

MATERI ISI KONTEN MEDIA PEMBELAJARAN INTERAKTIF
MATERI PERSAMAAN KUADRAT
SMP KELAS IX SEMESTER 1



Dosen Pembimbing :
Dr. Hj. Noor Fajriah, M.Si.
M. Hifdzi Adini, S.Kom., M. T.

Disusun Oleh
Yulia Rakhfah
(1610131120012)

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN KOMPUTER
JURUSAN PENDIDIKA IPA DAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
2021

MATERI ISI KONTEN MATEMATIKA

PERSAMAAN KUADRAT

Untuk siswa SMP/MTs Kelas IX Semester 1

Penulis : Yulia Rakhfah

Pembimbing : Dr. Hj. Noor Fajriah, M.Si
M. Hifdzi Adini, S.Kom., M. T.

Validator :

Pendidikan Komputer

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Lambung Mangkurat 2021

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	3
DAFTAR GAMBAR	4
KATA PENGANTAR.....	5
PETA KONSEP	6
A. PENGERTIAN PERSAMAAN KUADRAT	8
Bentuk Umum Persamaan Kuadrat.....	9
Penyelesaian dan Bukan Penyelesaian Persamaan Kuadrat.....	15
Rangkuman	19
KUIS 1	19
B. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat	22
Memfaktorkan	22
Melengkapkan Kuadrat Sempurna.....	29
Menggunakan Rumus Kuadratis	34
Rangkuman	40
KUIS 2	41
C. SIFAT- SIFAT AKAR.....	43
Diskriminan.....	43
Jumlah dan Hasil Kali Akar	47
Hubungan Sifat Akar dan Koefisien Persamaan.....	51
Rangkuman	56
KUIS 3	57
D. Menyusun Persamaan Kuadrat.....	59
Menggunakan Faktor	60
Menggunakan Rumus Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar.....	63
Rangkuman	65
KUIS 4	65
E. Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Pemecahan Masalah	68
KUIS 5	71
EVALUASI.....	72
DAFTAR PUSTAKA.....	77

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Gerakan memasukkan bola ke dalam ring basket	8
Gambar 2. Anak yang melempar bola ke dalam ring.....	9

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Tuhan yang Mahakuasa, karena atas berkat dan rahmat-Nya, penulis dapat menyelesaikan Materi Isi Konten Media Pembelajaran Interaktif pada Materi Persamaan Kuadrat untuk Siswa SMP-MTs Kelas IX. Materi dalam tulisan ini menyajikan konsep matematika dengan bahasa yang sederhana dan jelas yang dilengkapi aktivitas-aktivitas yang merupakan penerapan pembelajaran dalam kurikulum 2013 dan di susun berdasarkan Kompetensi Dasar (KD).

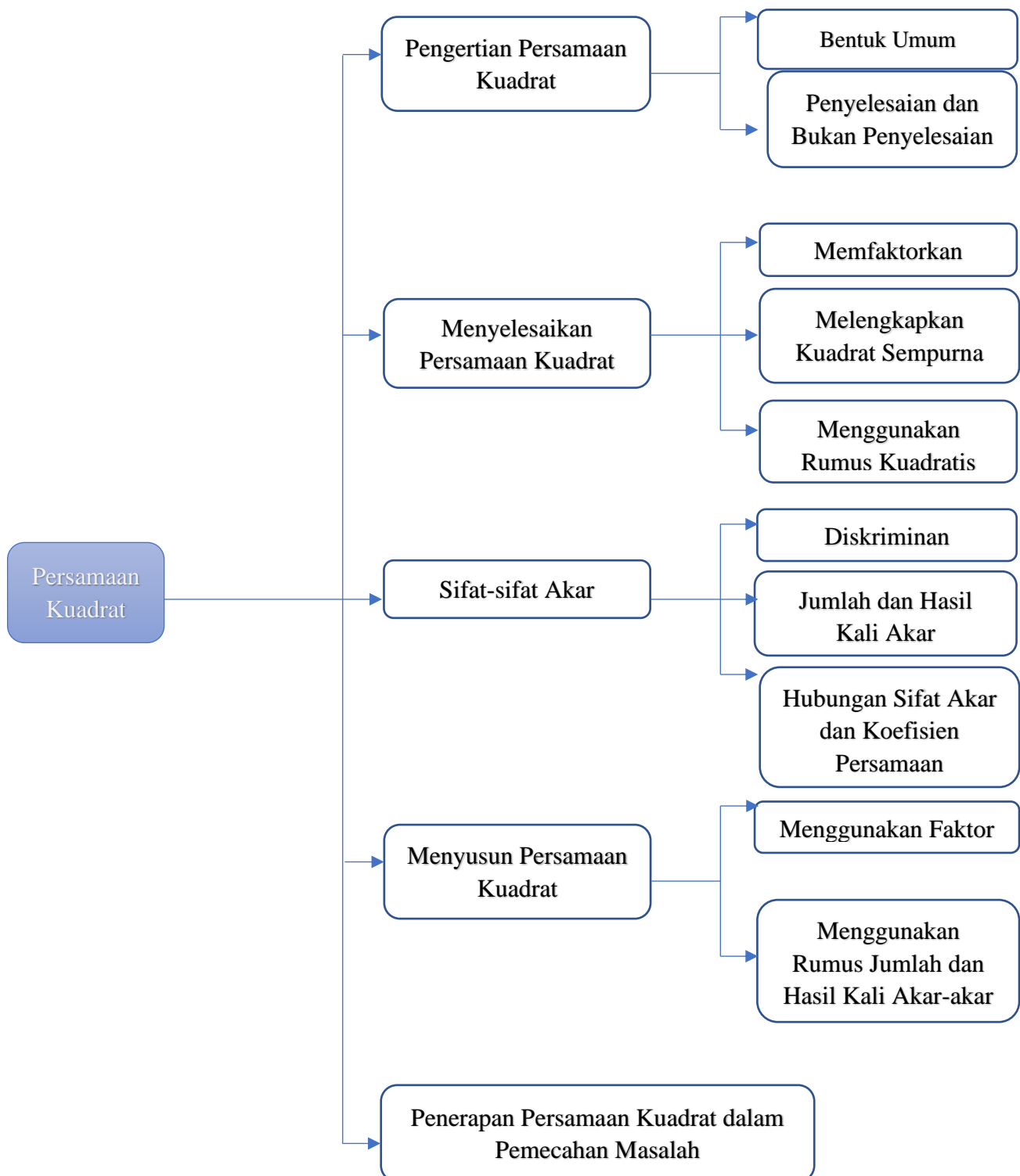
Pengembangan media pembelajaran interaktif merupakan penelitian yang dikembangkan oleh Program Studi Pendidikan Ilmu Komputer Universitas Lambung Mangkurat yang bertujuan untuk meningkatkan minat belajar siswa agar lebih semangat mempelajari materi, khusus nya pada materi persamaan kuadrat.

Penulis menyadari bahwa adanya suatu kendala yakni keengganan siswa untuk membaca buku pelajarannya. Sudah biasa ditemui siswa-siswa yang jarang membaca buku pelajarannya karena sulit untuk dibaca dan dipahami. Tentu saja siswa tidak bisa disalahkan karena keengganannya membaca buku pelajaran. Akan tetapi, hal tersebut justru menjadi tantangan untuk penulis melakukan inovasi baru yakni dengan membuat pengembangan media pembelajaran interaktif.

Banjarmasin, Februari 2021

Tim Penyusu

PETA KONSEP



PERSAMAAN KUADRAT

Kompetensi Dasar

- 3.2 Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar-akarnya serta cara penyelesaiannya
- 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.2

- 3.2.1. Menceritakan pengertian persamaan kuadrat.
- 3.2.2. Mendeskripsikan bentuk umum persamaan kuadrat.
- 3.2.3. Membedakan akar dan bukan akar persamaan kuadrat.
- 3.2.4. Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan.
- 3.2.5. Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan cara melengkapi kuadrat sempurna.
- 3.2.6. Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan rumus abc.
- 3.2.7. Menjabarkan sifat-sifat akar persamaan.
- 3.2.8. Mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminannya.
- 3.2.9. Menggali hubungan sifat akar dan koefisien persamaan.
- 3.2.10. Menyusun persamaan kuadrat jika diketahui akar-akarnya.

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.2

- 4.2.1. Menyelesaikan persamaan yang bukan persamaan kuadrat dengan mengubah dulu ke bentuk persamaan kuadrat.
- 4.2.2. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.
- 4.2.3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.

A. PENGERTIAN PERSAMAAN KUADRAT

Tujuan Pembelajaran

- Siswa mampu menceritakan pengertian persamaan kuadrat.
- Siswa mampu mendeskripsikan bentuk umum persamaan kuadrat.
- Siswa mampu membedakan mana penyelesaian dan bukan penyelesaian persamaan kuadrat.
- Siswa mampu mengidentifikasi yang mana konstanta, variabel, dan koefisien dalam bentuk umum persamaan kuadrat.

Dalam kehidupan sehari-hari, tanpa kita sadari kita sudah mengenal dan menggunakan persamaan kuadrat. Contohnya, kalian pasti pernah bukan bermain bola basket? Bola basket yang dilemparkan ke dalam ring akan dibuat melambung agar dapat masuk ke dalamnya. Gerakan bola yang melambung ke dalam ring merupakan contoh gambaran persamaan kuadrat.



Gambar 1. Gerakan memasukkan bola ke dalam ring basket

Persamaan kuadrat merupakan salah satu persamaan matematika dari variabel yang mempunyai pangkat tertinggi dua, dengan x merupakan variabel, a , b , merupakan koefisien, dan c merupakan konstanta.

1

Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat dalam x adalah sebagai berikut.

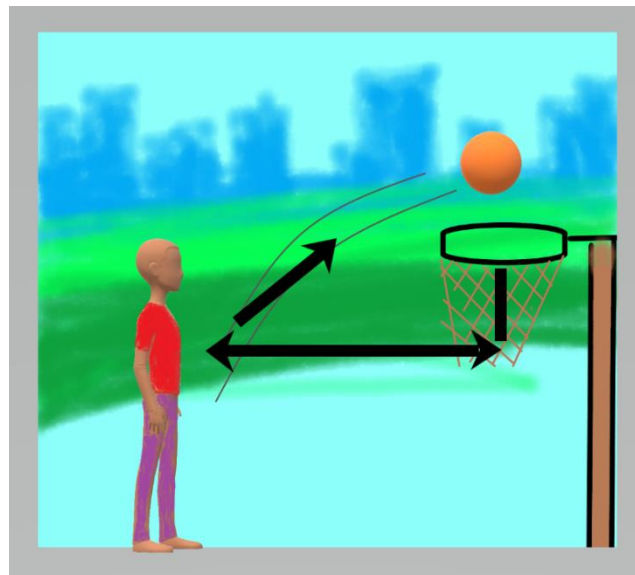
$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ dengan } a \neq 0$$

- x sebagai *variabel*
- a sebagai *koefisien x^2*
- b sebagai *koefisien x*
- c sebagai *konstanta*



Mari Mengamati

Perhatikan gambar berikut ini!



Gambar 2. Anak yang melempar bola ke dalam ring

Gambar 2, memperlihatkan seorang anak yang sedang melempar bola basket ke dalam ring, dapat kita pelajari saat memperkiraan bola yang akan masuk ke dalam ring tersebut adalah contoh penerapan persamaan kuadrat dalam kehidupan sehari-hari. Yakni dari melambungkan bola basket ke dalam ring tersebut diperoleh persamaan kuadrat $2x^2 - 3x + 1 = 0$



Mari Menanya

Bagaimana cara menentukan nilai a, b , dan c dari persamaan kuadrat $2x^2 - 3x + 1 = 0$ saat bola akan dilambungkan ke dalam ring?



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas lakukan prosedur berikut ini:

Langkah 1

Wajib mengingat ini :

$a = \text{koefisien } x^2$

$b = \text{koefisien } x$

$c = \text{konstanta}$

$x = \text{variabel}$

Langkah 2

Menyesuaikan :

$$\begin{array}{ccc} 2x^2 & - & 3x & + & 1 & = & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ a & & b & & c & & \end{array}$$

Dikarenakan a merupakan koefisien dari x^2 , kemudian b adalah koefisien dari x , dan c adalah konstanta maka, nilai a, b , dan c dari persamaan $2x^2 - 3x + 1 = 0$ adalah $a = 1$, $b = -3$, dan $c = 1$



Mari Mencoba

Tentukan nilai a , b , dan c dari setiap persamaan kuadrat berikut ini.

- a. $2x^2 + 3x - 2 = 0$
- b. $x^2 - 16 = 0$
- c. $3x^2 - x = 0$
- d. $x^2 - 3 - x = 0$
- e. $-x^2 - 2x + 1 = 0$

Kolom Interaktif

a. $2x^2 + 3x - 2 = 0$

a **b** **c**

b. $x^2 - 16 = 0$

a **c**

c. $3x^2 - x = 0$

a **b**

d. $x^2 - 3 - x = 0$

a **c** **b**

e. $-x^2 - 2x + 1 = 0$

a **b** **c**

Pembahasan

- a. Dikarenakan $a = \text{koefisien } x^2$, $b = \text{koefisien } x$, dan $c = \text{konstanta}$ maka $2x^2 + 3x - 2 = 0$, hasilnya adalah $a = 2$, $b = 3$, dan $c = -2$
- b. Dikarenakan $a = \text{koefisien } x^2$, $b = \text{koefisien } x$, dan $c = \text{konstanta}$ maka $x^2 - 16 = 0$, hasilnya adalah $a = 1$, $b = 0$, dan $c = -16$
- c. Dikarenakan $a = \text{koefisien } x^2$, $b = \text{koefisien } x$, dan $c = \text{konstanta}$ maka $3x^2 - x = 0$, hasilnya adalah $a = 3$, $b = -1$, dan $c = 0$
- d. Dikarenakan $a = \text{koefisien } x^2$, $b = \text{koefisien } x$, dan $c = \text{konstanta}$ maka $x^2 - 3 - x = 0$, hasilnya adalah $a = 1$, $b = -1$, dan $c = -3$
- e. Dikarenakan $a = \text{koefisien } x^2$, $b = \text{koefisien } x$, dan $c = \text{konstanta}$ maka $-x^2 - 2x + 1 = 0$, hasilnya adalah $a = -1$, $b = -2$, dan $c = 1$

Variabel adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas.

Contoh :

Suatu bilangan jika dikalikan 5 kemudian dikurangi 3, hasilnya adalah 12. Buatlah bentuk persamaannya!

Jawab :

Misalkan bilangan tersebut x , berarti $5x - 3 = 12 \longrightarrow x$ merupakan variabel

Koefisien adalah bilangan pada bentuk aljabar yang mengandung variabel.

Contoh :

Tentukan koefisien pada bentuk aljabar berikut.

- a. $5x + 3x - 1$
- b. $2x - 1$

Jawab :

- a. Koefisien dari $5x + 3x - 1$ adalah 5,3
- b. koefisien dari $2x - 1$ adalah 2

Konstanta adalah suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel atau bisa dikatakan dia hanya berdiri sendiri tanpa variabel.

Contoh :

Tentukan konstanta pada bentuk aljabar berikut.

a. $2x + 3xy + 5x - y - 4$

b. $3 + 7y - x$

Jawab :

a. Konstanta adalah suku yang tidak memuat variabel, maka konstanta dari $2x + 3xy + 5x - y - 4$ adalah -4

c. Konstanta adalah suku yang tidak memuat variabel, maka konstanta dari $3 + 7y - x$ adalah 3

Dari kegiatan di atas, kalian mampu untuk mengelompokkan mana yang termasuk variabel, koefisien, dan konstanta dari persamaan tersebut.

Pertanyaan

1. Tentukan variabel, koefisien, dan konstanta serta tentukan nilai a , b , dan c untuk setiap persamaan kuadrat berikut.

a. $4x^2 + 16 = 0$

b. $p^2 + p - 8 = 0$

c. $-x^2 - 9 - x = 0$

d. $-2x^2 + x = 0$



2. Buatlah setiap persamaan kuadrat berikut ke dalam bentuk umum.

a. $x^2 = -2$

b. $x^2 = 4x + 2$

c. $x(x - 2) - 1 = 0$

Kunci Jawaban

1. a. Variabel = x^2
Koefisien = 4
Konstanta = 16
 $a = 4, b = 0, c = 16$
- b. Variabel = p^2, p
Koefisien = 1, 1
Konstanta = -8
 $a = 1, b = 1, c = -8$
- c. Variabel = x^2, x
Koefisien = -1, -1
Konstanta = -9
 $a = -1, b = -1, c = -9$
- d. Variabel = x^2, x
Koefisien = -2, 1
Konstanta = 0
 $a = -2, b = 1, c = 0$
2. a. Karena bentuk umum persamaan kuadrat yaitu $ax^2 + bx + c = 0$,
dengan $a \neq 0$ maka hasilnya adalah $x^2 + 2 = 0$
- b. Hasilnya adalah $x^2 = 4x + 2$
 $x^2 - 4x - 2 = 0$  Pindah Ruas
- c. Hasilnya adalah $\Leftrightarrow x(x - 2) - 1 = 0$

 $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$

Penyelesaian (akar) suatu persamaan kuadrat dalam x adalah pengganti x sedemikian sehingga persamaan tersebut menjadi benar. Misalkan diketahui persamaan kuadrat $x^2 - 9 = 0$. Untuk menyelesaikannya, pilih beberapa bilangan pengganti x . Misalkan kita pilih x diganti 3, -3, 2, dan -2.

$$\begin{aligned}\text{Jika } x \text{ diganti } 3, \text{ maka } &\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow (3)^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 9 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jika } x \text{ diganti } -3, \text{ maka } &\Leftrightarrow (-3)^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 9 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jika } x \text{ diganti } 2, \text{ maka } &\Leftrightarrow (2)^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow -5 = 0 \quad \text{(salah)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jika } x \text{ diganti } -2, \text{ maka } &\Leftrightarrow (-2)^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow -5 = 0 \quad \text{(salah)}\end{aligned}$$

Cobalah untuk nilai pengganti x yang lain. Adakah nilai pengganti x selain 3 atau -3 yang membuat persamaan $x^2 - 9 = 0$ menjadi benar? Dengan demikian, **penyelesaian** (akar) persamaan $x^2 - 9 = 0$ adalah 3 atau -3. Sementara 2 dan -2 **bukan penyelesaian** (bukan akar) persamaan $x^2 - 9 = 0$.



Info Matematika

Persamaan kuadrat disebut juga persamaan pangkat dua. Bentuk $ax^2 + bx = 0$ disebut persamaan kuadrat yang tidak lengkap. Bentuk $ax^2 + c = 0$ disebut persamaan kuadrat sempurna.



Mari Mencoba

Selidiki apakah $x = 2$ atau $x = 3$ merupakan penyelesaian (akar) persamaan berikut atau bukan?

a. $x^2 + x - 8 = 0$

b. $x^2 - 5x + 6 = 0$

Kolom Interaktif

a. Diketahui persamaan kuadrat $\Leftrightarrow x^2 + x - 8 = 0$

Jika x diganti 2 , maka $\Leftrightarrow (\dots)^2 + (\dots) - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow (\dots) + (\dots) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\dots) = 0$$

Jika x diganti 3 , maka $\Leftrightarrow (\dots)^2 + (\dots) - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow (\dots) + (\dots) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\dots) = 0$$

Jadi, $x = 2$ atau $x = 3$ merupakan(akar) persamaan $x^2 + x - 8 = 0$

Kolom Interaktif

b. Diketahui persamaan kuadrat $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

Jika x diganti 2 , maka $\Leftrightarrow (\dots)^2 - 5(\dots) + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow (\dots) - (\dots) + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\dots) = 0$$

Jika x diganti 3 , maka $\Leftrightarrow (\dots)^2 + (\dots) - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow (\dots) + (\dots) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\dots) = 0$$

Jadi, $x = 2$ atau $x = 3$ merupakan(akar) persamaan $x^2 - 5x + 6 = 0$

Dari kegiatan di atas, kalian mampu mengelompokkan mana yang termasuk *penyelesaian* (akar) dan *bukan penyelesaian* (bukan akar) persamaan kuadrat.

b. Persamaan kuadrat $\Leftrightarrow x^2 + 6x + 5 = 0$

Jika x diganti $-1 \Leftrightarrow (-1)^2 + 6(-1) + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - 6 + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}$$

Jika x diganti $-5 \Leftrightarrow (-5)^2 + 6(-5) + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow 25 - 30 + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}$$

Jadi, $x = -1$ merupakan *penyelesaian* (akar), sedangkan $x = -5$ *bukan penyelesaian* (bukan akar) persamaan $x^2 + 3x + 2 = 0$

2. Persamaan kuadrat $\Leftrightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$

Jika x diganti $\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right) - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{18}{4} + \frac{3}{2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}$$

Jika x diganti $-2 \Leftrightarrow 2(-2)^2 + (-2) - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{18}{4} + \frac{3}{2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}$$

Jadi, $x = \frac{3}{2}$ atau $x = -2$ merupakan *penyelesaian* (akar) persamaan

$$2x^2 + x - 6 = 0$$

3. Persamaan kuadrat $\Leftrightarrow x^2 + 9x + 18 = 0$

Jika x diganti $-3 \Leftrightarrow (-3)^2 + 9(-3) + 18 = 0$

$$\Leftrightarrow 9 - 27 + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(benar)}$$

Jika x diganti $6 \Leftrightarrow (6)^2 + 9(6) + 18 = 0$

$$\Leftrightarrow 36 + 54 + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 108 = 0 \quad \text{(salah)}$$

Jadi, $x = -3$ merupakan *penyelesaian* (akar), sedangkan $x = 6$ *bukan penyelesaian* (bukan akar) persamaan $x^2 + 9x + 18 = 0$

Rangkuman

✔ Persamaan kuadrat disebut juga persamaan pangkat dua.

✔ Pengertian persamaan kuadrat :

Persamaan kuadrat merupakan salah satu persamaan matematika dari variabel yang mempunyai pangkat tertinggi dua, dengan x merupakan variabel, a , b , merupakan koefisien, dan c merupakan konstanta.

✔ Bentuk umum persamaan kuadrat adalah :

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ dengan } a \neq 0$$

✔ Bentuk $ax^2 + bx = 0$ disebut persamaan kuadrat yang tidak lengkap. Bentuk $ax^2 + c = 0$ disebut persamaan kuadrat sempurna.

KUIS 1

1. Persamaan kuadrat berikut $x^2 = 3x - 1$ jika diubah ke dalam bentuk umum akan menjadi...
 - a. $x^2 + 3 = 0$
 - b. $x^2 - 3x - 1 = 0$
 - c. $-x^2 + 3x - 1 = 0$
 - d. $x^2 - 3x + 1 = 0$
2. Yang merupakan koefisien dari persamaan kuadrat $5x^3 + 3y^2 - 2z - z + 1 = 0$ adalah...
 - a. x^3, y^2, z
 - b. 5, 3, 2, 1
 - c. 5, 3, -2, 1
 - d. 5, 3, -2, -1
3. Yang merupakan variabel dari persamaan kuadrat $5x^3 + 3y^2 - 2z - z + 1 = 0$ adalah...
 - a. x^2, y^2, z
 - b. x^3, y^2, z
 - c. 5, 3, -2, -1
 - d. 5, 3, 2, 1

4. Jika bentuk umum dari persamaan $\frac{2x^3+4x}{2x} = 3(x+2)$ yaitu $ax^2 + bx + c = 0$, maka nilai a, b, dan c berturut-turut yaitu
- 1, -3, 8
 - 1, -3, 4
 - 1, 3, 4
 - 1, -3, -4
5. Jika $x = -2$ adalah salah satu akar dari persamaan kuadrat $2x^2 - p = 0$, maka nilai p dan akar yang lainnya adalah...
- $p = 8$ dan $x = 2$
 - $p = 6$ dan $x = -2$
 - $p = -6$ dan $x = -2$
 - $p = -6$ dan $x = 8$
6. Dari persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 6 = 0$ penyelesaian (akar) nya adalah...
- 2 dan -3
 - 2 dan 3
 - 2 dan 3
 - 2 dan -3
7. Yang merupakan persamaan kuadrat dari akar -2 dan 3 adalah ...
- $x^2 + x - 6 = 0$
 - $x^2 - x - 6 = 0$
 - $x^2 + x + 6 = 0$
 - $x^2 - x + 6 = 0$
8. Perhatikan persamaan-persamaan berikut !
- $2x^2 - 5 = 0$
 - $2x^2 + 3x^3 = 0$
 - $3x + 6 = 0$
 - $3x^2 + 5x + 9 = 0$
- Yang merupakan persamaan kuadrat adalah
- (i) dan (ii)
 - (i) dan (iii)
 - (ii) dan (iv)
 - (i) dan (iv)

9. Jika salah satu akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 3x + c = 0$ adalah 2, maka nilai konstanta yang memenuhinya adalah...
- a. -5
 - b. 5
 - c. -10
 - d. 10
10. Jika salah satu akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 2x + c = 0$ adalah 3, maka akar lainnya adalah...
- a. $x = 5$
 - b. $x = 3$
 - c. $x = -5$
 - d. $x = -15$

Kunci Jawaban

- | | |
|------|-------|
| 1. D | 6. A |
| 2. D | 7. B |
| 3. B | 8. D |
| 4. D | 9. C |
| 5. A | 10. C |

B. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

TUJUAN PEMBELAJARAN

- Siswa mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan.
- Siswa mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.
- Siswa mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus kuadratis

Menyelesaikan persamaan kuadrat sama artinya dengan menentukan akar atau penyelesaian dari persamaan kuadrat tersebut. Pada bahasan sebelumnya kita telah mengetahui bahwa akar atau penyelesaian suatu persamaan kuadrat dalam x adalah pengganti x yang memenuhi persamaan tersebut (persamaan tersebut menjadi benar).

Dalam bahasan sebelumnya, pengganti x tersebut dicari dengan mencoba memilih bilangan yang memenuhi. Namun cara tersebut memakan waktu yang cukup lama (kurang efektif), apalagi jika persamaan kuadrat yang dicari itu tidak sederhana.

Ada tiga cara yang dapat ditempuh dan lebih efektif untuk menyelesaikan persamaan kuadrat, yaitu:

1. Memfaktorkan,
2. Melengkapkan kuadrat sempurna, dan
3. Menggunakan rumus kuadratis (rumus abc).

1 Memfaktorkan

Rumus faktorisasi bentuk kuadrat $x^2 + bx + c$ adalah :

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$

Dengan $b = p + q$ dan $c = p \cdot q$

Kemudian untuk rumus faktorisasi kuadrat $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$ adalah :

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$$

Dengan $b = p + q$ dan $c = p \cdot q$



Mari Mengamati

Perhatikan persamaan berikut ini.

- $x^2 + 3x + 2$
- $2x^2 + 5x + 3$
- $x^2 - 5x + 6 = 0$



Mari Menanya

Berapakah nilai p dan q yang memenuhi persyaratan sebagai b dan c dalam penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan? Jika p dan q telah kita temukan, apakah penyelesaian persamaan kuadrat yang kita dapatkan dengan cara memfaktorkan?



Alternatif Pemecahan Masalah

- Diketahui $x^2 + 3x + 2$

$$\dots + \dots = 3$$

$$\dots \times \dots = 2$$

Bilangan apakah yang jika di tambahkan hasilnya 3

Bilangan apakah yang jika di kalikan hasilnya 2

a b c

$$x^2 + 3x + 2 \longrightarrow x^2 + bx + c$$

$$1 + 2 = 3$$

$$p + q = b$$

$$1 \times 2 = 2$$

$$p \times q = c$$

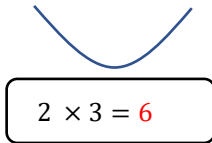
Sehingga telah kita dapatkan p dan q yaitu 1 dan 2, kemudian kita masukkan kedalam rumus faktorisasi persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$ sehingga :

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2 &= (x + p)(x + q) \\ \Leftrightarrow &= (x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

b. Diketahui $2x^2 + 5x + 3 \longrightarrow ax^2 + bx + c$

Pertama kalikan terlebih dahulu a dan c sehingga :

$$2x^2 + 5x + 3$$



$$2 \times 3 = 6$$

Tentukan bilangan yang memenuhi $\dots + \dots = 5$

Tentukan bilangan yang memenuhi $\dots \times \dots = 6$

Sehingga telah kita dapatkan p dan q yaitu 2 dan 3, kemudian kita masukkan kedalam rumus faktorisasi persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$, sehingga :

$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x + 3 &= \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q) \\ \Leftrightarrow &= \frac{1}{2}(2x + 2)(2x + 3) \\ \Leftrightarrow &= (x + 1)(2x + 3) \end{aligned}$$

c. Diketahui $x^2 - 5x + 6 \longrightarrow x^2 + bx + c$

Tentukan bilangan yang memenuhi b yakni $\dots + \dots = -5$

Tentukan bilangan yang memenuhi c yakni $\dots \times \dots = 6$

Sehingga telah kita dapatkan p dan q yaitu -2 dan -3 , kemudian kita masukkan kedalam rumus faktorisasi persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$, sehingga :

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow &(x - 2)(x - 3) = 0 \\ \Leftrightarrow &x - 2 = 0 \text{ atau } x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow &x = 2 \text{ atau } x = 3 \end{aligned}$$



Mari Mencoba

Selesaikan persamaan kuadrat berikut.

a. $x^2 - 2x + 3 = 0$

b. $3x^2 - 5x - 2 = 0$

Kolom Interaktif

a. Diketahui $x^2 - 2x + 3 = 0$

Tentukan bilangan yang memenuhi b yakni $\dots + \dots = -2$

Tentukan bilangan yang memenuhi c yakni $\dots \times \dots = 3$

Sehingga nilai $p = \dots$ dan nilai $q = \dots$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + p)(x + q) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \dots)(x - \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \dots = 0 \text{ atau } x - \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \dots \text{ atau } x = \dots$$

b. Diketahui $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$\dots \times \dots = \dots$$

Tentukan bilangan yang memenuhi $\dots + \dots = -5$

Tentukan bilangan yang memenuhi $\dots \times \dots = -6$

Sehingga nilai $p = \dots$ dan nilai $q = \dots$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} (ax + p)(ax + q) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\dots} (\dots - \dots)(\dots + \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)(3x + \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \dots = 0 \text{ atau } 3x + \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \dots \text{ atau } x = \dots$$

Pembahasan

a. Diketahui $x^2 - 2x - 3 = 0$

Bilangan yang memenuhi b yakni $1 + -3 = -2$

Bilangan yang memenuhi c yakni $1 \times -3 = -3$

Sehingga nilai $p = 1$ dan nilai $q = -3$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + p)(x + q) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \text{ atau } x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ atau } x = 3$$

b. Diketahui $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$3 \times (-2) = -6$$

Dikarenakan $a \times c$ atau $3 \times -2 = -6$ maka -6 di umpamakan sebagai nilai c yang kita cari untuk menentukan bilangan yang memenuhi $\dots \times \dots = -6$

kemudian tentukan bilangan yang memenuhi b yakni $\dots + \dots = -5$

Sehingga telah kita dapatkan nilai $p = -6$ dan nilai $q = 1$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} (ax + p)(ax + q) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} (3x - 6)(3x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(3x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ atau } 3x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = -\frac{1}{3}$$

Dari pengalaman diatas yang sudah kita lalui, yakni dalam konsep bilangan, dapat kita ketahui bahwa perkalian dengan bilangan nol akan menghasilkan nol. Sebaliknya, suatu perkalian apabila menghasilkan nol, pasti salah satu bilangan yang dikalikan bernilai nol.

Jika $pq = 0$, maka $p = 0$ atau $q = 0$ atau $p = q = 0$

Sebagai contoh,

- bila $2x = 0$, maka pasti $x = 0$
- bila $2(x - 2) = 0$, maka pasti $x - 2 = 0$
- bila $x(x - 1) = 0$, maka $x = 0$ atau $x - 1 = 0$
- bila $(x - 1)(x + 2) = 0$, maka $x - 1 = 0$ atau $x + 2 = 0$

Pertanyaan

Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini menggunakan rumus faktorisasi.

- $x^2 + 10x + 21 = 0$
- $4x^2 - 12x = -5$
- $2x^2 + 4x = 0$

Tentukan himpunan penyelesaian dari setiap persamaan berikut.

- $4x^2 - 9 = 0$
- $2x^2 - 10 - 12 = 0$

Jawab

Penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara faktorisasi

-
-
-

Penyelesaian himpunan dari setiap persamaan

- $\{.....,\}$
- $\{.....,\}$

Kunci Jawaban

Penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara faktorisasi.

a. $x^2 + 10x + 21 = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 7)(x + 3) = 0$
 $\Leftrightarrow x + 7 = 0$ atau $x + 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x = -7$ atau $x = -3$

b. $4x^2 - 12x = -5$
 $\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 5 = 0$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{4}(4x - 2)(4x - 10) = 0$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(4x - 2) \cdot \frac{1}{2}(4x - 10) = 0$
 $\Leftrightarrow (2x - 1)(2x - 5) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ atau $2x - 5 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ atau $x = \frac{5}{2}$

c. $2x^2 + 4x = 0$
 $\Leftrightarrow 2x(x + 2) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x = 0$ atau $x + 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0$ atau $x = -2$

Penyelesaian himpunan dari setiap persamaan.

a. $4x^2 - 9 = 0$
 $\Leftrightarrow (2x + 3)(2x - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x + 3 = 0$ atau $2x - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ atau $x = \frac{3}{2}$

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$

b. $2x^2 - 10x - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(2x + 2)(2x - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(2x - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ atau } x = 6$$

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{-1, 6\}$

2

Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Selanjutnya pada halaman ini kita akan membahas cara menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna. Coba ingat Kembali materi mengenai faktorisasi kuadrat sempurna dalam bab operasi aljabar. Bentuk $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ dan $(a - b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$ disebut *bentuk kuadrat sempurna*.



Mari Mengamati

Setiap bentuk persamaan kuadrat dapat diubah menjadi bentuk persamaan yang memuat bentuk kuadrat sempurna dengan menambah atau mengurangi konstanta. Simak uraian berikut dengan baik.

Selesaikan persamaan kuadrat berikut dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

Langkah-langkah menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna adalah sebagai berikut :

- Tempatkan suku-suku yang mengandung variabel di ruas kiri dan konstanta di ruas kanan.

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = -2$$
- Koefisien x^2 harus sama dengan satu.
- Tambahkan kedua ruas dengan kuadrat dari setengah koefisien x atau $+\left(\frac{\dots}{2}\right)^2$ pada koefisien x , sehingga ruas kiri menjadi kuadrat sempurna.

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = -2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = -2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -2 + \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

- Kemudian setelah kuadrat berubah jadi akar masukkan \pm pada ruas kanan

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right) = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \quad \text{atau} \quad x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \quad \text{atau} \quad x = 1$$



Mari Menanya

Pada langkah yang kedua disebutkan koefisien x^2 harus sama dengan satu. Bagaimana penyelesaian nya jika koefisien x^2 tidak sama dengan satu??



Alternatif Pemecahan Masalah

Jika ditemukan koefisien x^2 tidak sama dengan satu seperti persamaan berikut $2x^2 + 3x - 2 = 0$, maka persamaan kuadrat tersebut harus dibagi dua agar x^2 menjadi sama dengan satu seperti berikut :

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 3x - 2}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{2}{2} = 0$$

Setelah semua dibagi dua dan x^2 sudah sama dengan satu, langkah selanjutnya adalah sama dengan langkah sebelumnya yakni meletakkan suku-suku yang mengandung variabel di ruas kiri dan konstanta di ruas kanan.

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = 1$$

Kemudian sama seperti langkah sebelumnya yakni tambahkan kedua ruas dengan kuadrat dari setengah koefisien x atau $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ pada koefisien x , sehingga ruas kiri menjadi kuadrat sempurna.

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{\frac{3}{2}}{2}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\frac{3}{2}}{2}\right)^2$$

Agar lebih mudah sebaiknya kita selesaikan dulu setengah koefisien x nya, yakni $\frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{3}{4} = \pm \sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{3}{4} = \pm \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} \quad \text{atau} \quad x = -\frac{5}{4} - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad x = -2$$



Mari Mencoba

Selesaikan persamaan kuadrat $x^2 + 4x - 21 = 0$ dengan cara melengkapi kuadrat sempurna.

Kolom Interaktif

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x = \dots \rightarrow \text{variabel disebelah kiri dan konstanta di sebelah kanan.}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \dots = 21 + \dots \rightarrow \text{pada kedua ruas kedua ruas kiri dan kanan dengan kuadrat dari setengah koefisien } x$$

$$\Leftrightarrow (x + \dots)^2 = \frac{\dots}{4}$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = \pm \sqrt{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = \pm \dots$$

$$\Leftrightarrow x = \dots \quad \text{atau} \quad x = \dots$$

Pembahasan

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow x^2 + 4x - 21 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x^2 + 4x = 21 \\
 &\text{Variabel disebelah kiri} \quad \leftarrow \quad \text{Konstanta disebelah kanan} \\
 &\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 21 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 \\
 &\quad \downarrow \\
 &\text{tambahkan kedua ruas dengan kuadrat dari setengah koefisien } x \\
 &\text{karena koefisien } x \text{ adalah } 4, \text{ maka } \frac{4}{2} = 2 \text{ dan dikuadratkan sehingga menjadi } (2)^2 \\
 &\Leftrightarrow (x + 2)^2 = \frac{100}{4} \\
 &\Leftrightarrow x + 2 = \pm \sqrt{25} \quad \rightarrow \text{tambahkan } \pm \text{ setelah kuadrat} \\
 &\quad \downarrow \quad \text{menjadi akar} \\
 &\Leftrightarrow x + 2 = \pm 5 \\
 &\Leftrightarrow x + 2 = 5 \quad \text{atau} \quad x + 2 = -5 \\
 &\Leftrightarrow x = 3 \quad \text{atau} \quad x = -7
 \end{aligned}$$

Proses melengkapi kuadrat dapat dilakukan terhadap semua persamaan kuadrat dengan koefisien suku- x^2 , $a = 1$. Jika koefisien dari suku- x^2 tidak 1, maka kita harus membagi persamaan tersebut dengan a pada seluruh koefisien dan konstantanya. Untuk lebih jelasnya mari kerjakan soal berikut agar lebih memahami cara penyelesaian dengan melengkapi kuadrat sempurna.

Pertanyaan

Selesaikan persamaan kuadrat berikut dengan cara melengkapi kuadrat sempurna.

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a. $x^2 + 8x - 9 = 0$ | c. $4x^2 + x - 5 = 0$ |
| b. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ | d. $3x^2 + 20x - 7 = 0$ |

Kunci Jawaban

$$\begin{aligned} \text{a. } &\Leftrightarrow x^2 + 8x - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + x = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 9 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow (x + 8)^2 = \frac{100}{4} \\ &\Leftrightarrow x + 8 = \pm\sqrt{25} \\ &\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{atau} \quad x = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } &\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 5x + 3}{2} = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{25}{16} \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \\ &\Leftrightarrow x - \frac{5}{4} = \pm\sqrt{\frac{1}{16}} \\ &\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{atau} \quad x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } &\Leftrightarrow 4x^2 + x - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4x^2 + x - 5}{4} = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{4}x + \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{5}{4} + \left(\frac{1}{8}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{8}\right)^2 = \frac{5}{4} + \frac{1}{64} \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{8}\right)^2 = \frac{81}{64} \\ &\Leftrightarrow x + \frac{1}{8} = \pm\sqrt{\frac{81}{64}} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{atau} \quad x = -\frac{5}{4}$$

$$\text{d. } \Leftrightarrow 3x^2 + 20x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2 + 20x - 7}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{20}{3}x - \frac{7}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{20}{3}x + \left(\frac{20}{6}\right)^2 = \frac{7}{3} + \left(\frac{20}{6}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{20}{6}\right)^2 = \frac{484}{36}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{20}{6} = \pm \sqrt{\frac{484}{36}}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{20}{6} = \pm \frac{22}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \quad \text{atau} \quad x = -7$$

3

Menggunakan Rumus Kuadratis

Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan rumus kuadratis (rumus abc) biasanya dilakukan apabila kita mengalami kesulitan dalam menyelesaikan dengan cara memfaktorkan atau melengkapkan bentuk kuadrat sempurna.

Rumus abc merupakan cara yang unggul karena dapat digunakan untuk menemukan akar-akar dari berbagai bentuk persamaan kuadrat. Dengan demikian, persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diselesaikan menggunakan rumus kuadratis, yaitu:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Huruf-huruf a , b , dan c dalam rumus abc disebut sebagai koefisien. Koefisien kuadrat x^2 adalah a , koefisien x adalah b , dan c adalah koefisien konstanta.



Mari Mengamati

Selesaikan akar – akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 7x + 10 = 0$ dengan menggunakan rumus abc!

Jawab :

Diketahui \rightarrow koefisien $x^2 = a$

koefisien $x = b$

koefisien konstanta = c

sehingga dapat kita ketahui bahwa $a = 1$, $b = 7$, dan $c = 10$ dari persamaan $x^2 + 7x + 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - (4 \times 1 \times 10)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm 3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = -2$$

Jadi, hasil akar-akar dari persamaan $x^2 + 7x + 10 = 0$ adalah $x = 2$ atau $x = -2$



Mari Menanya

Bagaimana jika menyelesaikan persamaan kuadrat dengan rumus abc tetapi akar persamaan tersebut hanya terdapat koefisien x^2 dan koefisien konstanta seperti $16 - 4x^2 = 0$?



Alternatif Pemecahan Masalah

Rumus abc merupakan cara yang paling unggul karena dapat digunakan untuk menemukan akar-akar dari berbagai bentuk persamaan kuadrat. Seperti persamaan berikut yang dapat dipecahkan dengan mudah menggunakan rumus abc.

Diketahui :

Persamaan kuadrat $16 - 4x^2 = 0$, maka $a = -4$, $b = 0$, dan $c = 16$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - (4 \times (-4) \times 16)}}{2 \times (-4)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pm \sqrt{256}}{-8}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{16}{-8}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = -2$$



Mari Mencoba

Selesaikan persamaan berikut dengan menggunakan rumus kuadratis.

a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$

b. $2x^2 - 3x - 20 = 0$

Kolom Interaktif

a. $\Leftrightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Diketahui : $a = \dots$

$\Leftrightarrow \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots^2 - (4 \times \dots \times \dots)}}{2 \times \dots}$ $b = \dots$

$\Leftrightarrow \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots + \dots}}{\dots}$ $c = \dots$

$\Leftrightarrow \frac{-\dots \pm \dots}{\dots}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\dots}{\dots}$ atau $x = \dots$

b. $\Leftrightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Diketahui : $a = \dots$

$\Leftrightarrow \frac{-(-\dots) \pm \sqrt{(-\dots)^2 - [4 \times (\dots) \times (-\dots)]}}{2 \times \dots}$ $b = \dots$

$\Leftrightarrow \frac{\dots \pm \sqrt{\dots + \dots}}{\dots}$ $c = \dots$

$\Leftrightarrow \frac{\dots \pm \sqrt{\dots}}{\dots}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\dots}{\dots}$ atau $x = -\frac{\dots}{\dots}$

Pembahasan

a. Diketahui : $a = 2$, $b = 5$, dan $c = -3$

$\Leftrightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Leftrightarrow \frac{(-5) \pm \sqrt{5^2 - [4 \times 2 \times (-3)]}}{2 \times 2}$

$\Leftrightarrow \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{-5 \pm 7}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ atau $x = -3$

b. Diketahui : $a = 2$, $b = -3$, dan $c = -20$

$$\Leftrightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - [4 \times (2) \times (-20)]}}{2 \times 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3 \pm \sqrt{196}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3 \pm 13}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{4} = 4 \quad \text{atau} \quad x = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

Agar lebih lihai dalam menggunakan penyelesaian menggunakan rumus kuadratis mari kerjakan tugas berikut.

Pertanyaan

Selesaikan persamaan berikut dengan menggunakan rumus kuadratis.

- a. $2x^2 + 6x = 0$
- b. $x^2 - 16 = 0$
- c. $-3x^2 - 7x + 6 = 0$
- d. $2x^2 - 7x - 30 = 0$
- e. $2x^2 + 8x - 24 = 0$

Kunci Jawaban

a. $\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Diketahui: $a = 2$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - (4 \times 2 \times 0)}}{2 \times 2}$ $b = 6$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 0}}{4}$ $c = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm 6}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6+6}{4}$ atau $x = \frac{-6-6}{4}$

$\Leftrightarrow x = 0$ atau $x = -3$

b. $\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Diketahui: $a = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \times 1 \times (-16)}}{2 \times 1}$ $b = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pm \sqrt{64}}{2}$ $c = -16$

$\Leftrightarrow x = \pm \frac{8}{2}$

$\Leftrightarrow x = 4$ atau $x = -4$

c. $\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Diketahui: $a = -3$

$\Leftrightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - [4 \times (-3) \times 6]}}{2 \times (-3)}$ $b = -7$

$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - (-72)}}{-6}$ $c = 6$

$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{-6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm 11}{-6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{7+11}{-6}$ atau $x = \frac{7-11}{-6}$

$\Leftrightarrow x = -3$ atau $x = \frac{2}{3}$

$$d. \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diketahui: $a = 2$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - [4 \times 2 \times (-30)]}}{2 \times 2}$$

$b = -7$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - (-240)}}{4}$$

$c = -30$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{289}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7+17}{4} = 6 \quad \text{atau} \quad x = \frac{7-17}{4} = -\frac{10}{4}$$

$$e. \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diketahui: $a = 2$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - [4 \times 2 \times (-24)]}}{2 \times 2}$$

$b = 8$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - (-192)}}{4}$$

$c = -24$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{256}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm 16}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8+16}{4} = 2 \quad \text{atau} \quad x = \frac{-8-16}{4} = -6$$

Rangkuman

Cara-cara menyelesaikan persamaan kuadrat adalah :

✚ Memfaktorkan

- Jika $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q) = 0$ (dengan $b = p + q$ dan $c = p \cdot q$), maka : $x + p = 0$ atau $x + q = 0$
- Jika $ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q) = 0$ (dengan $b = p + q$ dan $c = p \cdot q$), maka : $x + p = 0$ atau $x + q = 0$
- Jika $p \cdot q = 0$, maka $p = 0$ atau $q = 0$ atau $p = q = 0$

✚ Melengkapi kuadrat sempurna (syarat $a = 1$)

Jika $x^2 + bx + c = 0$, maka :

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = -c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = -c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

✚ Rumus kuadratis (rumus abc)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

KUIS 2

1. Nilai yang memenuhi $x(x + 1) = 0$ adalah ...
 - a. $x = 1$ atau $x = -1$
 - b. $x = -1$
 - c. $x = 0$ atau $x = -1$
 - d. $x = 1$
2. Himpunan penyelesaian dari persamaan $x^2 + 7x + 12 = 0$ dengan cara memfaktorkan adalah ...
 - a. $\{-3, -4\}$
 - b. $\{3, -4\}$
 - c. $\{3, 4\}$
 - d. $\{-3, 4\}$
3. Himpunan penyelesaian dari persamaan $2x^2 + 7x - 4 = 0$ dengan cara menyempurnakan kuadrat sempurna adalah ...
 - a. $\{3, 4\}$
 - b. $\{\frac{1}{2}, -4\}$
 - c. $\{-3, -4\}$
 - d. $\{2, 4\}$
4. Himpunan penyelesaian dari persamaan $4x^2 - 20x + 23 = 0$ dengan cara menggunakan rumus kuadratis adalah ...
 - a. $\{2, 4\}$
 - b. $\{3, 4\}$
 - c. $\{3\sqrt{4}, 2\sqrt{4}\}$
 - d. $\{3\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$
5. $-\frac{1}{2}$ atau 3 merupakan akar-akar persamaan kuadrat ...
 - a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 - b. $2x^2 - 5x - 3 = 0$
 - c. $2x^2 + 7x + 3 = 0$
 - d. $2x^2 - 3x - 5 = 0$
6. Salah satu akar dari persamaan kuadrat $x^2 + ax - 6 = 0$ adalah 2, maka nilai a haruslah sama dengan ...
 - a. -1

- b. 1
 - c. 3
 - d. 4
7. Himpunan penyelesaian dari persamaan $x^2 + (x + 2)^2 - 2 = 0$ menggunakan rumus kuadratis adalah ...
- a. $\{-1, -1\}$
 - b. $\{-1, 1\}$
 - c. $\{1, 1\}$
 - d. $\{1, 2\}$
8. Akar-akar dari persamaan $2x^2 + 5x + 3 = 0$ menggunakan rumus faktorisasi adalah ...
- a. $x = -2$ atau $x = -1$
 - b. $x = -2$ atau $x = \frac{3}{4}$
 - c. $x = -1$ atau $x = -\frac{3}{2}$
 - d. $x = -2$ atau $x = -\frac{3}{4}$
9. Akar-akar dari persamaan $2x^2 + 15x + 7 = 0$ menggunakan cara melengkapkan kuadrat sempurna adalah ...
- a. $x = -2$ atau $x = -1$
 - b. $x = -2$ atau $x = 1$
 - c. $x = -\frac{1}{2}$ atau $x = -7$
 - d. $x = -\frac{1}{4}$ atau $x = 7$
10. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya -3 dan $\frac{1}{2}$ adalah ...
- a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 - b. $2x^2 - 5x - 3 = 0$
 - c. $2x^2 - 3x + 5 = 0$
 - d. $2x^2 + 3x - 5 = 0$

Kunci Jawaban

- | | |
|------|-------|
| 1. C | 6. B |
| 2. A | 7. A |
| 3. B | 8. C |
| 4. D | 9. C |
| 5. B | 10. A |

C. SIFAT- SIFAT AKAR

TUJUAN PEMBELAJARAN

- Siswa mampu menjabarkan sifat-sifat akar persamaan.
- Siswa mampu mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminannya.
- Siswa mampu menghitung jumlah dan hasil kali akar.
- Siswa mampu menggali hubungan sifat akar dan koefisien persamaan.

Ada beberapa sifat akar-akar persamaan kuadrat yang perlu kita ketahui. Hal ini akan lebih memudahkan kita dalam menganalisis akar-akar dari suatu persamaan kuadrat. Untuk mengetahuinya, pelajailah uraian berikut dengan seksama.

1

Diskriminan

Persamaan kuadrat $ax^2 - bx + c$, memiliki suatu komponen yang dapat dihitung dan memuat informasi tentang persamaan kuadrat tersebut yang diskriminan. Pada dasarnya, diskriminan merupakan suatu nilai yang menjadi penentu sifat-sifat dari akar-akar suatu persamaan kuadrat. Diskriminan dinotasikan dengan D , dan dirumuskan dengan :

$$D = b^2 - 4ac$$

Nilai diskriminan digunakan untuk menghitung akar fungsi kuadrat pada rumus kuadrat atau rumus ABC yaitu :

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sehingga, berdasarkan nilai diskriminannya, sifat dari akar persamaan kuadrat dapat dibedakan menjadi tiga, yaitu :

1. Jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat tersebut tidak memiliki akar real, dikarenakan persamaan kuadrat tersebut memiliki dua akar bilangan kompleks atau lebih dikenal dengan akar-akar tidak nyata karena memuat akar bilangan negatif.

2. Jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat tersebut memiliki akar real yang sama (kembar)

$$x_1 = x_2, \text{ dikarenakan } x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ menjadi } x_1 x_2 = \frac{-b}{2a}$$

3. Jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai 2 akar real yang berbeda.



Mari Mengamati

Perhatikan persamaan persamaan kuadrat berikut ini.

a. $x^2 - 4x - 5 = 0$ b. $x^2 - 2x + 1 = 0$ c. $x^2 - 2x + 5 = 0$

Tentukan akar-akar dari persamaan kuadrat di atas, untuk bagian :

- dengan cara faktorisasi
- dengan cara melengkapi kuadrat sempurna
- dengan cara rumus kuadratis



Mari Menanya

Dari ketiga persamaan kuadrat tersebut yang manakah persamaan yang memiliki akar real dan bukan akar real?



Alternatif Pemecahan Masalah

- a. Dengan cara faktorisasi

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ atau } x = 5$$

Dari hasil tersebut kita dapatkan dua akar real yang berbeda, agar lebih meyakinkan mari kerjakan dengan rumus diskriminan.

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)$$

$$\Leftrightarrow D = 36 \text{ maka } D > 0$$

Dari sifat persamaan kuadrat jika $D > 0$ maka persamaan kuadrat mempunyai 2 akar real berbeda.

b. Dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x &= -1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 &= -1 + \left(\frac{2}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow (x - 2)^2 &= -1 + 1 \\ \Leftrightarrow (x - 2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)(x - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x &= 2 \end{aligned}$$

Dari hasil tersebut kita dapatkan satu akar real yang sama (kembar), agar lebih meyakinkan mari kita kerjakan dengan rumus diskriminan.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow D &= b^2 - 4ac \\ \Leftrightarrow D &= (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \\ \Leftrightarrow D &= 0 \end{aligned}$$

Dari sifat persamaan kuadrat jika $D = 0$ maka persamaan kuadrat mempunyai 1 akar real yang sama (kembar).

c. Dengan cara rumus kuadratis

Diketahui $a = 1$, $b = -2$, $c = 5$ dari persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 5 = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2 \pm 4i}{2} \\ \Leftrightarrow x &= 1 + 4i \text{ atau } x = 1 - 4i \end{aligned}$$

NOTE
$\sqrt{-16} = \sqrt{-1} \cdot 4 = 4i$
$4i$ merupakan bilangan imajiner

Dikarenakan hasil yang didapat merupakan bilangan imajiner maka persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 5 = 0$ tidak memiliki akar real, untuk lebih meyakinkan mari kita cek dengan rumus diskriminan.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow D &= b^2 - 4ac \\ \Leftrightarrow D &= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 \\ \Leftrightarrow D &= 4 - 20 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow D = -16 \text{ maka } D < 0$$

Dari sifat persamaan kuadrat jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat tersebut tidak mempunyai akar real.

Jadi, persamaan kuadrat yang memiliki akar real adalah $x^2 - 4x - 5 = 0$ dan persamaan kuadrat yang tidak memiliki akar real adalah $x^2 - 2x + 5 = 0$.



Mari Mencoba

Tanpa menentukan akar-akarnya, tentukan banyaknya akar real dari persamaan berikut.

- $4x^2 - 20x + 23 = 0$
- $x^2 - 6x + 9 = 0$
- $7x^2 + 3x + 7 = 0$

Kolom Interaktif

- Diketahui $a = \dots$, $b = \dots$, dan $c = \dots$

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = \dots^2 - 4 \times \dots \times \dots$$

$$\Leftrightarrow D = \dots - \dots$$

$$\Leftrightarrow D = \dots$$

Karena $D > 0$, maka persamaan kuadrat tersebut mempunyai

- Diketahui $a = \dots$, $b = \dots$, dan $c = \dots$

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = \dots^2 - 4 \times \dots \times \dots$$

$$\Leftrightarrow D = \dots - \dots$$

$$\Leftrightarrow D = \dots$$

Karena $D \dots 0$, maka persamaan kuadrat tersebut mempunyai

- Diketahui $a = \dots$, $b = \dots$, dan $c = \dots$

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = \dots^2 - 4 \times \dots \times \dots$$

$$\Leftrightarrow D = \dots - \dots$$

$$\Leftrightarrow D = \dots$$

Karena $D \dots 0$, maka persamaan kuadrat tersebut mempunyai

Pembahasan

- a. Diketahui $a = 4$, $b = -20$, dan $c = 23$

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = (-20)^2 - (4 \times 4 \times 23)$$

$$\Leftrightarrow D = 400 - 368$$

$$\Leftrightarrow D = 32$$

Karena $D > 0$, maka persamaan kuadrat tersebut mempunyai 2 akar real berbeda.

- b. Diketahui $a = 1$, $b = -6$, dan $c = 9$

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = (-6)^2 - (4 \times 1 \times 9)$$

$$\Leftrightarrow D = 36 - 36$$

$$\Leftrightarrow D = 0$$

Karena $D = 0$, maka persamaan kuadrat tersebut mempunyai akar sama (kembar)

- c. Diketahui $a = 7$, $b = 3$, dan $c = 7$

$$\Leftrightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow D = 7^2 - 4 \times 7 \times 7$$

$$\Leftrightarrow D = 49 - 196$$

$$\Leftrightarrow D = -147$$

Karena $D < 0$, maka persamaan kuadrat tersebut tidak mempunyai akar real.

2

Jumlah dan Hasil Kali Akar

Kali ini yang akan dibahas adalah mengenai penjumlahan dan perkalian akar-akar persamaan kuadrat yang bisa diperoleh langsung dari bentuk umum persamaan kuadrat tanpa mencari akarnya terlebih dahulu.

Hasil penjumlahan dan perkalian akar-akar persamaan kuadrat sebenarnya bisa kita peroleh dengan cara mencari akarnya terlebih dahulu, kemudian jumlahkan dan kalikan hasil yang diperoleh. Namun, hal tersebut akan sulit dilakukan apabila persamaan kuadratnya sulit untuk dicari akarnya. Berikut ini rumus dari penjumlahan dan perkalian akar-akar persamaan kuadrat apabila diketahui bentuk umum persamaan kuadratnya.

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka berlaku :

$$\text{Jumlah akar-akar : } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Rumus tersebut diperoleh dari rumus untuk menentukan akar persamaan kuadrat. Berikut penjelasan bagaimana mendapat rumus tersebut.

Akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ atau $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Penjumlahan akar-akar persamaan kuadrat dari rumus diatas adalah sebagai berikut:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{Hasil kali akar-akar : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Penjumlahan akar-akar persamaan kuadrat dari rumus diatas adalah sebagai berikut:

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b)^2 + (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{(2a)^2}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{4ac}{4a^2}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$



Mari Mengamati

Pada sebuah persamaan kuadrat diketahui a dan b adalah akar-akar dari $2x^2 - px + 6 = 0$. Serta nilai dari $a + b = 12$



Mari Menanya

Bagaimana cara menentukan nilai p dengan menggunakan rumus penjumlahan akar-akar?



Alternatif Pemecahan Masalah

Diketahui : $a = 2$, $b = -p$, dan $c = 12$

$a + b = 12$ → substitusikan pada rumus penjumlahan akar-akar

$$\Leftrightarrow a + b = \frac{-b}{a}$$

$$\Leftrightarrow 12 = \frac{-(-p)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 12 = \frac{p}{2}$$

$$\Leftrightarrow p = 24$$



Mari Mencoba

Diketahui x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 9x - 4 = 0$.
Tentukan nilai dari: a. $x_1 + x_2$ b. $x_1 \times x_2$

Kolom Interaktif

a. Diketahui: $a = \dots$, $b = \dots$, dan $c = \dots$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \dots$$

b. Diketahui: $a = \dots$, $b = \dots$, dan $c = \dots$

$$\Leftrightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 \times x_2 = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x_1 \times x_2 = \dots$$

Pembahasan

a. Diketahui: $a = 1$, $b = 9$, dan $c = -4$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{9}{1}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -9$$

b. Diketahui: $a = 1$, $b = 9$, dan $c = -4$

$$\Leftrightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 \times x_2 = \frac{-4}{1}$$

$$\Leftrightarrow x_1 \times x_2 = -4$$

Selain rumus-rumus yang sudah dipelajari mengenai rumus jumlah dan hasil kali akar, ada beberapa rumus yang juga sering digunakan dalam Menyusun persamaan kuadrat, yaitu sebagai berikut.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} \quad \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} \quad x_1 - x_2 = \frac{\pm\sqrt{D}}{a}$$

Pertanyaan

1. Diketahui x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 10x - 7 = 0$. Tentukan nilai dari $(x_1 + 3) + (x_2 + 3)$
2. Akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 5x - 1 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Tentukan nilai dari $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Kunci Jawaban

$$1. \Leftrightarrow (x_1 + 3) + (x_2 + 3) = (x_1 + x_2) + 6$$

$$\Leftrightarrow = \left(-\frac{b}{a}\right) + 6$$

$$\Leftrightarrow = 10 + 6$$

$$\Leftrightarrow = 16$$

$$2. \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} \longrightarrow \text{agar lebih mudah kita cari dulu hasil jumlah}$$

dan kali akar persamaan kuadratnya :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{1} = -5$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-5}{-1} \longleftarrow \text{lalu substitusikan ke dalam rumus}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$$

3

Hubungan Sifat Akar dan Koefisien Persamaan

Pada bahasan ini kita akan melihat hubungan sifat akar dengan koefisien persamaan kuadrat, seperti yang kita ketahui ada beberapa sifat akar yakni ada akar yang sama, berlawanan, dan berkebalikan.

Misalkan x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + b + c$, dengan syarat $a \neq 0$, $a, b, c \in \mathcal{R}$ maka akan ada lima macam sifat dari akar yang berhubungan dengan koefisien persamaan kuadrat, di antaranya :

- Jika kedua akarnya sama atau kembar ($x_1 = x_2$), maka $D = 0$

Seperti yang kita ketahui jika $D = 0$ maka menghasilkan akar kembar dengan rumus $D = b^2 - 4ac$, sifat akar ini mempunyai hubungan dengan koefisien persamaan kuadrat, untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut.

$$\Leftrightarrow D = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 = 4ac$$

Contoh :

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 = 4ac$$

$$\Leftrightarrow 4^2 = 4 \cdot 1 \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 16 = 16 \longrightarrow \text{maka menghasilkan akar yang sama}$$

- Jika kedua akarnya berlawanan ($x_1 = -x_2$), maka $b = 0$

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai dua akar berlawanan tanda, maka pasti akan memiliki $b = 0$. Berlaku juga sebaliknya. Sifat akar ini mempunyai hubungan dengan koefisien persamaan kuadrat, untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut.

Contoh :

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ atau } x = 2$$

Dapat kita lihat persamaan kuadrat $x^2 - 4 = 0$ mempunyai akar-akar $x_1 = -2$ dan $x_2 = 2$. Perhatikan bahwa kedua akar persamaan tersebut berbeda tanda (berlawanan), maka $x_1 + x_2 = -2 + 2 = 0$. Kita juga mengetahui bahwasanya persamaan $x^2 - 4 = 0$ mempunyai nilai $a = 1$, $b = 0$, dan $c = 4$.

- Jika kedua akarnya berkebalikan ($x_1 = \frac{1}{x_2}$), maka $a = c$

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai dua akar yang saling berkebalikan, maka $a = c$. Berlaku juga sebaliknya. Sifat akar ini mempunyai hubungan dengan koefisien persamaan kuadrat, untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut.

Contoh :

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = \frac{1}{2}$$

- Kedua akar positif jika $-\frac{b}{a} > 0$

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai dua akar yang positif jika penjumlahan akar $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ dengan syarat wajib $a = 1$. Sifat akar ini mempunyai hubungan dengan koefisien persamaan kuadrat, untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut.

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{(-3)}{1} = 3, \text{ yang berarti } -\frac{b}{a} > 0$$

Sekarang kita buktikan apakah benar kedua akar positif jika $-\frac{b}{a} > 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = 1 \longrightarrow \text{kedua akar **positif**}$$

Ternyata benar saja sifat akar ini berhubungan dengan koefisien persamaan kuadrat.

- Kedua akar negatif jika $-\frac{b}{a} < 0$

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai dua akar yang negatif jika penjumlahan akar $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$ dengan syarat wajib $a = 1$. Sifat akar ini mempunyai hubungan dengan koefisien persamaan kuadrat, untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut.

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3, \text{ yang berarti } -\frac{b}{a} < 0$$

Sekarang kita buktikan apakah benar kedua akar positif jika $-\frac{b}{a} < 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ atau } x = -1 \rightarrow \text{kedua akar } \mathbf{negatif}$$

Ternyata benar saja sifat akar ini berhubungan dengan koefisien persamaan kuadrat.



Mari Mengamati

Suatu persamaan kuadrat $(1 - m)x^2 + (8 - 2m)x + 12 = 0$ mempunyai akar akar kembar



Mari Menanya

Bagaimana cara menentukan nilai m nya?



Alternatif Pemecahan Masalah

Diketahui $a = (1 - m)$, $b = (8 - 2m)$, dan $c = 12$, mempunya akar kembar seperti yang sudah kita ketahui sebelumnya syarat akar kembar atau $(x_1 = x_2)$ adalah $D = 0$

$$\Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Leftrightarrow (8 - 2m)^2 - 4 \cdot (1 - m) \cdot 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 64 - 32m + 4m^2 - 48 + 48m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 16m + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -2$$



Mari Mencoba

Diketahui persamaan $3x^2 - (p - 2)x + 2p = 0$. Tentukan nilai p agar kedua akar :

- berlawanan, dan
- saling berkebalikan.

Kolom Interaktif

- a. Kedua akar berlawanan, maka $b = \dots$
- $\Leftrightarrow b = \dots$
- $\Leftrightarrow (\dots - \dots) = \dots$
- $\Leftrightarrow p = \dots$
- b. Kedua akar saling berkebalikan, maka $a = \dots$
- $\Leftrightarrow a = \dots$
- $\Leftrightarrow \dots = 2p$
- $\Leftrightarrow p = \dots$

Pembahasan

- a. Diketahui $a = 3$, $b = p - 2$, dan $c = 2p$. Kedua akar berlawanan, maka $b = 0$
- $\Leftrightarrow b = 0$
- $\Leftrightarrow p - 2 = 0$
- $\Leftrightarrow p = 2$
- b. Diketahui $a = 3$, $b = p - 2$, dan $c = 2p$. Kedua akar saling berkebalikan, maka $a = c$
- $\Leftrightarrow 3 = 2p$
- $\Leftrightarrow p = \frac{3}{2}$

Selanjutnya, pelajailah latihan soal berikut ini, agar pemahaman kamu lebih bertambah.

Pertanyaan

Diketahui persamaan $x^2 - (2m - 3)x + m + 1 = 0$. Tentukan nilai m agar kedua akar:

- | | |
|-------------------------|-----------------|
| a. berlawanan, | c. positif, dan |
| b. saling berkebalikan, | d. negatif. |

Kunci Jawaban

Diketahui $a = 1$, $b = -(2m - 3) = -2m + 3$, $c = m + 1$

a. Kedua akar berlawanan, maka $b = 0$

$$\Leftrightarrow b = 0$$

$$\Leftrightarrow -2m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2m = -3$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

b. Kedua akar saling berkebalikan, maka $a = c$

$$\Leftrightarrow a = c$$

$$\Leftrightarrow 1 = m + 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - 1 = m$$

$$\Leftrightarrow m = 0$$

c. Kedua akar positif jika $\frac{-b}{a} > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-(-2m+3)}{1} > 0$$

$$\Leftrightarrow 2m - 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2m > 3$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$$

d. Kedua akar negatif jika $\frac{-b}{a} < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-(-2m+3)}{1} < 0$$

$$\Leftrightarrow 2m - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2m < 3$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$$

Rangkuman

- Misalkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a \neq 0$, mempunyai nilai $D = b^2 - 4ac$, berlaku :
 - Jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai 2 akar real berbeda.
 - Jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai 1 akar real sama (kembar).
 - Jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat tidak mempunyai akar real.
- Misalkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a \neq 0$, mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 , maka :
 - Jumlah akar-akar: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
 - Hasil kali akar-akar: $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$
- Rumus yang berhubungan dengan jumlah dan hasil kali akar :

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 \cdot x_2(x_1 + x_2)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$x_1 - x_2 = \frac{\pm\sqrt{D}}{a}$$

- Hubungan sifat akar dan koefisien persamaan
 - Jika kedua akarnya sama atau kembar ($x_1 = x_2$), maka $D = 0$
 - Jika kedua akarnya berlawanan ($x_1 = -x_2$), maka $b = 0$
 - Jika kedua akar-akarnya berkebalikan ($x_1 = \frac{1}{x_2}$), maka $a = c$
 - Kedua akar positif jika $-\frac{b}{a} > 0$
 - Kedua akar negatif jika $-\frac{b}{a} < 0$

KUIS 3

1. Diketahui selisih akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - mx + 24 = 0$ sama dengan 5, maka jumlah akar-akar persamaan tersebut adalah...
 - a. 12 atau -12
 - b. 11 atau $-11\sqrt{}$
 - c. 9 atau -9
 - d. 10 atau -10
2. Jika persamaan di bawah ini mempunyai akar real yang sama, maka nilai k yang memenuhi persamaan tersebut adalah...
$$\frac{x^2 - 4x + 7}{1 - x} = k$$
 - a. -2 atau $6\sqrt{}$
 - b. -3 atau 5
 - c. 3 atau -4
 - d. 2 atau -6
3. Jika jumlah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (2k - 4)x - 3k^2 - 24 = 0$ adalah sama dengan nol, maka akar-akar tersebut adalah...
 - a. 5 dan -5
 - b. 6 dan $-6\sqrt{}$
 - c. $\frac{3}{4}$ dan $-\frac{3}{4}$
 - d. 4 dan -4
4. Salah satu akar dari persamaan kuadrat $2x^2 - (2k + 1)x + k = 0$ merupakan kebalikan dari akar lain. Tentukan nilai k dan jumlah kedua akarnya adalah...
 - a. $x_1 + x_2 = \frac{5}{4}$
 - b. $x_1 + x_2 = -\frac{5}{4}$
 - c. $x_1 + x_2 = -\frac{5}{2}$
 - d. $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}\sqrt{}$
5. Jika nilai diskriminan dari persamaan kuadrat $2x^2 - 9x + c$ adalah 121, maka nilai $c = \dots$
 - a. -8

- b. $-5\sqrt{}$
 c. 5
 d. 8
6. Diketahui a dan b adalah akar-akar dari $3x^2 - px + 2q = 0$. Jika nilai dari $a + b = -2$ dan $a \cdot b = \frac{4}{3}$, maka nilai $p + q = \dots$
 a. 2
 b. 4
 c. $-4\sqrt{}$
 d. -2
7. Diketahui p dan q adalah akar-akar dari persamaan $4x^2 - ax + 1 = 0$. Jika $\frac{p+q}{p \cdot q} = 5$, maka nilai $a^2 - a$ adalah \dots
 a. 10
 b. $20\sqrt{}$
 c. 30
 d. 35
8. Banyaknya akar real dari persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 9 = 0$ adalah \dots
 a. $0\sqrt{}$
 b. 1
 c. 2
 d. tidak dapat ditentukan
9. Jenis akar dari persamaan $2x^2 + x - 3 = 0$ adalah \dots
 a. 2 akar real berbeda $\sqrt{}$
 b. 1 akar sama
 c. tidak mempunyai akar real
 d. tidak dapat ditentukan
10. Jika x_1 dan x_2 memenuhi persamaan dibawah ini, maka nilai dari $x_1 + x_2$ adalah \dots

$$2x = \frac{x+3}{x-2} (x \neq 2)$$
 a. $\frac{1}{3}$
 b. $\frac{1}{2}$
 c. $\frac{3}{2}$
 d. $\frac{5}{2}\sqrt{}$

Kunci Jawaban

- | | |
|------|-------|
| 1. B | 6. C |
| 2. A | 7. B |
| 3. B | 8. A |
| 4. D | 9. A |
| 5. B | 10. D |

D. Menyusun Persamaan Kuadrat

TUJUAN PEMBELAJARAN

- Siswa mampu menyusun persamaan kuadrat menggunakan faktor
- Siswa mampu menyusun persamaan kuadrat menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar
- Siswa mampu menyelesaikan persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya.

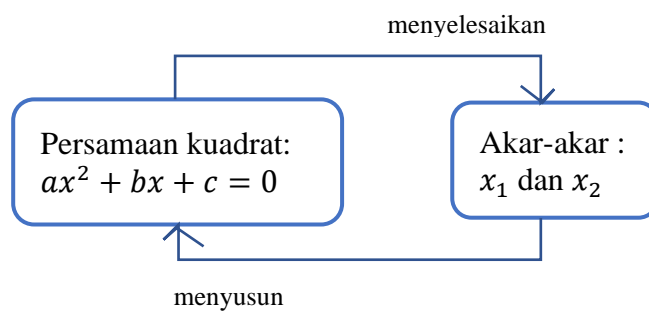
Secara umum, persamaan kuadrat dinyatakan dengan $ax^2 + bx + c = 0$. Jika nilai dari koefisien a , b , dan c diketahui, maka pertanyaan yang umum diajukan yaitu menentukan akar-akar persamaan kuadrat. Sebaliknya, jika koefisien a , b , dan c tidak diketahui, maka kita dapat menentukannya dengan menggunakan akar persamaan kuadrat jika akar-akar tersebut diketahui. Jika akar-akarnya diketahui, maka pertanyaan yang umum diajukan yaitu menentukan atau menyusun persamaan kuadratnya.

Seperti yang telah dibahas sebelumnya, untuk menyusun persamaan kuadrat gres kita dapat melihat kekerabatan antara akar-akar persamaan kuadrat gres dengan akar-akar persamaan kuadrat yang diketahui. Menyusun persamaan kuadrat kalau akar-akarnya diketahui juga tidak jauh berbeda dengan cara itu. Ada dua metode yang dapat kita gunakan untuk menyusun persamaan kuadrat kalau akar-akarnya diketahui, yaitu :

1

Menggunakan Faktor

Seperti yang kita tahu, kita dapat menggunakan metode pemfaktoran untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat. Maka, jika akar-akar suatu persamaan kuadrat diketahui, kita juga dapat menyusun persamaan kuadrat dengan memakai konsep faktor.



Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari suatu persamaan kuadrat, maka persamaan kuadrat tersebut dapat disusun dengan rumus berikut ini :

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$



Mari Mengamati

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya adalah -1 dan 6



Mari Menanya

Bagaimana langkah-langkah menentukan persamaan kuadrat dari akar-akar yang diketahui menggunakan rumus faktor?



Alternatif Pemecahan Masalah

Diketahui $x_1 = -1$ dan $x_2 = 6$. Kemudian, kedua akar tersebut bisa langsung kita substitusikan ke persamaan $(x - x_1)(x - x_2) = 0$, sehingga penyelesaiannya menjadi sebagai berikut:

$$\Leftrightarrow (x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - (-1))(x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 6) = 0$$

dikalikan kedalam

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya -1 dan 6 adalah $x^2 - 5x - 6 = 0$



Mari Mencoba

Susunlah persamaan kuadrat berikut menggunakan rumus factor, yang akar-akarnya diketahui sebagai berikut :

- 2 dan 4
- -3 dan -4

Kolom Interaktif

a. Diketahui $x_1 = \dots$ dan $x_2 = \dots$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)(x - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)(x - \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \dots x - \dots x + \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \dots x + 8 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 4 adalah \dots

b. Diketahui $x_1 = \dots$ dan $x_2 = \dots$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)(x - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)(x - \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \dots x + \dots x + \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \dots x + \dots = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 4 adalah . . .

Pembahasan

a. Diketahui $x_1 = 2$ dan $x_2 = 4$

$$\Leftrightarrow (x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 4 adalah $x^2 - 6x + 8 = 0$

b. Diketahui $x_1 = -3$ dan $x_2 = -4$

$$\Leftrightarrow (x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - (-3))(x - (-4)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 12 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya -3 dan -4 adalah $x^2 + 7x + 12 = 0$

2

Menggunakan Rumus Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar

Selain dengan menggunakan factor, suatu persamaan kuadrat dapat disusun menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar. Seperti materi yang telah dibahas sebelumnya, rumus jumlah dan hasil kali akar adalah sebagai berikut :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Bila masing-masing ruas pada persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dibagi dengan nilai a , maka persamaannya akan menjadi :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Jika kita hubungkan dengan rumus jumlah dan hasil kali akar, maka kita dapat menyusun persamaan kuadrat dengan rumus berikut ini :

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$



Mari Mengamati

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya adalah -4 dan 8



Mari Menanya

Bagaimana langkah-langkah menentukan persamaan kuadrat dari akar-akar yang diketahui menggunakan rumus rumus jumlah dan hasil kali akar-akar?



Alternatif Pemecahan Masalah

Diketahui $x_1 = -4$ dan $x_2 = 8$. Kemudian, agar lebih mudah kita cari dulu hasil penjumlahan dan perkalian akar-akar terlebih dahulu.

$$x_1 + x_2 = -4 + 8 = 4$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4 \cdot 8 = -32$$

Kemudian, langsung kita substitusikan pada rumus :

$$\Leftrightarrow x^2 - (x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 32 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya -4 dan 8 adalah $x^2 - 4x - 32 = 0$



Mari Mencoba

Susunlah persamaan kuadrat berikut menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar, yang akar-akarnya diketahui $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$

Kolom Interaktif

Diketahui $x_1 = \dots$ dan $x_2 = \dots$

$$\Leftrightarrow x^2 - (x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (\dots + \dots) + (\dots \times \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \dots x + \dots = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 3 dan 2 adalah $x^2 - \dots x + \dots = 0$

Pembahasan

Diketahui $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$

$$\Leftrightarrow x^2 - (x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (3 + 2) + (3 \times 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 3 dan 2 adalah $x^2 - 5x + 6 = 0$

Rangkuman

Menyusun persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu :

- Menggunakan faktor

Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan kuadrat, maka persamaan kuadratnya di rumuskan :

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

- Menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \text{ atau } x^2 - (x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

KUIS 4

1. Akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah x_1 dan x_2 . Jika kedua akar tersebut saling berlawanan dan hasil kali kedua akarnya yakni -4 , maka persamaan kuadrat nya adalah...
 - a. $x^2 + x + 1 = 0$
 - b. $x^2 + 2x + 1 = 0$
 - c. $x^2 - 4 = 0$
 - d. $x^2 + 2 = 0$
2. $-\frac{1}{2}$ atau 3 merupakan akar-akar persamaan kuadrat dari...
 - a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 - b. $2x^2 - 5x - 3 = 0$
 - c. $2x^2 + 7x + 3 = 0$
 - d. $2x^2 - 3x - 5 = 0$
3. Akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah x_1 dan x_2 . Jika kedua akar tersebut saling berkebalikan dan jumlah kedua akarnya yakni $\frac{5}{2}$, maka persamaan kuadrat nya adalah...
 - a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 - b. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 - c. $2x^2 + 5x + 2 = 0$
 - d. $2x^2 - 5x + 2 = 0$
4. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya -3 dan $\frac{1}{2}$ adalah...
 - a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 - b. $2x^2 - 5x - 3 = 0$

- c. $2x^2 + 7x + 3 = 0$
 d. $2x^2 - 3x - 5 = 0$
5. Dengan menggunakan rumus faktor persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan $-\frac{1}{2}$ adalah...
- a. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 b. $2x^2 + 5x + 3 = 0$
 c. $2x^2 + 9x - 5 = 0$
 d. $2x^2 - 9x - 5 = 0$
6. Dengan menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar , persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ adalah...
- a. $6x^2 + 5x + 1 = 0$
 b. $6x^2 - 5x + 1 = 0$
 c. $x^2 + \frac{5}{6}x + 1 = 0$
 d. $x^2 + \frac{5}{6}x - 1 = 0$
7. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar suatu persamaan kuadrat, dengan x_1 dan x_2 saling berkebalikan dan jumlah x_1 dan x_2 sama dengan $\frac{13}{6}$, maka persamaan kuadrat tersebut adalah...
- a. $6x^2 + 5x + 1 = 0$
 b. $6x^2 + \frac{13}{6}x + 1 = 0$
 c. $6x^2 - 13x + 6 = 0$
 d. $x^2 + \frac{13}{6}x + 1 = 0$
8. Dengan menggunakan rumus faktor persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-\frac{1}{2}$ dan $-\frac{2}{3}$ adalah...
- a. $x^2 - \frac{2}{3}x + 2 = 0$
 b. $x^2 + \frac{2}{3}x + 6 = 0$
 c. $6x^2 + 7x + 2 = 0$
 d. $6x^2 - 7x + \frac{2}{3} = 0$
9. Dengan menggunakan rumus faktor persamaan kuadrat yang akar-akarnya 4 dan 5 adalah...
- a. $x^2 + 9x + 25 = 0$
 b. $x^2 + 9x + 9 = 0$

c. $x^2 + x + 9 = 0$

d. $x^2 - 9x + 25 = 0$ uuu

10. Dengan menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar , persamaan kuadrat yang akar-akarnya 1 dan -4 adalah...

a. $x^2 + x + 1 = 0$

b. $x^2 + 3x - 4 = 0$

c. $x^2 + 3x + 1 = 0$

d. $x^2 + x - 1 = 0$

Kunci Jawaban

1. C

2. B

3. D

4. A

5. D

6. B

7. C

8. C

9. D

10. B

E. Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Pemecahan Masalah

TUJUAN PEMBELAJARAN

- Siswa mampu menyelesaikan persamaan yang bukan persamaan kuadrat dengan mengubah dulu ke bentuk persamaan kuadrat
- Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat

Konsep persamaan kuadrat dapat diterapkan dalam memecahkan berbagai masalah, baik masalah dalam matematika sendiri, dalam bidang lain, maupun dalam kehidupan sehari-hari. Langkah pertama untuk menyelesaikan masalah tersebut adalah dengan Menyusun model matematika dari masalah itu, dengan kata lain masalah yang berbentuk soal cerita diubah menjadi kalimat matematika yang mengandung konstanta dan variabel, dalam hal ini berbentuk persamaan kuadrat.



Mari Mengamati

Ada sebuah kasus yakni, jumlah dua bilangan cacah adalah 20 dan hasil kalinya adalah 96.



Mari Menanya

Bagaimana cara menentukan kedua bilangan tersebut?



Alternatif Pemecahan Masalah

Kita misalkan : bilangan cacah I = x
 Bilangan cacah II = y

Maka :

$$\Leftrightarrow x + y = 20$$

$$\Leftrightarrow y = 20 - x \dots (1)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot y = 96 \dots (2)$$

Kemudian kita ubah y pada persamaan (2) dengan y pada persamaan (1), diperoleh :

$$\Leftrightarrow x(20 - x) = 96$$

$$\Leftrightarrow 20x - x^2 = 96$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 12)(x - 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ atau } x = 8$$

untuk $x = 12$, maka $y = 20 - x = 20 - 12 = 8$

untuk $x = 8$, maka $y = 20 - x = 20 - 8 = 12$

Jadi, kedua bilangan cacah tersebut adalah 8 dan 12



Mari Mencoba

Selisih dua bilangan cacah adalah 11 dan hasil kalinya 126. Tentukan kedua bilangan cacah tersebut.

Kolom Interaktif

Misalkan : bilangan cacah I = ...

bilangan cacah II = ...

Maka :

$$\Leftrightarrow x + y = \dots$$

$$\Leftrightarrow y = \dots$$

$$\Leftrightarrow x \cdot y = \dots$$

Kemudian kita ubah y pada persamaan (2) dengan y pada persamaan (1), diperoleh :

$$\Leftrightarrow x \cdot (\dots) = \dots$$

$$\Leftrightarrow \dots - x^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \dots x + \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)(x - \dots) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \dots \text{ atau } x = \dots$$

$$\text{untuk } x = \dots, \text{ maka } y = \dots - x = \dots - \dots = \dots$$

$$\text{untuk } x = \dots, \text{ maka } y = \dots - x = \dots - \dots = \dots$$

Jadi, kedua bilangan cacah tersebut adalah ... dan ...

Pembahasan

Misalkan : bilangan cacah I = 11

 bilangan cacah II = 126

Maka :

$$\Leftrightarrow x + y = 11$$

$$\Leftrightarrow y = 11 - x \dots (1)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot y = 126 \dots (2)$$

Kemudian kita ubah y pada persamaan (2) dengan y pada persamaan (1), diperoleh :

$$\Leftrightarrow x \cdot (11 - x) = 126$$

$$\Leftrightarrow 11x - x^2 = 126$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 11x + 126 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 18)(x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 18 \text{ atau } x = 7$$

untuk $x = 18$ maka $y = 11 - x = 11 - 18 = -7$ (karena negatif maka bukan bilangan cacah)

$$\text{untuk } x = 7 \text{ maka } y = 11 - x = 11 - 7 = 4$$

Jadi, kedua bilangan cacah tersebut adalah 4

KUIS 5

1. Selembar karton berbentuk empat persegi panjang akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $2 \times 2 \text{ cm}^2$ pada masing-masing pojok persegi panjang tersebut. Panjang bidang alas kotak adalah 4 cm lebih besar dari lebarnya dan volume kotak itu 90 cm^3 . Maka panjang dan lebar alas kotak tersebut adalah. . .
 - a. $p = 9 \text{ cm}$ dan $l = 5 \text{ cm}$
 - b. $p = 9 \text{ cm}$ dan $l = 6 \text{ cm}$
 - c. $p = 9 \text{ cm}$ dan $l = 7 \text{ cm}$
 - d. $p = 9 \text{ cm}$ dan $l = 8 \text{ cm}$
2. Sebidang tanah akan dibangun kolam renang dengan ukuran $10 \text{ m} \times 8 \text{ m}$. Jika luas tanah tersebut 168 m^2 . Maka lebar sisa tanah di sekeliling kolam renang tersebut adalah . . .
 - a. 2 m
 - b. 3 m
 - c. 4 m
 - d. 5 m
3. Jumlah dua buah bilangan sama dengan 30. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 200, maka bilangan tersebut adalah . . .
 - a. 20 dan 5
 - b. 30 dan 10
 - c. 20 dan 30
 - d. 10 dan 20
4. Jika selisih dua kali kuadrat suatu bilangan dengan tiga kali bilangan itu sama dengan 9, bilangan tersebut adalah . . .
 - a. 2 atau 3
 - b. $-\frac{3}{2}$ atau 3
 - c. $\frac{3}{2}$ atau $\frac{4}{5}$
 - d. 3 atau 5
5. Kuadrat suatu bilangan ditambahkan lima kali bilangan itu dikurangi enam sama dengan nol. Maka bilangan itu adalah . . .
 - a. -6 atau 1
 - b. -7 atau 5

- c. 6 atau 1
- d. 7 atau -5

Kunci Jawaban

- 1. A
- 2. A
- 3. D
- 4. B
- 5. A

EVALUASI

1. Diketahui bentuk umum dari persamaan $x^2 - 3 = 4(x - 2)$ adalah $ax^2 + bx + c = 0$. Maka nilai a , b , dan c dari persamaan kuadrat tersebut secara berturut-turut adalah. . .
 - a. 1, 3, dan 5
 - b. 1, -4 , dan 5
 - c. 1, -4 , dan 6
 - d. 1, 3, dan 6
2. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + ax - 4 = 0$ adalah p dan q . Jika $p^2 - 2pq + q^2 = 8a$, maka nilai a adalah . . .
 - a. -8
 - b. -4
 - c. 4
 - d. 8
3. Persamaan berikut ini yang akar-akarnya tidak nyata adalah . . .
 - a. $x^2 + 5x + 7 = 0$
 - b. $4x^2 + 12x + 9 = 0$
 - c. $x^2 - x - 1 = 0$
 - d. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

4. Diketahui x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 4x - 5 = 0$. Nilai dari $x_1^2 + x_2^2$ adalah
- 24
 - 26
 - 28
 - 30
5. Diketahui persamaan kuadrat $(p - 2)x^2 - 2px + 2p - 7 = 0$ mempunyai dua akar yang saling berkebalikan. Nilai p yang memenuhi persamaan tersebut adalah . . .
- 5
 - 3
 - 3
 - 5
6. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 6x - 12 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\left(\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}\right)$ dan x_1x_2 adalah . . .
- $x^2 + 9x - 18 = 0$
 - $x^2 - 21x - 18 = 0$
 - $2x^2 + 21x - 18 = 0$
 - $2x^2 + 21x - 36 = 0$
7. Jika p dan q akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 6 = 0$. Maka nilai $p^2 + q^2$ adalah. . .
- 13
 - 14
 - 15
 - 16
8. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - x - 3 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $x_1^2 + x_2^2$ dan $2x_1 + 2x_2$ adalah . . .
- $x^2 - 9x + 14 = 0$
 - $x^2 - 9x - 14 = 0$
 - $x^2 - x + 14 = 0$
 - $x^2 - x + 9 = 0$
9. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (p - 3)x + 4 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Jika $x_1^2 + x_2^2 = p - 5$ nilai p yang memenuhi adalah . . .
- $p = -6$ atau $p = 1$

- b. $p = -1$ atau $p = 2$
 - c. $p = 6$ atau $p = -1$
 - d. $p = 1$ atau $p = 6$
10. Jika diketahui sebuah persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 9 = 0$. Maka Jenis akar-akarnya adalah . . .
- a. 2 akar real berbeda
 - b. 1 akar sama
 - c. real kembar
 - d. tidak dapat ditentukan
11. Suatu persamaan kuadrat memiliki akar-akar 4 dan -7 . Maka persamaan kuadratnya adalah . . .
- a. $x^2 + 3x - 28 = 0$
 - b. $x^2 + 4x - 28 = 0$
 - c. $x^2 - 4x - 28 = 0$
 - d. $x^2 + 3x + 28 = 0$
12. Salah satu akar dari persamaan $2x^2 + 4x + c = 0$ adalah -3 , akar lainnya adalah . . .
- a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4
13. Diketahui nilai akar-akar dari persamaan $x^2 + bx + c = 0$ adalah 3 dan -1 . Maka nilai b yang memenuhi persamaan tersebut adalah . . .
- a. 1
 - b. 2
 - c. -2
 - d. 3
14. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$. Nilai a yang menyebabkan persamaan tersebut mempunyai akar-akar kembar adalah . . .
- a. $a = 6$ atau $a = -6$
 - b. $a = 6$ atau $a = -9$
 - c. $a = 9$ atau $a = -3$
 - d. $a = -3$ atau $a = -6$
15. Jika $1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} = 0$, maka $\frac{3}{x} = . . .$

- a. 1
 - b. 2
 - c. 2 atau -1
 - d. 2 atau -2
16. Akar-akar dari $2x^2 - 6x - p = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Jika $x_1 - x_2 = 5$, maka nilai p adalah . . .
- a. -8
 - b. -6
 - c. 8
 - d. 6
17. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 6x + 2 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(3p - 1)$ dan $(3q - 1)$ adalah . . .
- a. $x^2 + 10x + 1 = 0$
 - b. $x^2 - 10x + 1 = 0$
 - c. $x^2 - 16x + 1 = 0$
 - d. $x^2 + 16x + 1 = 0$
18. Jumlah dua buah bilangan sama dengan 20. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 75, maka bilangan-bilangan tersebut adalah . . .
- a. 5 dan 15
 - b. 10 dan 5
 - c. 15 dan 20
 - d. 10 dan 15
19. Jumlah dua bilangan sama dengan 6 dan jumlah kuadrat dari masing-masing bilangan itu sama dengan 116. Kedua bilangan itu adalah . . .
- a. 4 dan 6
 - b. -4 dan 10
 - c. -3 dan 6
 - d. 2 dan 6
20. Sebuah bola dilemparkan ke atas. Tinggi bola setelah t detik dirumuskan dengan $h(t) = 20t - 5t^2$, maka nilai t jika tinggi bola 25 meter adalah . . .
- a. $t = 8$ detik
 - b. $t = 5$ detik
 - c. $t = 10$ detik

d. $t = 15$ detik

Kunci Jawaban

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. B | 6. D | 11. A | 16. C |
| 2. C | 7. A | 12. A | 17. C |
| 3. A | 8. A | 13. C | 18. A |
| 4. B | 9. D | 14. C | 19. B |
| 5. D | 10. C | 15. A | 20. B |

DAFTAR PUSTAKA

- Apriyanto, Y. (2019). *Modul Matematika SMP/MTs Kelas 9 Semester 1 Revisi 2019*.
- Sembiring, S., Akhmad, G., & Nurdiansyah, H. (2017). *Buku Teks Pendamping Matematika untuk SMP-MTs Kelas IX Kurikulum 2013 Edisi Revisi*. Margahayu Permai, Bandung: Yrama Widya.
- Subchan, Winarni, Mufid, M. S., Fahim, K., & Syaifudin, W. H. (2018). *Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas IX Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2018*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.