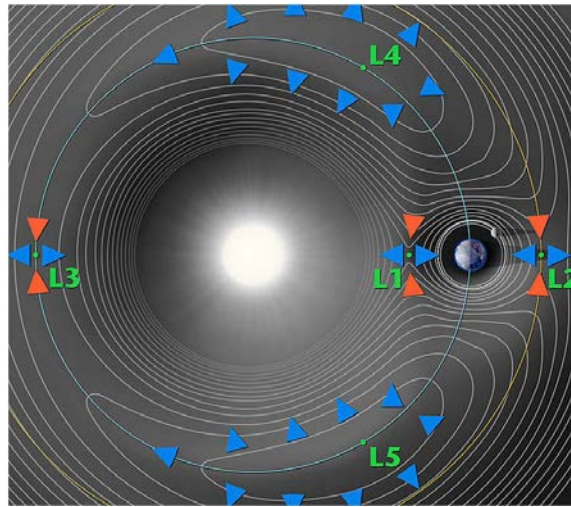


2021 非線性控制期中考

2021/11/16

Closed-book Test (10:10~12:10)

1. (10%)如何從空間與時間的操作範圍，判定一個系統是線性還是非線性?時變還是非時變?
2. (10%)如何利用訊號產生器(輸入)和示波器(輸出)，測試一個內部未知的系統是屬於線性系統或非線性系統?
3. (10%)下圖是地球與太陽引力場所形成的拉格朗日點，說明無人太空探測船如何利用太空軌跡的混沌性，進行繞日軌道與繞地軌道的快速切換。



4. (10%)對於非線性系統(以極座標表示): $\dot{r} = -r(\mu + r^2)$, $\dot{\theta} = 1$, 說明該系統在參數 $\mu = 0$ 有分岔現象(bifurcation)。
5. (10%)何謂相平面軌跡?如何判斷其運動方向?以非線性系統 $\dot{x} = x^3 - 3x^2 + 2x$ 為例, 先求出其平衡點, 大略描繪出其相平面軌跡, 再由軌跡的運動方向決定每個平衡點的穩定性。
6. (10%)比較 Lyapunov 直接定理與間接定理的不同, 並分析它們的使用時機。
7. (10%)分別解釋為何線性系統若為穩定, 則必為(1)全域穩定, (2)漸進穩定, (3)指數穩定。
8. (10%)由線性系統理論知, 線性非時變系統: $\dot{x} = Ax$ 的穩定性條件是要 A 的特徵值全部為負。試利用 Lyapunov 直接定理證明這個已知結果。(提示: 選取 Lyapunov 函數 $V(x) = x^T x$)
9. (10%)對於線性時變系統: $\dot{x} = A(t)x$ 的穩定性條件, 解釋為何必須 $A(t) + A^T(t)$ 的特徵值為負, 而不是 $A(t)$ 的特徵值為負
10. (10%)對於一個線性時變系統:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -g(t) \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

若選定 Lyapunov 函數為

$$V(x, t) = x_1^2 + (1 + g(t))x_2^2$$

試決定系統參數 $g(t)$ 所要滿足的條件, 使得該線性時變系統具有一致穩定性。