

2020 非線性控制期末考試題

考試時間 2021.01.05 (星期二), AM 10:10-12:10, Closed-book test

1. 考慮 n 階的非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1a)$$

$$y = h(x) \quad (1b)$$

- (a) (5%)如果系統的相對階數(relative degree)為 1，求函數 f 、 g 、 h ，所要滿足的條件。
- (b) (5%)如果系統的相對階數(relative degree)為 2，求函數 f 、 g 、 h ，所要滿足的條件。
- (c) (5%)如果系統的相對階數(relative degree)為 n ，求函數 f 、 g 、 h ，所要滿足的條件。
- (d) (5%)利用(c)的結果，假設系統的相對階數(relative degree)為 n ，求出所需要的座標轉換及控制訊號轉換，使得在新座標、新控制訊號的作用下，系統(1a)可完全線性化。

2. (a) (10%)試以下列的非線性系統為例，說明逆向步進控制的設計步驟:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi, \quad \dot{\xi} = u \quad (2)$$

- (b) (10%)將以上的設計步驟應用到以下的非線性系統

$$\dot{x}_1 = x_1 x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1 + u \quad (3)$$

求出使得系統為漸近穩定的回授控制律 u 。

3. (15%)考慮如(3)式的非線性系統，本題的目的是要設計滑動控制律(sliding control) u ，使得系統(3)能夠進入以下的滑動曲線(sliding surface)

$$S(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1 \quad (4)$$

$S = x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0$ 代表一個極限圓(limit cycle)。 $u = 0$ 時，系統(3)不存在極限圓。本題的目的是要透過控制訊號 u 適當地設計，使得單位圓變成是系統(3)的極限圓。分別求出切換控制 u_N^+ 和 u_N^- ，以及平衡控制 u_{Eq} ，使得系統狀態 x ，不管初始位置在哪裡，最後的相平面軌跡都可以進入指定的極限圓(4)，並一直維持在此圓上。

4. (10%)適應性控制可區分為三大類：(A)自動調整型(auto-tuning)控制器，(B)增益排程型(gain-scheduling)控制器，(C)適應型(adaptation)控制器。歸納整理這三種類型的適應性控制，討論它們各自適用的時機及優缺點。

5. (10%)最高等級的適應性控制有二種：(1)自我調整適應性控制(Self-tuning Adaptive Control)，(2)參考模式適應性控制(Model-Reference Adaptive Control)，比較這二種適應性控制的運作原理及組成架構。

~~6.~~ (a) (5%)解釋 Lyapunov Stability 與 Input-Output Stability 二種穩定性的定義有何不同？

- (b) (5%)在講義 Part II 中，那些控制方法是基於 Lyapunov Stability？那些控制方法是基於 Input-Output Stability？

~~7.~~ (a) (5%)解釋 H_∞ -norm 在時域(time domain)及頻域(frequency domain)上的定義。

- (b) (5%)解釋何謂 L_2 -gain stability？

- (c) (5%)解釋為何 L_2 -gain stability 可以保證系統具有強健性(robustness)？