UNIVERSITAS PEKALONGAN

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN UNIKAL

Modul ini memiliki judul ***BAHAN AJAR PERSAMAAN KUADRAT***

Untuk Penulis terdiri dari Yolan Maulita Wiguna (0716010471)

Matematika

Untuk siswa SMP Kelas IX

PERSAMAAN KUADRAT

A. Pengantar

*Bahan ajar ini menyajikan materi mengenai **Persamaan Kuadrat**.*
Dengan adanya bahan ajar ini, diharapkan siswa dapat memahami pengertian dan karakteristik dari persamaan kuadrat, menentukan akar persamaan kuadrat dengan pemfaktoran, kuadrat sempurna, dan rumus ABC. Serta diharapkan siswa dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat melalui kegiatan yang disajikan dalam bahan ajar ini.
Disamping itu guru juga harus mengupayakan adanya internalisasi KI – 1 dan KI – 2 dalam kegiatan pembelajaran.

B. Kompetensi Inti

Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji, dan menalardalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifkasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca,

C. Kompetensi Dasar

Kompetensi Dasar

3.2 Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar - akarnya serta cara penyelesaiannya.

Kompetensi Dasar

4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.

D. Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar

IPK 3.2 :

3.2.1 Menjelaskan pengertian dan karakteristik dari persamaan kuadrat.

3.2.2 Menyelesaikan permasalahan mengenai persamaan kuadrat.

IPK 4.2:

4.2.1 Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk persamaan kuadrat.

4.2.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.

E. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada bahan ajar ini, siswa diharapkan dapat:

3.2.1 Dengan memahami pengertian dan karakteristik dari persamaan kuadrat, siswa diharapkan dapat mengetahui beberapa cara menentukan akar – akar dari persamaan kuadrat (pemfaktoran, melengkapi kuadrat sempurna, dan rumus kuadratik).

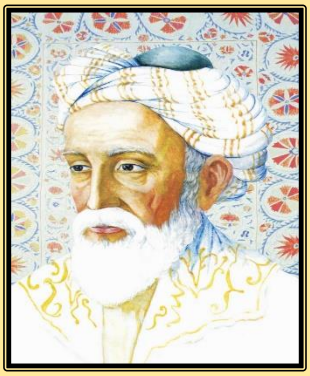
3.2.2 Siswa diharapkan dapat menyelesaikan permasalahan mengenai persamaan kuadrat dengan teliti, diantaranya dapat mengidentifkasi jumlah dan hasil kali akar-akar dari persamaan kuadrat berdasarkan koefsien-koefsiennya.

4.2.1 Siswa diharapkan dapat menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk persamaan kuadrat dan mengerjakannya dengan teliti.

4.2.2 Siswa diharapkan dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dengan benar dan teliti.

F. Tokoh Matematika

Omar Khayyam



http://tokoev.journalist.kg/page/5

Omar Khayyam lahir 18 Mei 1048 di Nishapur di timur laut Iran. Pada usia muda ia pindah ke Samarkand dan memperoleh pendidikan di sana. Setelah itu ia pindah ke Bukhara dan berhasil menjadi matematikawan besar dan astronom dari periode abad pertengahan. Dia adalah penulis dari salah satu risalah yang paling penting pada aljabar dan ditulis sebelum zaman modern, Treatise on Demonstrasi Masalah Aljabar, yang mencakup metode geometris untuk memecahkan persamaan kubik dengan memotong sebuah hiperbola dengan lingkaran.

Omar Khayyam meneruskan tradisi aljabar al-Khawarizmi dengan memberikan persamaan sampai pangkat tiga. Seperti pendahulunya, Omar Khayyam melengkapi dengan persamaan kuadrat baik untuk solusi aritmatika maupun solusi geometri. Untuk persamaan-persamaan umum pangkat tiga dipercayainya bahwa solusi untuk aritmatika adalah tidak mungkin (kelak pada abad lima belas dibuktikan bahwa pernyataan ini salah), sehingga dia hanya memberi solusi geometri.

Gambar kerucut yang dipotong untuk menyelesaikan persamaan pangkat dua sudah pernah dipakai oleh Menaechmus, Archimedes, dan Alhazen. Namun, Omar Khayyam mengambil cara lebih elegan dengan melakukan generalisasi metode guna mencakup persamaan-persamaan pangkat tiga dengan hasil berupa akar bilangan positif. Untuk persamaan dengan pangkat lebih dari tiga, Omar Khayyam tidak dapat memberi gambaran dengan menggunakan metode geometri yang sama. Dianggap bahwa tidak ada dimensi lebih dari tiga, "Apa yang disebut dengan kuadrat dikuadratkan oleh para ahli aljabar, memberi daya tarik dari sisi teoritis."

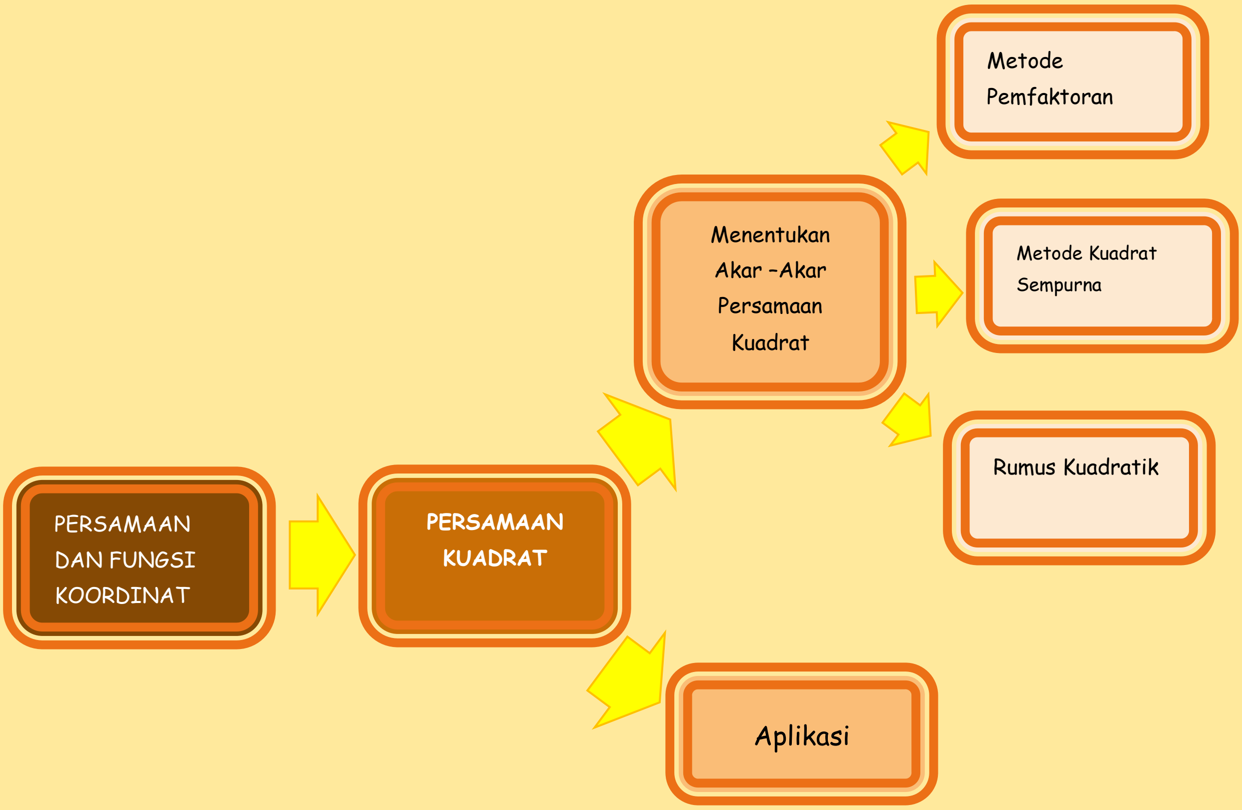
Untuk lebih memudahkan uraian diberikan contoh persamaan: $x^3 + ax^2 + b^2x + c^3 = 0$, kemudian, dengan teknik substitusi, mengganti, $x^2 = 2py$ akan diperoleh $2pxy + 2apy + b^2x + c^3 = 0$. Hasilnya dari persamaan ini adalah hiperbola dan variabel untuk melakukan substitusi, $x^2 = 2py$, adalah parabola. Tampak jelas di sini bahwa hiperbola digambar bersama-sama dengan parabola pada (sistem) ordinat yang sama, sedangkan absis merupakan titik-titik perpotongan parabola dan hiperbola, adalah hasil akar persamaan kuadrat. Dia belum menjelaskan tentang koefsien negatif. Niatnya memecahkan problem berdasarkan parameter a, b, c adalah bilangan positif, negatif atau nol. Tidak semua akar dari persamaan kuadrat diketahui, karena dia tidak mengetahui akar bilangan negatif.

Sumber: http://sejarahmatematika1.blogspot.co.id, Wikipedia

Hikmah yang bisa diambil

1. *Kita harus terus berusaha untuk mencapai keberhasilan.*
2. *Kita harus mau dan mampu melakukan pembuktian-pembuktian tentang fenomena alam sekitar yang merupakan bukti kekuasaan Tuhan melalui keilmuan yang diketahui manusia.*

G. Peta Konsep



H. Materi Pembelajaran

Materi 3.2 PERSAMAAN KUADRAT

Persamaan kuadrat satu variabel adalah suatu persamaan yang pangkat tertingginya dua. Secara umum, bentuk persamaan kuadrat adalah $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ dengan $\mathbf{a \neq 0}$, **a**, **b**, **c** $\in$ **R**. Beberapa contoh persamaan kuadrat yaitu: $3x^2 - 8x - 3 = 0$, $x^2 - 2x + 24 = 0$, $x^2 - 9 = 0$, $4x(x - 7) = 0$ dan lainnya.

Persamaan kuadrat adalah suatu persamaan polinomial berorde dua. Bentuk umumnya ialah:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dengan $a \neq 0$, dan a, b itu sebuah koefisien

dengan c sebagai konstanta.

Akar persamaan kuadrat dari $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut. Cara menentukan akar persamaan kuadrat ada tiga cara, yaitu:

CARA MENENTUKAN AKAR KUADRAT

1 Memfaktorkan

2 Melengkapi Kuadrat Sempurna

3 Rumus Kuadratik (rumus ABC)

Dalam hal ini rumus kuadratik (Rumus abc) adalah

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Karakteristik dari akar-akar persamaan kuadrat dapat dilihat dari koefsien persamaannya. Berikut karakteristik-karakteristik dari persamaan kuadrat berdasarkan koefsien-koefsien persamaan kuadratnya:

a. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka $x_1 + x_2 = -$ ba dan $x_1 . x_2 =$ ca.

b. Misal suatu persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan nilai diskriminannya adalah $D = b^2 - 4ac$ maka untuk $D < 0$ persamaan kuadrat tidak mempunyai akarakar, $D = 0$ persamaan kuadrat mempunyai akar-akar kembar, $D > 0$ persamaan kuadrat mempunyai dua akar berbeda.

Untuk lebih jelas bagaimana cara mencari akar – akar persamaan kuadrat, amatilah penjelasan berikut:

Kegiatan 1

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan

Salah satu cara untuk menentukan akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah dengan cara memfaktorkan. Sekarang coba kalian perhatikan kembali perkalian bentuk aljabar berikut.

$x(x + 7) = x^2 + 7x$ atau $x^2 + 7x = x(x + 7)$	$(x+9)(x-2) = x^2 - 2x + 9x - 18$ atau $x^2 - 2x + 9x - 18 = (x+9)(x-2)$	$(3x-7)(x-8) = 3x^2 - 24x - 7x + 56$ atau $3x^2 - 24x - 7x + 56 = (3x-7)(x-8)$
Bentuk ini disebut "*Memfaktorkan*"		

Dengan memfaktorkan persamaan kuadrat, kita dapat menentukan akar-akarnya seperti di bawah ini:

$x^2 + 7x + 10 = 0$

$(x + 5)(x + 2) = 0$

$x + 5 = 0$ atau $x + 2 = 0$

$x = -5$ atau $x = -2$

Jadi akar-akarnya adalah – 5 dan – 2.

Setelah memahami bentuk pemfaktoran, di bawah ini terdapat metode yang dapat digunakan jika ***akar-akarnya merupakan bilangan rasional***. Berikut ini tabel model persamaan kuadrat (PK) dan berbagai cara pemfaktorannya:

No.	Syarat	Model Persamaan Kuadrat	Pemfaktoran	Ketentuan	Akar - Akar
1.	$a=1$	$ax^2 + bx + c = 0$	$(x+p)(x+q)=0$	$p+q = b$ $p \cdot q = c$	$x_1 = -p$ $x_2 = -q$
2.	$a \neq 1$ $a \neq 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$\frac{1}{a}(ax+p)(ax+q)=0$	$p+q = b$ $p \cdot q = ac$	$x_1 = -p$ $x_2 = \frac{-q}{a}$
			$(mx + r)(nx+s)=0$	$m \cdot n = a$ $r \cdot s = c$ $m \cdot s + n \cdot r = b$	$x_1 = \frac{-r}{m}$ $x_2 = \frac{-s}{n}$
3.	$c=0$	$ax^2 + bx = 0$	$x(ax+b)=0$		$x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$

Saat menggunakan metode ini, pertama harus mengetahui terlebih dahulu model PK yang akan diselesaikan. Jika model PK sudah diketahui, maka pemfaktoran bisa dilakukan dalam bentuk sesuai dengan yang ada di kolom tabel di atas. Untuk mendapatkan nilai p, q, m dan n kalian harus memahami cara memfaktorkan suatu bilangan.

AYO KITA AMATI

Tahap inti dari metode ini adalah memfaktorkan persamaan kuadrat $x^2 + bx + c$ menjadi $(x + p)(x + q)$ atau bisa dituliskan

$$x^2 + bx + \mathrm{c} = (x + p)(x + q)$$

$$x^2 + bx + \mathrm{c} = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Jadi, untuk memfaktorkan harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga

$$b = p + q \text{ dan } c = p \times q$$

AYO KITA MENCOBA

1. Persamaan kuadrat: $x^2 + 5x + 6 = 0$

   Didapat b = 5 dan c = 6, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga p + q = 5 dan pq = 6. Dalam hal ini dilihat syarat pq = 6 terlebih dahulu, sehingga pasangan nilai p dan q yang mungkin adalah

p	q	pq	$p + q$
1	**6**	**6**	**7**
2	**3**	**6**	**5**
3	**2**	**6**	**5**
6	**1**	**6**	**7**
–1	**–6**	**6**	**–7**
–2	**–3**	**6**	**–5**
–3	**–2**	**6**	**–5**
–6	**–1**	**6**	**–7**

   Kemudian karena juga harus memenuhi p + q = 5, maka berdasarkan tabel pada baris kedua didapat p = 2 dan q = 3 atau berdasarkan pada baris ketiga dituliskan p = 3 dan q = 2 (dua hasil ini merupakan hasil yang sama). Sehingga didapat pemfaktorannya $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$.

   Dengan demikian akar-akarnya adalah x = –2 dan x = –3

2. Persamaan kuadrat: $x^2 + x - 6 = 0$

Didapat b = 1 dan c = –6, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga p + q = 1 dan pq = –6. Dalam hal ini dilihat syarat pq = –6 terlebih dahulu, sehingga pasangan nilai p dan q yang mungkin adalah:

p	*q*	*pq*	*p + q*
1	–6	–6	–5
2	–3	–6	–1
3	–2	–6	1
6	–1	–6	5
–1	6	–6	5
–2	3	–6	1
–3	2	–6	–1
–6	1	–6	–5

Kemudian karena juga harus memenuhi p + q = 1, maka berdasarkan tabel di atas pada baris ketiga didapat p = 3 dan q = –2 atau berdasarkan pada baris keenam dituliskan p = –2 dan q = 3 (dua hasil ini merupakan hasil yang sama). Sehingga didapat pemfaktorannya $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$.

Dengan demikian, akar-akarnya adalah x = –3 dan x = 2

Ayo Kita Menalar

Dengan melakukan kegiatan di atas Anda dapat melakukan pemfaktoran dan penyelesaian persamaan kuadrat.

Tidak semua persamaan kuadrat dapat difaktorkan, seperti contohnya: $x^2 + 5x + 2 = 0$.

Pada salah satu contoh di atas, merupakan persamaan kuadrat yang tidak dapat diselesaikan dengan pemfaktoran. Lalu dengan cara apa kira – kira kita dapat menjawab akar - akarnya? Yaitu dengan rumus kuadratik/ rumus ABC.

Bagaimana kalau persamaan kuadratnya adalah $2x^2 - 2x - 12 = 0$? Bisakah anda menyelesaikannya dengan metode pemfaktoran? Jelaskan? (Petunjuk: uraikan terlebih dahulu $2x^2 - 2x - 12$ menjadi $2(x^2 - x - 6)$). Tuliskan langkah-langkah menentukan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan menggunakan metode pemfaktoran. *Bisa diselesaikan dengan metode diatas yaitu dengan membagi dengan 2 kedua ruas yaitu didapatkan persamaan kuadrat baru $x^2 - x - 6 = 0$. Dengan menggunakan metode pemfaktoran didapat $(x + 2)(x - 3)=0$, sehingga x = –2 atau x = 3. Melihat cara penyelesaian dari contoh ini, didapat langkah menentukan akar akar dari persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, yaitu bagi kedua ruas dengan a dan kemudian faktorkan dengan cara yang sudah dibahas sebelumnya.*

Jumlahan dan Hasil Kali Akar-akar dari Persamaan Kuadrat

Pada langkah penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ (bisa ditulis $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$) menggunakan pemfaktoran harus ditentukan p dan q sedemikian hingga memenuhi

$$x^2 + \frac{b}{a}\text{x} + \frac{c}{a} = (x + p)(x + q)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}\text{x} + \frac{c}{a} = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Dengan cara ini didapatkan penyelesaiannya adalah $x_1 = -p$ dan $x_2 = -q$ sehingga $x_1 + x_2 = -p - q = -(p + q) = -\frac{b}{a}$ dan $x_1.x_2 = (-p)(-q) = pq = \frac{c}{a}$. Dari uraian ini didapat rumus untuk menentukan jumlah dan hasil kali akar persamaan kuadrat.

Kegiatan 2

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna dan Rumus ABC

A. Kuadrat Sempurna

Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat merupakan salah satu alternatif jika akar-akar persamaan kuadrat memuat bentuk akar (irrasional) sehingga sulit untuk difaktorkan.

Metode melengkapkan kuadrat sempurna akan mudah digunakan jika koefisien a dibuat agar bernilai 1. Persamaan Kuadrat dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ diubah bentuk menjadi persamaan:

$$\mathbf{(x + p)^2 = q}$$

Dengan p dan q adalah konstanta serta x adalah variabel. Nilai dari konstanta p dan q dari persamaan $x^2 + bx + c = 0$ didapatkan dengan cara:

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2}\boldsymbol{b}$$

$$\mathbf{q} = \left(\frac{1}{2}\boldsymbol{b}\right)^2 - \mathbf{c}$$

Perubahan tersebut dapat dibuktikan sebagai berikut :

$$\mathbf{(x + p)^2 = q}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}b\right)^2 = \left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c$$

$$x^2 + bx + \left(\frac{1}{2}b\right)^2 = \left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c$$

$$x^2 + bx + c = 0$$

Contoh Soal:

1. Persamaan kuadrat dari $x^2 - 4x - 6 = 0$ mempunyai akar-akar m dan n dengan ketentuan m < n. Tentukan nilai dari n – m.

   Pembahasan:

Soal ini dapat diselesaikan dengan cara melengkapkan kuadrat $x^2 - 4x - 6 = 0$ yang dirubah menjadi **(x + p)²**. Dimana:

$$p = \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}(-4) = -2$$

$$q = (\frac{1}{2}b)^2 - c = (\frac{1}{2}(-4))^2 - (-6) = 10$$

Kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan

$$(x + p)^2 = q$$

$$(x - 2)^2 = 10$$

$$(x - 2)^2 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{10}$$

Didapatkan akar-akarnya dengan syarat m < n adalah

$$m = 2 - \sqrt{10}$$

$$n = 2 + \sqrt{10}$$

Maka,

$$n - m = 2 + \sqrt{10} - (2 - \sqrt{10})$$

$$= 2 + \sqrt{10} - 2 + \sqrt{10}$$

$$= 2\sqrt{10}$$

2. Akar persamaan kuadrat $x^2 = 64$

   Dengan mudah dapat dihitung bahwa persamaan kuadrat $x^2 = 64$ mempunyai akar - akar $x = \sqrt{64}$ atau $x = -\sqrt{64}$ dan dapat disederhanakan menjadi $x = 8$ atau $x = -8$. Berdasarkan contoh di atas dapat disimpulkan bahwa

   Jika $x^2 = k$, dengan k suatu bilangan tak negatif, maka $x = \sqrt{k}$ atau $x = -\sqrt{k}$

3. Akar persamaan $(x + 5)^2 = 81$

   Sesuai sifat akar kuadrat maka diperoleh $x + 5 = \pm 9$. Sehingga, $x = \pm 9 - 5$ yang menunjukkan ada dua akar, yaitu

$$x = 9 - 5 \text{ atau } x = -9 - 5$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -14$$

Jika $(x + a)^2 = k$, dengan k suatu bilangan tak negatif dan a bilangan real, maka $x = -a + \sqrt{k}$ atau $x = -a - \sqrt{k}$.

Bagian 2 dan 3 di atas dinamakan sebagai bentuk kuadrat sempurna atau secara umum dituliskan sebagai $(x + p)^2 + q = 0$. Metode yang telah kalian pelajari sebelumnya relatif mudah untuk diterapkan. Akan tetapi tidak semua persamaan kuadrat dapat diselesaikan secara langsung menggunakan metode tersebut. Sehingga kita harus mengembangkan metode penyelesaian persamaan kuadrat yang lain.

Ayo Kita Gali Informasi

Tahap inti dari metode ini adalah memfaktorkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ menjadi bentuk kuadrat sempurna $(x + p)^2 + q = 0$ (jika diuraikan menjadi $x^2 + 2px + p^2 + q = 0$).

Untuk bentuk kuadrat sempurna, koefisien dari x^2 adalah 1 maka persamaan kuadrat yang akan diselesaikan $(ax^2 + bx + c = 0)$ harus dibagi a supaya koefisien dari x^2 juga 1. Sehingga didapat persamaan kuadrat baru yang ingin diselesaikan adalah $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$. Langkah berikutnya adalah mencari nilai p dan q sedemikian hingga memenuhi

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x + p)^2 + q$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + 2px + p^2 + q$$

Jadi untuk membentuk kuadrat sempurna harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$ atau lebih sederhana didapatkan $p = \frac{b}{2a}$ dan $q = \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2$.

Ayo Kita Mencoba

1. Persamaan kuadrat : $x^2 + 5x + 6 = 0$

   Didapat b = 5 dan c = 6, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$. Dalam hal ini didapat $p = \frac{5}{2}$ dan $q = -\frac{1}{4}$. Sehingga bisa dituliskan

   $x^2 + 5x + 6 = 0$

   $(x + p)^2 + q = 0$

$(x + \frac{5}{2})^2 + (-\frac{1}{4}) = 0$

$(x + \frac{5}{2})^2 = \frac{1}{4}$

$x + \frac{5}{2} = \pm\frac{1}{2}$

$x_1 = -2$

$x_2 = -3$

2. Persamaan kuadrat : $x^2 - x - 6 = 0$

   Didapat b = -1 dan c = -6, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$. Dalam hal ini didapat p $= -\frac{1}{2}$ dan q $= -\frac{25}{4}$. Sehingga bisa dituliskan

   $x^2 - x - 6 = 0$

   $(x + p)^2 + q = 0$

   $(x - \frac{1}{2})^2 + (-\frac{25}{4}) = 0$

   $(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4}$

   $x - \frac{1}{2} = \pm\frac{5}{2}$

   $x_1 = 3$

   $x_2 = -2$

B. Rumus Kuadratik/ RUMUS ABC

Sama halnya dengan melengkapkan kuadrat, rumus kuadrat atau sering disebut rumus abc ini juga dapat menjadi alternatif dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat dimana akar-akarnya memuat bentuk akar (irasional). Atau untuk persamaan kuadrat yang sebenarnya bisa difaktorkan, tetapi sulit untuk difaktorkan karena memuat nilai-nilai a, b, c yang cukup besar.

Metode ***rumus abc*** ini bisa digunakan, jika pemfaktoran dan melengkapkan kuadrat sempurna tidak bisa dilakukan. Nilai dari akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ didapatkan dari ***rumus abc*** berikut:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2a}$$

Dan nilai di dalam akar disebut sebagai diskriminan (D) yaitu:

$$\mathbf{D = b^2 - 4ac}$$

Nilai diskriminan inilah mempengaruhi penyelesaian/ akar-akar dari persamaan kuadrat.

Sehingga, kita peroleh akar-akarnya adalah:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2a} \text{, dan}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2a}$$

Lalu, bagaimana kita memperoleh ***rumus kuadratik/ RUMUS ABC?*** Apakah sudah pasti seperti itu, adakah ***penurunan untuk memperoleh rumus ABC?*** Untuk lebih lanjutnya akan dibahas seperti di bawah ini:

Penurunan rumus kuadratik/rumus abc

Pada bagian sebelumnya persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ (ekivalen dengan persamaan $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$) dapat diselesaikan dengan membentuk kuadrat sempurna $(x + p)^2 + q = 0$ dengan $p = \frac{b}{2a}$ dan $q = \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ sehingga didapat akar-akar persamaan kuadrat yaitu

$$(x + p)^2 + q = 0$$

$$(x + p)^2 = -q$$

$$x + p = \pm\sqrt{-q}$$

$$x = -p \pm \sqrt{-q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Apakah ***diskriminan*** mempengaruhi penyelesaian/ akar-akar dari persamaan kuadrat? Untuk lebih lanjutnya, amati tabel di bawah ini!

Persamaan Kuadrat	**Diskriminan**	**Selesaian**
$x^2 + 5x + 6 = 0$	**1**	**{–2, –3}**
$2x^2 – 5x – 3 = 0$	**49**	$\{-\frac{1}{2}, 3\}$
$x^2 + 2x + 1 = 0$	**0**	**{–1}**

$x^2 - 4 = 0$	**16**	**{2, –2}**
$9x^2 - 6x + 1 = 0$	**0**	**$\{\frac{1}{3}\}$**
$x^2 + x + 1 = 0$	**–3**	**{ } (tidak punya akar-akar)**
$2x^2 + 2x + 1 = 0$	**–4**	**(tidak punya akar-akar)**

Berdasarkan hasil pengamatan pada tabel di atas dengan mengetahui diskriminan maka akar-akar dari persamaan kuadrat dibagi menjadi tiga kategori yaitu akar - akarnya kembar, akar-akarnya berbeda, dan tidak mempunyai akar-akar.

- Untuk D > 0 maka akar-akarnya berbeda
- Untuk D = 0 maka akar-akarnya kembar
- Untuk D < 0 maka akar-akarnya tidak ada

Kegiatan 3

Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Masalah Nyata

1. Luas sebidang tanah berbentuk persegi panjang adalah 4.320 m^2. Panjang tanah itu 12 m lebih panjang daripada lebarnya. Berapakah panjang dan lebar sebidang tanah tersebut?

Alternatif Pemecahan Masalah

Misalnya panjang tanah = p *meter*
lebar tanah = x *meter*
maka p = *(12 +* x*) meter*

Luas tanah = x p
4.320 = x p
4.320 = x *(12 +* x*)*
$x^2 + 12x - 4.320 = 0$
selesaikan dengan metode yang sudah dibahas sehingga didapat $x_1 = 60$. $x_2 = -72$
Karena ukuran panjang pada sebidang tanah tidak pernah negatif, maka x *yang memenuhi adalah* x = *60. Untuk* x = *60 maka panjang tanah adalah* x + *12 = 72*

Jadi, panjang sebidang tanah tersebut adalah 60 meter dan lebarnya adalah 72 meter.

2. Selisih tiga kali kuadrat suatu bilangan dengan tiga belas kali bilangan itu sama dengan negatif 4. Maka tentukanlah bilangan tersebut!

Jawab:

Langkah pertama yang diperlukan adalah kita harus mampu menjelaskan bahwa karakteristik masalah dalam soal mempunyai model matematika berbentuk persamaan kuadrat. Setelah kita mampu menjelaskan bahwa karakteristik masalahnya berkaitan dengan model matematika yang berbentuk persamaan kuadrat, maka gunakan tiga langkah di atas.

a. *Misalkan bilangan itu adalah x.*

b. *Berdasarkan ketentuan pada soal, kita peroleh hubungan sebagai berikut* $3x^2 - 13x = -4$

c. *Kemudian kita tentukan akar-akar persamaan kuadrat tersebut dengan menggunakan* ***metode pemfaktoran*** *sebagai berikut.*

$3x^2 - 13x = -4$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 13x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 1)(x - 4) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ *atau* $x = 4$

Dengan demikian, bilangan yang dimaksud adalah $\frac{1}{3}$ *atau 4.*

LATIHAN SOAL

PERSAMAAN KUADRAT

Kerjakanlah soal – soal di bawah ini!

1. Persamaan $\frac{x^2-3x+3}{x-2}$ = p, mempunyai akar real sama. Maka nilai p sama dengan ...

Jawab:

2. Diberikan bentuk umum persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$. Dari bentuk bentuk dibawah ini tentukan masing-masing nilai dari a, b, dan c!
   a. $2x(x – 3) = 8$
   b. $x^2 -5x = – 12$
   c. $3x + \frac{6}{x} = 5$

Jawab:

3. Diketahui sebuah segitiga siku-siku dengan panjang sisinya berturut-turut adalah x, x + 3, dan x + 6. Tentukan:
   a. nilai x
   b. panjang ketiga sisi segitiga

Jawab:

4. Tentukan akar-akar dari $x^2 + 4x + 1 = 0$

Jawab:

5. Tentukan akar-akar dari $4x^2 + 4x - 7 = 0$

Jawab:

DAFTAR PUSTAKA

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2018. *Buku Guru Matematika Untuk SMP/ MTs Kelas IX* .-- . *Edisi Revisi*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2018. *Buku Siswa Matematika Untuk SMP/ MTs Kelas IX* .-- . *Edisi Revisi*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

https://smatika.blogspot.com/2016/08/menentukan-akar-akar-persamaan-kuadrat.html

https://www.studiobelajar.com/persamaan-kuadrat/

http://www.ajarhitung.com/2017/01/contoh-soal-dan-pembahasan-tentang.html

http://matematika123.com/contoh-soal-persamaan-kuadrat-smp/

https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2017/08/model-matematika-berbentuk-persamaan-kuadrat.html

LAMPIRAN

A. Kisi - Kisi Soal

No	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator Soal	Bentuk Soal	Jumlah Soal
1.	3.2 Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar akarnya serta cara penyelesaiannya.	Persamaan Kuadrat	Peserta didik dapat menyelesaikan akar dari permasalahan persamaan kuadrat dengan cara pemfaktoran.	Uraian	1
			Peserta didik dapat menemukan nilai a, b, dan c pada sebuah persamaan kuadrat.		1
			Peserta didik dapat menentukan akar persamaan kuadrat dengan rumus ABC.		1
			Peserta didik dapat menyelesaikan akar dari persamaan kuadrat, dengan $a \neq 1$.		1
2.	4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.	Persamaan Kuadrat	Peserta didik dapat menyajikan masalah dalam bentuk persamaan kuadrat dan menyelesaikannya.	Uraian	1
JUMLAH SOAL					**5**

B. Kunci Jawaban dan Penskoran

No.	Kunci Jawaban	Skor
1.	$\frac{x^2-3x+3}{x-2}$ = p (dikalikan silang) $x^2 - 3x + 3$ = p (x-2) $x^2 - 3x + 3$ = xp – 2p $x^2 - 3x - xp + 3 + 2p = 0$ $x^2 - x\,(3+p) + (3+2p) = 0$; Jadi, a= 1, b= (3+p), dan c= (3+2p) ***Syarat sebuah persamaan memiliki akar real sama adalah D = 0.*** D = b^2 – 4ac = $(3+p)^2$ – 4 . 1. (3+2p) = 0 = 9 + 6p + p^2 – 12 – 8p = 0 = p^2 – 2p – 3 = 0 = (p - 3) (p + 1) = 0 Jadi, $p_1 = 3\ dan\ p_2 = -1$.	Tak ada jawaban = 0
		Siswa mengerjakan tetapi tidak benar= 1
		Siswa mengerjakan belum tepat dan benar= 2
		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat tetapi perhitungan salah= 3
		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat dan jawaban yang benar= 4
2.	Ubah bentuknya menjadi ax^2 + bx + c = 0 pada semua bentuk persamaan. a. 2x(x – 3) = 8 $2x^2$ -6x = 8 $2x^2$ -6x – 8 = 0 Terlihat, a = 2, b = -6 dan c = -8	Tak ada jawaban = 0
		Siswa mengerjakan tetapi tidak benar= 1

	b. x^2 -5x = -12 x^2 -5x + 12 = 0 Terlihat, a = 1, b = -5 dan c = 12 c. $x + \frac{6}{x} = 5$ Ruas kiri dikalikan x, ruas kanan juga dikalikan x sehingga $(3x + \frac{6}{x})x = 5x$ $x^2 + 6 = 5x$ $3x^2 – 5x + 6 = 0$ Terlihat, a = 3, b = -5 dan c = 6	Siswa mengerjakan belum tepat dan benar= 2 Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat tetapi perhitungan salah= 3 Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat dan jawaban yang benar= 4
3.	a. **Pada sebuah segitiga siku-siku berlaku aturan pythagoras dimana kuadrat sisi terpanjang sama dengan jumlah dari kuadrat dua sisi lainnya.** $(x + 3)^2 + x^2 = (x + 6)^2$ $x^2 + 6x + 9 + x^2 = x^2 + 12x + 36$ $x^2 + 6x + 9 + x^2 – x^2 – 12x – 36 = 0$ x^2 -12x -27 =0 Faktorkan: (x – 9)(x + 3) = 0 (x – 9) = 0 $x_1 = 9$ atau (x + 3) = 0 $x_2 = -3$ Nilai yang mungkin adalah $x_1 = 9$ b. **Panjang ketiga sisi segitiga** sisi pertama = x = 9 sisi kedua = x + 3 = 9 + 3 = 12 sisi ketiga = x + 6 = 9 + 6 = 15	Tak ada jawaban = 0 Siswa mengerjakan tetapi tidak benar= 1 Siswa mengerjakan belum tepat dan benar= 2 Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat tetapi perhitungan salah= 3

		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat dan jawaban yang benar= 4
4.	$x^2 + 4x + 1 = 0$ dengan a=1, b=4, dan c=1 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.1.1}}{2.1}$ $= \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{2}$ $= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2}$ $= \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$ $= -2 \pm \sqrt{3}$ Jadi, $x_1 = -2 + \sqrt{3}\ dan\ x_2 = -2 - \sqrt{3}$.	Tak ada jawaban = 0
		Siswa mengerjakan tetapi tidak benar= 1
		Siswa mengerjakan belum tepat dan benar= 2
		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat tetapi perhitungan salah= 3
		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat dan jawaban yang benar= 4
5.	$4x^2 + 4x - 7 = 0$ **(kedua ruas dibagi dengan 4, supaya a=1)** $x^2 + x - \frac{7}{4} = 0$; dengan a=1, b=1, dan c= $-\frac{7}{4}$ $(x+p)^2 = q$	Tak ada jawaban = 0
		Siswa mengerjakan

	p=$\frac{1}{2}$ b = $\frac{1}{2}$ q= $(\frac{b}{2})^2$ – c = $(\frac{\frac{1}{2}}{2})^2 + \frac{7}{4} = \frac{8}{4} = 2$ Kemudian substitusikan: $(x+p)^2 = q$ $(x + \frac{1}{2})^2 = 2$ $x + \frac{1}{2} = \pm\sqrt{2}$ $x_{1,2} \quad = -\frac{1}{2} \pm\sqrt{2}$ Jadi, $x_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{2}$ dan $x_2 = -\frac{1}{2} - \sqrt{2}$.	tetapi tidak benar= 1
		Siswa mengerjakan belum tepat dan benar= 2
		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat tetapi perhitungan salah= 3
		Siswa mengerjakan dengan konsep yang tepat dan jawaban yang benar= 4
Total Skor		20

$$\textbf{Nilai} = \frac{Total\ skor\ perolehan}{Total\ skor\ maksimum}\ x\ 100$$