5)*В мешке 10 синих шаров и 5 красных. Какая вероятность вытащить все 5 красных шаров подряд?*

По формуле условной вероятности имеем:

$p(AB) = p(A) \times p(B|A)$, где *p(AB)* – вероятность наступления событий A и B одновременно, *p(A)* - вероятность наступления события A, *p(B|A)* - вероятность наступления события B при условии, что произошло событие A

Тогда, если событие A – вытягивание красного шара первым, B – вытягивание красного шара вторым, то вероятность вытянуть 2 красных шара подряд равна $p_2 = p(AB) = \frac{5}{15} \times \frac{4}{14}$, так как после первого вытягивания в мешке остается на один красный шар меньше.

Пусть p_i – вероятность вытянуть i красных шаров подряд. Тогда $p_3 = p_2 \times \frac{3}{13}$, аналогично для p_4 и p_5. Т.о. вероятность вытянуть все 5 красных шаров подряд равна $p_5 = \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{3}{13} \times \frac{2}{12} \times \frac{1}{11} \approx 3.3 \times 10^{-4}$

4)*В лотерейном мешке 20 проигрышных билетов и 5 выигрышных билетов. Билеты вытаскиваются по очереди. Каким по очереди лучше вытянуть билет и почему?*

Ответ: без разницы. Вероятность выигрыша не зависит от порядка вытягивания билета.

Объяснение:

Обозначим за «0» ситуацию, когда человек вытягивает проигрышный билет, а за «1» - когда выигрышный. Чтобы найти вероятность вытягивания выигрышного билета на n-ом ходе, составим последовательности нулей и единиц длины n, соответствующие вытягиваниям. Очевидно, что необходимо рассматривать только те из них, что заканчиваются на единицу (это и означает, что человек, будучи n-ым в очереди, вытягивает выигрышный билет). Например, для n=3 последовательности будут такие:

а)001

б)011

в)101

г)111,

вероятности наступления которых равны

$$p_{\text{а}} = \frac{20}{25} \times \frac{19}{24} \times \frac{5}{23}$$

$$p_{\text{б}} = \frac{20}{25} \times \frac{5}{24} \times \frac{4}{23}$$

$$p_{\text{в}} = \frac{5}{25} \times \frac{20}{24} \times \frac{4}{23}$$

$$p_{\text{г}} = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} \times \frac{3}{23},$$

соответственно. И вероятность вытянуть выигрышный билет, вытягивая третьим по счету, будет равна сумме этих вероятностей. Можно заметить, что, во-первых, у всех слагаемых (каждое из которых отвечает какой-либо одной последовательности нулей и единиц) в таких суммах будет одинаковый знаменатель (каждый раз в мешке становится на шар меньше), а во-вторых, в числителе среди множителей обязательно будет пятерка, так как хотя бы один раз выигрышный билет должен быть вытянут (как минимум - в последний). Т.о. общая вероятность вытянуть выигрышный билет на конкретном шаге будет представляться некоторым числом, умноженным на 1/5. Если вынести этот общий множитель за скобки, то можно заметить, что оставшиеся дроби будут отвечать всевозможным комбинациям нулей и единиц для задачи с 4-мя выигрышными билетами (общее число билетов – 24, выигрышных – 4, но последовательности могут оканчиваться нулем (по построению для исходной задачи)). Такие последовательности, тем самым, будут образовывать полную группу событий, значит, сумма вероятностей, отвечающих им, будет равна единице. То есть, вне зависимости от порядка вытягивания билета вероятность выигрыша будет равна 1/5.