微分几何视频勘误表

说明:

1. 本勘误表只涉及视频中出现的手写文字错误，不包含口误。
2. 本勘误表每一项为第一次出现大致时间。如果后面视频有涉及到前面的内容（如复制、回顾等），应自行作相应修改。
3. 某些视频中有时候对前面视频有部分修订，但可能修订不全。未修订部分参照此表。
4. 本勘误表不保证已更正所有错误。如有新的错误发现，将不定期更新。
5. 特别感谢指出错误的观看者。如有其他错误，可在 b 站视频下留言或私信作者。

[#16, 25:00–26:30] 由二次型相等不能直接推出$P^TBP=h$，所以接下来也不能推出 $B=(P^{-1})^ThP^{-1}$ 及 B 对称。这里有两种解决方法：

（一）先承认 B 对称，证明放到后面第 4.5.2 节 [#17, 12:00–14:30]（用到结构方程和 Cartan 引理）。则在 B 对称的假定下，可以从二次型相等推出 $P^TBP=h$，进而 $B=(P^{-1})^ThP^{-1}$。但是这里要注意，因为我们先承认了 B 是对称矩阵，所以也不能再从 $P^TBP=h$ 推出 B 对称，否则就循环论证了。

（二）避开二次型，直接从运动方程和 Weingarten 变换证明。由

$$(e_1,e_2)\begin{pmatrix}\omega_{13}\\ \omega_{23}\end{pmatrix}=(e_1,e_2)B\begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_2\end{pmatrix}=-de_3=-d\vec{n}=-(\vec{n}_{u^1},\vec{n}_{u^2})\begin{pmatrix}du^1\\ du^2\end{pmatrix}=(\vec{r}_{u^1},\vec{r}_{u^2})A\begin{pmatrix}du^1\\ du^2\end{pmatrix},$$

再用 $(e_1,e_2)=(\vec{r}_{u^1},\vec{r}_{u^2})P^{-1}$, $\binom{\omega_1}{\omega_2}=P\binom{du^1}{du^2}, A=g^{-1}h, P^TP=g$ 等关系可推出 $B=PAP^{-1}=(P^{-1})^ThP^{-1}$，从而 B 对称，且 B 与 A 相似。

视频	时间	原文	更正	备注
2	59:32	(x^1,x^2,x^2)	(x^1,x^2,x^3)	
4	28:14	从切 $=\mathrm{span}\{\vec{t},\vec{n}\}$	密切$=\mathrm{span}\{\vec{t},\vec{n}\}$	
5	30:36	$\vec{\tilde{b}}=\vec{\tilde{b}}T$	$\vec{\tilde{b}}=\vec{b}T$	
	60:54	$\Omega^T(s_0)\Omega^T(s_0)=I_3$	$\Omega^T(s_0)\Omega(s_0)=I_3$	
6	21:35	$\psi^{-1}\circ\phi:U\to V$ $\phi\circ\psi^{-1}:V\to U$	$\psi^{-1}\circ\phi:U'\to V'$ $\phi^{-1}\circ\psi:V'\to U'$	$\phi^{-1}\circ\psi$ 即 $(\psi^{-1}\circ\phi)^{-1}$ $U'=\phi^{-1}(W_1\cap W_2)$ $V'=\psi^{-1}(W_1\cap W_2)$
	21:56	$v^i=v(u^1,u^2)$	$v^i=v^i(u^1,u^2)$	

#7 开头已部分更正，
#7 02:20 相应修改

	33:38	$F(x,y,c)=c$	$F(x,y,z)=c$	
	42:15	$z<0 \quad z=-\sqrt{a-(x^2+z^2)}$ $y<0 \quad y=-\sqrt{a-(x^2+y^2)}$	$z<0 \quad z=-\sqrt{a-(x^2+y^2)}$ $y<0 \quad y=-\sqrt{a-(x^2+z^2)}$	
8	08:52	$\vec{r}_{u^2}(0,0)\Delta u^1$	$\vec{r}_{u^2}(0,0)\Delta u^2$	
	36:45	$\vec{n}_\theta=\frac{\vec{r}}{a}$	$\vec{n}_\theta=\frac{\vec{r}_\theta}{a}$	
	47:08 47:20	$-\mathrm{II}(u)$ $-\mathrm{II}(v)$	$+\mathrm{II}(u)$ $+\mathrm{II}(v)$	没有负号
10	18:33 22:48	$(-\vec{n}_{u^1},\vec{n}_{u^2})$	$(-\vec{n}_{u^1},-\vec{n}_{u^2})$	出现相应地方
	63:30	k_1,k_2 为两个主方向	k_1,k_2 为两个主曲率	
	69:37	$LF-ME$	$ME-LF$	不影响求迹
	83:32	A 为 n 阶实矩阵	A 为 n 阶实对称矩阵	
	–	Weigarten	Weingarten	出现相应地方
11	22:36 34:22	$\frac{1}{2}\vec{r}_{u^iu^i}u^iu^j$	$\frac{1}{2}\vec{r}_{u^iu^j}u^iu^j$	
	62:20	$\vec{p}_0$ 为球心	$\frac{\vec{p}_0}{k}$ 为球心	
	67:54	$\vec{n}_{u^1u^2}+k_{u^2}\vec{r}_{u^1}-k\vec{r}_{u^1u^2}=0,$ $\vec{n}_{u^2u^1}+k_{u^1}\vec{r}_{u^2}-k\vec{r}_{u^2u^1}=0.$	$\vec{n}_{u^1u^2}+k_{u^2}\vec{r}_{u^1}+k\vec{r}_{u^1u^2}=0,$ $\vec{n}_{u^2u^1}+k_{u^1}\vec{r}_{u^2}+k\vec{r}_{u^2u^1}=0.$	不影响证明
	75:47	$\vec{r}(\theta,t)=(a\cos\theta,a\sin\theta,bt)$	$\vec{r}(\theta,t)=(t\cos\theta,t\sin\theta,b\theta)$	正螺面参数方程
12	57:24	$\sqrt{1-c^{-2ct}}$	$\sqrt{1-e^{-2ct}}$	
	67:10 67:56	$\sqrt{1-f'(u)}$	$\sqrt{1-f'^2(u)}$	
13	12:22	$a/\sqrt{G}+b/\sqrt{E}=0$	$a/\sqrt{G}-b/\sqrt{E}=0$	后面符号相应改动， 两族曲线对应符号 $\mp$
15	44:34	$-\tilde{q}_{23} \quad 0 \quad 0$	$0 \quad -\tilde{q}_{23} \quad 0$	矩阵 $\tilde{Q}$ 第三行

	66:44	$\binom{\omega_1}{\omega_1}$	$\binom{\omega_1}{\omega_2}$	
16	59:32	p-形式（p-form）	k-形式（k-form）	
18	70:09	h_{ij}	$h_{\alpha\beta}$	
19	60:12	$u \mapsto \tilde{u}^i$	$u \mapsto \tilde{u}$	
	78:41	$d(x,z) \leq d(x,z) + d(z,y)$	$d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$	
	83:45	$+2\tilde{F}(\frac{d\tilde{u}^2}{dt})^2$	$+2\tilde{F}\frac{d\tilde{u}^1}{dt}\frac{d\tilde{u}^2}{dt}$	#20 开头相应修改
	83:47	G	$\tilde{G}$	#20 开头相应修改
	86:56	$\tilde{\gamma}_1(t), \tilde{\gamma}_2(t)$ 在 p 处夹角	$\tilde{\gamma}_1(t), \tilde{\gamma}_2(t)$ 在 $\tilde{p} = \sigma(p)$ 处夹角	
20	04:13	$(d\tilde{u}^1, du^2)$	$(d\tilde{u}^1, d\tilde{u}^2)$	
	18:16	$\forall f \in V_i^*$	$\forall f \in V_2^*$	
	29:46	$\tilde{\mathrm{I}}(\sigma_*(v), \sigma_*(v))$	$\tilde{\mathrm{I}}(\sigma_*(v), \sigma_*(w))$	
	96:30	$= \frac{1}{\lambda^2}\Delta(\ln\lambda)$	$= -\frac{1}{\lambda^2}\Delta(\ln\lambda)$	
21	11:20	$\frac{f(x_0+tv) - f(x_0)}{t\lvert v\rvert}$	$\frac{f(x_0+tv) - f(x_0)}{t}$	分母没 $\lvert v\rvert$
	14:02	$D_{v_1+v_2}X = D_{v_1+v_2}X$	$D_{v_1+v_2}X = D_{v_1}X + D_{v_2}X$	出现相应地方
	25:18	$(Df^1 + \omega_{21})e_1$	$(Df^1 + f^2\omega_{21})e_1$	
	27:47	$(Df^1 + \omega_{21})(\vec{w})e_1$ $+(Df^2 + \omega_{12})(\vec{w})e_2$	$(Df^1 + f^2\omega_{21})(\vec{w})e_1$ $+(Df^2 + f^1\omega_{12})(\vec{w})e_2$	
22	01:32	$\mathrm{I} = Edudv + Gdvdv$	$\mathrm{I} = Edudu + Gdvdv$	
23	81:17	$+\rho\frac{1}{\sqrt{\det(g_{\alpha\beta})}}$	$+\rho\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\det(g_{\alpha\beta})}}$	不影响结论