

微分几何视频勘误表

说明：

1. 本勘误表只涉及视频中出现的手写文字错误，不包含口误。
2. 本勘误表每一项为第一次出现大致时间。如果后面视频有涉及到前面的内容（如复制、回顾等），应自行作相应修改。
3. 某些视频中有时候对前面视频有部分修订，但可能修订不全。未修订部分参照此表。
4. 本勘误表不保证已更正所有错误。如有新的错误发现，将不定期更新。
5. 特别感谢指出错误的观看者。如有其他错误，可在 b 站视频下留言或私信作者。

[#16, 25:00–26:30] 由二次型相等不能直接推出 $P^T B P = h$ ，所以接下来也不能推出 $B = (P^{-1})^T h P^{-1}$ 及 B 对称。这里有两种解决方法：

（一）先承认 B 对称，证明放到后面第 4.5.2 节 [#17, 12:00–14:30]（用到结构方程和 Cartan 引理）。则在 B 对称的假定下，可以从二次型相等推出 $P^T B P = h$ ，进而 $B = (P^{-1})^T h P^{-1}$ 。但是这里要注意，因为我们先承认了 B 是对称矩阵，所以也不能再从 $P^T B P = h$ 推出 B 对称，否则就循环论证了。

（二）避开二次型，直接从运动方程和 Weingarten 变换证明。由

$$(e_1, e_2) \begin{pmatrix} \omega_{13} \\ \omega_{23} \end{pmatrix} = (e_1, e_2) B \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = -de_3 = -d\vec{n} = -(\vec{n}_{u^1}, \vec{n}_{u^2}) \begin{pmatrix} du^1 \\ du^2 \end{pmatrix} = (\vec{r}_{u^1}, \vec{r}_{u^2}) A \begin{pmatrix} du^1 \\ du^2 \end{pmatrix},$$

再用 $(e_1, e_2) = (\vec{r}_{u^1}, \vec{r}_{u^2}) P^{-1}$, $\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} du^1 \\ du^2 \end{pmatrix}$, $A = g^{-1}h$, $P^T P = g$ 等关系可推出 $B = P A P^{-1} = (P^{-1})^T h P^{-1}$ ，从而 B 对称，且 B 与 A 相似。

视频	时间	原文	更正	备注
2	16:57	图示 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 表示投影长度	要求 \vec{a} 是单位向量	否则差倍数 $ \vec{a} $
	59:32	(x^1, x^2, x^2)	(x^1, x^2, x^3)	
4	28:14	从切 = $\text{span}\{\vec{t}, \vec{n}\}$	密切 = $\text{span}\{\vec{t}, \vec{n}\}$	
5	30:36	$\vec{b} = \vec{b}^T$	$\vec{b} = \vec{b}^T$	
	60:54	$\Omega^T(s_0) \Omega^T(s_0) = I_3$	$\Omega^T(s_0) \Omega(s_0) = I_3$	
	21:35	$\psi^{-1} \circ \phi : U \rightarrow V$ $\phi \circ \psi^{-1} : V \rightarrow U$	$\psi^{-1} \circ \phi : U' \rightarrow V'$ $\phi^{-1} \circ \psi : V' \rightarrow U'$	$\phi^{-1} \circ \psi$ 即 $(\psi^{-1} \circ \phi)^{-1}$ $U' = \phi^{-1}(W_1 \cap W_2)$ $V' = \psi^{-1}(W_1 \cap W_2)$

	21:56	$v^i = v(u^1, u^2)$	$v^i = v^{\textcolor{red}{i}}(u^1, u^2)$	#7 开头已部分更正, #7 02:20 相应修改
	33:38	$F(x, y, c) = c$	$F(x, y, \textcolor{red}{z}) = c$	
	42:15	$z < 0 \quad z = -\sqrt{a - (x^2 + z^2)}$ $y < 0 \quad y = -\sqrt{a - (x^2 + y^2)}$	$z < 0 \quad z = -\sqrt{a - (x^2 + \textcolor{red}{y}^2)}$ $y < 0 \quad y = -\sqrt{a - (x^2 + \textcolor{red}{z}^2)}$	
8	08:52	$\vec{r}_{u^2}(0, 0)\Delta u^1$	$\vec{r}_{u^2}(0, 0)\Delta u^{\textcolor{red}{2}}$	
	36:45	$\vec{n}_\theta = \frac{\vec{r}}{a}$	$\vec{n}_\theta = \frac{\vec{\textcolor{red}{r}}_\theta}{a}$	
	47:08	$-\text{II}(u)$	$\textcolor{red}{+}\text{II}(u)$	没有负号
	47:20	$-\text{II}(v)$	$\textcolor{red}{+}\text{II}(v)$	
10	18:33 22:48	$(-\vec{n}_{u^1}, \vec{n}_{u^2})$	$(-\vec{n}_{u^1}, -\vec{n}_{u^2})$	出现相应地方
	63:30	k_1, k_2 为两个主方向	k_1, k_2 为两个主曲率	
	69:37	$LF - ME$	$\textcolor{red}{ME} - \textcolor{red}{LF}$	不影响求迹
	83:32	A 为 n 阶实矩阵	A 为 n 阶实对称矩阵	
	—	Weigarten	Weingarten	出现相应地方
11	22:36 34:22	$\frac{1}{2}\vec{r}_{u^i u^i} u^i u^j$	$\frac{1}{2}\vec{r}_{u^i \textcolor{red}{u}^j} u^i u^j$	
	62:20	\vec{p}_0 为球心	$\frac{\vec{\textcolor{red}{p}}_0}{\textcolor{red}{k}}$ 为球心	
	67:54	$\vec{n}_{u^1 u^2} + k_{u^2} \vec{r}_{u^1} - k \vec{r}_{u^1 u^2} = 0,$ $\vec{n}_{u^2 u^1} + k_{u^1} \vec{r}_{u^2} - k \vec{r}_{u^2 u^1} = 0.$	$\vec{n}_{u^1 u^2} + k_{u^2} \vec{r}_{u^1} + k \vec{r}_{u^1 u^2} = 0,$ $\vec{n}_{u^2 u^1} + k_{u^1} \vec{r}_{u^2} + k \vec{r}_{u^2 u^1} = 0.$	不影响证明
	75:47	$\vec{r}(\theta, t) = (a \cos \theta, a \sin \theta, bt)$	$\vec{r}(\theta, t) = (\textcolor{red}{t} \cos \theta, \textcolor{red}{t} \sin \theta, b\theta)$	正螺面参数方程
12	57:24	$\sqrt{1 - c^{-2ct}}$	$\sqrt{1 - \textcolor{red}{e}^{-2ct}}$	
	67:10 67:56	$\sqrt{1 - f'(u)}$	$\sqrt{1 - f'^{\textcolor{red}{2}}(u)}$	
13	12:22	$a/\sqrt{G} + b/\sqrt{E} = 0$	$a/\sqrt{G} - b/\sqrt{E} = 0$	后面符号相应改动, 两族曲线对应符号 干

15	44:34	$-\tilde{q}_{23} \quad 0 \quad 0$	$0 \quad -\tilde{q}_{23} \quad 0$	矩阵 \tilde{Q} 第三行
	66:44	$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$	
16	59:32	p -形式 (p -form)	k -形式 (k -form)	
18	70:09	h_{ij}	$h_{\alpha\beta}$	
19	60:12	$u \mapsto \tilde{u}^i$	$u \mapsto \tilde{u}$	
	78:41	$d(x, z) \leq d(x, z) + d(z, y)$	$d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$	
	83:45	$+2\tilde{F}(\frac{d\tilde{u}^2}{dt})^2$	$+2\tilde{F}\frac{d\tilde{u}^1}{dt}\frac{d\tilde{u}^2}{dt}$	#20 开头相应修改
	83:47	G	\tilde{G}	#20 开头相应修改
	86:56	$\tilde{\gamma}_1(t), \tilde{\gamma}_2(t)$ 在 p 处夹角	$\tilde{\gamma}_1(t), \tilde{\gamma}_2(t)$ 在 $\tilde{p} = \sigma(p)$ 处夹角	
20	04:13	$(d\tilde{u}^1, du^2)$	$(d\tilde{u}^1, d\tilde{u}^2)$	
	05:50	$\tilde{g} = J_\sigma^T g J_\sigma$	$g = J_\sigma^T \tilde{g} J_\sigma$	交换 g 和 \tilde{g}
	18:16	$\forall f \in V_i^*$	$\forall f \in V_2^*$	
	29:46	$\tilde{\mathbf{I}}(\sigma_*(v), \sigma_*(v))$	$\tilde{\mathbf{I}}(\sigma_*(v), \sigma_*(w))$	
	96:30	$= \frac{1}{\lambda^2} \Delta(\ln \lambda)$	$= -\frac{1}{\lambda^2} \Delta(\ln \lambda)$	
21	11:20	$\frac{f(x_0 + tv) - f(x_0)}{t v }$	$\frac{f(x_0 + tv) - f(x_0)}{t}$	分母没 $ v $
	14:02	$D_{v_1+v_2}X = D_{v_1+v_2}X$	$D_{v_1+v_2}X = D_{v_1}X + D_{v_2}X$	出现相应地方
	25:18	$(Df^1 + \omega_{21})e_1$	$(Df^1 + f^2\omega_{21})e_1$	
	27:47	$(Df^1 + \omega_{21})(\vec{w})e_1$ $+(Df^2 + \omega_{12})(\vec{w})e_2$	$(Df^1 + f^2\omega_{21})(\vec{w})e_1$ $+(Df^2 + f^1\omega_{12})(\vec{w})e_2$	

22	01:32	$I = Edudv + Gdv dv$	$I = Edud\textcolor{red}{u} + Gdv dv$	
23	81:17	$+ \rho \frac{1}{\sqrt{\det(g_{\alpha\beta})}}$	$+ \rho \textcolor{red}{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{\det(g_{\alpha\beta})}}$	不影响结论