

## 第 8 章作業

- 繳交日期 2020/12/26(星期六), 24:00 前
- 以 PDF 附件 email 傳送 [cdyang@mail.ncku.edu.tw](mailto:cdyang@mail.ncku.edu.tw)
- 作業上傳 PDF 檔案名稱格式:非線性控制作業(第 8 章)\_姓名\_學號.pdf

### 8.1 考慮下列之二階非線性系統

$$\dot{x}_1 = x_2 + \theta_1 x_1 \sin x_2 \quad (1a)$$

$$\dot{x}_2 = \theta_2 x_2^2 + x_1 + u \quad (1b)$$

其中 $u$ 是控制訊號； $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 是不確定的參數，但滿足

$$|\theta_1| \leq a, \quad |\theta_2| \leq b \quad (2)$$

本題的目的是要設計滑動控制使得系統(1)為 Lyapunov 穩定。假設所採取的滑動曲面為

$$S = (1 + a)x_1 + x_2 \quad (3)$$

(a) 試證明在不確定性參數 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 的作用下，能確保 $\dot{S}S < 0$ 的滑動控制 $u$ 為

$$u = u_{eq} - \beta(x)\text{sgn}(S) \quad (4)$$

其中

$$u_{eq} = -x_1 - (1 + a)x_2 \quad (5)$$

$$\beta(x) = a(1 + a)|x_1| + bx_2^2 + b_0, \quad b_0 > 0 \quad (6)$$

提示:參考 8.4.3 節的證明方法，先求出 $\dot{S}$ 的表示式(利用(1)式)，將(4)式的 $u$ 代入 $\dot{S}$ ，再求 $\dot{S}S$ 的表示式，利用不等式層層化簡，得到關係式 $\dot{S}S \leq -\eta|S|$ ，其中 $\eta$ 可用常數 $a$ 、 $b$ 、 $b_0$ 表示之。

(b) 用 Matlab 模擬以上滑動控制律的正確性。設定 $a = b = 1$ ，並使 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 在區間 $[-1, 1]$ 內任意變化，每次模擬均取不一樣的 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ ，例如 $\theta_1 = \sin t$ ， $\theta_2 = \cos t$ ，或是取成 $\pm 1$ 之間的任意隨機亂數(利用 Matlab 的隨機亂數產生器)。用數值模擬驗證，當 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 在區間 $[-1, 1]$ 內任意變化時，滑動控制律(4)都可確保相平面軌跡進入滑動曲面 $S = 0$ ，同時觀察是否有顫動現象伴隨發生。

(c) 設定 $a = b = 2$ ，重覆上面步驟的模擬，並觀察顫動的情況有何改變。