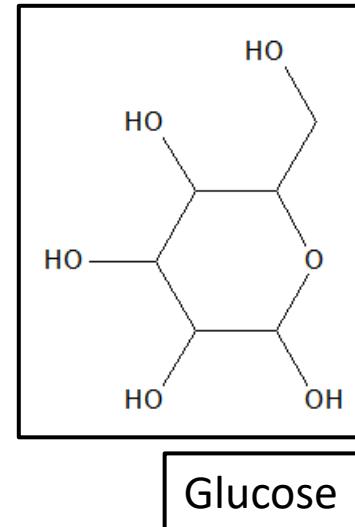
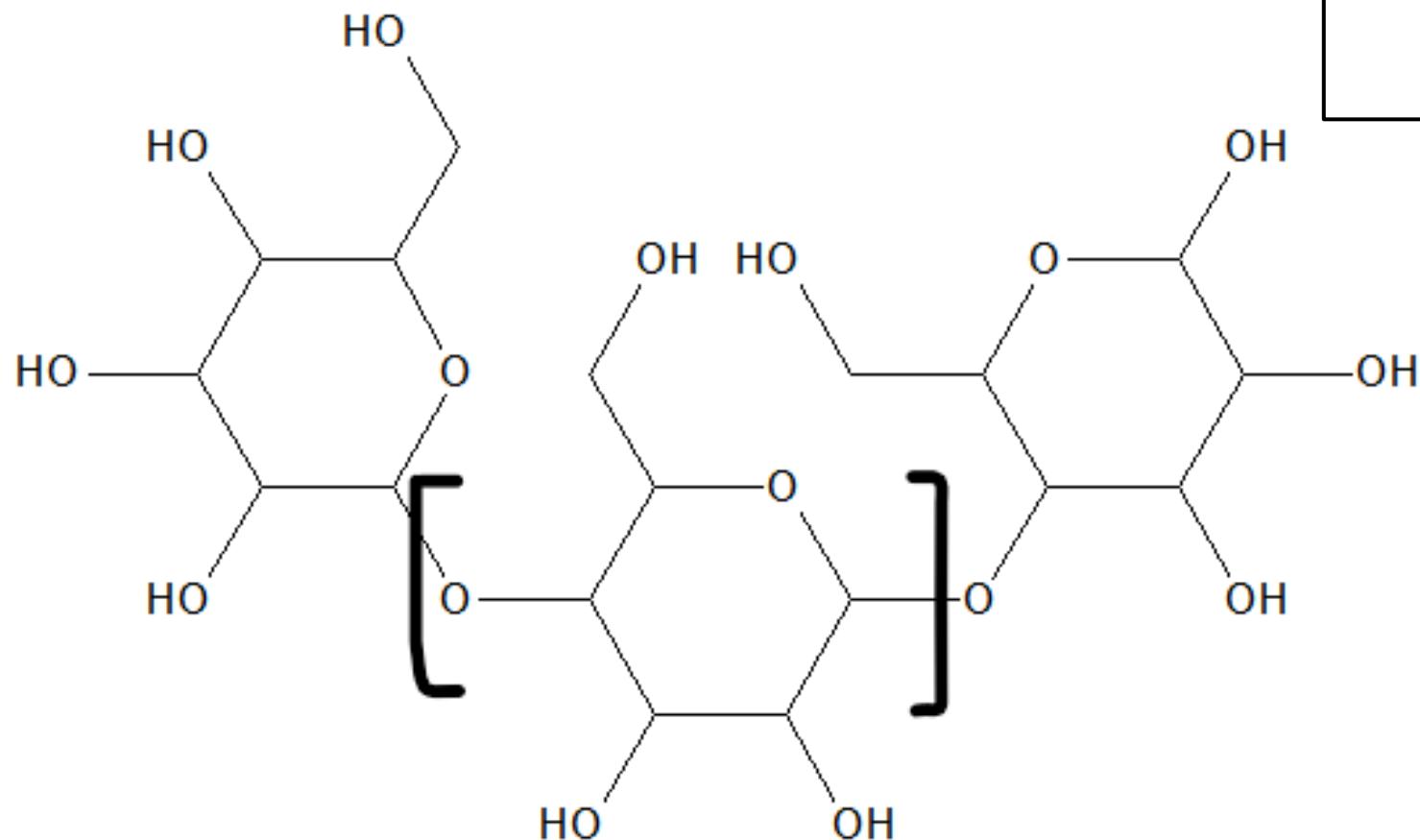
Deux structures existantes du PBDMS

- Précursors avec masses molaires faibles
- Précursors avec masses molaires élevées
- Interactions dans le PBDMS

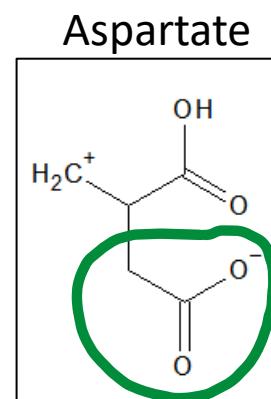
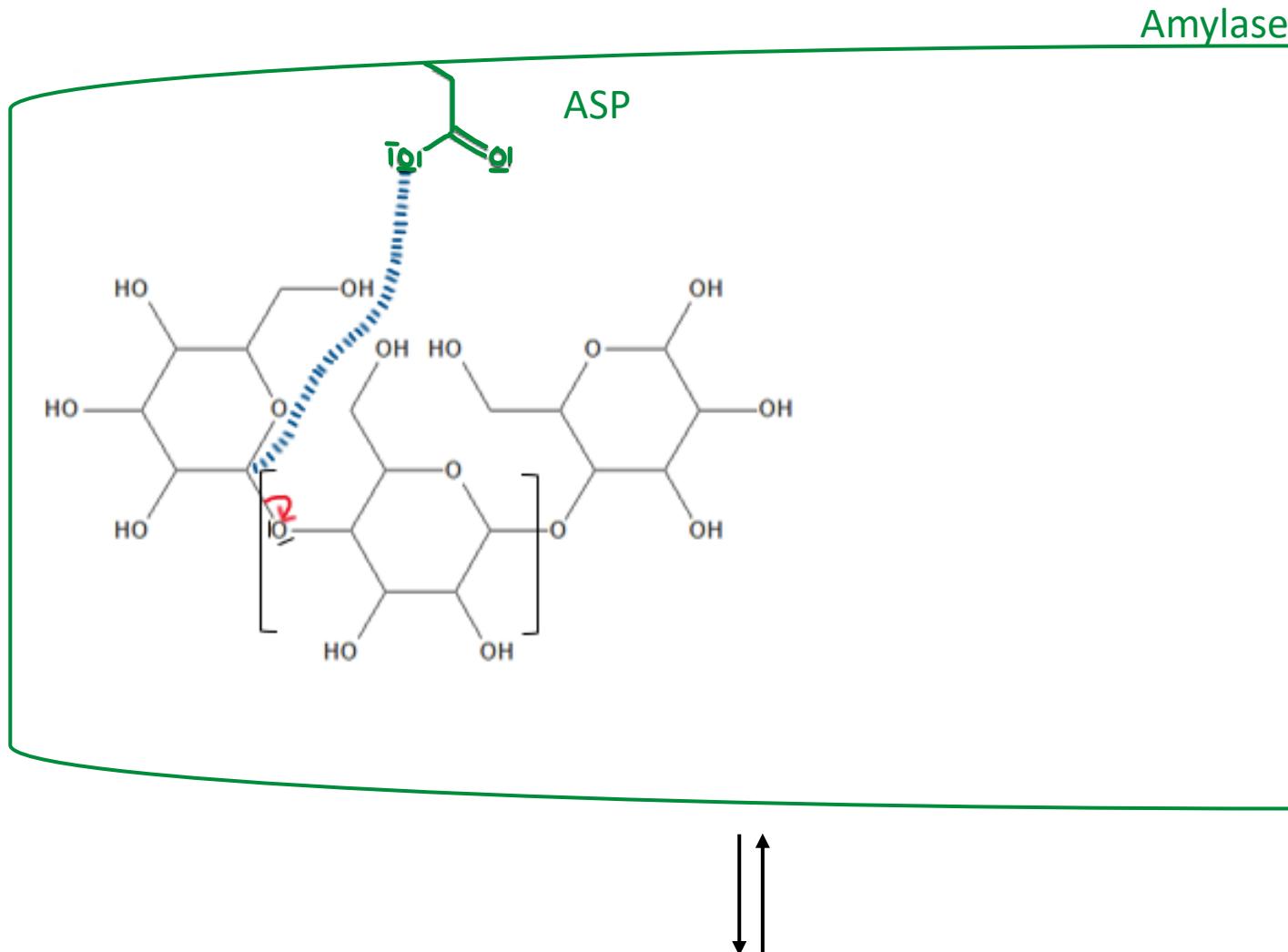
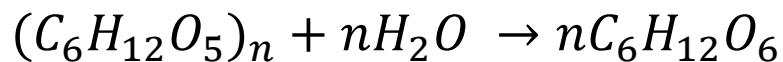
Bilan synthèse du PBDMS



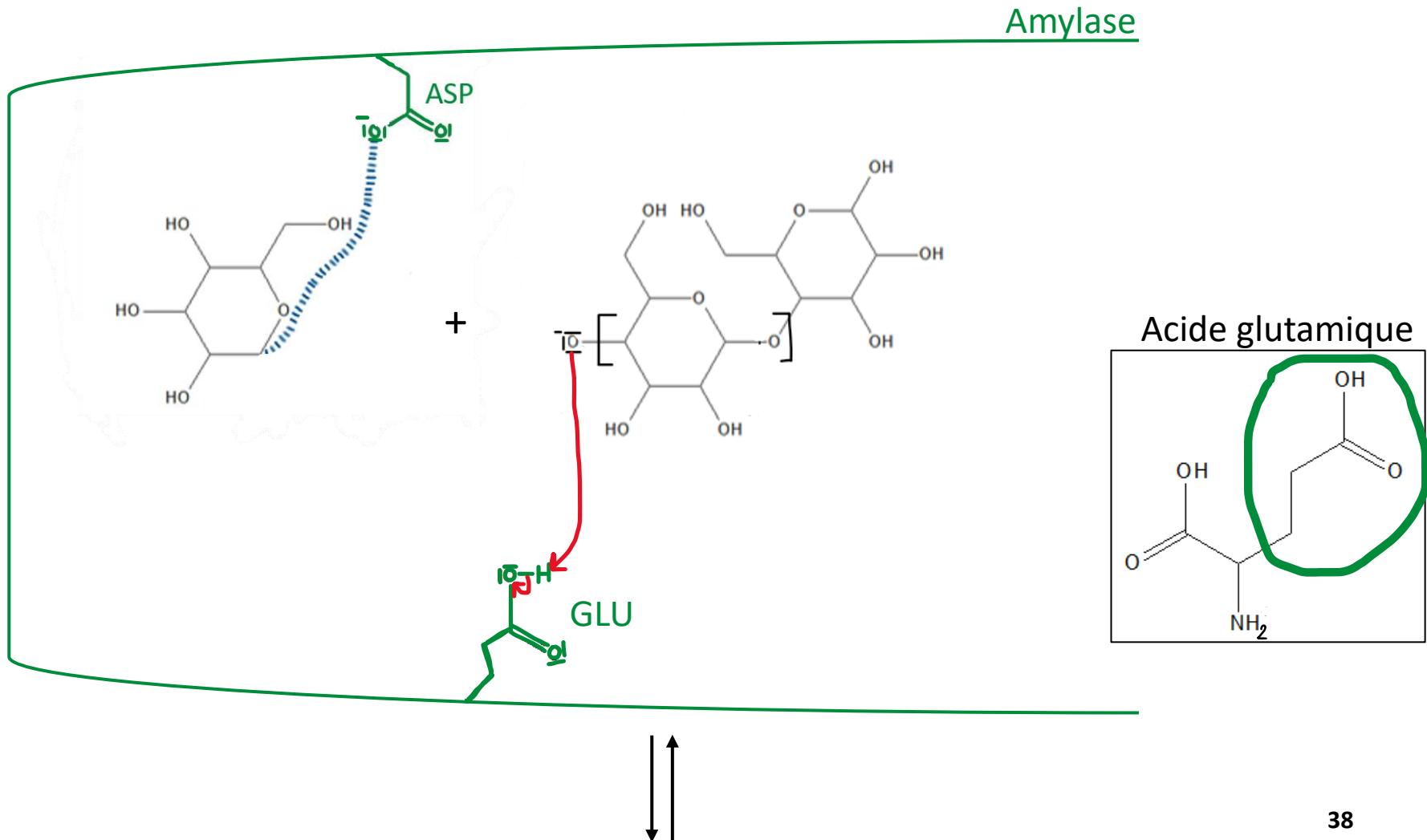
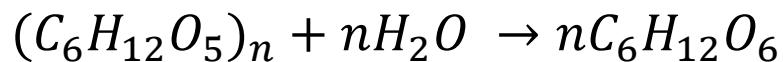
Structure de l'amidon



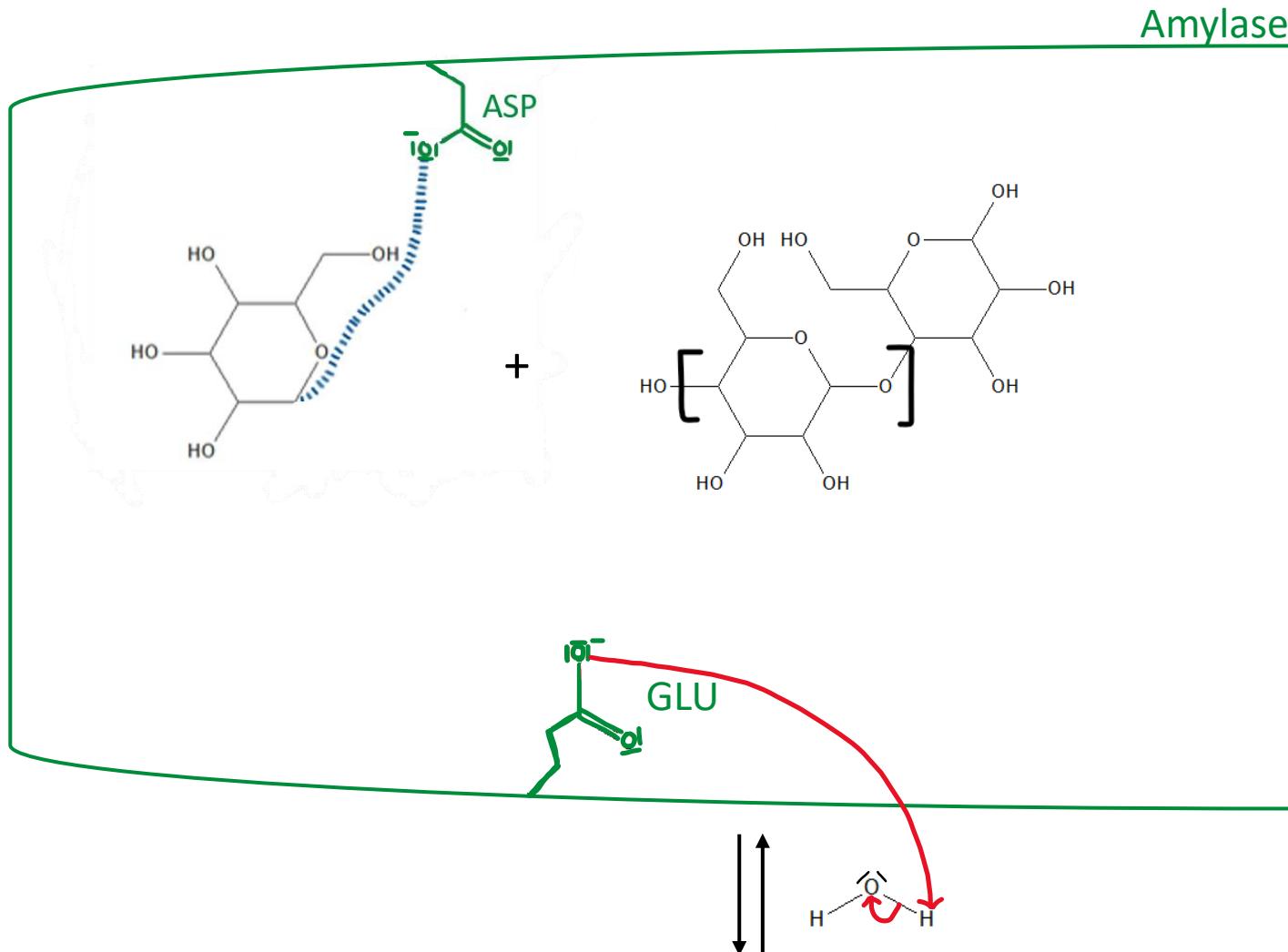
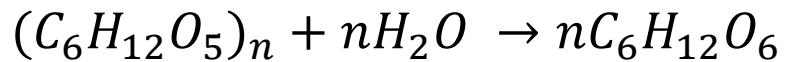
Mécanisme hydrolyse amidon



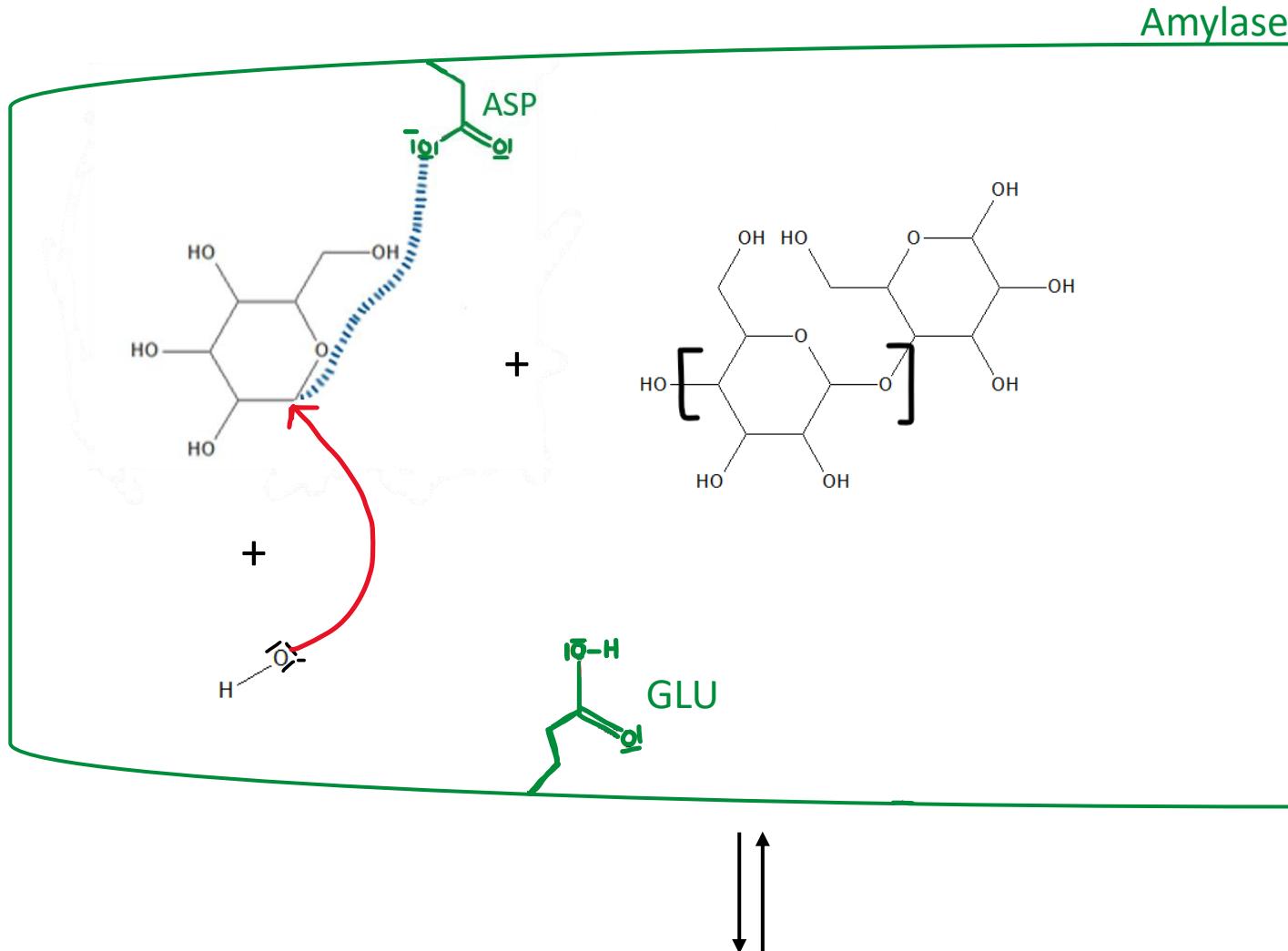
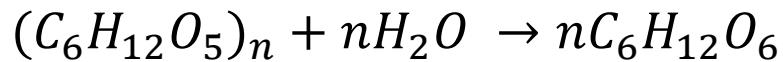
Mécanisme hydrolyse amidon



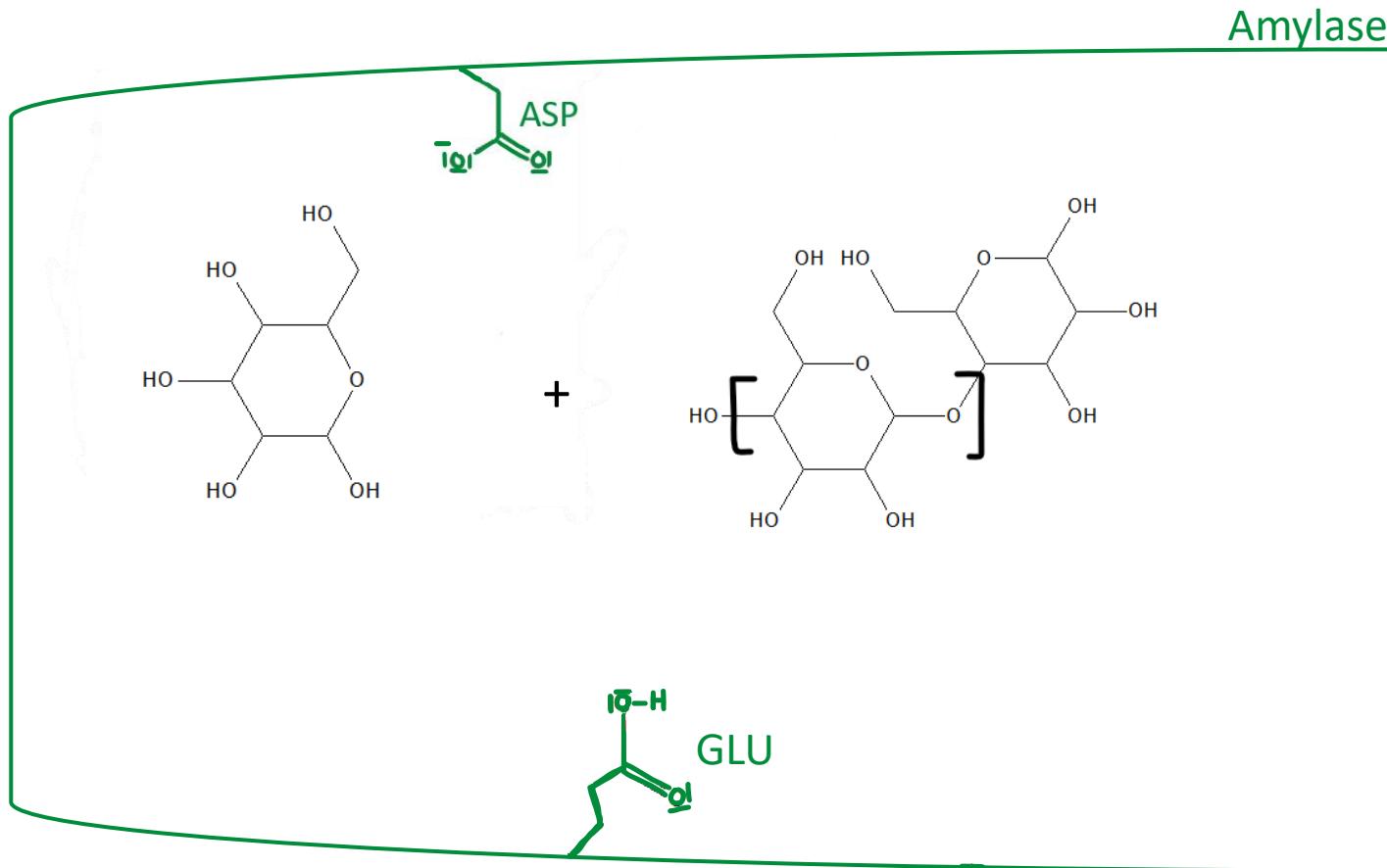
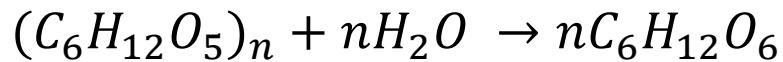
Mécanisme hydrolyse amidon



Mécanisme hydrolyse amidon

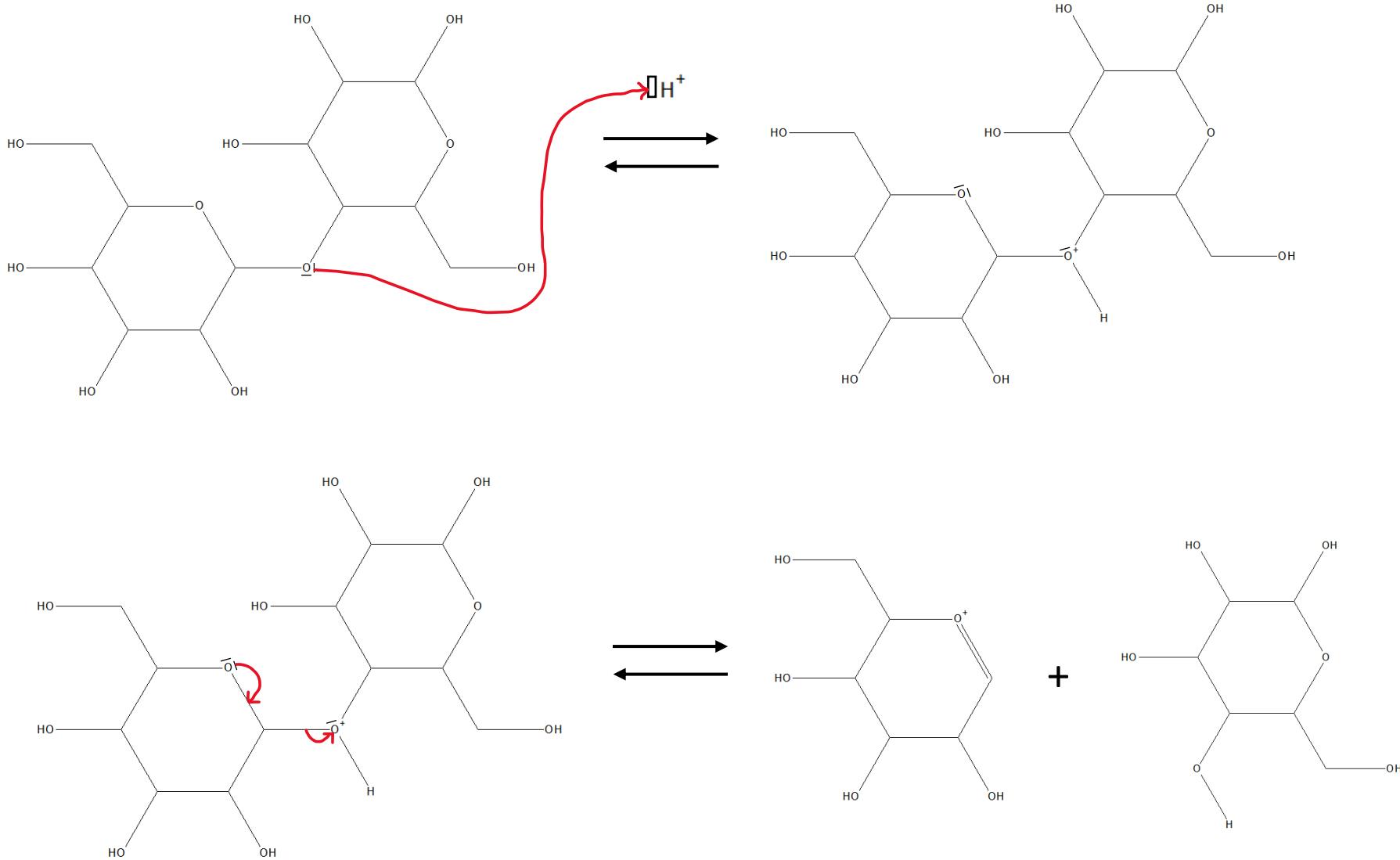


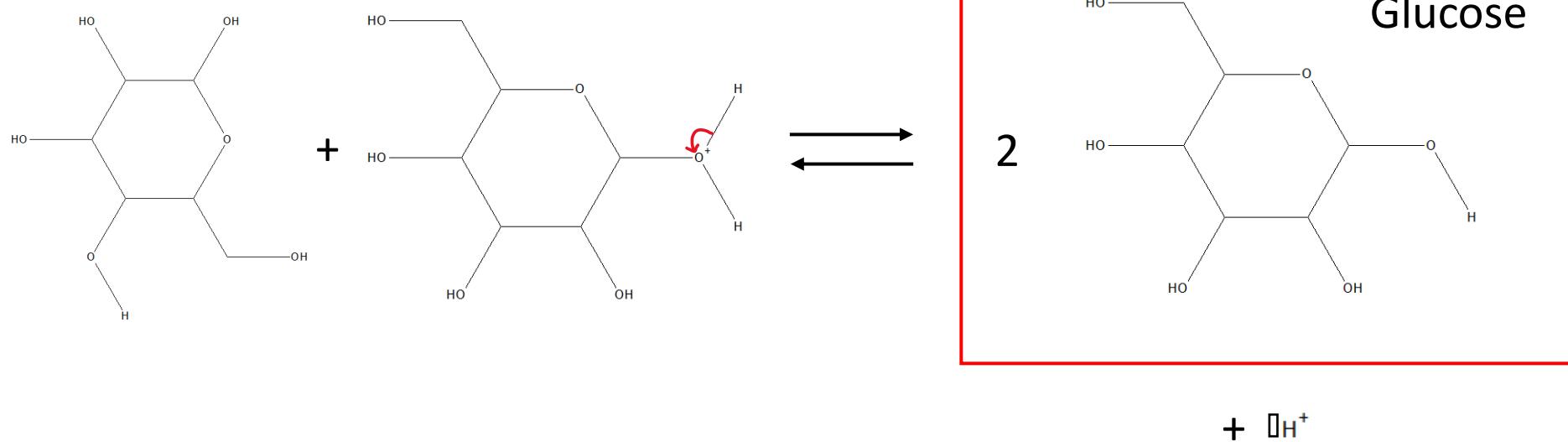
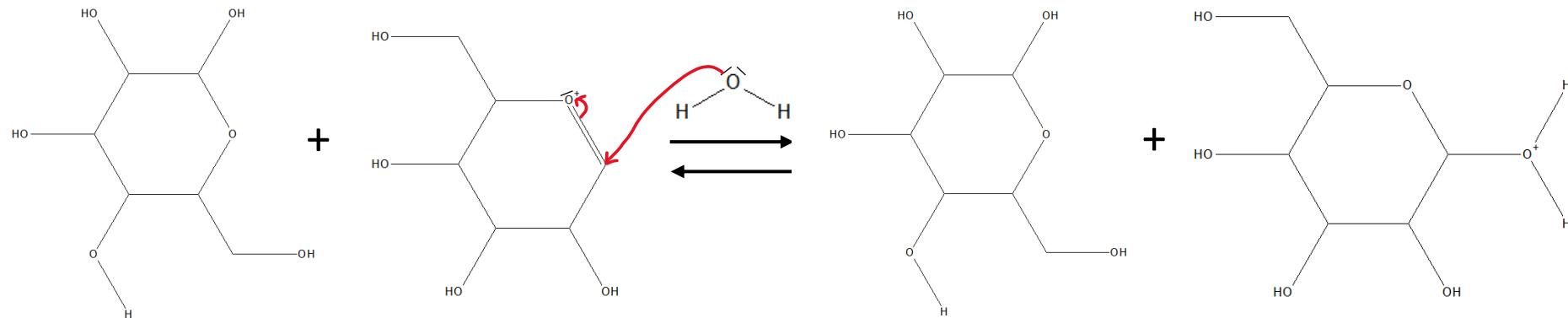
Mécanisme hydrolyse amidon



H^+

Maltose \longrightarrow 2 Glucoses





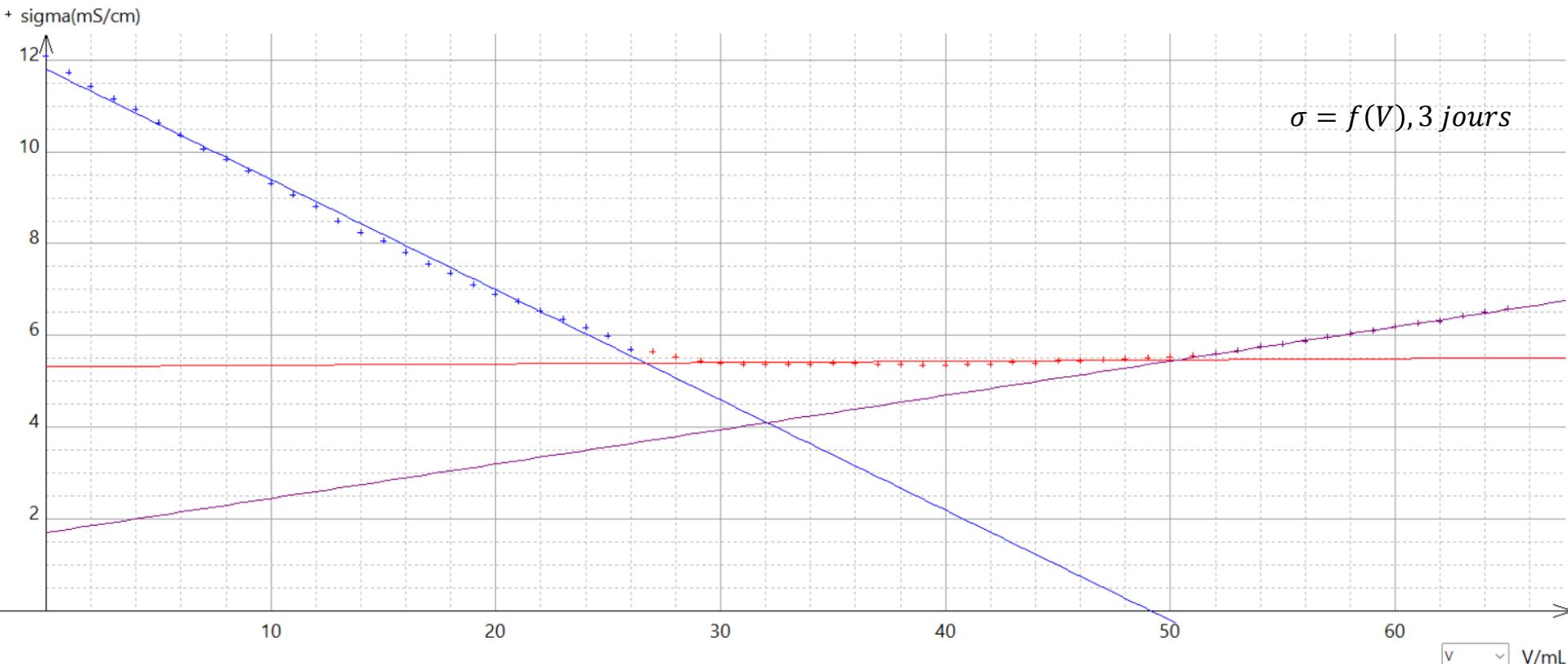
Incertitude sur la concentration en éthanol pour la référence

$$u(C) = C \sqrt{\left(\frac{u(\Delta V_{eq})}{\Delta V_{eq}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_0)}{V_0}\right)^2}$$

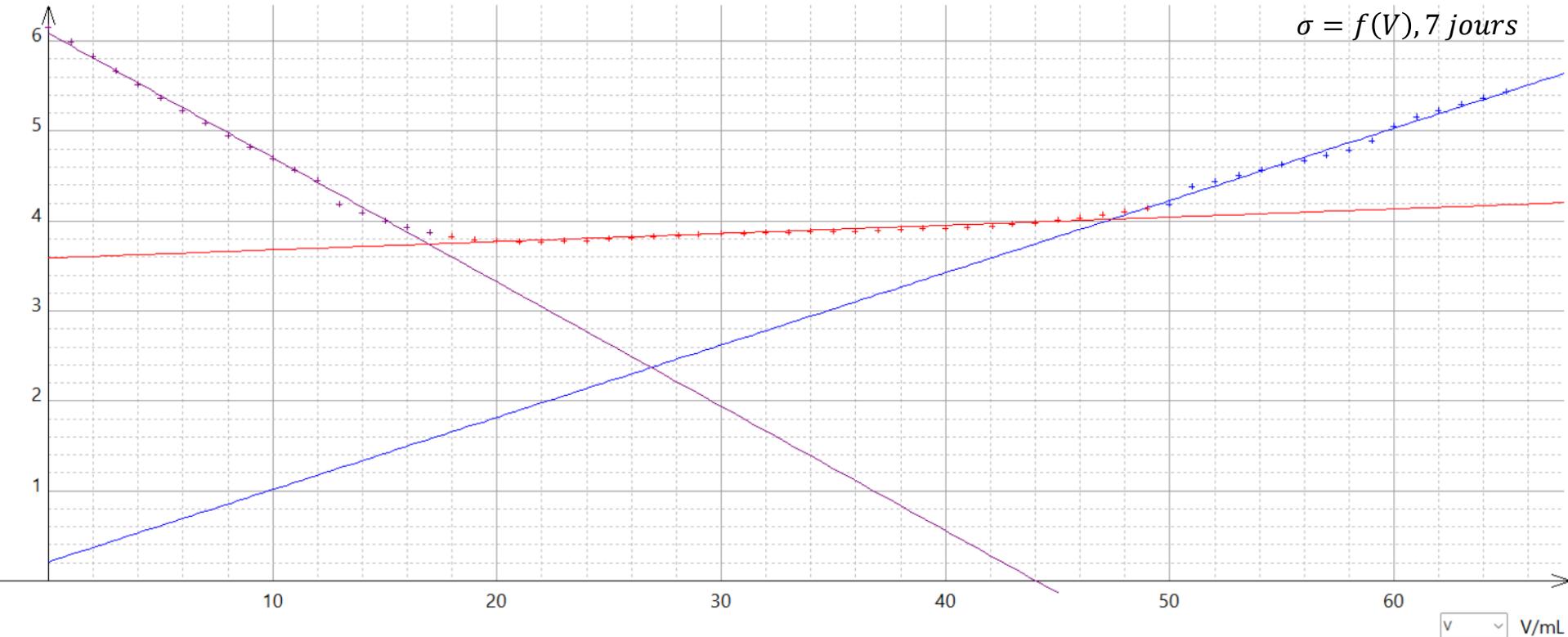
$$u(\Delta V_{eq}) = \sqrt{u(V_{eq1})^2 + u(V_{eq2})^2}$$

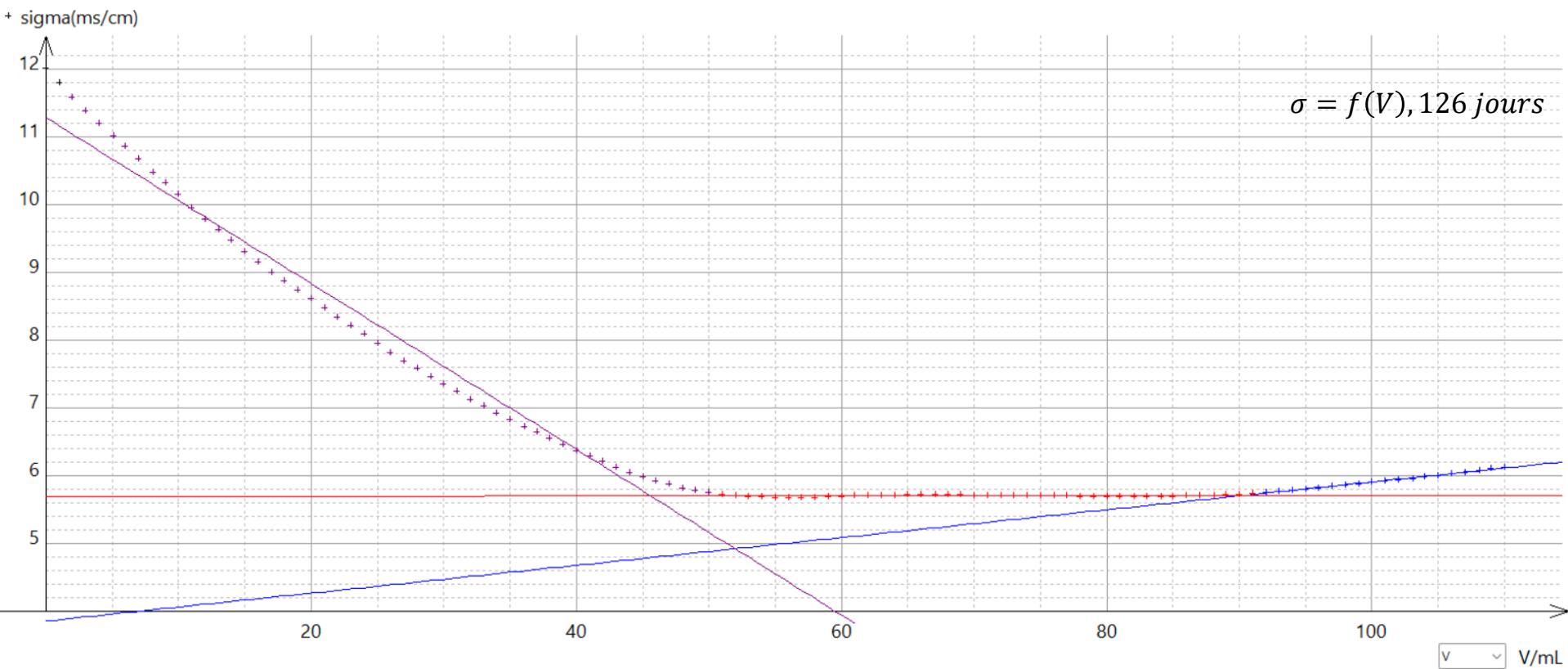
$$u(C) = C \sqrt{\frac{u(V_{eq1})^2 + u(V_{eq2})^2}{(V_{eq2} - V_{eq1})^2} + \left(\frac{u(V_0)}{V_0}\right)^2}$$

Partie 2 : autres graphes



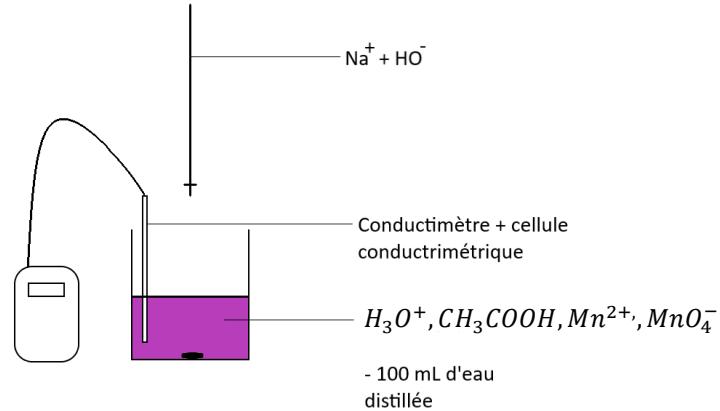
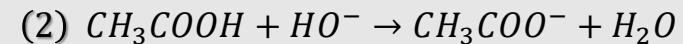
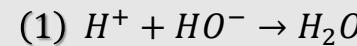
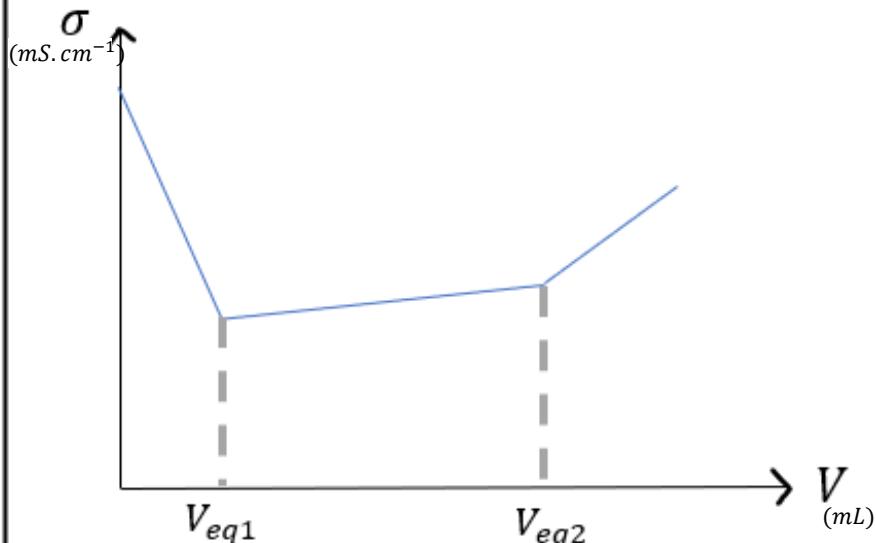
+ sigma(mS/cm)





Pentes graphes titrage conductimétrique

Détermination quantité d'éthanol



| Ions | $0 < V < V_{eq1}$ | $V_{eq1} < V < V_{eq2}$ | $V > V_{eq2}$ |
|-------------|-------------------|-------------------------|---------------|
| Na^+ | = | = | = |
| HO^- | 0 | 0 | ↑ |
| H_3O^+ | ↓ | 0 | 0 |
| CH_3COO^- | 0 | ↑ | = |
| MnO_4^- | = | = | = |
| Mn^{2+} | = | = | = |

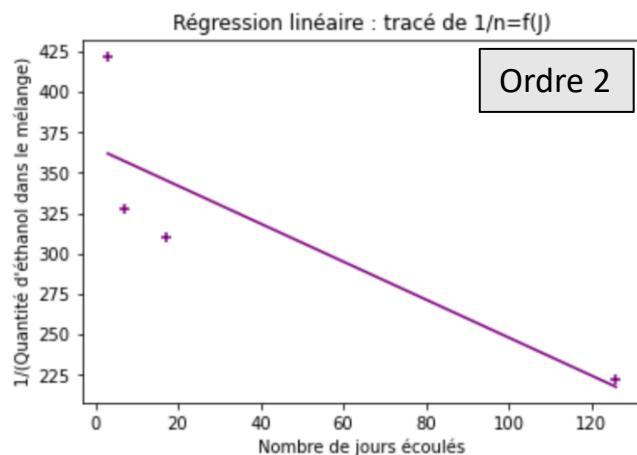
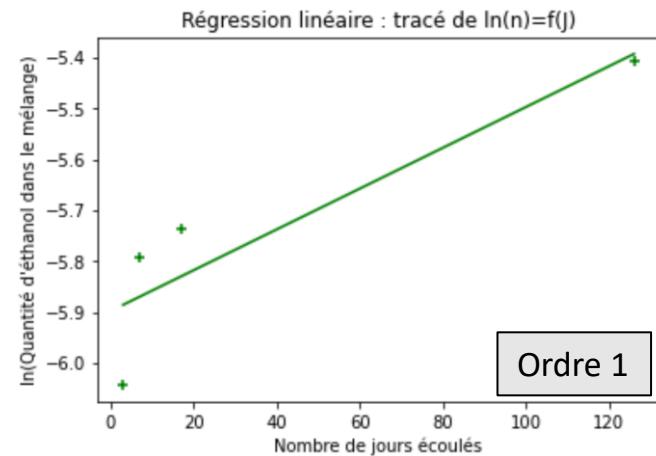
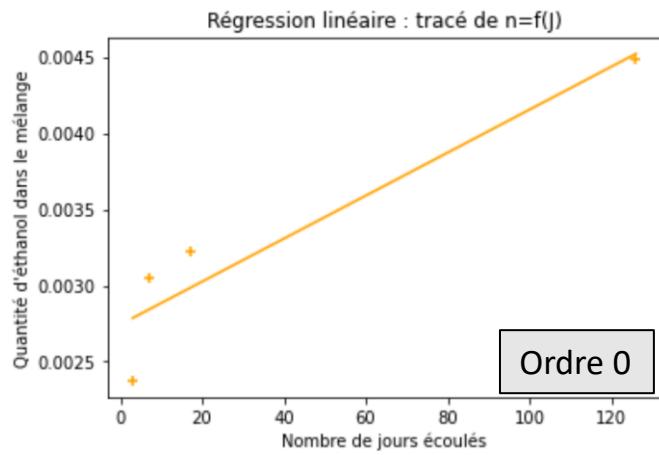
Ordre de la réaction ?

```
In [3]: runfile('D:/2023-2024 Spé PC/TIPE/CODES PYTHON/graphes chimie.py', wdir='D:/2023-2024 Spé PC/TIPE/CODES PYTHON')
```

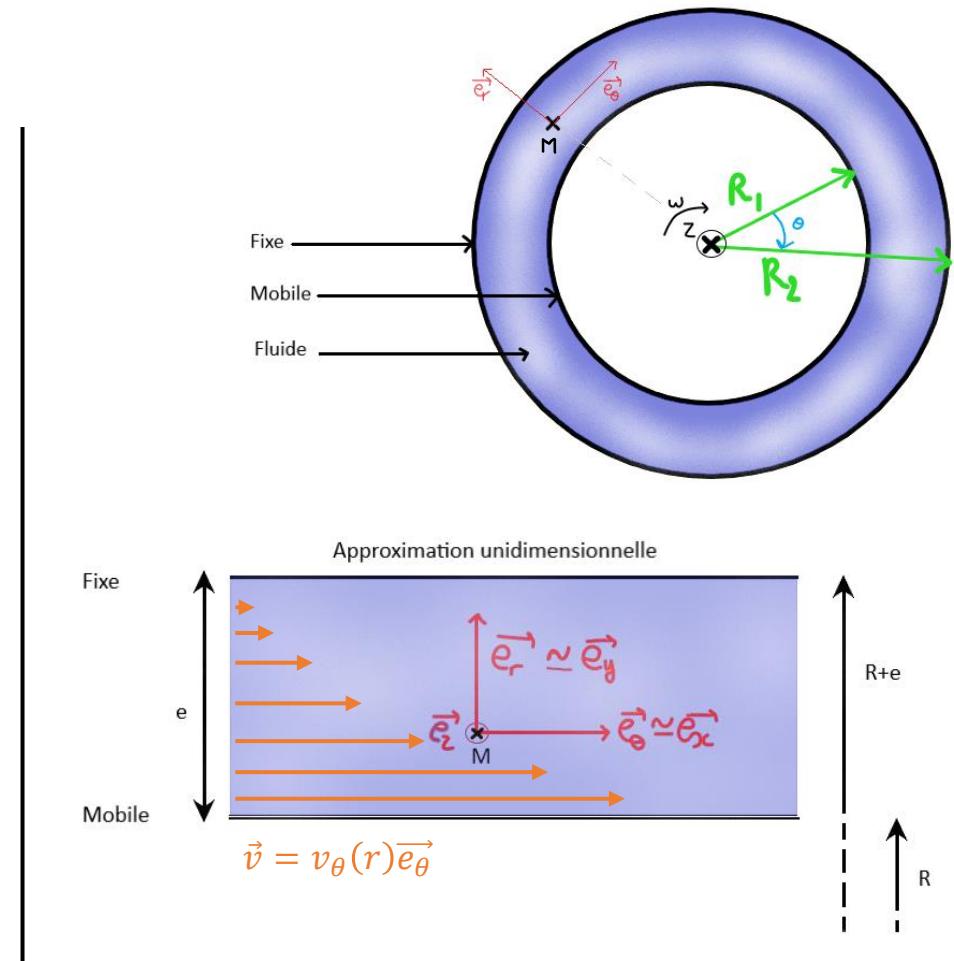
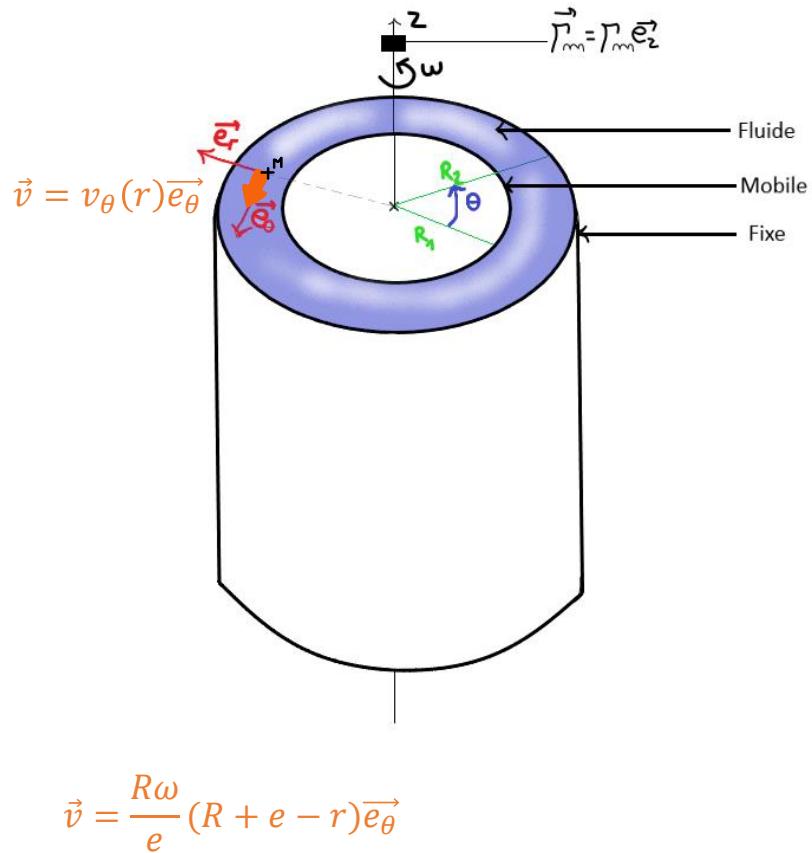
Le coefficient de corrélation pour la régression linéaire $n=f(J)$ est **0.94**

Le coefficient de corrélation pour la régression linéaire $\ln(n)=f(J)$ est **0.90**

Le coefficient de corrélation pour la régression linéaire $1/n=f(J)$ est **-0.84**



Rhéomètre : viscosimètre de Couette



Rhéomètre : viscosimètre de Couette

Cas d'un fluide newtonien

Force tangentielle de viscosité : $\overrightarrow{dF}_{+-}(M) = \eta \, dS \, \frac{dv}{dr} \overrightarrow{e_\theta} = -\eta \, dS \, \frac{R\omega}{e} \overrightarrow{e_\theta}$

Moment par rapport à O fixe : $d\overrightarrow{M_O}(M)_{visqueux} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{dF}_{+-}(M)$
 $= -\eta \, dS \, \frac{R\omega}{e} \overrightarrow{e_z}$

Théorème du moment cinétique au cylindre mobile par rapport à (Oz) fixe, en régime permanent : $J \frac{d\omega}{dt} = 0 = \Gamma_m - \eta \frac{R^2 \omega}{e} (2\pi R H)$

Ordre de grandeur pour l'eau : $\eta = 1,4 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$