REPASO Y REVISIÓN DE CONTENIDOS

1 Operaciones con radicales

1. **Simplifica** los siguientes radicales; **extrae** los factores posibles fuera del radical:

   a. $3^2 \cdot \sqrt{5^3\, a^2\, b^4}$

   b. $\sqrt{7 \cdot a^{10}\, b^9}$

   c. $-12\ \sqrt{2^7\, a^7}$

   d. $\frac{16}{5} \cdot \sqrt{\frac{25}{2}}$

2. **Efectúa**.

   a. $(2 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{3}$

   b. $\sqrt{11} \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{3})$

   c. $\sqrt{7} \cdot (9 + \sqrt{2})$

   d. $\sqrt{5} \cdot (3 + \sqrt{5})$

3. **Racionaliza**.

   a. $\frac{6}{\sqrt[11]{a^7}}$

   b. $\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

4. **Efectúa** las siguientes operaciones con radicales, simplifica el resultado cuando sea posible.

   a. $\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

   b. $\sqrt{\frac{972}{2}} + \sqrt{27} - \frac{-3}{2\sqrt{27}}$

   c. $\frac{\pi}{5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{5\sqrt{5}}{\frac{25}{\pi}} + 3\pi$

   d. $2\sqrt{21} + \frac{\sqrt{3}}{7} + \frac{\frac{1}{3\sqrt{3}} + 1}{\sqrt{9}}$

5. **Calcula**.

   $$9 \cdot \sqrt{21} - 3 \cdot (\sqrt{21} + 8\sqrt{21}) - (3\sqrt{21} + \sqrt{21})$$

2 Error

6. Una aproximación por truncamiento del número 4,56789 es 4,56. **Halla** el error absoluto y el error relativo.

7. A partir de un mapa, hemos calculado que la distancia en línea recta entre Córdoba y Buenos Aires, en Argentina, es aproximadamente de 650 km, cuando en realidad es de 648,29 km. ¿Qué error absoluto hemos cometido? ¿Cuál es el error relativo?

8. Si un año luz corresponde a unos $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km, **expresa** el error absoluto del ejercicio anterior en metros, **utiliza** la notación científica.

9. Medimos experimentalmente con una técnica propia la distancia a una estrella del sistema solar y descubrimos que es de 6 años luz, cuando en realidad sabemos que es de 6,1 años luz. **Calcula** el error absoluto y el error relativo que hemos cometido.

10. La distancia media entre Neptuno y el Sol es de 30,07 unidades astronómicas (UA). **Exprésala** en kilómetros, **utiliza** la notación científica.

11. **Halla** el valor que se atribuye al diámetro del Sol. Si realizamos una medida experimental y cometemos un error relativo del 1% por encima de la medida encontrada en nuestras fuentes de información, ¿qué medida habremos llevado a cabo? **Exprésala** en kilómetros y en años luz.

12. Medimos la distancia entre el Sol y un planeta, y obtenemos 0,000 60 UA, cuando en realidad se sabe que la distancia exacta es de 0,000 57 UA. (1 UA = $1{,}496 \cdot 10^8$ km).

    a. **Calcula** el error absoluto y el error relativo cometidos.

    b. **Expresa** el error absoluto en kilómetros, **utiliza** la notación científica.

3 Notación científica

13. **Calcula**:

a. $720 \cdot 10^{-3} + 0{,}05 \cdot 10^{2} - 0{,}72$

b. $(1{,}5 \cdot 10^{4} + 50 \cdot 10^{2}) : 7{,}5 \cdot 10^{-12}$

14. **Efectúa** las operaciones y **expresa** el resultado en notación científica:

a. $(3{,}2 \cdot 10^{12} + 16 \cdot 10^{3} - 5000 \cdot 10^{6}) + 0{,}62 \cdot 10^{10}$

b. $(72 \cdot 10^{-4} - 0{,}0012) \cdot 0{,}0000051$

4 Intervalos

15. **Escribe** de forma simbólica y **representa** gráficamente estos dos intervalos:

a. Números reales mayores o iguales que - 6 y menores o iguales que - 3.

b. Números reales mayores que - 2.

16. **Calcula** el intervalo común a cada una de las siguientes parejas de intervalos:

a. $(-6, 2)$ y $(-2, 3]$

b. $(-3, 5]$ y $(0, 3]$

c. $[0, 6]$ y $(1, 4]$

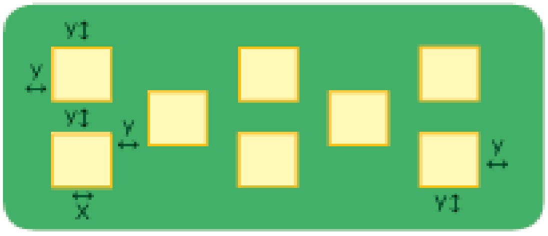
d. $[6, 9)$ y $[6, 7]$

e. $[-5, -3)$ y $(-4, -3]$

f. $(-11, 1)$ y $(0, 1)$

5 Operaciones con polinomios

17. Disponemos del siguiente tapiz.



—**Escribe** la expresión algebraica de:

a. El área total del tapiz

b. El área de color verde

c. El área de color amarillo

18. **Completa** el siguiente cuadrado mágico. La suma debe ser : $15x^2 + 3$

$2(x^2-1)$		
	$5x^2 + 1$	
$(2x)^2$		$4(2x^2+1)$

19. **Reescribe** las expresiones siguientes, **usa** las identidades notables:

a. $9 + 6x + x^2 = (... + ...)^2$

b. $y^2 - 2yx + x^2 = (... - ...)^2$

c. $...^2 - 4 ... + ...^2 = (2a - b)^2$

d. $9y^2 + 6yx + x^2 = (... + ...)^2$

e. $9 - x^2 = (\quad)(3 ... x)$

f. $9y^2 - 4x^2 =$

20. Dados los polinomios:

$$A(x) = \frac{3}{5}x^3 - \frac{1}{10}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

$$B(x) = 5x^4 + 105x - \frac{7}{2}$$

$$C(x) = \frac{2}{5}x^3 - x - 1$$

Realiza las siguientes operaciones:

a. $A(x) \cdot B(x)$

b. $A(x) \cdot C(x) - x^2 \cdot B(x)$

c. $[A(x) + B(x)]\, x + C(x)$

6 Factorización

21. **Factoriza** estos polinomios.

a. $x^3 + x^2 - 9x - 9$

b. $5x^3 + 15x^2 - 65x - 195$

c. $5x^3 + 5x^2 - 20x - 20$

d. $\frac{1}{8}m^3 - \frac{27}{64}n^3$

7 Ecuaciones y sistema de ecuaciones

22. **Resuelve** estas ecuaciones.

a. $1 - \frac{2x-5}{40} = x - \frac{4x-7}{10} + \frac{2}{3}x$

b. $\frac{3}{4}(2x-1) - \frac{4}{5}(x-3) = \frac{1}{2}x - 2$

c. $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}\right) + \frac{x}{4} = 1 - \frac{x-2}{5}$

d. $\frac{5+2x}{3+4x} = \frac{1}{2}$

e. $3x - \left[\frac{1}{2} - \left[x - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{x-2}{2}\right)\right] - \frac{x-1}{3}\right] = 1 - \frac{x}{4}$

23. Disponemos de vino de dos calidades diferentes a precios de \$ 0,35 /ℓ y \$ 0,80/ℓ. Si queremos obtener 200 ℓ de mezcla que resulte a \$ 0,50 /ℓ, ¿cuántos litros de cada clase tenemos que mezclar?

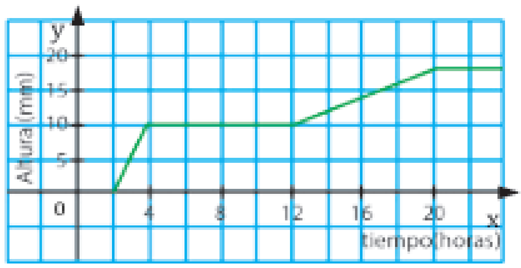
24. Al aumentar en 10 m los lados de un cuadrado obtenemos otro cuadrado cuya superficie es $200\ m^2$ mayor. ¿Cuáles son las dimensiones de los dos cuadrados?

25. Realizamos una prueba tipo test de 50 preguntas en la que las respuestas correctas sumaban 0,5 puntos y las no contestadas o incorrectas restaban 0,15. Si la nota final fue de 15,25, ¿cuántas preguntas se contestaron correctamente?

26. Se compran barriles de petróleo a dos grandes compañías A y B, que venden el crudo a un precio de \$105 el barril y \$ 80 el barril respectivamente. Si compramos 2000 barriles y en total el precio medio del barril resulta a \$ 95, ¿cuántos barriles se han comprado a cada compañía?

8 Funciones y estadísticas

27. La gráfica siguiente muestra la altura del agua en el pluviómetro de la estación meteorológica durante un día.



a. ¿Durante qué horas estuvo lloviendo?

b. ¿Durante qué horas llovió con más intensidad?

c. ¿Cuántos litros por metro cuadrado se recogieron entre las 2 y las 6 h?

Nota: Una variación de 1mm en el nivel del agua equivale a 1 litro por metro cuadrado.

28. **Representa** gráficamente la función dada por la siguiente tabla de valores.

Distancia en km (x)	1	2	3	4
Importe en dólares (y)	3,8	4,6	5,4	6,2

a. **Indica** qué tipo de función has representado.

b. **Calcula** la pendiente y la ordenada en el origen.

29. Las estaturas de los dieciséis jugadores de un equipo de fútbol son:

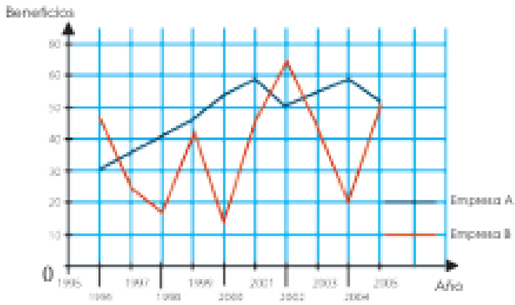
1,79; 1,74; 1,83; 1,96; 1,75; 1,68; 1,70; 1,76; 1,78; 1,82; 1,90; 1,80; 1,65; 1,91; 1,86; 1,89.

a. **Agrupa** estos datos en cuatro intervalos que vayan de 1,65 a 1,97, y **elabora** una tabla de distribución de frecuencias.

b. **Representa** las frecuencias absolutas en un histograma y **traza** el polígono de frecuencias.

30.La gráfica representa la evolución de los beneficios obtenidos durante varios años por dos empresas punteras dentro del mismo sector industrial.

¿Qué beneficio medio anual corresponde a cada una de las empresas? ¿Cuál es más rentable?



31.**Representa** gráficamente las siguientes funciones afines.

a. $y = x - 6$

b. $y = -2x + 1$

c. $y = 3x + 2$

—**Indica** en cada una de ellas la pendiente y la ordenada en el origen.

32.**Di** si las siguientes variables estadísticas son cualitativas (ordinales o nominales) o cuantitativas (discretas o continuas).

a. Año de nacimiento

b. Opinión sobre una determinada película.

c. Peso de los estudiantes de una clase

d. Color de la camiseta

33.La siguiente tabla muestra el consumo de gasolina de cierto vehículo (en litros cada 100 km), calculado en doscientas ocasiones.

Intervalo	[6, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)	[10, 11)
n_i	11	39	67	56	27

Determina manualmente la moda, la mediana y la media aritmética de la distribución de datos.

34.En una escuela se desea conocer el nivel cultural de sus alumnos. Para ello, se realiza un test a cien estudiantes y se obtienen estos datos.

Puntos	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[20, 30)	[40, 50)
n_i	12	34	38	12	4

¿Qué conclusiones pueden extraerse a partir de estos datos?

—**Justifica** tu respuesta teniendo en cuenta los parámetros de centralización y de dispersión.

35.En un lugar se mide la temperatura durante quince días y se obtienen estos valores (en °C):

13, 15, 12, 17, 18, 10, 18, 19, 22, 19, 16, 17, 18, 18, 18.

a. **Construye** la tabla de frecuencias.

b. **Calcula** todos los parámetros estadísticos que ya conoces.

36.Para estudiar la fiabilidad de dos tipos de test de control de alcoholemia, se efectúan varias pruebas de cada uno de ellos a una misma persona. Los resultados obtenidos son:

Test A: $-x$ = 0,09 mg/dly σ = 0,02 mg/dl

Test B: $-x$ = 0,09 mg/dl y σ = 0,05 mg/dl

—¿Qué test es más fiable? **Justifica** tu respuesta

9 Probabilidad y combinatoria

37. **Indica** si los siguientes experimentos son aleatorios o deterministas, y **explica** por qué.

a. Repartir una mano de bridge y mirar las cartas que nos han tocado.

b. Mezclar pinturas amarilla y azul, y observar qué color obtenemos.

c. Determinar la presión a la que se encontrará un submarinista a 25 m de profundidad.

38. **Escribe** el espacio muestral de los experimentos a continuación.

a. Lanzar una moneda.

b. Lanzar dos monedas.

c. Lanzar un dado con forma de dodecaedro.

d. Extraer una bola de una bolsa que contiene cinco bolas numeradas del 1 al 5.

39. Cogemos una carta de la baraja española. **Indica** los resultados favorables a cada uno de los siguientes sucesos.

A: Obtener oros.

B: No obtener una figura.

C: Obtener un 5.

D: Obtener una figura que no sea un rey

—**Indica** el suceso contrario al suceso A.

40. Si lanzamos dos lados al aire, ¿qué suma tiene más posibilidades de salir, par o impar? ¿Qué suma tiene más posibilidades 4 o 8?

41. En una bolsa con 10 bolas, 6 rojas y 4 blancas, **calcula** la probabilidad de los siguientes sucesos:

a. Sacar una bola roja

b. Sacar una bola amarilla

42. De una baraja de cartas se extraen dos cartas, **escribe** dos sucesos equiprobables. ¿Qué combinación es más probable: dos figuras o dos ases? ¿Por qué? ¿Cuál es la probabilidad en cada caso?

43. Al realizar una extracción de una urna con números del 1 al 20 se obtienen los siguientes resultados:

1, 1, 2, 6, 8, 10, 3, 15, 12, 20, 12, 11, 12, 1, 7, 5, 4, 2, 1, 2, 9, 10,11, 14, 17, 19, 9, 8, 19, 17, 16, 12, 12, 1, 19, 2, 5, 6, 8, 12.

a. **Escribe** los resultados anteriores en una tabla.

b. **Indica** cuál o cuáles son los resultados más probables.

c. ¿Hay algún resultado que no haya salido en las extracciones?

d. Si realizáramos más extracciones, ¿podemos asegurar que no saldrán?

44. En un candado de una cadena hay tres ruedas: la primera con números del 0 al 9, la segunda con números del 0 al 4 y la última del 0 al 2. ¿Cuántas combinaciones puedes hacer? ¿Cuál es la probabilidad de acertar la combinación?

45. En una carrera compiten solo tres corredores, ¿de cuántas maneras posibles pueden llegar a la meta?

46. **Completa** la tabla siguiente con las frecuencias absolutas y relativas del experimento:

x_i	n_i	f_i
1	23	
2		0,19
4		
5		0,20
6	17	
N	100	

a. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6?

b. ¿Y de sacar par?

A

1. **En una división de polinomios,** $x^3 + 2x^2 + x - 5$ **es el dividendo, el cociente,** $x - 2$ **y el resto,** 13.
   ¿Cuál es el divisor de esta división?

Solución

Comprender

- **Vuelve** a leer atentamente el enunciado y **anota** los datos del problema.

Planificar

- Se trata de una división entera en la que se cumple: Dividendo = divisor . cociente + resto.

  En esta igualdad conocemos todos los polinomios excepto el divisor.

Ejecutar el plan

- Expresamos por $P(x)$ el divisor y sustituimos los datos del ejercicio en la igualdad anterior.

  $x^3 + 2x^2 + x - 5 = P(x) . (x - 2) + 13$

- Restamos 13 a cada uno de los miembros:

  $x^3 + 2x^2 + x - 5 - 13 = P(x) . (x - 2) + 13 - 13$

  $x^3 + 2x^2 + x - 18 = P(x) . (x - 2)$

- Dividimos ambos miembros por $x - 2$.
- Efectuamos la división $(x^3 + 2x^2 + x - 18) : (x - 2)$ aplicando la regla de Ruffini.

	1	2	1	-18
2		2	8	18
	1	4	9	0

Por lo tanto, el divisor de la división es:

$P(x) = x^2 + 4x + 9$

Revisar

- Para comprobar el resultado obtenido efectuamos la división de $x^3 + 2x^2 + x - 5$ entre $x^2 + 4x + 9$ y verificamos que nos da $x - 2$ de cociente y 13 de resto.

B

1. **Considera el polinomio** $x^3 + x^2 - 9x + k$.
   ¿Cuál debe ser el valor de k **para que** $x + 1$ **sea divisor de dicho polinomio?**

Solución

Comprender

- **Vuelve** a leer atentamente el enunciado y **anota** los datos del problema.
- ¿Qué significa que $x + 1$ sea divisor del polinomio $x^3 + x^2 - 9x + k$?

Planificar

- Para que $x + 1$ sea divisor de $x^3 + x^2 - 9x + k$, debe cumplirse que el resto de la división,

  $(x^3 + x^2 - 9x + k) : (x + 1)$, sea 0.

Ejecutar el plan

- Efectuamos la división utilizando la regla de Ruffini y dejando k indicado.

	1	1	-9	k
-1		-1	0	9
	1	0	-9	k + 9

- Puesto que el resto debe ser 0, debemos resolver: $k + 9 = 0$

  Con lo que el valor buscado de k es -9.

Revisar

- Podemos comprobar que el divisor del polinomio $x^3 + x^2 - 9x - 9$ es $x + 1$ si efectuamos la división correspondiente y verificamos que el resto obtenido es 0.

	1	1	-9	-9
-1		-1	0	9
	1	0	-9	0

Actividades

44. **Resuelve** las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

a. $|x-1| = 2x-1$

b. $2x+|x-1| = 2$

c. $|3x+7|=5x+13$

d. $|3x+2| = 5-x$

e. $|5x+4| = 2x+1$

f. $|-6x+1| = 4x-7$

g. $x+|1+2x|=-2$

h. $3|x+4|-2=x$

i. $|5-2x|-4 = 10$

j. $3-2x+|1+x|=-5+6x$

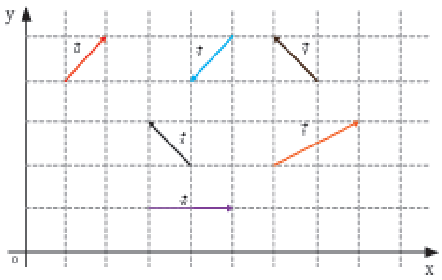
k. $\left|\frac{1}{4}+2x\right| = \frac{-1}{2}-x$

l. $|x-1+2x-3| = x+2$

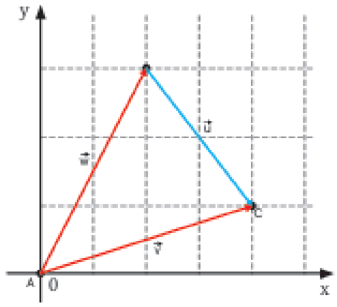
m. $|x-6| = |5x+8|$

n. $\left|\frac{1+4x}{3}-x\right| = 6$

1 Vectores en el plano:



1. **Observa** la figura e **indica** cuál de las afirmaciones es cierta.



   a. $\vec{w} + \vec{v} = \vec{u}$

   b. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

   c. $\vec{w} + \vec{u} = \vec{v}$

   d. $\vec{w} - \vec{v} = \vec{u}$

2. Dados los puntos $A = (-1, 2)$ y $B = (2, 0)$ del plano, **determina:**

   a. las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$.

   b. el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

   c. **Representa** gráficamente el vector $\overrightarrow{AB}$.

   d. **Determina** un vector unitario en la misma dirección que el vector.

3. **Dibuja** dos vectores cual quiera $\vec{u}$ y $\vec{v}$. **Demuestra** la propiedad conmutativa de la suma $(\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u})$. **Utiliza** el programa GeoGebra para demostrar esta propiedad:

TIC

http://goo.gl/U7jjP1

4. Dados los vectores $u = (2, -1)$ y $v = (0, 3)$,

   Determina:

   a. El módulo de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$

   b. El producto escalar de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$

   c. El ángulo que forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$

5. Si el vector u verifica que $\vec{u} = 2 \cdot \vec{v} - 3 \cdot \vec{w}$, **expresa** v como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{w}$.

6. **Dibuja** dos vectores cualquiera $\vec{u}$ y $\vec{v}$ **demuestra** que se cumple:

   a. $3 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v} = 3 \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

   b. $\vec{u} - \vec{v} = -(\vec{v} - \vec{u})$

7. ¿Es el vector $\vec{u} = (3, 4)$ combinación lineal de los vectores $\vec{v} = (3, -3)$ y $\vec{w} = (4, 6)$? **Justifica** tu respuesta.

8. **Expresa** en la base canónica los siguientes vectores:

   a. $\vec{v} = (-9, 4)$

   b. $\vec{v} = -(7, -8)$

   c. $\vec{v} = -\left(\frac{7}{3}, 7\right)$

9. Dados los vectores $\vec{v} = (1, 3)$, $\vec{w} = (2, -2)$ y $\vec{t} = (5, -1)$, **halla** si existen dos números reales a y b tales que se cumpla $a \cdot \vec{v} + \vec{b} \cdot \vec{w} = \vec{t}$.

10. **Comprueba** si los vectores $\vec{u} = (-3, 4)$ y $\vec{v} = (9,4)$ forman una base. **Justifica** tu respuesta.

11. **Demuestra** que los vectores $\vec{u} = (1, 1)$ y $\vec{v} = (1, -1)$ forman una base y, a continuación, **expresa** el vector $t = (4, 0)$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

12. Las coordenadas del extremo de cuatro vectores posición son $\vec{A} = (1, 1)$, $\vec{B} = (-2, 3)$, $\vec{C} = (-2, -1)$ y $\vec{D} = (3, -1)$.

   a. **Dibuja** el vector resultante de la suma de los cuatro vectores.

   b. **Calcula** las componentes del vector posición resultante.

13. Sean los vectores $\vec{u}=(1,-3), \vec{v}=(2,-1)$ y $\vec{w}=(1,1)$. **Calcula** las componentes de los siguientes vectores:

a. $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$

b. $2\cdot\vec{w}-\vec{u}$

c. $2\cdot\vec{v}-\vec{u}-\vec{w}$

d. $-4\cdot\vec{v}+\vec{u}-2\cdot\vec{w}$

14. **Halla** los valores de x e y en cada una de las igualdades entre vectores.

a. $5\cdot(x,y)+(3,-9)-2\cdot(6,8)+(-11,10)=(0,0)$

b. $2\cdot(-3,7)+6\cdot(x,-2)-(13,y)=2\cdot(-x,y)+(-91,-49)$

15. **Halla** el valor de k para que la siguiente igualdad entre vectores sea cierta:

$7\cdot(3,-k)+(-5,-5)=(16,-26)$

16. Sabemos que el vector $\vec{v}$ tiene estas componentes: $(-10,8)$. **Halla** un vector $\vec{w}$ tal que $\vec{w}+\vec{v}=(7,2)$

17. **Calcula** las componentes del vector $\vec{u}=2\cdot\vec{v}-3\cdot\vec{w}$, sabiendo que $v=-3\vec{i}+6\vec{j}$ y $\vec{w}=7\vec{i}-3\vec{j}$.

18. Si el segmento de extremos $A=(1,3)$ y $B=(10,6)$ se divide en tres partes iguales, ¿cuáles son las coordenadas de los puntos de división?

19. **Calcula** el módulo del vector $\vec{v}=(-5,12)$

20. **Calcula** el producto escalar de los vectores $\vec{v}=(-5,12)$ y $\vec{w}=(8,15)$

21. **Calcula** el módulo de la proyección del vector $\vec{u}=(4,3)$ sobre el vector $\vec{v}=(5,12)$.

22. **Calcula** el ángulo que forman los vectores $\vec{v}=(-3,4)$ y $\vec{w}=(8,15)$. **Representa** la solución gráficamente con GeoGebra.

23. Dados los vectores $\vec{u}=(-2,5)$ y $\vec{v}=(-5,7)$, **halla** $(2\cdot\vec{u})\cdot(-3\cdot\vec{v})$.

24. En un reportaje de National Geographic, se describe la trayectoria de una ballena a la que se le ha implantado un localizador. La trayectoria descrita por la ballena considera que el origen de coordenadas se encuentra en la estación de seguimiento. La trayectoria seguida por la ballena es: oeste 3 000 km, norte 2 000 km; luego, 3 000 km dirección este y, finalmente, 4 000 km dirección norte, que es donde el barco de investigación la ha localizado.

a. **Dibuja** la trayectoria que debe seguir el barco desde la estación hasta la posición actual de la ballena.

b. ¿Qué distancia deberá recorrer el barco?

25. **Halla** el valor de la componente x del vector $(20,x)$ de forma que el módulo sea 101.

26. **Halla** el ángulo formado por dos vectores cuyo módulo es $\sqrt{5}$ y 5, respectivamente, y su producto escalar es 9.

27. **Calcula** el valor de k sabiendo que el módulo del vector $\vec{v}=(k,12)$ es 13.

28. **Calcula** el ángulo que forman los vectores $\vec{v}=(-16,8)$ y $\vec{w}=(4,-2)$.

29. Sabiendo que $|\vec{u}|=8$ y que $u_1 v_1=u_2 v_2=43$, **halla** el producto escalar $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

30. **Calcula** el valor de x para que los vectores $\vec{v}=(4,-3)$ y $\vec{w}=(7,x)$ formen un ángulo de $60°$.

31. **Calcula** el vector opuesto al vector $\overrightarrow{AB}$ definido por los puntos $A=(7,-4)$ y $B=(-8,7)$.

32. **Expresa** las componentes del vector cuyo origen es el punto $(2,-3)$ y el extremo es $(7,9)$.

33. Dados los puntos A, B, C y D cuyas coordenadas son $A=(1,3), B=(-2,1), C=(3,1), D=(-1,2)$: **Halla** las componentes de los vectores cuyo origen y extremos son los que se indican:

a. $\overrightarrow{AB}$

b. $\overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{DC}$

d. $\overrightarrow{CA}$

—**Utiliza** el programa GeoGebra para comprobar los resultados obtenidos.

Ejercicios y problemas propuestos

52. Dados los vectores $\vec{u}=(2,5)$, $\vec{v}=(-3,4)$ y w $(5,12)$

 a. **Halla** $2\cdot\vec{u}+3\cdot\vec{v}-5\cdot\vec{w}$.

 b. **Halla** $2\ \vec{u}\cdot(-3\cdot\vec{v})$.

 c. **Calcula** el ángulo que forman $\vec{w}$ y $\vec{v}$.

 d. **Normaliza** el vector $\vec{v}$.

 e. **Expresa** $\vec{w}$ como combinación de los vectores de la base si consideramos como base los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$

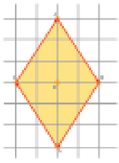
53. Sabemos que los puntos $A=(2,1)$ y $B=(4,3)$ son los extremos del diámetro de una circunferencia.

 a. **Calcula** el centro de la circunferencia.

 b. **Halla** el radio de la circunferencia.

 c. **Dibuja** la circunferencia.

54. I, J, K, L son los vértices de un rombo que forman ángulos de 45° y 135°. Cada lado mide 12 cm. ¿Cuál es el producto escalar de los siguientes vectores?



 a. $\overrightarrow{OK}\cdot\overrightarrow{OJ}$ b. $\overrightarrow{KJ}\cdot\overrightarrow{IJ}$ c. $\overrightarrow{OJ}\cdot\overrightarrow{OL}$

55. Dados los vectores $\vec{u}=(-1,-2)$, $\vec{v}=(2,2)$ y $\vec{w}=(0,-1)$, **calcula** $(2\,\vec{u}-3\,\vec{v})\cdot(\vec{v}+4\,\vec{w})$.

56. Dados los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ de la figura, **calcula** gráficamente.

 a. $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$

 b. $-2\vec{w}$

 c. $\vec{u}+2\,\vec{v}$

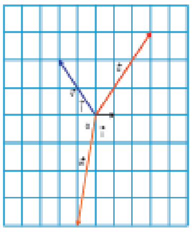
 d. $2\,\vec{u}-\vec{v}$

57. **Halla** las componentes de u, v y w en la base $B=\{\vec{i},\vec{j}\}$ y **efectúa**, con componentes, las operaciones anteriores.

58. **Halla** las coordenadas del extremo C del segmento AC sabiendo que $A=(-6,4)$ y las coordenadas del punto medio B son $(4,-6)$.

59. Las componentes de $\vec{u}$ $\vec{v}$ y $\vec{w}$ en una cierta base son $\vec{u}=(-1,2)$, $v(2,3)$ y $\vec{w}=(1,0)$.

—**Expresa** cada uno de estos vectores como combinación lineal de los otros dos.



60. **Divide** en cuatro partes el segmento que tiene por extremos los puntos $A=(-2,0)$ y $B=(2,8)$.

61. Al dividir el segmento AB en tres partes, hemos obtenido los puntos $A_1=(1,0)$ y $A_2=(3,3)$. Si sabemos que las coordenadas del punto A son $(-1,-3)$, ¿cuáles son las coordenadas de B?

2 Problemas de aplicación de vectores en el plano

62. Paula sale de su casa de su casa al colegio y recorre 5 km al este, y luego 6 km al norte. ¿A qué distancia está su escuela?

63. Una niña arrastra un carro de juguete con una fuerza de 120 N en una dirección de 37° sobre la horizontal. **Halla** las componentes horizontal y vertical de esta fuerza.

64. Las componentes rectangulares, Vx y Vy, de un vector V, valen Vx = 6 cm y Vy = 8 cm.

 a. ¿Cuál es la magnitud del vector V?

 b. ¿Cuál es el ángulo que el vector forma con eje x?

65. Un avión a una cierta altura, partiendo de un punto A, se desplaza a 4 km, hasta el punto B, manteniéndose en la misma altitud. Todavía manteniéndose a la misma altura, se desplaza 3 km, en ángulo recto con la dirección AB, hasta el punto C. A partir de C sube verticalmente, recorriendo una distancia de 5 km, llegando al punto D.

 a. **Esboza** el dibujo de los desplazamientos del avión.

 b. ¿Cuál es la magnitud del vector desplazamiento resultante AD del avión?