

非線性控制期末考試題

考試時間 2023.01.03 (星期二), AM 10:10-12:10, Closed-book test

1. (10%) 逆向步進控制(backstepping control)的構想是根據回授線性化的缺失改進而來。指出回授線性化的三個主要缺失。

2. (10%) 對於非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$

如何定義外部動態、內部動態和零動態(zero dynamics)?

3. (15%) 考慮 n 階的非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$

(a) (5%) 如果系統的相對階數(relative degree)為 2, 求函數 f 、 g 、 h , 所要滿足的條件。

(b) (5%) 如果系統的相對階數(relative degree)為 3, 求函數 f 、 g 、 h , 所要滿足的條件。

(c) (5%) 在相對階數為 2 的情形下, 設計控制律 u , 使得輸入 u 與輸出 y 之間為線性關係, 並且極點落在 -2 與 -3 。

4. (10%) 考慮二階非線性方程式

$$\dot{x}_1 = x_1 + 2x_1^2 + \sin x_2, \quad \dot{x}_2 = x_2^3 \sin x_1 + u \cos(2x_2)$$

尋求座標轉換 $z = \phi(x)$ 與控制轉換 $v = v(x, u)$, 使得在新座標 z 下, 將上式化成線性的型式:

$$\dot{z}_1 = az_1 + bz_2, \quad \dot{z}_2 = v$$

其中 a 與 b 是待求的常數值。(提示:本題的座標轉換 $z = \phi(x)$ 用觀察法即可求得)

5. (15%) 考慮非線性系統

$$\dot{x} = ax^2 + bx^3 + u$$

(a) (5%) 設計控制律 u , 使得控制後的系統變成線性系統: $\dot{x} = -x$, 此即回授線性化的設計。

(b) (5%) 設計控制律 u , 使得 Lyapunov 函數 $V(x) = x^2/2$, 滿足收斂條件 $\dot{V}(x) = -(x^4 + x^2) < 0$ 。

(c) (5%) 比較以上二種控制設計的不同以及優缺點。

6. (20%) 考慮以下的非線性系統,

$$\dot{x}_1 = x_1 \sin x_2, \quad \dot{x}_2 = x_2 \cos x_1 + u$$

本題的目的是要設計滑動控制律(sliding control) u , 使得以上系統能夠進入如下的滑動面

$$S(x_1, x_2) = (x_1/3)^2 + (x_2/2)^2 - 1$$

也就是要使得指定的橢圓變成是系統的極限圓。

(a) 設計切換控制 u_N^+ 和 u_N^- , 使得初始狀態不管在何處, 都有往單位圓運動的趨勢。

(b) 設計平衡控制 u_{Eq} , 使得當系統狀態進入單位圓後, 能一直停留在單位圓上。

7. (20%) 考慮非線性系統:

$$\dot{y} + a_p y + c_p y^3 = b_p u$$

現在要設計參考模式適應性控制 u , 使得在系統參數未知的情況下, 非線性系統的輸出能夠追蹤線性參考模式: $\dot{y}_m + a_m y_m = r$ 。

(a) (10%) 先將控制訊號表成 $u = K_y y + K_f y^3 + K_r r$, 先假設受控體參數 a_p 、 b_p 、 c_p 為已知的情況下, 求出控制器參數 K_y^* 、 K_f^* 、 K_r^* , 使得 $r \rightarrow y$ 間的轉移函數與 $r \rightarrow y_m$ 間的轉移函數完全一致。

(b) (10%) 其次假設受控體參數 a_p 、 b_p 、 c_p 為未知的情況下, 推導出控制律參數的估測值 \hat{K}_y 、 \hat{K}_f 及 \hat{K}_r 所要滿足的調變律, 以保證追蹤誤差 $e = y(t) - y_m(t) \rightarrow 0$ 。