

# 非線性控制第一次平時考

2013/10/30

Closed-book Test (11:10~12:10)

1. (10%)考慮  $n$  階非線性系統的一般型式：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

除了少數例外，方程式(1)通常沒有解析解，而只有數值解。但不管解答如何複雜，方程式(1)解的型式只有五種可能，請說明是那五種可能型式的解答。

2. (10%)如何檢測一個系統是線性亦或是非線性(假設只能取得該系統的輸入及輸出訊號，而對其內部動態完全不清楚)？試說明其檢測步驟。

3. (10%)考慮二階非線性系統

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2)$$

說明如何用解析的方法決定其在平衡點附近的相平面軌跡。解釋為何恰好有六種可能結果？此六種可能的相平面軌跡各為何？

4. (10%)何謂相平面軌跡(phase plane trajectory)？如何判斷其運動方向？如何由其運動方向判斷其在平衡點的穩定性？(畫一簡圖說明之)
5. (10%)考慮一個非線性元件，已知當輸入為  $X \sin \omega t$  時，輸出為  $y(t)$ ；試求出此非線性元件的描述函數  $N(X, \omega)$ 。