

# 2015 非線性控制(Nonlinear Control)期末考

2016/01/14

Closed-book Test (10:10~12:10)

1. 透過回授線性化(feedback linearization)將非線性系統  $\dot{x} = f(x) + g(x)u$  化成線性系統  $\dot{z} = Az + Bv$  的過程中，說明這中間包含哪幾個關鍵步驟？(10%)

2. 考慮非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x) \quad (1)$$

若已知該系統的相對階數(relative degree)為 2，說明其代表的意義為何？(5%)利用這一含意，推導出當系統的相對階數為 2 時，函數  $f(x)$ 、 $g(x)$  及  $h(x)$  所要滿足的條件(5%)。

3. 解釋何謂外部動態(external dynamics)、內部動態(internal dynamics)及零動態(zero dynamics)? (10%)

4. 解釋為何相平面上的極限圓(limit cycle)是天然的滑動曲線(sliding surface)? (5%)曲線  $S(x, t) = 0$  如果是一條滑動曲線，則它必須滿足甚麼條件？(5%)

5. 考慮非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2)$$

解釋如何設計控制律  $u$  使得系統狀態  $x$ ，最後可以進入指定的滑動曲線  $S(x, t) = 0$ 。(10%)

6. 比較三種適應性控制法則：(1) 自動調整型(auto-tuning)·(2) 增益排程型(gain scheduling)，(3) 適應型(adaptation)，的優缺點及適用時機。(10%)

7. 解釋自我調整適應性控制(Self-tuning adaptive control)的運作原理及組成架構。(10%)

8. 考慮下列之一階系統

$$\dot{y} + a_p y = b_p u \quad (3)$$

其中參數  $a_p$ ,  $b_p$  為已知。本題的目的是要設計  $u$ ，使得  $y(t)$  能追蹤  $y_m(t)$ ，其中  $y_m(t)$  源自下列參考模式的輸出

$$\dot{y}_m + a_m y_m = b_m r \Rightarrow y_m = \frac{b_m}{s + a_m} r \quad (4)$$

假設控制訊號採用線性回授的方式： $u = K_y^* y + K_r^* r$ ，決定參數  $K_y^*$  及  $K_r^*$  的值使得  $y$  與  $r$  的關係與(4)式完全一致。(10%)

9.  $2 \times 2$  矩陣  $A$  的作用是將一個向量  $x \in \mathbb{R}^2$  映射到另一個向量  $y = Ax \in \mathbb{R}^2$ 。如果輸入向量  $x$  與輸出向量  $y$  的長度都以 2-norm 表示之，則矩陣  $A$  的 2-norm 定義成輸出與輸入比的最大增益值：

$$\|A\|_2 = \sup_{x \neq 0} (\|y\|_2 / \|x\|_2) = \sup_{x \neq 0} (\|Ax\|_2 / \|x\|_2) = \sup_{\|x\|_2=1} \|Ax\|_2$$

根據以上的定義解釋矩陣  $A$  的 2-norm 所代表的幾何意義。(10%)

10. 給定時間函數  $u(t)$ ，列出其在 time domain、frequency domain、Laplace domain 的範數(norm)

定義。(10%)