# Лекция 3 Шифр Виженера

Онлайн-курс по математике в информационной безопасности

## Лекция 3: Шифр Виженера

Всем привет!

Сегодня в программе полиалфавитный шифр подстановки — шифр Виженера.

Мы с вами уже знаем одноалфавитный шифр подстановки и даже умеем его дешифровывать. Проблема этого шифра в том, что он сохраняет статистику встречаемости букв. Теперь мы рассмотрим еще один вариант исторического шифра — полиалфавитный шифр подстановки. Он пришел на смену шифру простой замены и сделал невозможным метод частотного криптоанализа. Этот шифр применялся в Европе из-за своей стойкости, но в начале XX века для него были построены эффективные алгоритмы взлома.

#### План на лекцию:

Как работает шифр Виженера	2
	3
Дешифрование шифром Виженера	5
Шифр Виженера с точки зрения математики	6

Вспоминайте шифры простой замены и то, как они ломаются, - эти знания скоро нам очень пригодятся!

#### Как работает шифр Виженера

Идея шифра состоит в следующем. Пусть каждая буква сообщения шифруется не одним и тем же шифром Цезаря, а разными. К тексту будет применяться полиалфавитная подстановка: разные буквы шифруются разными ключами. И так мы сможем размыть распределение частот встречаемости букв в шифртексте. Ключ для этого шифра — секретное слово или фраза. Давайте зашифровывать вот такой текст:

#### ПРОГРАММИСТЫ УЕХАЛИ В КОВОРКИНГ

Придумаем ключ, который поможет найти программистов.

Пусть это будет наш вопрос А ГДЕ BCE?!. Эта фраза и будет ключом. Знаки препинания не учитываем:)

Нужно, чтобы букв ключа хватило на весь текст. Значит, будем повторять ключ столько раз, сколько потребуется:

П	Р	0	Γ	Р	Α	M	M	И	С	Т	Ы	У	Е	Χ	Α	Л	И	В	K	0	В	0	Р	K	И	Н	Γ
Α	$\neg$	Д	П	В	О	Е	Α	$\neg$	Д	Е	В	О	Е	Α	$\neg$	Д	Е	В	О	Е	Α	Γ	Д	Е	В	С	Ε

Рисунок 1: Открытый текст и ключ

И теперь шифруем текст! Заполним таблицу алфавитами, начинающимися с букв, расположенных по вертикали (рис. 2). 1-й алфавит – это алфавит шифра Цезаря с нулевым сдвигом. Второй алфавит начинается с буквы Б – этот алфавит шифра Цезаря сдвинут на длину ключа k=1.

буквы открытого текста А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я **Б** Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я А в вгдежзийклмнопрстуфхцчшщъыьэюяа б ГДЕЖЗИЙ КЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВ ДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГ ЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬ ЭЮЯАБВ ж жзийклмнопрстуфхцчшщъыьэюяабвг 3 ЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖ и ийклмнопрстуфхцчшщъыь эюя а б в гд еж з й | й клмнопрстуфхцчшщъыьэюяабвгдежзи КЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙ лмнопрстуфхцчшщъыьэюяабвгдежзийк м нопрстуфхцчшщъыьэюяабвгдежзийкл нопрстуфхцчшщъыьэюяабвгдежзийклм о опрстуф х ц чшщъы ь э ю я а б в г д е ж з и й к л м н П ПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНО РСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНОП С СТУФ Х ЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р ТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРС У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т ФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ЦЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХ ЧШЩЪЫЬЭЮЯАБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТ ш ш щъыьэю я а б в г д Е ж з и й к л м н о п Р С т У Ф Х Ц Ч Щ Ц Ъ Ы Ь Э Ю Я А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш ъыьэюяабвгдежзийклмнопрстуфхцчшщ ы ь э ю я а б в г д е ж з и й к л м н о п р с т у ф х ц ч ш щ ъ ь э Ю я а б в г д е ж з и й к л м н о п р с т у ф х ц ч ш щ ъ ы Э Ю Я А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Ю Я А Б В Г Д ЕЖ З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э я А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю

Рисунок 2: Квадрат Виженера

#### Шифрование шифром Виженера

Для работы с шифром будем использовать **квадрат Виженера** (рис. 2). По горизонтали расположены буквы открытого текста, по вертикали – буквы ключа. Каждая новая строка внутри квадрата – это шифр Цезаря со сдвигом равным 1, 2, 3 и так далее до 32.

Попробуем зашифровать наш открытый текст. Следуем такому алгоритму:

В верхней горизонтальной строке ищем текущую букву открытого текста (1-я буква –  $\Pi$ ), а в вертикальном – текущую букву ключа (это буква

A). На пересечении строки и столбца будет находиться буква шифртекста – П (рис. 3).

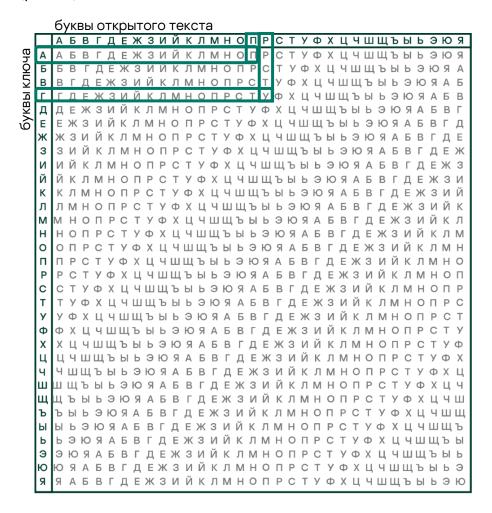


Рисунок 3: Шифрование шрифтом Виженера

Зашифруем следующую букву. Ищем Р по горизонтали и Г по вертикали – получаем букву У. После зашифровки всех букв получаем такой текст:

#### ПУТИТССМЛХЧЭ ДКХГПН Д ЫУВСФПКЮИ

Посмотрите – теперь одинаковые буквы ММ в слове ПРОГРАММИСТЫ перешли в разные буквы СМ. Значит, статистика распределения частот букв нарушилась. Теперь для каждой буквы открытого текста используется свой ключ и, соответственно, свой алфавит.

#### Дешифрование шифром Виженера

Для дешифрования шифртекста выполняем обратный процесс: в квадрате Виженера в вертикальном столбце ищем букву ключа, после чего двигаемся по горизонтали до тех пор, пока не встретим букву шифртекста. От этой буквы поднимаемся наверх и получаем букву открытого текста.

1-я буква ключа — A, а шифртекста —  $\Pi$ . В горизонтальной строке буквы A идем до буквы  $\Pi$ , поднимаемся наверх и находим букву открытого текста — это буква  $\Pi$ .

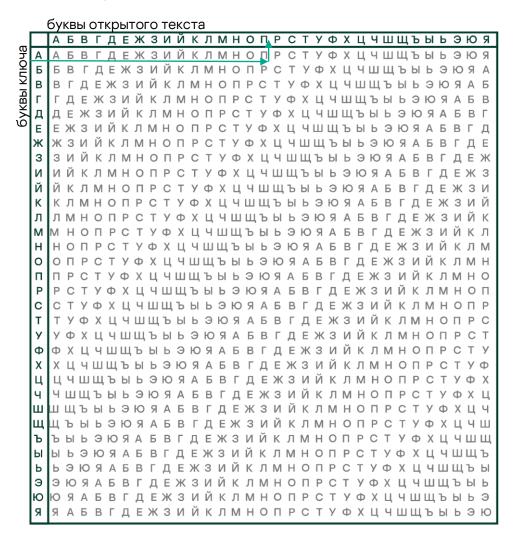


Рисунок 4: Получение буквы открытого текста

А все потому, что буква А никак не сдвигает буквы сообщения (это алфавит с нулевым сдвигом).

Попробуйте расшифровать шифртекст, полученный в предыдущем разделе. У вас должна получиться исходная фраза.



Рисунок 5: Шифртекст и ключ

#### Шифр Виженера с точки зрения математики

По традиции приведем все к универсальным формулам. Пусть n – количество букв в алфавите,  $m_i$  – буквы открытого текста,  $k_i$  – буквы ключа. Тогда буквы шифртекста можно получить так:

$$c_i = (m_i + k_i) \mod n$$

 $k\!i$  — это буква ключа, с которой начинается  $j\!-\!\check{n}$  алфавит. Расшифровать сообщение можно так:

$$m_i = (c_i - k_i) \mod n$$

А теперь я предлагаю вам самостоятельно зашифровать и расшифровать сообщения шифром Виженера!