

非線性控制期末考

Closed-book Test (9:10~11:10)

1. (10%)舉出 5 個非線性系統所具有的特性。
2. (10%)如何檢測一個系統是線性亦或是非線性(假設只能取得該系統的輸入及輸出訊號，而對其內部動態完全不清楚)? 試說明其檢測步驟。
3. (10%)考慮二階非線性系統

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2)\end{aligned}$$

說明如何用解析的方法決定其在平衡點附近的相平面軌跡。解釋為何恰好有六種可能結果? 此六種可能的相平面軌跡各為何?

4. (10%)考慮一個非線性元件，已知當輸入為 $X \sin \omega t$ 時，輸出為 $y(t)$ ；試求出此非線性元件的描述函數 $N(X, \omega)$ 。
5. (10%)考慮下列之控制系統

$$\dot{x} + u(t) = 0, \quad x(0) = x_0$$

其中 $u(t)$ 為輸入之控制訊號，試設計 $u(t)$ 使得不管 x_0 為何，當 $t \rightarrow \infty$ ，恆有 $x \rightarrow 0$ 。

6. (10%)試利用 Lyapunov's direct method，推導出線性系統 $\dot{x} = Ax$ 為穩定的條件。
7. (10%)何謂 Lyapunov's indirect method? 說明如何利用此法驗證非線性系統 $\dot{x} = f(x)$ 的穩定性。
8. (10%)考慮以下非線性系統：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = f(x) = \begin{bmatrix} x_2^3 - u \\ u \end{bmatrix}, \quad y = h(x) = x_1,$$

求出其 zero dynamics(表成時間的函數)，並判斷其穩定性。

9. (20%)考慮以下非線性系統：

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$

- (a) 透過什麼操作可以求得此系統的相對階數(relative degree)?
- (b) 若已知相對階數為 3，則函數 f ， g ， h 需要滿足何條件?(依據(a)的操作去推導)
- (c) 續(b)，若系統階數是 4 階，試表達出此系統的 normal form，並指出何者為 external dynamics? 何者為 internal dynamics? 何者為 zero dynamics?