

2013 非線性控制期末考

Closed-book Test (10:10~12:10)

1. (10%)線性系統的穩定性條件只有一種:所有的極點在左半平面,然而為什麼非線性系統的穩定性會有這麼多種的區分,例如 Lyapunov 穩定,漸進穩定、區域性穩定、全域性穩定等等。試解釋其原因。
2. (10%)對於非線性系統 $\dot{x} = f(x)$,如果要滿足漸進穩定,則 Lyapunov 函數要滿足哪些條件?並說明其原因。
3. (10%)試利用 Lyapunov (直接)定理,推導出線性系統 $\dot{x} = Ax$ 為穩定的條件。
4. 考慮以下非線性系統:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$

- (a) (6%)透過什麼操作可以求得此系統的相對階數(relative degree)?
 - (b) (6%)若已知相對階數為 3,則函數 f, g, h 需要滿足何條件?(依據(a)的操作去推導)
 - (c) (8%)續(b),若系統階數是 4 階,試表達出此系統的 normal form,並指出何者為 external dynamics?何者為 internal dynamics?何者為 zero dynamics?
5. (10%)比較 Lyapunov 直接定理與間接定理的不同,並說明其優缺點及適用時機。
 6. (10%)何謂一致穩定(uniform stability)?其要滿足的條件為何?
 7. (4%)對於給定的純量函數 $h(x)$ 及向量函數 $f(x)$,如何定義李氏微分(Lie derivative)?
(6%)對於非線性系統 $\dot{x} = f(x), y = h(x)$,試以李氏微分表示 y 對時間 t 的一階微分、二階微分及 n 階微分。
 8. (10%)何謂一致穩定(uniform stability)?其要滿足的條件為何?
 9. (10%)對於非線性控制系統 $\dot{x} = f(x) + g(x)u$,求出控制器 u 所要滿足的條件,使得相平面軌跡,不管從何處出發,最後都會進入所指定的滑動面 $S(x) = 0$ 之上。