

# 非線性控制第一次平時考

2014/10/29

Closed-book Test (11:10~12:30)

1. (15%)考慮  $n$  階非線性系統的一般型式：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

除了少數例外，方程式(1)通常沒有解析解，而只有數值解。但不管解答如何複雜，方程式(1)解的型式只有五種可能，請說明是那五種可能型式的解答。

2. (10%)如何檢測一個系統是線性亦或是非線性(假設只能取得該系統的輸入及輸出訊號，而對其內部動態完全不清楚)？試說明其檢測步驟。
3. 考慮二階非線性系統

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2)$$

說明如何用解析的方法決定其在平衡點附近的相平面軌跡(5%)。解釋為何恰好有六種可能結果？(5%)此六種可能的相平面軌跡各為何？(5%)

4. 何謂相平面軌跡(5%)？如何判斷其運動方向？如何由其運動方向判斷其在平衡點的穩定性？以非線性系統  $\dot{x} = -4x + x^3$  為例，先求出其平衡點，大略描繪出其相平面軌跡(5%)，再由軌跡的運動方向決定每個平衡點的穩定性(5%)。
5. (10%)考慮一個非線性元件，已知當輸入為  $X \sin \omega t$  時，輸出為  $y(t)$ ；試求出此非線性元件的描述函數  $N(X, \omega)$ 。
6. 描述函數僅是非線性元件的近似表示法，說明在何種情況下，此種近似表示法的誤差較小(5%)。用描述函數取代非線性元件，可帶來哪些分析上的方便？(5%)
7. (10%)解釋為何線性系統的穩定性總是全域的，而非線性系統的穩定性則是區域的。
8. 參考右圖，解釋為何 A、B 二點是極限圓發生的地點？(5%)從圖中如何決定極限圓發生時的振幅及頻率？(5%)判斷 A、B 二點的極限圓是穩定還是不穩定。(5%)