**非線性控制**

**Nonlinear Control**

第二章作業

學號 : P46104285

研究生 : 楊亞勳

授課教授 : 楊憲東

Department of Aeronautics and Astronautics

National Cheng Kung University

Tainan, Taiwan, ROC

中華民國 111年 10月8日

目錄

[第一題 1](#_Toc116107353)

[第二題 7](#_Toc116107354)

[第三題 14](#_Toc116107355)

[MATLAB Code 17](#_Toc116107356)

# **第一題**

Question:

考慮(2.4.3)式，選取 6 種不同的(𝑎, 𝑏)值，使得特徵方程式 所求得到的 2 個特徵值的位置剛好對應到圖 2.4.1 的 6 種情形。針對這 6 種不同的(𝑎, 𝑏)值，畫出(2.4.3) 式的相平面軌跡，並比較圖 2.4.1 的軌跡，驗證所得結果的正確性。

Answer:

此題要探討的是對非線性系統平衡點附近的相軌跡。由二皆非線性系統開始

 (1.1)

透過泰勒級數展開後，將高階項捨取後可得一線性化系統

 (1.2)

此系統若轉換為矩陣之形式後可得

 (1.3)

由此系統之系統矩陣可取得此系統之特徵方程式

 (1.4)

由不同的 值，可得不同的特徵值

 (1.5)

而根據不同的特徵值，系統會有不同的相平面軌跡。表1.1整理出6種情形所對應之特徵值和 值。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 表1.1、不同情形所對應之系統參數和特徵值 | | |
|  |  |  |
| 穩定焦點 (Stable focus) |  |  |
| 不穩定焦點 (Unstable focus) |  |  |
| 不穩定焦點 (Unstable focus) |  |  |
| 穩定節點 (Stable node) |  |  |
| 中心點 (Center) |  |  |
| 鞍點 (Saddle point) |  |  |

1. 穩定焦點 (Stable focus)

此情形的系統參數為 、特徵值為。圖1.1為此參數下複數平面圖，根的形式為共軛複數根，實部為負。初始值之設定為開始， 以0.2為變化量，使用兩個迴圈至為止。圖1.2為此設定下之相平面圖，圖中橫軸為，縱軸為。由圖中觀察可知，不管初始值之位置為何，軌跡到最後都會以螺旋狀的趨勢趨於原點，而螺旋狀震盪發生的原因可尤其根的位置得知，因跟有負實部，damping ratio為小於一的實數，故其解會產生震盪現象。此種平衡點被稱為穩定焦點(Stable focus)。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖1.1、穩定焦點 (Stable focus)之特徵值在複數平面上的位置 | 圖1.2、穩定焦點 (Stable focus)之相平面軌跡 |

1. 不穩定焦點 (Unstable focus)

此情形的系統參數為 、特徵值為。圖1.3為此參數下複數平面圖，根的形式為共軛複數根，實部為正。初始值之設定為開始， 以0.2為變化量，使用兩個迴圈至為止。圖1.4為此設定下之相平面圖，圖中橫軸為，縱軸為。由圖中觀察可知，不管初始值之位置為何，軌跡皆會以螺旋狀的方式向外發散，產生震盪的原因和上述穩定焦點相同，這種情形之平衡點被稱作不穩定焦點 (Unstable focus)。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖1.3、不穩定焦點 (Unstable focus)之特徵值在複數平面上的位置 | 圖1.4、不穩定焦點 (Unstable focus)之相平面軌跡 |

1. 穩定節點 (Stable node)

此情形的系統參數為 、特徵值為。圖1.5為此參數下複數平面圖，根的形式皆為負實數。初始值之設定為開始， 以0.2為變化量，使用兩個迴圈至為止。圖1.6為此設定下之相平面圖，圖中橫軸為，縱軸為。由圖中觀察可知，每個初始位置之軌跡，不會像焦點般有螺旋狀 (震盪)的方式收斂於原點，，此種平衡點被稱作穩定節點 (Stable node)。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖1.5、穩定節點 (Stable node)之特徵值在複數平面上的位置 | 圖1.6、穩定節點 (Stable node)之相平面軌跡 |

1. 不穩定節點 (Unstable node)

此情形的系統參數為 、特徵值為。圖1.7為此參數下複數平面圖，根的形式皆為正實數。初始值之設定為開始， 以0.2為變化量，使用兩個迴圈至為止。圖1.8為此設定下之相平面圖，圖中橫軸為，縱軸為。由圖中觀察可知，各個初始值之軌跡會直接向外發散，沒有震盪的現象，這種平衡點被稱作不穩定節點 (Unstable node)。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖1.7、不穩定節點 (Unstable node)之特徵值在複數平面上的位置 | 圖1.8、不穩定節點 (Unstable node)之相平面軌跡 |

1. 中心點 (Center)

此情形的系統參數為 、特徵值為。圖1.9為此參數下複數平面圖，根的形式為虛軸上之共軛負根。初始值之設定為開始， 以0.2為變化量，使用兩個迴圈至為止。圖1.10為此設定下之相平面圖，圖中橫軸為，縱軸為。由圖中觀察可知，此種根的形式會使相平面軌跡不發散也不收斂，而是圍繞著原點旋轉，此種平衡點被稱作中心點 (Center)。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖1.9、中心點 (Center)之特徵值在複數平面上的位置 | 圖1.10、中心點 (Center)之相平面軌跡 |

1. 鞍點 (Saddle point)

此情形的系統參數為 、特徵值為。圖1.11為此參數下複數平面圖，根的形式為二實根，一正一負。初始值之設定為開始， 以0.2為變化量，使用兩個迴圈至為止。圖1.12為此設定下之相平面圖，圖中橫軸為，縱軸為。由圖中觀察可知，此種平衡點一開始會有收斂到原點之趨勢，但當過了某個未知臨界值後，相平面軌跡會直接向外發散，此種平衡點被稱作鞍點 (Saddle point)。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖1.11、鞍點 (Saddle point)之特徵值在複數平面上的位置 | 圖1.12、鞍點 (Saddle point)之相平面軌跡 |

根據不同的系統參數，我們可以得到不同的特徵值，對應到6種不同的情形。而根據MATLAB數值模擬之結果，不同特徵根所對應到之像平面軌跡形式，和課本中的描述相符。

# **第二題**

Question:

試以座標變換

 (2.1)

求下列三組非線性系統的解析解

1. 
2. 
3. 

由所得到的極座標方程式預測各個系統是否存在極限圓，其穩定性如何(穩定？半穩定?不穩定?) 。其次再以 MATLAB 分別畫出以上三組方程式的相平面軌跡圖 (每個象限約取 5 個初始點) ，驗證解析解的預測是否正確性。

Answer:

要將上述三個非線性系統以解析解表示出來，要將式(2.1)對時間微分，得到:

 (2.2)

 (2.3)

接著分別對(a)、(b)和(c)三種情形進行探討

1. 不穩定的極限圓

為了求得此非線性系統之解析解，要先將兩個一階微分方程式代入(2.2)和(2.3)中，結果如下:

 (2.4)

 (2.5)

由上列推導可知，(a)之及座標表示式為 :

 (2.6)

 (2.7)

而解析解必須將解的形式化簡為 。為了得到解析解，要先將式(2.6)之兩端同乘 ，由此可以得到

 (2.8)

接著令

 (2.9)

將(2.9)對時間微分可得

 (2.10)

將(2.9)和(2.10)代回(2.8)後可以得到

 (2.11)

根據(2.11)之一階微分方程通解可以得到

 (2.12)

最後再透過變數變換後得到(2.6)和(2.7)之解析解

 (2.13)

 (2.14)

接著可以透過(2.6)和(2.7)來觀察此系統隨著不同半徑所呈現出的不同行為:

1. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑會不斷地變小，直到收斂至0為止。
2. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑不會有任何變化，而是一直維持在極限圓上。
3. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑會不斷地變大，直到無窮遠處，是一種發散的現象。

為了驗證由極座標所得出來之推論，可用MATLAB繪製此系統之相平面軌跡。利用MATLAB之RK4數值求解器，設定三個不同的半徑初始值，分別為 、和。時間範圍為0~100秒，時間變化量為0.01，可得到圖2.1之像平面軌跡。由途中觀察可知，這三種初始值之軌跡如上述分析相同，在 時會維持在極限圓上，而當 時會離開極限圓。

|  |
| --- |
|  |
| 圖2.1、不穩定極限圓 |

1. 半穩定的極限圓

為了求得此非線性系統之解析解，要先將兩個一階微分方程式代入(2.2)和(2.3)中，結果如下:

 (2.15)

 (2.16)

由上列推導可知，(b)之及座標表示式為 :

 (2.17)

 (2.18)

而解析解必須將解的形式化簡為 。為了得到解析解，可以根據(2.17)和(2.18)進行以下推導:

 (2.19)

若此時將初始狀態設定為 ，最後可以得到解析解:

 (2.20)

接著可以透過(2.17)和(2.18)來觀察此系統隨著不同半徑所呈現出的不同行為:

1. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑會不斷地變小，直到收斂至0為止。
2. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑不會有任何變化，而是一直維持在極限圓上。
3. 當時， 。這說明當時，系統之像平面軌跡會不斷向極限圓收斂。

為了驗證由極座標所得出來之推論，可用MATLAB繪製此系統之相平面軌跡。利用MATLAB之RK4數值求解器，設定三個不同的半徑初始值，分別為 、和。時間範圍為0~100秒，時間變化量為0.01，可得到圖2.2之像平面軌跡。由途中觀察可知，這三種初始值之軌跡如上述分析相同，在 和時會維持在極限圓上，而當 時會離開極限圓，向原點收斂。

|  |
| --- |
|  |
| 圖2.2、不穩定極限圓 |

1. 穩定的極限圓

為了求得此非線性系統之解析解，要先將兩個一階微分方程式代入(2.2)和(2.3)中，結果如下:

 (2.21)

 (2.22)

由上列推導可知，(c)之及座標表示式為 :

 (2.23)

 (2.24)

而解析解必須將解的形式化簡為 。為了得到解析解，要先將式(2.23)之兩端同乘 ，由此可以得到

 (2.25)

接著令

 (2.26)

將(2.26)對時間微分可得

 (2.27)

將(2.26)和(2.27)代回(2.25)後可以得到

 (2.28)

根據(2.28)之一階微分方程通解可以得到

 (2.29)

最後再透過變數變換後得到(2.23)和(2.24)之解析解

 (2.25)

 (2.26)

接著可以透過(2.23)和(2.24)來觀察此系統隨著不同半徑所呈現出的不同行為:

1. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑會不斷地變大，直到進入極限圓。
2. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑不會有任何變化，而是一直維持在極限圓上。
3. 當時， 。這說明當時，系統的相平面軌跡半徑會不斷地收斂至1，也就是收斂至極限圓上。

為了驗證由極座標所得出來之推論，可用MATLAB繪製此系統之相平面軌跡。利用MATLAB之RK4數值求解器，設定三個不同的半徑初始值，分別為 、和。時間範圍為0~100秒，時間變化量為0.01，可得到圖2.1之像平面軌跡。由途中觀察可知，這三種初始值之軌跡如上述分析相同，不論是大於1、等於1或是小於一階會收斂至極限圓，此種情形被稱作穩定極限圓。

|  |
| --- |
|  |
| 圖2.3、穩定極限圓 |

# **第三題**

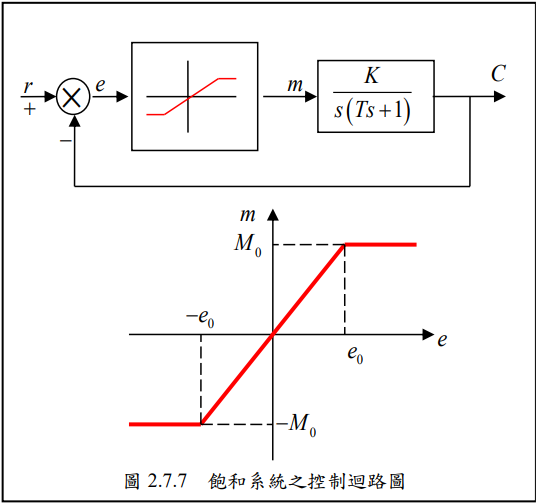
Question:

利用 MATLAB 畫出圖 2.7.7 所示飽和系統的相平面軌跡圖，其中採用下列的參數設定： 𝑇 = 1，𝐾 = 4，𝑀0 = 0.2，𝑒0 = 0.2。比較圖 2.7.8 的手繪圖以及圖 2.7.9 的電腦繪製圖， 你所得到的軌跡圖是否與之相符？是否能得到比手繪圖更精確的結果？

Answer:

下圖為飽和系統之控制迴路圖，此系統之行為可用以下微分方程來描述:

 (3.1)



又因此系統有一飽和元件，故可將(3.1)根據飽和系統分為三個區段:

1. 正飽和區

 (3.2)

1. 線性區

 (3.3)

1. 負飽和區

 (3.4)

根據題目的參數: 、、和 ，用MATLAB中的數值求解器ODE45來繪製相平面軌跡圖。

|  |
| --- |
|  |
| 圖3.1、MATLAB繪製之相平面軌跡 |
|  |
|  |

圖3.1為使用MATLAB繪製出的向平面軌跡，和課本中之圖2.7.9電腦數值積分的結果幾乎吻合。而課本中2.7.8b之乙等斜率法繪製之像平面軌跡雖然無法像電腦計算般精確，但外型特徵皆有表現出來。

|  |
| --- |
| **MATLAB Code** |
| 第一題 |
| % Nolinear Control HW2\_1  clc;  clear;  close all;    %%  t\_final=100;  delta\_t=0.01;  tspan=0:delta\_t:t\_final;  FS\_ax=14;    %% Stable focus  figure(1)  sys1=[1 2 5];  for i=-1:0.2:1  for j=-1:0.2:1  x1=[i j];  [t1, y1]=ode45(@(tspan, x1) odefun(tspan, x1, sys1), tspan, x1);  plot(y1(:,1), y1(:,2), 'r-')  hold on  end  end    ax=gca;  title('Phase Plane of Stable focus , $(a,b)=(2,5)$', 'interpreter', 'latex')  xlabel('$x$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$\dot{x}$', 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-1.5 1.5], 'YLim' ,[-1.5 1.5], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  grid on    r1=roots(sys1);  figure(2)  scatter( real(r1), imag(r1), 'x', 'r')  ax=gca;  title('Roots of Characteristic Function with $(a,b)=(2,5)$' , 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-2 0.1], 'YLim' ,[-3 3], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  xlabel('$Re$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$j\omega$', 'interpreter', 'latex')  line([0 0],ylim(),'Color','k');  line(xlim(),[0 0],'Color','k');  grid on  %%Unstable focus  figure(3)  sys2=[1 -2 5];  for i=-1:0.2:1  for j=-1:0.2:1  x2=[i j];  [t2, y2]=ode45(@(tspan, x2) odefun(tspan, x2, sys2), tspan, x2);  plot(y2(:,1), y2(:,2), 'r-')  hold on  end  end    ax=gca;  title('Phase Plane of Unstable focus , $(a,b)=(-2,5)$', 'interpreter', 'latex')  xlabel('$x$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$\dot{x}$', 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-1000 1000], 'YLim' ,[-1000 1000], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  grid on    r2=roots(sys2);  figure(4)  scatter( real(r2), imag(r2), 'x', 'r')  ax=gca;  title('Roots of Characteristic Function with $(a,b)=(-2,5)$' , 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-0.1 2], 'YLim' ,[-3 3], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  xlabel('$Re$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$j\omega$', 'interpreter', 'latex')  line([0 0],ylim(),'Color','k');  line(xlim(),[0 0],'Color','k');  grid on  %% Stable node  figure(5)  sys3=[1 4 3];  for i=-1:0.2:1  for j=-1:0.2:1  x3=[i j];  [t3, y3]=ode45(@(tspan, x3) odefun(tspan, x3, sys3), tspan, x3);  plot(y3(:,1), y3(:,2), 'r-')  hold on  end  end    ax=gca;  title('Phase Plane of Stable node , $(a,b)=(4,3)$', 'interpreter', 'latex')  xlabel('$x$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$\dot{x}$', 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-1.5 1.5], 'YLim' ,[-1.5 1.5], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  grid on    r3=roots(sys3);  figure(6)  scatter( real(r3), imag(r3), 'x', 'r')  ax=gca;  title('Roots of Characteristic Function with $(a, b)=(4,3)$' , 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-4 0.1], 'YLim' ,[-3 3], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  xlabel('$Re$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$j\omega$', 'interpreter', 'latex')  line([0 0],ylim(),'Color','k');  line(xlim(),[0 0],'Color','k');  grid on  %% Unstable node  figure(7)  sys4=[1 -4 3];  for i=-1:0.2:1  for j=-1:0.2:1  x4=[i j];  [t4, y4]=ode45(@(tspan, x4) odefun(tspan, x4, sys4), tspan, x4);  plot(y4(:,1), y4(:,2), 'r-')  hold on  end  end    ax=gca;  title('Phase Plane of Unstable node , $(a,b)=(-4,3)$', 'interpreter', 'latex')  xlabel('$x$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$\dot{x}$', 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-5 5], 'YLim' ,[-5 5], 'xtick', [-5:1:5], 'ytick', [-5:1:5], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  grid on    r4=roots(sys4);  figure(8)  scatter( real(r4), imag(r4), 'x', 'r')  ax=gca;  title('Roots of Characteristic Function with $(a,b)=(-4,3)$' , 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-1 4], 'YLim' ,[-3 3], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  xlabel('$Re$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$j\omega$', 'interpreter', 'latex')  line([0 0],ylim(),'Color','k');  line(xlim(),[0 0],'Color','k');  grid on  %% Center  figure(9)  sys5=[1 0 3];  for i=-1:0.2:1  for j=-1:0.2:1  x5=[i j];  [t5, y5]=ode45(@(tspan, x5) odefun(tspan, x5, sys5), tspan, x5);  plot(y5(:,1), y5(:,2), 'r-')  hold on  end  end    ax=gca;  title('Phase Plane of Center , $(a,b)=(0,3)$', 'interpreter', 'latex')  xlabel('$x$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$\dot{x}$', 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-2.5 2.5], 'YLim' ,[-2.5 2.5], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  grid on    r5=roots(sys5);  figure(10)  scatter( real(r5), imag(r5), 'x', 'r')  ax=gca;  title('Roots of Characteristic Function with $(a,b)=(0,3)$' , 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-2 2], 'YLim' ,[-3 3], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  xlabel('$Re$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$j\omega$', 'interpreter', 'latex')  line([0 0],ylim(),'Color','k');  line(xlim(),[0 0],'Color','k');  grid on  %% Saddle point  figure(11)  sys6=[1 3 -4];  for i=-1:0.2:1  for j=-1:0.2:1  x6=[i j];  [t6, y6]=ode45(@(tspan, x6) odefun(tspan, x6, sys6), tspan, x6);    plot(y6(:,1), y6(:,2), 'r-')  hold on  end  end    ax=gca;  title('Phase Plane of Saddle point , $(a,b)=(3,-4)$', 'interpreter', 'latex')  xlabel('$x$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$\dot{x}$', 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-1.5 1.5], 'YLim' ,[-1.5 1.5], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  grid on    r6=roots(sys6);  figure(12)  scatter( real(r6), imag(r6), 'x', 'r')  ax=gca;  title('Roots of Characteristic Function with $(a,b)=(3,-4)$' , 'interpreter', 'latex')  set(gca, 'XLim' ,[-5 2], 'YLim' ,[-3 3], 'FontSize', FS\_ax, 'FontName', 'Time New Roman')  xlabel('$Re$', 'interpreter', 'latex')  ylabel('$j\omega$', 'interpreter', 'latex')  line([0 0],ylim(),'Color','k');  line(xlim(),[0 0],'Color','k');  grid on  %% Differential Equation  function dfdt=odefun(t, f, para)  a=para(2);  b=para(3);    del\_x1=f(2);  del\_x2=-a\*f(2)-b\*f(1);  dfdt=[del\_x1, del\_x2]';  end |
| 第二題 |
| % Nolinear Control HW2\_2  clc;  clear;  close all;    %%  t\_final=100;  delta\_t=0.01;  tspan=0:delta\_t:t\_final;  FS\_ax=14;  LW=1.5;  points=16;  r\_1=1;  r\_2=1.1;  r\_3=0.9;    %% Unstable Limit Cycle  figure(1)  for i=1:points  theta1=2\*pi\*i/points;  c1=[r\_1; theta1];  [t1, y1]=RK4(@odefun1, tspan, c1);  x\_11=y1(:,1).\*cos(y1(:,2));  x\_21=y1(:,1).\*sin(y1(:,2));  p1=plot(x\_11, x\_21, 'r', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_11(1),x\_21(1),'ro');  end    for i=1:points  theta2=2\*pi\*i/points;  c2=[r\_2; theta2];  [t2, y2]=RK4(@odefun1, tspan, c2);  x\_21=y2(:,1).\*cos(y2(:,2));  x\_22=y2(:,1).\*sin(y2(:,2));  p2=plot(x\_21, x\_22, 'g', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_21(1),x\_22(1),'go');  end    for i=1:points  theta3=2\*pi\*i/points;  c3=[r\_3; theta3];  [t3, y3]=RK4(@odefun1, tspan, c3);  x\_31=y3(:,1).\*cos(y3(:,2));  x\_32=y3(:,1).\*sin(y3(:,2));  p3=plot(x\_31, x\_32, 'b', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_31(1),x\_32(1),'bo');  end    axis equal  grid on  ax(1) = gca ;  set(ax(1),'XLim',([-2 2]),'YLim',([-2 2]),'FontSize',FS\_ax,'FontName','Times New Roman')  xlabel('$x\_1$(t)','Interpreter','latex')  ylabel('$x\_2$(t)','Interpreter','latex')  hs(1) = legend([p1 p2 p3 ],{'$r\_0 = 1$','$r\_0 = 1.1$','$r\_0 = 0.9$'},'Interpreter','latex') ;    %% Semi-stable Limit Cycle  figure(2)  for i=1:points  theta1=2\*pi\*i/points;  c1=[r\_1; theta1];  [t1, y1]=RK4(@odefun2, tspan, c1);  x\_11=y1(:,1).\*cos(y1(:,2));  x\_21=y1(:,1).\*sin(y1(:,2));  p1=plot(x\_11, x\_21, 'r', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_11(1),x\_21(1),'ro');  end    for i=1:points  theta2=2\*pi\*i/points;  c2=[r\_2; theta2];  [t2, y2]=RK4(@odefun2, tspan, c2);  x\_21=y2(:,1).\*cos(y2(:,2));  x\_22=y2(:,1).\*sin(y2(:,2));  p2=plot(x\_21, x\_22, 'g', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_21(1),x\_22(1),'go');  end    for i=1:points  theta3=2\*pi\*i/points;  c3=[r\_3; theta3];  [t3, y3]=RK4(@odefun2, tspan, c3);  x\_31=y3(:,1).\*cos(y3(:,2));  x\_32=y3(:,1).\*sin(y3(:,2));  p3=plot(x\_31, x\_32, 'b', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_31(1),x\_32(1),'bo');  end    axis equal  grid on  ax(2) = gca ;  set(ax(2),'XLim',([-2 2]),'YLim',([-2 2]),'FontSize',FS\_ax,'FontName','Times New Roman')  xlabel('$x\_1$(t)','Interpreter','latex')  ylabel('$x\_2$(t)','Interpreter','latex')  hs(2) = legend([p1 p2 p3 ],{'$r\_0 = 1$','$r\_0 = 1.1$','$r\_0 = 0.9$'},'Interpreter','latex') ;  %% Stable Limit Cycle  figure(3)  for i=1:points  theta1=2\*pi\*i/points;  c1=[r\_1; theta1];  [t1, y1]=RK4(@odefun3, tspan, c1);  x\_11=y1(:,1).\*cos(y1(:,2));  x\_21=y1(:,1).\*sin(y1(:,2));  p1=plot(x\_11, x\_21, 'r', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_11(1),x\_21(1),'ro');  end    for i=1:points  theta2=2\*pi\*i/points;  c2=[r\_2; theta2];  [t2, y2]=RK4(@odefun3, tspan, c2);  x\_21=y2(:,1).\*cos(y2(:,2));  x\_22=y2(:,1).\*sin(y2(:,2));  p2=plot(x\_21, x\_22, 'g', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_21(1),x\_22(1),'go');  end    for i=1:points  theta3=2\*pi\*i/points;  c3=[r\_3; theta3];  [t3, y3]=RK4(@odefun3, tspan, c3);  x\_31=y3(:,1).\*cos(y3(:,2));  x\_32=y3(:,1).\*sin(y3(:,2));  p3=plot(x\_31, x\_32, 'b', 'LineWidth', LW);  hold on  plot(x\_31(1),x\_32(1),'bo');  end    axis equal  grid on  ax(3) = gca ;  set(ax(3),'XLim',([-2 2]),'YLim',([-2 2]),'FontSize',FS\_ax,'FontName','Times New Roman')  xlabel('$x\_1$(t)','Interpreter','latex')  ylabel('$x\_2$(t)','Interpreter','latex')  hs(3) = legend([p1 p2 p3 ],{'$r\_0 = 1$','$r\_0 = 1.1$','$r\_0 = 0.9$'},'Interpreter','latex') ;  %%  function dfdt=odefun1(t,f)  r=f(1);  dr=r\*(r^2-1);  dtheta=-1;  dfdt=[dr,dtheta]';  end    function dfdt=odefun2(t,f)  r=f(1);  dr=-r\*(r^2-1)^2;  dtheta=-1;  dfdt=[dr,dtheta]';  end    function dfdt=odefun3(t,f)  r=f(1);  dr=-r\*(r^2-1);  dtheta=-1;  dfdt=[dr,dtheta]';  end    function [t,y] = RK4(ODESet,TimeSpan,InitialValue,varargin)  % 2019 V1  % 2020/08/25 V2  %... User Given  y0 = InitialValue;  h = TimeSpan(2)-TimeSpan(1);  %... RK4  t = TimeSpan;  n = size(y0,1);  y = zeros(n,length(t));  y(:,1) = y0;  for i = 1:length(t)-1  yi = y(:,i);  ti = t(i);  f1 = ODESet(ti,yi);  f2 = ODESet(ti+0.5\*h,yi+0.5\*h\*f1);  f3 = ODESet(ti+0.5\*h,yi+0.5\*h\*f2);  f4 = ODESet(ti+h,yi+h\*f3);  y(:,i+1) = yi + h\*( 1/6\*f1 + 1/3\*f2 + 1/3\*f3 + 1/6\*f4 );  end  y = y.';  end |
| 第三題 |
| % Nolinear Control HW2\_3  clc;  clear;  close all;    % T=1, K=4, M0=0.2, e0=0.2    %%  t\_final=100;  delta\_t=0.01;  tspan=0:delta\_t:t\_final;  T=1;  K=4;  M0=0.2;  e0=0.2;  para=[T,K,M0,e0];  x0=[2, 0];  LW\_1 = 1.4 ;  FS\_ax = 16 ;  FS\_leg = 14 ;    %%  [t, x]=ode45(@(tspan, x0) odefun(tspan, x0, para), tspan,x0);  figure  plot(x(:,1),x(:,2),'b','LineWidth',LW\_1)  hold on  grid on  plot([e0,e0],[0.6,-0.8],'r--');  plot([-e0,-e0],[0.6,-0.8],'r--');  xlabel('$e$','interpreter','latex')  ylabel('$\dot e$','interpreter','latex')  ax = gca ;  set(ax,'FontSize',FS\_ax,'FontName','Times New Roman')    function dx=odefun(t,x,para)  T=para(1);  K=para(2);  M0=para(3);  e0=para(4);  dx = zeros(2,1); %[xa,xb,xc,theta]  if abs(x(1))<=para(4)  dx(2) =(-x(2)-K\*x(1))/T;  dx(1) =x(2);  elseif x(1)>para(4)  dx(2) =(-x(2)-K\*M0 )/T;  dx(1) =x(2);  elseif x(1)<-para(4)  dx(2) =(-x(2)+K\*M0 )/T;  dx(1) =x(2);  end  end |