Para finalizar

1. Responde V si es Verdadero o F si es falso, según corresponda.

   a. Las funciones inversas se verifican mediante el concepto de composición de funciones.

   b. Todas las funciones tiene inversa.

   c. El quinto término de la progresión: 2, 1, $\frac{1}{2}$,...es $\frac{1}{4}$,...

   d. La función inyectiva se verifica gráficamente por un punto de intersección con la línea vertical.

2. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de la función $f : x \mapsto f(x) = 3x - 2$?

   a. $g : x \mapsto g(x) = \frac{x}{3} + 2$

   b. $g : x \mapsto g(x) = \frac{x + 2}{3}$

   c. $g : x \mapsto g(x) = \frac{x - 2}{3}$

   d. $g : x \mapsto g(x) = \frac{2 - x}{3}$

3. **Determina** si las siguientes funciones son biyectivas; en caso afirmativo, **determina** la inversa.

   a. $h : x \mapsto h(x) = \frac{5x}{3} - 4$

   b. $f : x \mapsto f(x) = 3x^2 - 2$

4. **Subraya** la respuesta correcta según corresponda:

   - ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de la función $f : x \mapsto f(x) = x^3 + 4$?

   a. $g : x \mapsto g(x) = \sqrt{x - 4}$

   b. $g : x \mapsto g(x) = \sqrt{x} - 1$

   c. $g : x \mapsto g(x) = \sqrt{x + 1}$

   d. $g : x \mapsto g(x) = 1 - x^3$

5. Con la siguiente función: $f : x \mapsto f(x) = 4x - 5$

   a. **Determina** si es inyectiva algebraicamente.

   b. **Realiza** la representación gráfica.

   c. **Determina** la inversa.

   d. **Determina** $f^{-1}(x)$.

   e. **Determina** $f^{-1} \circ f^{-1}(3)$.

   f. Si $g(x) = -x^2 - 1$, **Halla** $f + g$.

   g. **Determina** el dominio de $f \cdot g$.

6. En la progresión : $2x - 5; 3x - 2; 4x + 1; 5x + 4$. **Calcula.**

   a. La diferencia en la progresión.

   b. El quinto y sexto término.

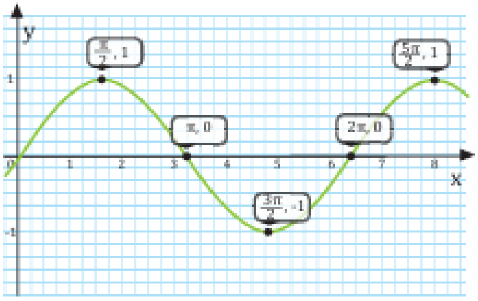
   c. La suma de los 6 términos

AUTOEVALUACIÓN

Ejercicios y problemas

1 Funciones Trigonométricas

1. **Observa** la siguiente gráfica.



- **Responde** las preguntas.

a. **Escribe** la función que representa la gráfica.

b. **Escribe** el dominio de la función así como el recorrido.

c. **Escribe** las intersecciones con los ejes horizontal y vertical, respectivamente.

d. **Escribe** los máximos y mínimos que se observan.

e. **Escribe** los intervalos donde la función es creciente.

f. **Escribe** los intervalos donde la función es decreciente.

2. **Elabora** una tabla de valores de x con intervalos de $\frac{\pi}{9}$ desde 0 a 2π.
   - Para representar $f(x) = \tan(x)$

3. **Elabora** una tabla de valores de x con intervalos de $\frac{\pi}{6}$ desde 0 a 4π.
   - Para representar $f(x) = \operatorname{sen}(x)$

4. Considerando la siguiente tabla.

Valores de X Radianes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Valores de X (grados)	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$	$210°$	$240°$	$270°$	$300°$	$330°$	$360°$
$f(x) = \sec x$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	N.D	-2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	N.D	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1

- **Realiza** la representación gráfica y **responde** las siguientes preguntas.

a. **Escribe** la función que representa la gráfica.

b. **Escribe** el dominio y recorrido de la función.

c. **Escribe** las intersecciones con los ejes horizontal y vertical, respectivamente.

d. **Escribe** los máximos y mínimos que se observan.

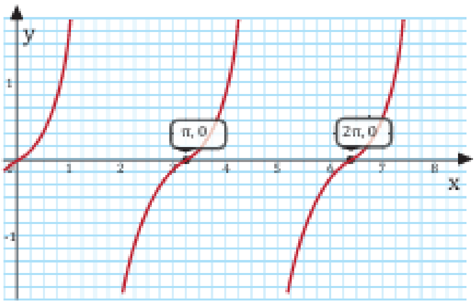
e. **Escribe** los intervalos donde la función es creciente.

f. **Escribe** los intervalos donde la función es decreciente

g. **Escribe** si la gráfica tiene asíntotas. **Explica.**

5. **Grafica** las funciones $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y $f(x) = \cos(x)$, utilizando el graficador Desmos.

6. **Observa** la siguiente gráfica.



- **Responde** las preguntas

a. **Escribe** la función que representa la gráfica.

b. **Escribe** el dominio de la función así como el recorrido.

c. **Escribe** las intersecciones con los ejes horizontal y vertical, respectivamente.

d. **Escribe** los máximos y mínimos que se observan.

e. **Escribe** los intervalos donde la función es creciente.

f. **Escribe** los intervalos donde la función es decreciente

7. **Reduce** los siguientes ángulos a grados.

   a. $53°\ 36'\ 42''$
   b. $12°\ 6'\ 50''$
   c. $3°\ 12'\ 22''$
   d. $89°\ 40'$
   e. $125°\ 42''$
   f. $12°\ 32'\ 5''$

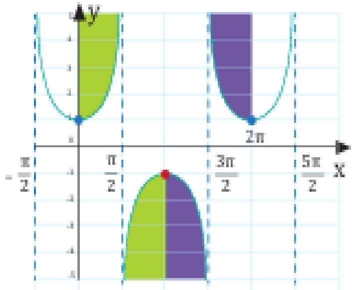
8. **Expresa** los siguientes medidas de grados en radianes.

   a. $120°$
   b. $12{,}25°$
   c. $110°$
   d. $150°$
   e. $125°\ 42''$
   f. $12°\ 32'\ 5''$

11. **Grafica** el siguiente par de funciones y **establece** dos observaciones con respecto a la comparación de las mismas.

   a. $f: x \mapsto f(x) = \operatorname{sen} x;\ f: x \mapsto f(x) = \operatorname{sen}(x+4)$
   b. $f: x \mapsto f(x) = \cos x;\ f: x \mapsto f(x) = \cos(x-3)$
   c. $f: x \mapsto f(x) = \csc x;\ f: x \mapsto f(x) = \csc(x-5)$
   d. $f: x \mapsto f(x) = \tan x;\ f: x \mapsto f(x) = 2\tan(x+1)$
   e. $f: x \mapsto f(x) = \sec x;\ f: x \mapsto f(x) = \frac{1}{4}\sec(x+2)$
   f. $f: x \mapsto f(x) = \cos x;\ f: x \mapsto f(x) = -\cos(x+2)$
   g. $f: x \mapsto f(x) = \operatorname{ctg} x;\ f: x \mapsto f(x) = -\cos(x+2)$

11. **Identifica** los puntos máximos y mínimos relativos en el siguiente gráfico de la función $y = \sec(x)$.



9. **Completa** el siguiente cuadro de las características de variación de la función trigonométrica coseno.

Cuadrante	Variación eje horizontal (x)	Variación eje vertical (y)	Concavidad
I		Decrece de 1 a 0	Cóncava hacia abajo
II	Entre $\frac{\pi}{2}$ a π		Cóncava hacia arriba
III		Crece de -1 a 0	Cóncava hacia arriba
IV	Entre $\frac{3\pi}{2}$ a 2π	Crece de 0 a 1	

10. **Completa** el cuadro de la tabla de valores de la función trigonométrica seno.

Valores de X Radianes	0	$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π			$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$		2π
Valores de X (grados)	$0°$	$30°$	$60°$		$120°$		$180°$	$210°$	$240°$		$300°$	$330°$	$360°$
$f(x) = \operatorname{sen} x$	0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1		$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1		$\frac{1}{2}$	

Para finalizar

1. **Analiza** las siguientes preguntas, luego **subraya** la respuesta correcta.

   a. ¿Cuál es la medida en radianes de un ángulo que mide 30 grados?

   - $\frac{\pi}{4}$
   - $\frac{\pi}{5}$
   - $\frac{\pi}{6}$
   - $\frac{\pi}{3}$

   b. El valor en grados de $\frac{\pi}{2}$ es

   - 45°
   - 90°
   - 22,5°
   - 180°

   c. Al expresar 53° 36' 42" en grados resulta:

   - 53,36°
   - 53,36°
   - 53,61°
   - 53,78°

   d. Al interpretar la función

   $f: x \mapsto f(x) = -\cos(x + 2)$

   - Se mueve 2 unidades a la derecha y se refleja sobre el eje x.
   - Se mueve 2 unidades hacia arriba y se refleja sobre el eje y.
   - Se mueve 2 unidades a la izquierda y se refleja sobre el eje x.
   - Se mueve 2 unidades a la izquierda y se refleja sobre el eje y.

2. **Responde** verdadero (V) o falso (F).

   a. El recorrido de la función seno es $[-1, 1]$

   b. La función tangente es inyectiva.

   c. La función secante corta el eje horizontal.

   d. La función seno interseca al eje vertical en $(0, 0)$

   e. La función $f: x \mapsto f(x) = \text{sen}\,(x + 6)$ es una traslación.

   f. La función tangente tiene asíntotas.

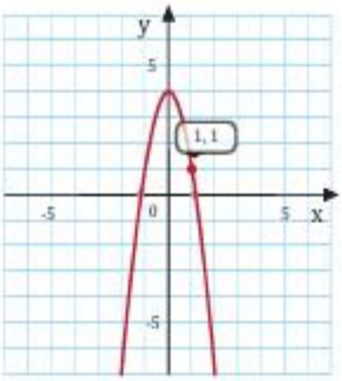
   g. La función $f: x \mapsto f(x) = -\cos(x)$ es una reflexión.

   h. La función inversa de secante es el coseno.

1 Límites

1. **Determina** el $\lim\limits_{x \to x_0} (-3x^2 + 4)$; analiza la tabla de valores aproximada y la representación gráfica.

x	···	0,98	0,99	1,01	1,02	1,03	···
$f(x)$	···						···
$(x, f(x))$							

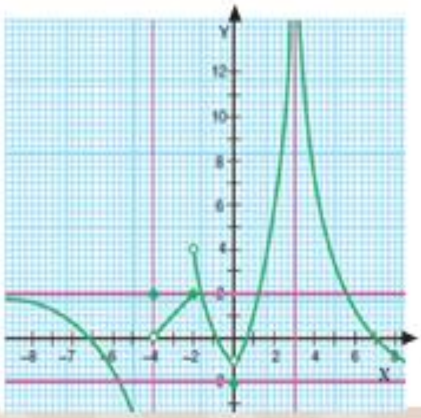


2 Cociente incremental

2. Un cuerpo se mueve según la ecuación $y = 17t^2$, si la distancia se mide en metros, **determina** la velocidad media considerando los 3 primeros segundos de caída.

3. Una partícula cae según la ecuación $y = 28t^2 + 3$, si la distancia se mide en metros. **Halla** la velocidad media considerando los dos primeros segundos de movimiento.

4. Considera la gráfica de la función *f*.



- **Halla** los siguientes límites:
  a. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
  b. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
  c. $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x)$
  d. $\lim\limits_{x \to -4^+} f(x)$
  e. $\lim\limits_{x \to -4} f(x)$
  f. $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x)$
  g. $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$
  h. $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$
  i. $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$
  j. $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$
  k. $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$
  l. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

- **Indica** en qué puntos *f* no es continua.

3 Derivadas (límites)

5. **Determina** la derivada de las funciones utilizando la definición por límites.
   a. $f: x \mapsto f(x) = -5x + 2$
   b. $f: x \mapsto f(x) = 2x^2 + x$
   c. $f: x \mapsto f(x) = 10x^3$
   d. $f: x \mapsto f(x) = x^3 - x + 2$
   e. $f: x \mapsto f(x) = x^3 - 4 + x^2$
   f. $f: x \mapsto f(x) = \dfrac{x}{x + 2}$
   g. $f: x \mapsto f(x) = x^2 - 2x$

6. **Calcula**, a partir de la definición, la derivada de la función constante y **comprueba** que es la función cero.

7. **Calcula**, a partir de la definición, la derivada de la función $f: x \mapsto f(x) = x^n$ para $n = 1, 2$ y 3, y **comprueba** que se verifica $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$.

Para finalizar

1 En $d: t \mapsto d(t) = 4t^2 + 8t - 2$, el valor de la aceleración instantánea es:

a. $f(x) = -2$

b. $f(x) = 10$

c. $f(x) = 8$

d. $f(x) = 0$

2 En $d(t) = 5t^2 + 10t - 12$, el valor de la aceleración instantánea cuando t = 2s es:

a. $f(x) = 20\ m/s$

b. $f(x) = 10\ m/s$

c. $f(x) = 15\ m/s$

d. $f(x) = 3\ m/s$

3 **Determina** la derivada en las siguientes funciones utilizando las reglas de la derivación.

a. $f: x \mapsto f(x) = 8x^2 + 15 - x$

b. $f: x \mapsto f(x) = \sqrt{16x^2} + \sqrt{25x^4}$

c. $f: x \mapsto f(x) = x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 12$

d. $f: x \mapsto f(x) = \dfrac{x+3}{x+2}$

e. $f: x \mapsto f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{9x}}$

4 **Escribe** "V" inicial de Verdadero ó "F" inicial de Falso, según corresponda

a. La primera derivada en la función de desplazamiento representa físicamente la velocidad media.

b. Al calcular la segunda derivada en la función de desplazamiento se determina la aceleración instantánea

c. Los valores de la variable independiente que satisfacen la ecuación $f'(x)=0$ se denominan valores críticos.

d. Para determinar los extremos relativos se reemplazan los valores críticos en $f'(x)$.

e. Al calcular la derivada de la función $f(x)=2x^4+12$ resulta $8x^4$.

f. La derivada de la función $f(x)=2x^n$ es $f'(x)=n2x^n$.

g. Si $f'(x)>0$ entonces la función es-creciente.

h. Si $f'(x)=0$ entonces la función es-decreciente.

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

Ejercicios y problemas

1 Producto escalar

1. Dados los vectores : $\vec{A} = (-8\vec{i} + 12\vec{j})$ $\vec{C} = (4\vec{i} - 3\vec{j})$ y $\vec{B} = (\vec{i} - 2\vec{j})$

   Determina.

   a. $\vec{A} \cdot \vec{B}$

   b. $\vec{C} \cdot \vec{B}$

   c. $\vec{A} \cdot \vec{C}$

   d. $\vec{A} \cdot \vec{B} \cdot \vec{C}$

2. Dados los vectores : $\vec{A} = (-5, 0)$; $\vec{N} = (0, 3)$ y $\vec{M} = (-1, -2)$

   Determina.

   a. $\vec{A} \cdot \vec{N}$

   b. $\vec{A} \cdot \vec{M}$

   c. $\vec{M} \cdot \vec{N}$

   d. $\vec{A} \cdot \vec{M} \cdot \vec{N}$

   e. $\vec{A} \cdot \vec{A}$

   f. $\vec{M} \cdot \vec{N} \cdot \vec{N}$

3. ¿Cómo verifico si dos vectores son perpendiculares?

4. ¿Cómo verifico si dos vectores son paralelos?

5. ¿Cuál de los siguientes vectores es perpendicular a $\vec{C} = (-2\vec{i}\ ,4\vec{j})$

   a. $\vec{E} = (-10\vec{i}, 5\vec{j})$

   b. $\vec{F} = (-5\vec{i}, 10\vec{j})$

   c. $\vec{G} = (5\vec{i}, -10\vec{j})$

   d. $\vec{P} = (10\vec{i}, 5\vec{j})$

6. ¿Cuál de los siguientes vectores es perpendicular a $\vec{C} = (5\vec{i}, -3\vec{j})$

   a. $\vec{E} = (6\vec{i}\ ,10\vec{j})$

   b. $\vec{F} = (10\vec{i}, 6\vec{j})$

   c. $\vec{G} = (6\vec{i}, -10\vec{j})$

   d. $\vec{P} = (-6\vec{i}, 10\vec{j})$

7. ¿Cuál de los siguientes vectores es paralelo a $\vec{M} = (5\vec{i}, -3\vec{j})$?

   a. $\vec{A} = (2\vec{i}\ ,3\vec{j})$

   b. $\vec{N} = (10\vec{i}, 6\vec{j})$

   c. $\vec{M} = (10\vec{i}, -6\vec{j})$

   d. $\vec{B} = (-6\vec{i}, 10\vec{j})$

8. ¿Cuál de los siguientes vectores es paralelo a $\vec{P} = (\vec{i}, -\vec{j})$?

   a. $\vec{A} = (-5\vec{i}, 5\vec{j})$

   b. $\vec{N} = (\vec{i}, \vec{j})$

   c. $\vec{M} = (5\vec{i}, -5\vec{j})$

   d. $\vec{B} = (-\vec{i}, 2\vec{j})$

9. Dados los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ de la figura, **calcula** gráficamente.

   a. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

   b. $-2\vec{w}$

   c. $\vec{u} + 2\vec{v}$

   d. $2\vec{u} - \vec{v}$

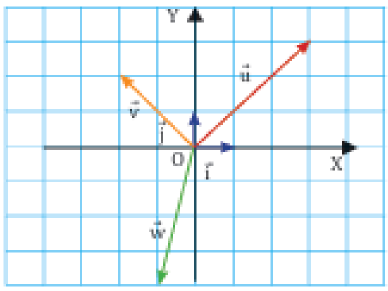


Fig. 19.

10. Dados los vectores $\vec{u} = (1, -2)$ y $\vec{v} = (-2, 2)$, referidos a una base ortonormal, **calcula**:

    a. $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{w}$

    b. $-2\vec{u} \cdot \vec{v}$

    c. $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{v}$

11. Dados los vectores $\vec{u} = (1, -2)$ y $\vec{v} = (2, 2)$ y $\vec{w} = (0, -1)$, **calcula** $(2\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot (\vec{v} + 4\vec{w})$.