

2013 非線性控制期末考

Closed-book Test (10:10~12:10)

- ~~1.~~ (10%) 線性系統的穩定性條件只有一種:所有的極點在左半平面, 然而為什麼非線性系統的穩定性會有這麼多種的區分, 例如 Lyapunov 穩定, 漸進穩定、區域性穩定、全域性穩定等等。試解釋其原因。
- ~~2.~~ (10%) 對於非線性系統 $\dot{x} = f(x)$, 如果要滿足漸進穩定, 則 Lyapunov 函數要滿足哪些條件? 並說明其原因。
- ~~3.~~ (10%) 試利用 Lyapunov (直接)定理, 推導出線性系統 $\dot{x} = Ax$ 為穩定的條件。
4. 考慮以下非線性系統:
- $$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$
- (a) (6%) 透過什麼操作可以求得此系統的相對階數(relative degree)?
- (b) (6%) 若已知相對階數為 3, 則函數 f, g, h 需要滿足何條件? (依據(a)的操作去推導)
- (c) (8%) 續(b), 若系統階數是 4 階, 試表達出此系統的 normal form, 並指出何者為 external dynamics? 何者為 internal dynamics? 何者為 zero dynamics?
- ~~5.~~ (10%) 比較 Lyapunov 直接定理與間接定理的不同, 並說明其優缺點及適用時機。
- ~~6.~~ (10%) 何謂一致穩定(uniform stability)? 其要滿足的條件為何?
7. (4%) 對於給定的純量函數 $h(x)$ 及向量函數 $f(x)$, 如何定義李氏微分(Lie derivative)?
- (6%) 對於非線性系統 $\dot{x} = f(x), y = h(x)$, 試以李氏微分表示 y 對時間 t 的一階微分、二階微分及 n 階微分。
- ~~8.~~ (10%) 何謂一致穩定(uniform stability)? 其要滿足的條件為何?
9. (10%) 對於非線性控制系統 $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, 求出控制器 u 所要滿足的條件, 使得相平面軌跡, 不管從何處出發, 最後都會進入所指定的滑動面 $S(x) = 0$ 之上。