

非線性控制期末考試題

考試時間 2022.01.11 (星期二), AM 10:10-12:10, Closed-book test

1. (10%)適應性控制可區分為三大類：(A)自動調整型(auto-tuning)控制器，(B)增益排程型(gain-scheduling)控制器，(C)適應型(adaptation)控制器。歸納整理這三種類型的適應性控制，討論它們各自適用的時機及優缺點。
2. (10%)最高等級的適應性控制有二種：(1)自我調整適應性控制(Self-tuning Adaptive Control)，(2)參考模式適應性控制(Model-Reference Adaptive Control)，比較這二種適應性控制的運作原理及組成架構。
3. (10%)考慮 n 階的非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x) \quad (1)$$

- (a) (5%)如果系統的相對階數(relative degree)為 2，求函數 f 、 g 、 h ，所要滿足的條件。
- (b) (5%)在相對階數為 2 的情形下，設計控制律 u ，使得輸入 u 與輸出 y 之間為線性關係，並且極點落在 -1 與 -2 。

4. (10%)考慮二階非線性方程式

$$\dot{x}_1 = x_1 + 2x_2^3 + \cos x_1, \quad \dot{x}_2 = x_2 \sin x_1 + u \sin(2x_1) \quad (2)$$

尋求座標轉換 $z = \phi(x)$ 與控制轉換 $v = v(x, u)$ ，使得在新座標 z 下，(2)式化成線性的型式：

$$\dot{z}_1 = az_1 + bz_2, \quad \dot{z}_2 = v \quad (3)$$

其中 a 與 b 是待求的常數值。(提示:本題的座標轉換 $z = \phi(x)$ 用觀察法即可求得)

5. (10%)考慮如下的三階非線性系統，其中 (ζ_1, ζ_2) 為外部動態變數， η 為內部動態變數。

$$\dot{\zeta}_1 = \zeta_2 \quad (4a)$$

$$\dot{\zeta}_2 = \zeta_2(-\eta + \zeta_2 + \tan^{-1}\zeta_2) + u \quad (4b)$$

$$\dot{\eta} = (-\eta + \zeta_1 + \tan^{-1}\zeta_2) \left(1 + \frac{2+\zeta_2^2}{1+\zeta_1^2} \zeta_2 \right) \quad (4c)$$

- (a) 設計控制律 u 使得外部動態為穩定，並且二個極點均落在 -1 。
- (b) 檢測該系統的內部動態的穩定性。

6. (15%)考慮非線性系統

$$\dot{x} = ax^2 - x^3 + u$$

- (a) (5%)設計控制律 u ，使得控制後的系統變成線性系統： $\dot{x} = -x$ ，此即回授線性化的設計。
- (b) (5%)設計控制律 u ，使得 Lyapunov 函數 $V(x) = x^2/2$ ，滿足收斂條件 $\dot{V}(x) = -(x^4 + x^2) < 0$ 。
- (c) (5%)比較以上二種控制設計的不同以及優缺點。

7. (15%)考慮以下的非線性系統，

$$\dot{x}_1 = x_1 x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1^2 + u \quad (5)$$

本題的目的是要設計滑動控制律(sliding control) u ，使得系統(5)能夠進入以下的滑動面

$$S(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1 \quad (6)$$

也就是要使得單位圓變成是系統(5)的極限圓。

- (a) 設計切換控制 u_N^+ 和 u_N^- ，使得初始狀態不管在何處，都有往單位圓運動的趨勢。
- (b) 設計平衡控制 u_{Eq} ，使得當系統狀態進入單位圓後，能一直停留在單位圓上。

8. (20%)考慮非線性系統:

$$\dot{y} + a_p y + c_p \cos y = b_p u \quad (7)$$

現在要設計參考模式適應性控制 u ，使得在系統參數未知的情況下，非線性系統的輸出能夠追蹤線性參考模式： $\dot{y}_m + y_m = r$ 。

- (a) (10%)將控制訊號表成 $u = K_y y + K_f \cos y + K_r r$ ，先假設受控體參數 a_p 、 b_p 、 c_p 為已知的情況下，求出控制器參數 K_y^* 、 K_f^* 、 K_r^* ，使得 $r \rightarrow y$ 間的轉移函數與 $r \rightarrow y_m$ 間的轉移函數完全一致。
- (b) (10%)其次假設受控體參數 a_p 、 b_p 、 c_p 為未知的情況下，推導出控制律參數的估測值 \hat{K}_y 、 \hat{K}_f 及 \hat{K}_r 所要滿足的調變律，以保證追蹤誤差 $e = y(t) - y_m(t) \rightarrow 0$ 。