

# 非線性控制第一章作業

- 繳交日期 2022/09/24(星期六), 24:00 前
- 以 PDF 附件 email 傳送 [cdyang@mail.ncku.edu.tw](mailto:cdyang@mail.ncku.edu.tw)
- 作業上傳檔案名稱格式:非線性控制作業(第 1 章)\_姓名\_學號.pdf

## 1.1 渾沌(chaos)的測試。試用 Matlab 求解非線性 ODE

$$\ddot{x} + 0.1\dot{x} + x^3 = 5 \cos t$$

測試兩組很接近的初始條件

(a)  $x(0) = 3, \dot{x}(0) = 4$

(b)  $x(0) = 3.01, \dot{x}(0) = 4.01$

比對兩組 $x(t)$ 對時間的響應圖，是否很接近？若把非線性項 $x^3$ 改成線性項 $x$ ，情況又如何？

## 1.2 Lorentz 奇異吸子的測試：用 Matlab 求解下列非線性 ODE

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 10(y - x) \\ \dot{y} &= x(28 - z) - y \\ \dot{z} &= xy - 8z/3\end{aligned}$$

選取初始位置 $(x(0), y(0), z(0)) = (1, 1, 0)$ ，畫出軌跡點 $(x(t), y(t), z(t))$ 隨時間 $t = 0$ 連續變化到 $t = T$ 所連成的曲線。比較三種終端時間： $T = 100, 1000, 10000$ ，所得到的奇異吸子軌跡有何不同？如果將初始位置改成 $(x(0), y(0), z(0)) = (10, 1, 0)$ ，其結果有何不同？

## 1.3 霍普夫分岔(Hopf bifurcation)的測試：考慮下列非線性 ODE

$$\dot{x} = \mu x - y + 2x(x^2 + y^2)^2, \quad \dot{y} = x + \mu y + 2y(x^2 + y^2)^2$$

其中 $m$ 是常數。

- 將直角座標 $(x, y)$ 轉成極座標 $(r, \theta)$ ，並將上式用 $r, \theta$ 表示之。
- 任選三個不同的 $\mu$ 值： $\mu_1 > 0, \mu_2 = 0, \mu_3 < 0$ ，用 Matlab 畫出其相對應的軌跡圖 $(x(t), y(t))$ 。參考 1.6 節中第一個例題及圖 1.6.3 的討論。
- 根據極座標方程式及上述之軌跡變化，推論出分岔現象發生時之 $\mu_c$ 值。
- 比較 $\mu > \mu_c$ 及 $\mu < \mu_c$ 二種情形下，平衡點數目是否有改變，軌跡的幾何結構是否有改變？