

2014 非線性控制第二次平時考

2014/12/10

Closed-book Test (11:10~12:30)

1. (5%)何謂 Lyapunov 穩定？(5%)漸進穩定？(5%)指數穩定？
2. (10%)解釋為何存在 Lyapunov function $V(x)$ 滿足 $V(0) = 0$ ， $V(x) > 0$ ， $\dot{V}(x) < 0$ 之時，其所對應的非線性系統便為漸進穩定？其背後的物理意義為何？
3. (10%)試利用 Lyapunov 直接穩定定理，推導出線性系統 $\dot{x} = Ax$ 為穩定的條件。
4. (10%)何謂 Lyapunov 間接穩定定理？說明如何利用此法驗證非線性系統 $\dot{x} = f(x)$ 的穩定性。
5. (10%)試考慮二階線性時變系統

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) - e^{-2t}x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_2(t)\end{aligned}$$

若選擇 Lyapunov 函數如下

$$V(x, t) = x_1^2 + (1 + e^{-2t})x_2^2$$

證明平衡點(原點)具有一致漸進穩定的性質。

6. 考慮非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$

其中 u 為輸入， y 為輸出。

- (a) (5%)如何判斷該非線性系統的相對階數(relative degree)？它和回授線性化有和關係？
 - (b) (10%)若已知該非線性系統的相對階數為 3，則 f 、 g 、 h 必須滿足何條件？
7. (15%)說明 input-state feedback linearization 的幾個關鍵步驟。
 8. (15%)何謂內部動態(internal dynamics)？何謂零動態(zero dynamics)？如何由後者的穩定性推論前者的穩定性？