

2015 非線性控制期中考

2015/11/19

Closed-book Test (10:10~12:10)

1. (10%)考慮 n 階非線性系統的一般型式：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

除了少數例外，方程式(1)通常沒有解析解，而只有數值解。但不管解答如何複雜，方程式(1)解的型式只有五種可能，請說明是那五種可能型式的解答。

2. (10%)在非線性控制系統中，非線性的可能來源有哪些？
3. (10%)如何檢測一個系統是線性亦或是非線性(假設只能取得訊號產生器輸入到系統的訊號及系統傳給示波器的輸出訊號，而對系統內部動態完全不清楚，也不知道系統的運動方程式 $\dot{x} = f(x)$)？利用系統的輸入與輸出訊號說明檢測的步驟。
4. (10%)考慮二階非線性系統

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2), \quad \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2) \quad (2)$$

說明如何用解析的方法決定其在平衡點附近的相平面軌跡。解釋為何恰好有六種可能結果？此六種可能的相平面軌跡各為何？

5. (10%)何謂相平面軌跡？如何判斷其運動方向？如何由其運動方向判斷其在平衡點附近的穩定性？以非線性系統 $\dot{x} = -9x + x^3$ 為例，先求出其平衡點，大略描繪出其相平面軌跡，再由軌跡的運動方向決定每個平衡點的穩定性。
6. (10%)考慮一個非線性元件，已知當輸入為 $X \sin \omega t$ 時，輸出為 $y(t)$ ；試求出此非線性元件的描述函數 $N(X, \omega)$ 。描述函數僅是非線性元件的近似表示法，說明在何種情況下，此種近似表示法的誤差較小。
7. (10%)Lyapunov 穩定性與漸進穩定性有何不同，其對 Lyapunov 函數的要求有不同？
8. (10%)解釋 Lyapunov 直接定理與間接定理的不同，其使用的時機與優缺點為何？
9. (10%)對於一個線性非時變系統： $\dot{x} = Ax$ ，利用 Lyapunov 直接定理推導出此線性非時變系統穩定的條件。
10. (10%)對於一個非線性時變系統 $\dot{x} = f(x, t)$ 而言，何謂一致穩定性(uniform stability)保證一致穩定性的條件是甚麼？