**非線性控制**

**Nonlinear Control**

第六章作業

學號 : P46104285

研究生 : 楊亞勳

授課教授 : 楊憲東

Department of Aeronautics and Astronautics

National Cheng Kung University

Tainan, Taiwan, ROC

中華民國 111年 11月26日

目錄

[Question 1 1](#_Toc120354075)

[Question 2 6](#_Toc120354076)

[Question 3 12](#_Toc120354077)

[Question 4 15](#_Toc120354078)

[Question 5 19](#_Toc120354079)

[Question 6 21](#_Toc120354080)

[Question 7 23](#_Toc120354081)

[MATLAB Code 28](#_Toc120354082)

考慮以下非線性系統

 (1)

# **Question 1**

依據定理(6.6.1)後面的7個步驟，設計回授線性化控制，使得線性化後的系統極點(pole)落在, , 。

**Answer**

首先將非線性系統(1)化為以下形式

 (2)

其中為系統的控制輸入，為純量函數，系統狀態變數為向量函數， 。且

 (3)

由(3)我們可以觀察出原點為系統的平衡點，滿足。

其中維系統狀態向量的維度，亦即狀態向量的個數，在此。

對於非線性系統的控制，此題的目標為尋找一回授線性化控制器使得系統即點落在-1, -2和-3。因此首先要確認的是此系統是否為輸入-狀態可線性化。

根據非線性系統回授線性化定理，非線性狀態方程式可被回授線性化，若且唯若

1. 矩陣為線性獨立
2. 分布為involutive

綜上所述，回授線性化控制器設計流程如下:

1. 建立向量函數

針對系統(1)，已知和為向量函數，可計算本題之一階李氏括號和二階李氏括號，根據李氏括號的定義並代入(3)得到

 (4)

 (5)

1. 檢查的可控條件與involutive條件是否成立

首先檢查由(1)導出的可控性矩陣是否滿足，由(4)和(5)可知

 (6)

若要使成立，則此矩陣需為非奇異矩陣，也就是時。且，代表當 時為非奇異矩陣，此時可控條件成立。

再來檢查involutive是否成立

 (7)

由involutive的定義: 兩向量函稱為 involutive，若其李氏 括號可表成 與的線性組合，推導出

 (8)

可知滿足involutive條件。根據Frobenius定理，滿足完全可積條件。

綜合(1)和(2)的結果，可知矩陣為線性獨立( 可控條件)和分布為involutive(完全可積條件)被滿足代表系統(1) 存在座標轉換，可被回授線性化。

1. 求解聯立偏微分方程式。得到函數

現已知此系統可被回授線性化，則必存在函數滿足

 (9)

 (10)

由李式括號恆等式

 (11)

推導可得到

 (12)

 (13)

由此可知此系統要求解，需滿足下列聯立方程式

 (14)

透過上述推導可知，僅為的函數。在此選擇最簡單的形式，。

1. 建立狀態座標轉換以及控制訊號轉換

狀態座標轉換:

 (15)

控制訊號轉換:

 (16)

其中

 (17)

 (18)

1. 建立線性方程式: 在新的狀態，新的控制之下，非線性系統(1)轉換為線性系統:

 (19)

其中

 (20)

1. 針對線性系統(19)式設計狀態回授控制律

設計一狀態回授控制器

 (21)

將(21)代入(19)得到

 (22)

其中係數的選擇是要使得閉迴路矩陣的特徵值落入所指定的位置。且(22)之特徵多項式可以表示成

 (23)

對於題目所給定之特徵值，可以表示成

 (24)

比對(23)和(24)可以得到，此時線性系統狀態回授控制器為

 (25)

1. 決定非線性控制律

將式(24)代入式(16)，可以得到

 (26)

即為系統狀態的非線性回授，且完全由決定。透過此控制器可將非線性系統成功轉化成線性系統，再以線性系統的工具來設定控制器，達到回授線性穩定化的控制任務。

# **Question 2**

將設計得到的控制器代入(1)式，進行 MATLAB 模擬。選擇10個左右的初始位置，畫出相空間軌跡，驗證平衡點(原點)是否為漸進穩定?

**Answer**

將代入(1)式後，首先選擇10組初始值如下:

表 1、 10組任意選擇之初始值

|  |  |
| --- | --- |
| 第一組 |  |
| 第二組 |  |
| 第三組 |  |
| 第四組 |  |
| 第五組 |  |
| 第六組 |  |
| 第七組 |  |
| 第八組 |  |
| 第九組 |  |
| 第十組 |  |

利用四階的Runge-Kutaa數值解算器求解後即可得到三維之相空間軌跡圖(圖1)，而為了可以更清楚的看到這些軌跡圖是如何變化，故繪製出、和 之相平面軌跡圖，如圖2~圖4。

|  |
| --- |
|  |
| 圖1、表1之10組初始值所繪製出的相空間軌跡圖 |
|  |
| 圖2、表1之10組初始值所繪製出的相平面軌跡圖 |
|  |
| 圖3、表1之10組初始值所繪製出的相平面軌跡圖 |
|  |
| 圖4、表1之10組初始值所繪製出的相平面軌跡圖 |

從圖中可以看出，這些相空間和相平面軌跡有跳點的發生，為檢查這些軌跡圖最後是否有收斂，將這10組軌跡圖的最後一點繪製在三維相空間圖上，如圖5。

|  |
| --- |
|  |
| 圖5、表1之10組初始值所產生之軌跡終值 |

從圖5中觀察可以知道，表1之10組初始值最後都可以收斂至非常接近0的數字。但是這些跳點會讓狀態值達到非常大的數字，而我們所設計之控制器又是狀態變數的函數。這在實際應用上，會使控制硬體超出所能負荷的範圍，無法順利完成控制。

而這個現象可以利用第一題的第二步驟可以得到解釋。第一題第二步驟內容如下:

|  |
| --- |
| 首先檢查由(1)導出的可控性矩陣是否滿足，由(4)和(5)可知  (6)  若要使成立，則此矩陣需為非奇異矩陣，也就是時。且，代表當 時為非奇異矩陣，此時可控條件成立。 |

這個內容表示當時會有奇異矩陣的產生，此時系統不滿足可控條件。此推論搭圖2和圖3觀察可以知道，當時，另外兩個狀態變數確實產生了跳點(發散到很大的數)，也就是不可控的情況發生。

為了尋找滿足可控條件之初使值，吾人在程式中加入一判斷條件，當狀態變數的任一值大於15，則重新選擇初始值，直到10條相空間軌跡之狀態變數值皆小於15。最後，所選擇之10組初始值如下表:

表 2、10組滿足可控條件之初始值

|  |  |
| --- | --- |
| 第一組 |  |
| 第二組 |  |
| 第三組 |  |
| 第四組 |  |
| 第五組 |  |
| 第六組 |  |
| 第七組 |  |
| 第八組 |  |
| 第九組 |  |
| 第十組 |  |

所繪製出之三維之相空間軌跡圖(圖6)，和、和 相平面軌跡圖，如圖7~圖9。

|  |
| --- |
|  |
| 圖6、表2之10組初始值所繪製出的相空間軌跡圖 |
|  |
| 圖7、表2之10組初始值所繪製出的相平面軌跡圖 |
|  |
| 圖8、表2之10組初始值所繪製出的相平面軌跡圖 |
|  |
| 圖9、表2之10組初始值所繪製出的相平面軌跡圖 |

因此回授控制器會將非線性系統等義為線性系統。且因為此題最後控制結果為系統極點(pole)落在, , ，由圖7~圖9觀察可以得知原點(平衡點)為一穩定節點(Stable Node)。最後，因為此系統在不論 是否為-1的情況下，最後皆會收斂至原點，故平衡點(原點)為漸進穩定。

# **Question 3**

比較控制前與控制後，相空間軌跡有何不同?

**Answer**

根據(1)，系統控制前之狀態空間方程式如下:

 (27)

控制後之狀態空間方程式如下:

 (28)

為了比較這兩者的區別，吾人先選取一初始值，繪製出這兩個系統的相空間軌跡圖。若選取之初始值為 ，所得到的相空間軌跡圖如下:

|  |
| --- |
|  |
| 圖10、針對(27)和(28)在相同初始值下之相空間軌跡圖 |

由圖10中觀察可之，在初始值下，原先會發散之系統(27)受到回授控制器的控制下，會轉變為震盪收斂至原點(平衡點)之系統(28)。也可以由圖中觀察可知，此初始值不會使受到線性回授控制的系統接觸到不可控的。為了觀察更深入的現象，現選取另一組初始值，繪製出之相平面軌跡圖如圖11，和、和 相平面軌跡圖，如圖12~圖14。

|  |
| --- |
|  |
| 圖11、針對(27)和(28)在相同初始值下之相空間軌跡圖 |
|  |
| 圖12、相平面軌跡圖 |
|  |
| 圖13、相平面軌跡圖 |
|  |
| 圖14、相平面軌跡圖 |

由圖11~14觀察可知。若系統有受線性回授控制，系統(28)在遇到不可控的點後，會產生一跳點，但後續的軌跡變化還是會逐漸收斂至0。但未受到控制的系統(27)，在狀態變數的接近-1後， 會發散至無窮遠處。圖12~14為發散至無窮遠是因為受到MATLAB模擬中的時間限制，但是隨著時間增加，他的趨勢即是發散是無窮遠處。故線性回授控制器確實有發揮控制系統狀態的功用。

# **Question 4**

所得到的回授線性化控制是全域穩定嗎?亦或是區域穩定?

**Answer**

根據全域穩定性定理:

|  |
| --- |
| 不管 在何處(可為任何一點)，恆有時，則稱平衡點 為全域穩定。 |

在此我們要測試的是回授線性化控制是否為全域穩定。測試方法為使用MATLAB模擬，使用多組不同的初始值來檢測在時，的值是否會趨近於0。首先利用第二題所使用的20組初始值(表1、表2)來繪製控制對時間的響應圖。結果如圖15和圖16。

|  |
| --- |
|  |
| 圖15、10組初始值(表1)所產生之輸出時間響應 |
|  |
| 圖16、10組初始值(表2)所產生之輸出時間響應 |

由圖15來看，因為這10組初始值內有一些初始值會使系統狀態變數趨近於，這會使系統進入不可控的狀態，此時會突然跳躍至較大的數值。但是隨著時間繼續增加，最後仍然會趨近於0。而圖16這10組在當初選定初始值時，就有刻意讓系統的狀態變數避開不可控的點，故此組初始值所產生之控制輸入時間響應從一開始就有收斂的趨勢，沒有跳點的產生，最後所有值也都趨近於0。

但是全域穩定性的要求為不管初始值在何處釋放，最後皆趨近於0，為了驗證是否滿足此條件，吾人又挑選了20組初始值。如表3和表4。表3這10組初始值的特性為初始值遠小於前面20組初始值，而表4這10組初始值的特性為遠大於前面3組所挑選的初始值，吾人利用此20組初始值來驗證是否不管初始值為何，值都會趨近於0。

表 3、10組較小初始值

|  |  |
| --- | --- |
| 第一組 |  |
| 第二組 |  |
| 第三組 |  |
| 第四組 |  |
| 第五組 |  |
| 第六組 |  |
| 第七組 |  |
| 第八組 |  |
| 第九組 |  |
| 第十組 |  |

表 4、10組較大初始值

|  |  |
| --- | --- |
| 第一組 |  |
| 第二組 |  |
| 第三組 |  |
| 第四組 |  |
| 第五組 |  |
| 第六組 |  |
| 第七組 |  |
| 第八組 |  |
| 第九組 |  |
| 第十組 |  |

由這20組初始值所繪製出之控制輸入對時間響應圖如圖17和圖18。

|  |
| --- |
|  |
| 圖17、10組初始值(表3)所產生之輸出時間響應 |
|  |
| 圖18、10組初始值(表4)所產生之輸出時間響應 |

由圖17可以看到，這10組較小的初始值可以滿足的條件。而圖18這10組較大初始值會產生數值非常大的跳點，若是單純看圖，乍看之下所有接趨近於0。但是當進入實際繪圖的數值表格查看後，發現和這兩組數字是不收斂的。而原先模擬的時間為10秒，每0.01秒為間隔。若是將模擬時間延長至1000秒，每0.01秒為間隔，會發現當其他組初始值都收斂至0，這兩組數值依舊無法收斂，如圖19。

|  |
| --- |
|  |
| 圖19、表4初始值計算出的控制輸入時間響應值，第三組和第九組初始值無法收斂。 |

此結果違反了全域穩定的條件，故回授線性化控制為區域穩定。

# **Question 5**

畫出, , 分別對時間的響應圖，驗證時間響應圖的收斂速度與 的關係。

**Answer**

現已知非線性系統

 (29)

其中

 (30)

和經過回授線性化狀態轉換後的系統

 (31)

由於系統(31)為一線性系統，且閉迴路極點被設置在, , ，故在線性系統中的狀態、和的收斂速度會以指數收斂的形式收斂，而收斂速度由最小的特徵值決定，代表收斂速度為 。而由於狀態轉換的關係，吾人推論在非線性系統的狀態、和的收斂情形會和指數收斂有關。但題目的要求為響應圖收斂速度和的關係，故吾人會同時繪製初始值為 的和時間響應圖，加上代表指數收斂的、和，因初始值的選擇緣故，指數收斂曲線以、和表示。結果如圖20~25所示。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖20、非線性系統狀態時間響應() | 圖21、線性系統狀態時間響應() |
|  |  |
| 圖22、非線性系統狀態時間響應() | 圖23、線性系統狀態時間響應() |
|  |  |
| 圖24、非線性系統狀態時間響應() | 圖25、線性系統狀態時間響應() |

由圖20、21觀察，可以發現的指數收斂曲線幾乎包絡住3維狀態變數的響應曲線。代表狀態收斂的速度比還要快。觀察圖22、23，則可以發現收斂至0的時間和三維狀態變數收斂至0的時間差不多。而從圖24、25來看，則可以發現較三維狀態變數快收斂至0。以線性理論來看，系統時間響應的收斂速度應該由最靠近虛軸的極點決定，但在這個回授線性化的非線性系統來看，雖然差距不大，但是系統狀態變數的收斂速度更接近的收斂曲線，而不是更靠近虛軸的。

# **Question 6**

若線性化後的系統極點(pole)落在，所得結果有何不同?除了軌跡不同外，控制訊號的時間響應有何差異?

**Answer**

為了比較不同縣性化系統極點對系統造成的影響。吾人選擇繪製出兩張系統狀態變數對時間的響應圖，兩張的系統極點分別為和，而初始初始狀態皆為且為了方便觀察收斂速度，故會在圖上繪製出指數收斂的曲線，如圖26、27。而為了觀察更動系統極點對系統輸入控制訊號的影響，也會繪製兩組不同極點所產生的輸入控制對時間響應圖，如圖28、29。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖26、非線性系統狀態時間響應() | 圖27、非線性系統狀態時間響應() |
|  |  |
| 圖28、控制訊號時間響應 | 圖29、控制訊號時間響應 |

由圖26、27觀察可知，當的系統狀態變數收斂的速度會稍微比當時要快，也會有較大的overshoot，但是因為此兩組極點的差異並不大，故時間響應和overshoot的差異並不明顯。而由圖28、29觀察可知，距離虛軸較遠的極點，雖然會讓系統狀態有比較快的響應，但在控制訊號上會產生明顯的overshoot。為了看出更明顯的差距，吾人選擇一組更小的系統極點，並繪製相同初始條件下的系統狀態時間響應和控制訊號時間響應，結果如圖30、31。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 圖30、非線性系統狀態時間響應() | 圖31、控制訊號時間響應 |

這組系統極點就更能看出不同系統極點所造成的影響。距離虛軸更遠的系統極點確實使系統狀態很快地達到穩態，但是不管是在系統狀態變數亦或是控制訊號，皆會產生非常大的overshoot。而較快的系統響應和較大的overshoot確實是在設計線性控制系統所需要考量的點。在此我們也可以推論，回授線性化後的非線性系統，的確可以使用線性系統的工具來設計。

# **Question 7**

回到問題(1)，如果極點仍然選擇落在, , ，討論回授線性化控制的解是否為唯一?如果不為唯一，嘗試求得的另一個解，並重複以上步驟。所得到的時間響應圖會一樣嗎?

**Answer**

從第一題的步驟(3)的結果可以知道，若要求解，只需要任意選擇一的函數。從這個結果來說不唯一。而回授線性化控制又是的函數，故的解不唯一。

要求得的另一個解，首先需要選擇不同的。並重複第一小題的步驟(4)~(7)，即可求得新的。在此吾人選擇的新的如下

 (29)

接著重複第一小題的步驟(4)~(7)

1. 建立狀態座標轉換以及控制訊號轉換

狀態座標轉換:

 (30)

其中

 (31)

 (32)

控制訊號轉換:

 (33)

其中

 (34)

 (35)

1. 建立線性方程式: 在新的狀態，新的控制之下，非線性系統(1)轉換為線性系統:

 (36)

其中

 (37)

1. 針對線性系統(19)式設計狀態回授控制律

設計一狀態回授控制器

 (38)

將(21)代入(19)得到

 (39)

其中係數的選擇是要使得閉迴路矩陣的特徵值落入所指定的位置。且(22)之特徵多項式可以表示成

 (40)

對於題目所給定之特徵值，可以表示成

 (41)

比對(23)和(24)可以得到，此時線性系統狀態回授控制器為

 (42)

但若要將整理成像(26)的，會太過冗長。故在此採用另一種方法，計算輸入控制訊號。(37)式和(38)式結合後可以得到

 (43)

再將狀態轉換關係帶入(43)，則可以計算出對非線性系統的控制律

 (43)

其中和分別為(34)、(35)表示。

由以上結果，我們可以知道在不同的選擇下，可以產生不同的控制律，且能然可以使必迴路極點位於。這可以推論出不管的選擇為何，最後閉迴路線性系統的響應皆會相同。

為了驗證此結果，吾人繪製了兩種不同的選擇下，系統狀態變數對時間的響應，選擇之初始值一樣為，結果如圖32。

|  |
| --- |
|  |
| 圖32、不同狀態轉換函數於相同初值所造成之系統狀態時間響應比較 |

原先認為在相同的系統極點下，兩個不同選擇所產生之系統響應圖之間，只會存在不同的響應值，但是有相同的收斂速度。但是由圖32可知，新選擇之無法完成收斂。會造成此結果的原因可由式(34)、(35)得知。原先的會在 處產生一個不可控的點，也就是奇異點。但是由(34)、(35)可以看到原先的不可控點由一個變成兩個，也就是和。增加的不可控點也代表著對此系統初始值選擇的限制，原先只須避開，但現在還需要避開。為了對比不同所帶來的差異，吾人又選擇一可讓兩個不同值之系統收斂的初始值，結果如圖33所示。

|  |
| --- |
|  |
| 圖33、不同狀態轉換函數於相同初值所造成之系統狀態時間響應比較 |

由圖33可知，系統狀態的響應和前面推論相符合，不同的選擇會使系統狀態變數產生差異，但因此回授線性化系統的極點選擇相同，故會有相同的收斂速度，由圖中可以看出兩個曲線收斂至0的時間大致相同。除了系統狀態時間響應外，輸入控制時間響應也是一個可以參考的目標，圖34、35畫出初始值、所產生之輸入控制時間響應圖，且可以得到和系統狀態時間響應相同的結論，也就是會使原先可以收斂的初始值，變成無法收斂的時間響應，如圖34。而在皆可收斂的初始值選擇下，系統的輸入控制響應值會不相同，但是收斂速度會相同。

|  |
| --- |
|  |
| 圖34、不同狀態轉換函數於特定初值之不同控制輸入響應，初始值 |
|  |
| 圖34、不同狀態轉換函數於特定初值之不同控制輸入響應，初始值 |

綜上所述，可自由選擇之使控制不唯一。但是會使初始值選擇的限制不相同，以設計控制器角度來看，在相同的系統響應時間下來看，應選擇限制較少的使用。

|  |
| --- |
| **MATLAB Code** |
| **Question 2** |
| %% Nonlinear Control HW6\_2  clc;  clear;  close all;    %%  dt=0.01;  t\_final=20;  t=0:dt:t\_final;  LW1=1.6;  FS1=16;  FS\_lg=11;    %% Single Point  f1=figure;  x1\_0=2; x2\_0=2; x3\_0=2;  X0=[x1\_0;x2\_0;x3\_0];  [t,x]=ode45(@Nonlinear\_system, t, X0);  plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3), 'b', 'LineWidth', LW1)  hold on  plot3(x1\_0,x2\_0,x3\_0,'bo','LineWidth',LW1);  plot3([-4 4],[0 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[-4 4],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[0 0],[-4 4],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs3(1)=legend({'$\mathbf{x}$(0)=(2,2,2)'},'Interpreter','latex');  ax3(1)=gca;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  zlabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-1.5 2.5 -1 2.5 -1 2.5])  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points 3D plot  f2=figure;  x1=[-5;5;5];  x2=[5;-5;5];  x3=[5;5;-5];  x4=[-5;-5;5];  x5=[5;-5;-5];  x6=[-5;5;-5];  x7=[5;5;5];  x8=[-5;-5;-5];  x9=[4;1;6];  x10=[-8;4;3];  x\_arb=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10];  ColorCode = [0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb(1,:))  [t,x\_10] = RK4(@(t,x\_10) Nonlinear\_system(t,x\_10) , [0 t\_final], x\_arb(:,i) ,dt);  x1\_arb=x\_10(:,1);  x2\_arb=x\_10(:,2);  x3\_arb=x\_10(:,3);    p2(i)=plot3(x1\_arb, x2\_arb, x3\_arb, 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot3(x1\_arb(1), x2\_arb(1), x3\_arb(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  plot3([-40 10],[0 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[-7000 1500],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[0 0],[-7000 150],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs3(2)=legend([p2(1),p2(2),p2(3),p2(4),p2(5),p2(6),p2(7),p2(8),p2(9),p2(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(4,1,6)','$\mathbf{x}$(0)=(-8,4,3)'},'Interpreter','latex');  ax3(2) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  zlabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-40 10 -7000 1500 -7000 150])  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points x1-x2 plot  f3=figure;  for i=1:length(x\_arb(1,:))  [t,x\_10] = RK4(@(t,x\_10) Nonlinear\_system(t,x\_10) , [0 t\_final], x\_arb(:,i) ,dt);  x1\_arb=x\_10(:,1);  x2\_arb=x\_10(:,2);    p3(i)=plot(x1\_arb, x2\_arb,'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x1\_arb(1), x2\_arb(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  plot([-40 10],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot([0 0],[-7000 1500],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs2(1)=legend([p3(1),p3(2),p3(3),p3(4),p3(5),p3(6),p3(7),p3(8),p3(9),p3(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(4,1,6)','$\mathbf{x}$(0)=(-8,4,3)'},'Interpreter','latex');  ax2(1) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  axis([-40 10 -7000 1500])  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points x1-x3 plot  f4=figure;  for i=1:length(x\_arb(1,:))  [t,x\_10] = RK4(@(t,x\_10) Nonlinear\_system(t,x\_10) , [0 t\_final], x\_arb(:,i) ,dt);  x1\_arb=x\_10(:,1);  x3\_arb=x\_10(:,3);    p4(i)=plot(x1\_arb, x3\_arb ,'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x1\_arb(1), x3\_arb(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  plot([-40 10],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot([0 0],[-7000 150],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs2(2)=legend([p4(1),p4(2),p4(3),p4(4),p4(5),p4(6),p4(7),p4(8),p4(9),p4(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(4,1,6)','$\mathbf{x}$(0)=(-8,4,3)'},'Interpreter','latex');  ax2(2) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-40 10 -7000 150])  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points x2-x3 plot  f5=figure;  for i=1:length(x\_arb(1,:))  [t,x\_10] = RK4(@(t,x\_10) Nonlinear\_system(t,x\_10) , [0 t\_final], x\_arb(:,i) ,dt);  x2\_arb=x\_10(:,2);  x3\_arb=x\_10(:,3);    p5(i)=plot(x2\_arb, x3\_arb,'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x2\_arb(1), x3\_arb(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  plot([-7000 1500],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot([0 0],[-7000 150],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs2(3)=legend([p5(1),p5(2),p5(3),p5(4),p5(5),p5(6),p5(7),p5(8),p5(9),p5(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(4,1,6)','$\mathbf{x}$(0)=(-8,4,3)'},'Interpreter','latex');  ax2(3) = gca ;  xlabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-7000 1500 -7000 150])  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points 3D plot Again  f6=figure;  x1=[1;2;4]; x2=[2;-3;-5]; x3=[-0.5;-3;-9]; x4=[0;-2;-3]; x5=[4;-6;-6];  x6=[5;7;5]; x7=[6;8;-4]; x8=[7;9;3]; x9=[8;10;-2]; x10=[9;11;1];  x\_arb\_re=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10];  ColorCode = [0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb\_re(1,:))  [t,x\_10\_re] = RK4(@(t,x\_10\_re) Nonlinear\_system(t,x\_10\_re) , [0 t\_final], x\_arb\_re(:,i) ,dt);  x1\_arb\_re=x\_10\_re(:,1);  x2\_arb\_re=x\_10\_re(:,2);  x3\_arb\_re=x\_10\_re(:,3);      % Check For Divergence  if max(x1\_arb\_re)>15 || abs(max(x1\_arb\_re))>15  disp(i)  disp(': x1\_arb\_re divergent')  end    if max(x2\_arb\_re)>15 || abs(max(x2\_arb\_re))>15  disp(i)  disp(': x2\_arb\_re divergent')  end    if max(x3\_arb\_re)>15 || abs(max(x3\_arb\_re))>15  disp(i)  disp(': x3\_arb\_re divergent')  end    p6(i)=plot3(x1\_arb\_re, x2\_arb\_re, x3\_arb\_re, 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot3(x1\_arb\_re(1), x2\_arb\_re(1), x3\_arb\_re(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  plot3([-2 10],[0 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[-10 15],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[0 0],[-10 5],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs3(3)=legend([p6(1),p6(2),p6(3),p6(4),p6(5),p6(6),p6(7),p6(8),p6(9),p6(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(1;2;4)','$\mathbf{x}$(0)=(2;-3;-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-0.5;-3;-9)','$\mathbf{x}$(0)=(0;-2;-3)','$\mathbf{x}$(0)=(4;-6;-6)','$\mathbf{x}$(0)=(5;7;5)','$\mathbf{x}$(0)=(6;8;-4)','$\mathbf{x}$(0)=(7;9;3)','$\mathbf{x}$(0)=(8;10;-2)','$\mathbf{x}$(0)=(9;11;1)'},'Interpreter','latex');  ax3(3) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  zlabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-2 10 -10 15 -10 5])  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points x1-x2 plot again  f7=figure;  for i=1:length(x\_arb\_re(1,:))  [t,x\_10\_re] = RK4(@(t,x\_10\_re) Nonlinear\_system(t,x\_10\_re) , [0 t\_final], x\_arb\_re(:,i) ,dt);  x1\_arb\_re=x\_10\_re(:,1);  x2\_arb\_re=x\_10\_re(:,2);    p7(i)=plot(x1\_arb\_re, x2\_arb\_re,'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x1\_arb\_re(1), x2\_arb\_re(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  ax2(4) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points x1-x3 plot again  f8=figure;  for i=1:length(x\_arb\_re(1,:))  [t,x\_10\_re] = RK4(@(t,x\_10\_re) Nonlinear\_system(t,x\_10\_re) , [0 t\_final], x\_arb\_re(:,i) ,dt);  x1\_arb\_re=x\_10\_re(:,1);  x3\_arb\_re=x\_10\_re(:,3);    p8(i)=plot(x1\_arb\_re, x3\_arb\_re,'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x1\_arb\_re(1), x3\_arb\_re(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  ax2(5) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on    %% Choose 10 arbitrary points x2-x3 plot again  f9=figure;  for i=1:length(x\_arb\_re(1,:))  [t,x\_10\_re] = RK4(@(t,x\_10\_re) Nonlinear\_system(t,x\_10\_re) , [0 t\_final], x\_arb\_re(:,i) ,dt);  x1\_arb\_re=x\_10\_re(:,1);  x2\_arb\_re=x\_10\_re(:,2);  x3\_arb\_re=x\_10\_re(:,3);    p9(i)=plot(x2\_arb\_re, x3\_arb\_re,'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x2\_arb\_re(1), x3\_arb\_re(1),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  end  ax2(6) = gca ;  xlabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on    %%  f10=figure;  ColorCode = [0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb(1,:))  [t,x\_10] = RK4(@(t,x\_10) Nonlinear\_system(t,x\_10) , [0 t\_final], x\_arb(:,i) ,dt);  x1\_arb=x\_10(:,1);  x2\_arb=x\_10(:,2);  x3\_arb=x\_10(:,3);  endvalue(i,1)=x1\_arb(end);  endvalue(i,2)=x1\_arb(end);  endvalue(i,3)=x1\_arb(end);  p10(i)=plot3(endvalue(i,1), endvalue(i,2), endvalue(i,3),'o', 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  end  plot3([-0.00005 0.00005],[0 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[-0.00005 0.00005],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[0 0],[-0.00005 0.00005],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs3(4)=legend([p10(1),p10(2),p10(3),p10(4),p10(5),p10(6),p10(7),p10(8),p10(9),p10(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(4,1,6)','$\mathbf{x}$(0)=(-8,4,3)'},'Interpreter','latex');  ax3(4) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  zlabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-0.00005 0.00005 -0.00005 0.00005 -0.00005 0.00005])  axis normal  grid on  %%  for i = 1:length(ax3)  set(ax3(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(ax2)  set(ax2(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(hs3)  set(hs3(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(hs2)  set(hs2(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end  %% Nonlinear System Funciton  function dX=Nonlinear\_system(t,x)  phi\_1=x(1);  phi\_2=-x(1)+x(2)-x(3);  phi\_3=2\*x(1)-2\*x(2)+x(3)-x(1)\*x(3);  a=-3\*x(1)+4\*x(2)-2\*x(3)+3\*x(1)\*x(3)-x(2)\*x(3)+(x(1))^2+(x(3))^2;  b=-1-x(1);  k1=6;  k2=11;  k3=6;  u=(b^(-1))\*(-a-k1\*phi\_1-k2\*phi\_2-k3\*phi\_3);  dX=zeros(3,1);  dX(1)=-x(1)+x(2)-x(3);  dX(2)=-x(1)\*x(3)-x(2)+u;  dX(3)=-x(1)+u;  end |
| **Question 3** |
| %% Nonlinear Control HW6\_3  clc;  clear;  close all;    %%  dt=0.01;  t\_final=2000;  t=0:dt:t\_final;  LW1=1.6;  FS1=16;  FS\_lg=11;    %% Single Point with Feedback Linearization Control  f1=figure;  x1\_0=-2.5; x2\_0=2; x3\_0=2;  X0=[x1\_0;x2\_0;x3\_0];  [t,x\_u] = RK4(@(t,x\_u) Nonlinear\_system(t,x\_u) , [0 t\_final], X0 ,dt);  x\_u\_1=x\_u(:,1);  x\_u\_2=x\_u(:,2);  x\_u\_3=x\_u(:,3);  p1=plot3(x\_u\_1,x\_u\_2,x\_u\_3, 'b', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot3(x\_u\_1(1),x\_u\_2(1),x\_u\_3(1),'bo','LineWidth',LW1);  hold on    %% Single Point without Feedback Linearization Control  x1\_0=-2.5; x2\_0=2; x3\_0=2;  X0=[x1\_0;x2\_0;x3\_0];  [t,x\_nou] = RK4(@(t,x\_nou) Nonlinear\_system\_u0(t,x\_nou) , [0 t\_final], X0 ,dt);  x\_nou\_1=x\_nou(:,1);  x\_nou\_2=x\_nou(:,2);  x\_nou\_3=x\_nou(:,3);  p2=plot3(x\_nou\_1,x\_nou\_2,x\_nou\_3, 'r', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot3(x\_nou\_1(1), x\_nou\_2(1), x\_nou\_3(1),'ro','LineWidth',LW1);  plot3([-3 0],[0 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[-1000 1000],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot3([0 0],[0 0],[-1000 1000],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  hs3(1)=legend([p1, p2],{'$\mathbf{x}$(0)=(-2.5,2,2) $u\neq0$','$\mathbf{x}$(0)=(-2.5,2,2) $u=0$'},'Interpreter','latex');  ax3(1)=gca;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  zlabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-3 0 -1000 1000 -1000 1000])  axis normal  grid on    %% Plot x1-x2  f2=figure;  p3=plot(x\_u\_1,x\_u\_2, 'b', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x\_u\_1(1),x\_u\_2(1),'bo','LineWidth',LW1);  hold on  p4=plot(x\_nou\_1,x\_nou\_2, 'r', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x\_nou\_1(1),x\_nou\_2(1), 'ro', 'LineWidth', LW1);  plot([-3 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot([0 0],[-1000 1000],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  ax2(1) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  axis([-3 0 -1000 2500])  axis normal  grid on    %% Plot x1-x3  f3=figure;  p5=plot(x\_u\_1,x\_u\_3, 'b', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x\_u\_1(1),x\_u\_3(1),'bo','LineWidth',LW1);  hold on  p6=plot(x\_nou\_1,x\_nou\_3, 'r', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x\_nou\_1(1),x\_nou\_3(1), 'ro', 'LineWidth', LW1);  plot([-3 0],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot([0 0],[-1000 2500],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  ax2(2) = gca ;  xlabel('$x\_1$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-3 0 -1000 2500])  axis normal  grid on    %% Plot x2-x3  f4=figure;  p7=plot(x\_u\_2,x\_u\_3, 'b', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x\_u\_2(1),x\_u\_3(1),'bo','LineWidth',LW1);  hold on  p8=plot(x\_nou\_2,x\_nou\_3, 'r', 'LineWidth', LW1);  hold on  plot(x\_nou\_2(1),x\_nou\_3(1), 'ro', 'LineWidth', LW1);  plot([-1000 2500],[0 0],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  plot([0 0],[-1000 2500],'--','Color',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',LW1);  ax2(3) = gca ;  xlabel('$x\_2$','Interpreter','Latex')  ylabel('$x\_3$','Interpreter','Latex')  axis([-1000 2500 -1000 2500])  axis normal  grid on    %%  for i = 1:length(ax3)  set(ax3(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(ax2)  set(ax2(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(hs3)  set(hs3(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end  %% Nonlinear System Funciton  function dX=Nonlinear\_system\_u0(t,x)  dX=zeros(3,1);  dX(1)=-x(1)+x(2)-x(3);  dX(2)=-x(1)\*x(3)-x(2);  dX(3)=-x(1);  end    %% Nonlinear System Funciton  function dX=Nonlinear\_system(t,x)  u=(1/(-1-x(1)))\*(-(x(1))^2-4\*x(1)-3\*x(2)-(x(3))^2+7\*x(3)+3\*x(1)\*x(3)+x(2)\*x(3));  dX=zeros(3,1);  dX(1)=-x(1)+x(2)-x(3);  dX(2)=-x(1)\*x(3)-x(2)+u;  dX(3)=-x(1)+u;  end |
| **Question 4** |
| %% Nonlinear Control HW6\_4  clc;  clear;  close all;    %%  dt=0.01;  t\_final=4;  t=0:dt:t\_final;  LW1=1.6;  FS1=16;  FS\_lg=11;    %%  f1 = figure;  x1=[1;2;4]; x2=[2;-3;-5]; x3=[-0.5;-3;-9]; x4=[0;-2;-3]; x5=[4;-6;-6];  x6=[5;7;5]; x7=[6;8;-4]; x8=[7;9;3]; x9=[8;10;-2]; x10=[9;11;1];  x\_arb\_re1=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10];  ColorCode=[0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb\_re1(1,:))  [t,x1]=RK4(@(t,x1) Nonlinear\_system(t, x1), [0 t\_final], x\_arb\_re1(:,i), dt);  x1\_1=x1(:,1);  x1\_2=x1(:,2);  x1\_3=x1(:,3);  for j=1:length(t)  u1(j)=(1/(-1- x1\_1(j)))\*(-( x1\_1(j))^2-4\* x1\_1(j)-3\*x1\_2(j)-(x1\_3(j))^2+7\*x1\_3(j)+3\* x1\_1(j)\*x1\_3(j)+x1\_2(j)\*x1\_3(j));  end  u1\_all(i,:)=u1;  p1(i)=plot(t,u1, 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  end  hs2(1)=legend([p1(1),p1(2),p1(3),p1(4),p1(5),p1(6),p1(7),p1(8),p1(9),p1(10)],...  {'$\mathbf{x}$(0)=(1,2,4)','$\mathbf{x}$(0)=(2,-3,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-0.5,-3,-9)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(0,-2,-3)','$\mathbf{x}$(0)=(4,-6,-6)','$\mathbf{x}$(0)=(5,7,5)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(6,8,-4)','$\mathbf{x}$(0)=(7,9,3)','$\mathbf{x}$(0)=(8,10,-2)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(9,11,1)'},'Interpreter','latex');  ax2(1) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on    %%  f2 = figure;  x1=[-5;5;5]; x2=[5;-5;5]; x3=[5;5;-5]; x4=[-5;-5;5]; x5=[5;-5;-5];  x6=[-5;5;-5]; x7=[5;5;5]; x8=[-5;-5;-5]; x9=[4;1;6]; x10=[-8;4;3];  x\_arb\_re2=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10];  ColorCode=[0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb\_re2(1,:))  [t,x1]=RK4(@(t,x1) Nonlinear\_system(t, x1), [0 t\_final], x\_arb\_re2(:,i), dt);  x2\_1=x1(:,1);  x2\_2=x1(:,2);  x2\_3=x1(:,3);  for j=1:length(t)  u2(j)=(1/(-1- x2\_1(j)))\*(-( x2\_1(j))^2-4\* x2\_1(j)-3\*x2\_2(j)-(x2\_3(j))^2+7\*x2\_3(j)+3\* x2\_1(j)\*x2\_3(j)+x2\_2(j)\*x2\_3(j));  % if i==4 && j==250  % x2\_1(j)  % x2\_2(j)  % x2\_3(j)  % end  end  u2\_all(i,:)=u2;  p2(i)=plot(t,u2, 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  end  hs2(2)=legend([p2(1),p2(2),p2(3),p2(4),p2(5),p2(6),p2(7),p2(8),p2(9),p2(10)],{'$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(5,5,5)','$\mathbf{x}$(0)=(-5,-5,-5)','$\mathbf{x}$(0)=(4,1,6)','$\mathbf{x}$(0)=(-8,4,3)'},'Interpreter','latex');  ax2(2) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on    %%  f3 = figure;  x1=[-0.01;0.01;0.1]; x2=[0.01;-0.01;0.01]; x3=[0.01;0.01;-0.01]; x4=[-0.01;-0.01;0.01]; x5=[-0.01;0.01;-0.01];  x6=[0.01;-0.01;-0.01]; x7=[0.01;0.01;0.01]; x8=[-0.01;-0.01;-0.01]; x9=[0.001;0.001;0.001]; x10=[-0.001;-0.001;-0.001];  x\_arb\_re3=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10];  ColorCode=[0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb\_re3(1,:))  [t,x1]=RK4(@(t,x1) Nonlinear\_system(t, x1), [0 t\_final], x\_arb\_re3(:,i), dt);  x3\_1=x1(:,1);  x3\_2=x1(:,2);  x3\_3=x1(:,3);  for j=1:length(t)  u3(j)=(1/(-1- x3\_1(j)))\*(-( x3\_1(j))^2-4\* x3\_1(j)-3\*x3\_2(j)-(x3\_3(j))^2+7\*x3\_3(j)+3\* x3\_1(j)\*x3\_3(j)+x3\_2(j)\*x3\_3(j));  end  u3\_all(i,:)=u3;  p3(i)=plot(t,u3, 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  end  hs2(3)=legend([p3(1),p3(2),p3(3),p3(4),p3(5),p3(6),p3(7),p3(8),p3(9),p3(10)],...  {'$\mathbf{x}$(0)=(-0.01,0.01,0.01)','$\mathbf{x}$(0)=(0.01,-0.01,0.01)','$\mathbf{x}$(0)=(0.01,0.01,-0.01)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(-0.01,-0.01,0.01)','$\mathbf{x}$(0)=(-0.01,0.01,-0.01)','$\mathbf{x}$(0)=(0.01,-0.01,-0.01)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(0.01,0.01,0.01)','$\mathbf{x}$(0)=(-0.01,-0.01,-0.01)','$\mathbf{x}$(0)=(0.001,0.001,0.001)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(-0.001,-0.001,-0.001)'},'Interpreter','latex');  ax2(3) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on    %%  f4 = figure;  x1=[100;100;100]; x2=[-100;100;100]; x3=[100;-100;100]; x4=[100;100;-100]; x5=[-100;-100;100];  x6=[-100;100;-100]; x7=[100;-100;-100]; x8=[-100;-100;-100]; x9=[1000;1000;1000]; x10=[-1000;-1000;-1000];  x\_arb\_re4=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10];  ColorCode=[0,0.15,0.39; 0,0.3,0.8 ; 0,0.39,0.7 ; 0,0.47,0.51 ; 0,0.47,0.39 ; 0,0.55,0.35 ; 0,0.63,0.35 ; 0,0.75,0.6 ; 0,0.85,0.5 ; 0,0.95,0.4];  for i=1:length(x\_arb\_re4(1,:))  [t,x1]=RK4(@(t,x1) Nonlinear\_system(t, x1), [0 t\_final], x\_arb\_re4(:,i), dt);  x4\_1=x1(:,1);  x4\_2=x1(:,2);  x4\_3=x1(:,3);  for j=1:length(t)  u4(j)=(1/(-1- x4\_1(j)))\*(-( x4\_1(j))^2-4\* x4\_1(j)-3\*x4\_2(j)-(x4\_3(j))^2+7\*x4\_3(j)+3\* x4\_1(j)\*x4\_3(j)+x4\_2(j)\*x4\_3(j));  if i==9 && j==11  x4\_1(j)  x4\_2(j)  x4\_3(j)  end  end  u4\_all(i,:)=u4;  p4(i)=plot(t,u4, 'Color', ColorCode(i,:), 'LineWidth', LW1);  hold on  end  hs2(4)=legend([p4(1),p4(2),p4(3),p4(4),p4(5),p4(6),p4(7),p4(8),p4(9),p4(10)],...  {'$\mathbf{x}$(0)=(100,100,100)','$\mathbf{x}$(0)=(-100,100,100)','$\mathbf{x}$(0)=(100,-100,100)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(100,100,-100)','$\mathbf{x}$(0)=(-100,-100,100)','$\mathbf{x}$(0)=(-100,100,-100)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(100,-100,-100)','$\mathbf{x}$(0)=(-100,-100,-100)','$\mathbf{x}$(0)=(1000,1000,1000)',...  '$\mathbf{x}$(0)=(-1000,-1000,-1000)'},'Interpreter','latex');  ax2(4) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  axis normal  grid on  u5=u4\_all';    %%  for i = 1:length(ax2)  set(ax2(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(hs2)  set(hs2(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end    %%  function dX=Nonlinear\_system(t,x)  u=(1/(-1-x(1)))\*(-(x(1))^2-4\*x(1)-3\*x(2)-(x(3))^2+7\*x(3)+3\*x(1)\*x(3)+x(2)\*x(3));  dX=zeros(3,1);  dX(1)=-x(1)+x(2)-x(3);  dX(2)=-x(1)\*x(3)-x(2)+u;  dX(3)=-x(1)+u;  end |
| **Question 5** |
| %% Nonlinear Control HW6\_5  clc;  clear;  close all;    %%  dt = 0.01 ; t\_final = 6 ;  t = 0 : dt : t\_final ;  x1\_0 = 2 ; % Initial of x1  x2\_0 = 2 ; % Initial of x2  x3\_0 = 2 ; % Initial of x3  X0 = [ x1\_0 ; x2\_0 ; x3\_0 ] ;    %%%%%% 10 arbitrary initial state values %%%%%%%%%%%%%%  xt1 = [9 ; 6 ; 3] ; xt2 = [8 ; 6 ; 4] ; xt3 = [5.5 ; 2 ; -6] ; xt4 = [4 ; 1 ; -4] ; xt5 = [3 ; -3 ; -5] ;  xt6 = [2 ; 5 ; 2.5] ; xt7 = [7 ; 8 ; 4] ; xt8 = [1 ; -2 ; -3] ; xt9 = [-0.5 ; 3 ; 4] ; xt10 = [4 ; 7 ; 3.5] ;  Xt\_0 = [ xt1 , xt2 , xt3 , xt4 , xt5 , xt6 , xt7 , xt8 , xt9 , xt10 ] ;  %% linear System  Z0 = [ x1\_0 ; -x1\_0+x2\_0-x3\_0 ; 2\*x1\_0-2\*x2\_0+x3\_0-x1\_0\*x3\_0] ; % Initial of transformation states Z  Ac = [ 0 1 0 ; 0 0 1 ; 0 0 0 ] ; % Linear system matrix  Bc = [ 0 ; 0 ; 1 ] ; % Linear system input matrix  lambda = [-1,-2,-3] ; % Poles of closed loop system  K = acker(Ac,Bc,lambda) ; % Output feedback control gain    %%%%%% 10 arbitrary initial state values %%%%%%%%%%%%%%  for i = 1:10  Zt\_0(:,i) = [ Xt\_0(1,i) ; -Xt\_0(1,i)+Xt\_0(2,i)-Xt\_0(3,i) ; 2\*Xt\_0(1,i)-2\*Xt\_0(2,i)+Xt\_0(3,i)-Xt\_0(1,i)\*Xt\_0(3,i) ] ;  end    %% Plot 1  LW1 = 1.6 ;  LW2 = 1 ;  FS1 = 16 ;  FS\_lg = 18 ;    [ t , X ] = RK4( @(t,X) Nonlinear\_system(K,X) , [0 t\_final], X0 ,dt) ;  x1\_c = X(:,1) ; x2\_c = X(:,2) ; x3\_c = X(:,3) ;  for i = 1 : length(t)  Phi(:,i) = [ x1\_c(i) ; -x1\_c(i)+x2\_c(i)-x3\_c(i) ; 2\*x1\_c(i)-2\*x2\_c(i)+x3\_c(i)-x1\_c(i)\*x3\_c(i)] ;  u\_alpha(i) = (-3\*x1\_c(i)+4\*x2\_c(i)-2\*x3\_c(i)+3\*x1\_c(i)\*x3\_c(i)-x2\_c(i)\*x3\_c(i)+x1\_c(i)^2+x3\_c(i)^2)/(x1\_c(i)+1) ;  u\_beta(i) = -1/(x1\_c(i)+1) ;  u\_c(i) = -u\_beta(i)\*K\*Phi(:,i) + u\_alpha(i) ;  end    [ t , Z ] = RK4( @(t,Z) Linear\_system(K,Ac,Bc,Z) , [0 t\_final], Z0 ,dt) ;  z1\_c = Z(:,1) ; z2\_c = Z(:,2) ; z3\_c = Z(:,3) ;    f1 = figure ;  plot(t,x1\_c,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1) ; hold on ;  plot(t,x2\_c,'--','Color',[0 0.65 0.2],'LineWidth',LW1) ;  plot(t,x3\_c,'-.','Color',[0 0.6 0.7],'LineWidth',LW1) ;  plot(t,2\*exp(-3\*t),'r:','LineWidth',LW1+0.2) ;  hs1(1)=legend({'$x\_1(t)$','$x\_2(t)$','$x\_3(t)$'},'Interpreter','latex');  hs1(1)=legend({'$x\_1(t)$','$x\_2(t)$','$x\_3(t)$','2$e^{-3t}$'},'Interpreter','latex');  ax1(1) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('States $\mathbf{x}(t)$','Interpreter','Latex')  axis([0 t\_final -1 2.5])  axis square  grid on    f2 = figure ;  plot(t,z1\_c,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1) ; hold on ;  plot(t,z2\_c,'--','Color',[0 0.65 0.2],'LineWidth',LW1) ;  plot(t,z3\_c,'-.','Color',[0 0.6 0.7],'LineWidth',LW1) ;  plot(t,2\*exp(-3\*t),'r:','LineWidth',LW1+0.2) ;  plot(t,-2\*exp(-3\*t),'r:','LineWidth',LW1+0.2)  hs1(2)=legend({'$z\_1(t)$','$z\_2(t)$','$z\_3(t)$'},'Interpreter','latex');  hs1(2)=legend({'$z\_1(t)$','$z\_2(t)$','$z\_3(t)$','$\pm$2$e^{-3t}$'},'Interpreter','latex');  ax1(2) = gca ;  xlabel('Time (sec)') % x label  ylabel('States $\mathbf{z}(t)$','Interpreter','Latex') % y label  axis([0 t\_final -3 3])  axis square  grid on    %%      for i = 1:length(ax1)  set(ax1(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end    for i = 1:length(hs1)  set(hs1(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end    %% Nonlinear System Function  function dX = Nonlinear\_system(K,X)  x1 = X(1) ; x2 = X(2) ; x3 = X(3) ;    Phi = [ x1 ; -x1+x2-x3 ; 2\*x1-2\*x2+x3-x1\*x3] ;  alpha = (-3\*x1+4\*x2-2\*x3+3\*x1\*x3-x2\*x3+x1^2+x3^2)/(x1+1) ;  beta = -1/(x1+1) ;  u = -beta\*K\*Phi + alpha ; % Control Input    dx1 = -x1 + x2 - x3 ;  dx2 = -x1\*x3 - x2 + u ;  dx3 = -x1 + u ;  dX = [ dx1 ; dx2 ; dx3 ] ;  end    %% Linear System Function  function dZ = Linear\_system(K,Ac,Bc,Z)  v = -K\*Z ; % Cotrol Input  dZ = Ac\*Z + Bc\*v ;  end |
| **Question 6** |
| %% Nonlinear Control HW6\_6  clc;  clear;  close all;    %%  dt=0.01;  t\_final=4;  t=0:dt:t\_final;  x1\_0=2;  x2\_0=2;  x3\_0=2;  X0=[x1\_0;x2\_0;x3\_0];  LW1=1.6;  FS1=16;  FS\_lg=14;    %%  Ac = [ 0 1 0 ; 0 0 1 ; 0 0 0 ] ;  Bc = [ 0 ; 0 ; 1 ] ;  lambda\_1 = [-1,-2,-3] ;  K1 = acker(Ac,Bc,lambda\_1) ;  lambda\_2 = [-3,-3,-3] ;  K2 = acker(Ac,Bc,lambda\_2) ;  lambda\_3 = [-10,-10,-10] ;  K3 = acker(Ac,Bc,lambda\_3) ;    %%  [t1, x1]=RK4( @(t1,x1) Nonlinear\_system(K1,x1) , [0 t\_final], X0 ,dt);  [t2, x2]=RK4( @(t2,x2) Nonlinear\_system(K2,x2) , [0 t\_final], X0 ,dt);  [t3, x3]=RK4( @(t3,x3) Nonlinear\_system(K3,x3) , [0 t\_final], X0 ,dt);  x1\_1=x1(:,1); x2\_1=x1(:,2); x3\_1=x1(:,3);  x1\_2=x2(:,1); x2\_2=x2(:,2); x3\_2=x2(:,3);  x1\_3=x3(:,1); x2\_3=x3(:,2); x3\_3=x3(:,3);    for k = 1 : length(t1)  Phi\_1(:,k) = [ x1\_1(k) ; -x1\_1(k)+x2\_1(k)-x3\_1(k) ; 2\*x1\_1(k)-2\*x2\_1(k)+x3\_1(k)-x1\_1(k)\*x3\_1(k)] ;  u\_alpha\_1(k) = (-3\*x1\_1(k)+4\*x2\_1(k)-2\*x3\_1(k)+3\*x1\_1(k)\*x3\_1(k)-x2\_1(k)\*x3\_1(k)+x1\_1(k)^2+x3\_1(k)^2)/(x1\_1(k)+1) ;  u\_beta\_1(k) = -1/(x1\_1(k)+1) ;  u\_1(k) = -u\_beta\_1(k)\*K1\*Phi\_1(:,k) + u\_alpha\_1(k) ;  end    for k = 1 : length(t2)  Phi\_2(:,k) = [ x1\_2(k) ; -x1\_2(k)+x2\_2(k)-x3\_2(k) ; 2\*x1\_2(k)-2\*x2\_2(k)+x3\_2(k)-x1\_2(k)\*x3\_2(k)] ;  u\_alpha\_2(k) = (-3\*x1\_2(k)+4\*x2\_2(k)-2\*x3\_2(k)+3\*x1\_2(k)\*x3\_2(k)-x2\_2(k)\*x3\_2(k)+x1\_2(k)^2+x3\_2(k)^2)/(x1\_2(k)+1) ;  u\_beta\_2(k) = -1/(x1\_2(k)+1) ;  u\_2(k)=-u\_beta\_2(k)\*K2\*Phi\_2(:,k) + u\_alpha\_2(k) ;  end    for k = 1 : length(t3)  Phi\_3(:,k) = [ x1\_3(k) ; -x1\_3(k)+x2\_3(k)-x3\_3(k) ; 2\*x1\_3(k)-2\*x2\_3(k)+x3\_3(k)-x1\_3(k)\*x3\_3(k)] ;  u\_alpha\_3(k) = (-3\*x1\_3(k)+4\*x2\_3(k)-2\*x3\_3(k)+3\*x1\_3(k)\*x3\_3(k)-x2\_3(k)\*x3\_3(k)+x1\_3(k)^2+x3\_3(k)^2)/(x1\_3(k)+1) ;  u\_beta\_3(k) = -1/(x1\_3(k)+1) ;  u\_3(k)=-u\_beta\_3(k)\*K3\*Phi\_3(:,k) + u\_alpha\_3(k) ;  end    f1 = figure;  plot(t,x1\_1,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,x2\_1,'--','Color',[0 0.65 0.2],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,x3\_1,'-.','Color',[0 0.6 0.7],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,2\*exp(-t),'r:','LineWidth',LW1+0.2); hold on  hs(1)=legend({'$x\_1(t)$','$x\_2(t)$','$x\_3(t)$','2$e^{-t}$'},'Interpreter','latex');  ax(1) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('States $\mathbf{x}(t)$','Interpreter','Latex')  title('($\lambda\_1$, $\lambda\_2$, $\lambda\_3$)=(-1, -2, -3)','Interpreter','latex')  axis([0 t\_final -1 2.5])  axis square  grid on    f2 = figure;  plot(t,x1\_2,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,x2\_2,'--','Color',[0 0.65 0.2],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,x3\_2,'-.','Color',[0 0.6 0.7],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,2\*exp(-t),'r:','LineWidth',LW1+0.2); hold on  hs(2)=legend({'$x\_1(t)$','$x\_2(t)$','$x\_3(t)$','2$e^{-t}$'},'Interpreter','latex');  ax(2) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('States $\mathbf{x}(t)$','Interpreter','Latex')  title('($\lambda\_1$, $\lambda\_2$, $\lambda\_3$)=(-3, -3, -3)','Interpreter','latex')  axis([0 t\_final -1 2.5])  axis square  grid on      f3=figure;  plot(t,u\_1,'r','LineWidth',LW1)  hs(3)=legend({'$\mathbf{x}$(0)=(2,2,2)'},'Interpreter','latex');  ax(3) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  title('($\lambda\_1$, $\lambda\_2$, $\lambda\_3$)=(-1, -2, -3)','Interpreter','latex')  axis([0 t\_final -3 0.1])  axis normal  grid on    f4=figure;  plot(t,u\_2,'r','LineWidth',LW1)  hs(4)=legend({'$\mathbf{x}$(0)=(2,2,2)'},'Interpreter','latex');  ax(4) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  title('($\lambda\_1$, $\lambda\_2$, $\lambda\_3$)=(-3, -3, -3)','Interpreter','latex')  axis([0 t\_final -3 0.1])  axis normal  grid on    f5 = figure;  plot(t,x1\_3,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,x2\_3,'--','Color',[0 0.65 0.2],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,x3\_3,'-.','Color',[0 0.6 0.7],'LineWidth',LW1); hold on  plot(t,2\*exp(-t),'r:','LineWidth',LW1+0.2); hold on  hs(5)=legend({'$x\_1(t)$','$x\_2(t)$','$x\_3(t)$','2$e^{-t}$'},'Interpreter','latex');  ax(5) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('States $\mathbf{x}(t)$','Interpreter','Latex')  title('($\lambda\_1$, $\lambda\_2$, $\lambda\_3$)=(-10, -10, -10)','Interpreter','latex')  % axis([0 t\_final -1 2.5])  axis square  grid on    f6=figure;  plot(t,u\_3,'r','LineWidth',LW1)  hs(6)=legend({'$\mathbf{x}$(0)=(2,2,2)'},'Interpreter','latex');  ax(6) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  title('($\lambda\_1$, $\lambda\_2$, $\lambda\_3$)=(-10, -10, -10)','Interpreter','latex')  % axis([0 t\_final -3 0.1])  axis normal  grid on    for i = 1:length(ax)  set(ax(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end  for i = 1:length(hs)  set(hs(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end  %% Nonlinear System Function  function dX = Nonlinear\_system(K,X)  x1 = X(1) ; x2 = X(2) ; x3 = X(3) ;    Phi = [ x1 ; -x1+x2-x3 ; 2\*x1-2\*x2+x3-x1\*x3] ;  alpha = (-3\*x1+4\*x2-2\*x3+3\*x1\*x3-x2\*x3+x1^2+x3^2)/(x1+1) ;  beta = -1/(x1+1) ;  u = -beta\*K\*Phi + alpha ; % Control Input    dx1 = -x1 + x2 - x3 ;  dx2 = -x1\*x3 - x2 + u ;  dx3 = -x1 + u ;  dX = [ dx1 ; dx2 ; dx3 ] ;  end |
| **Question 7** |
| %% Nonlinear Control HW6\_7  clc;  clear;  close all;    %%  dt = 0.01 ; t\_final = 8 ;  t = 0 : dt : t\_final ;  x1\_0 = 4 ;  x2\_0 = 1 ;  x3\_0 = 1 ;  % x1\_0 = 2 ;  % x2\_0 = 2 ;  % x3\_0 = 2 ;  X0 = [ x1\_0 ; x2\_0 ; x3\_0 ] ;    %% linear System  Ac = [ 0 1 0 ; 0 0 1 ; 0 0 0 ] ;  Bc = [ 0 ; 0 ; 1 ] ;  lambda = [-1,-2,-3] ;  K = acker(Ac,Bc,lambda) ;    %% Plot 1  LW1 = 1.6 ;  LW2 = 1 ;  FS1 = 16 ;  FS\_lg = 18 ;    [ t , X1 ] = RK4( @(t,X) Nonlinear\_system1(K,X) , [0 t\_final], X0 ,dt) ;  x1\_c1 = X1(:,1) ; x2\_c1 = X1(:,2) ; x3\_c1 = X1(:,3) ;  for i = 1 : length(t)  Phi1(:,i) = [ x1\_c1(i) ; -x1\_c1(i)+x2\_c1(i)-x3\_c1(i) ; 2\*x1\_c1(i)-2\*x2\_c1(i)+x3\_c1(i)-x1\_c1(i)\*x3\_c1(i)] ;  u\_alpha1(i) = (-3\*x1\_c1(i)+4\*x2\_c1(i)-2\*x3\_c1(i)+3\*x1\_c1(i)\*x3\_c1(i)-x2\_c1(i)\*x3\_c1(i)+x1\_c1(i)^2+x3\_c1(i)^2)/(x1\_c1(i)+1) ;  u\_beta1(i) = -1/(x1\_c1(i)+1) ;  u\_c1(i) = -u\_beta1(i)\*K\*Phi1(:,i) + u\_alpha1(i) ;  end    [ t , X2 ] = RK4( @(t,X) Nonlinear\_system2(K,X) , [0 t\_final], X0 ,dt) ;  x1\_c2 = X2(:,1) ; x2\_c2 = X2(:,2) ; x3\_c2 = X2(:,3) ;  for i = 1 : length(t)  Phi2(:,i) = [ x1\_c2(i)+x1\_c2(i)^2 ;...  -x1\_c2(i)+x2\_c2(i)-x3\_c2(i)-2\*x1\_c2(i)^2+2\*x1\_c2(i)\*x2\_c2(i)-2\*x1\_c2(i)\*x3\_c2(i) ;...  (-1-4\*x1\_c2(i)+2\*x2\_c2(i)-2\*x3\_c2(i))\*(-x1\_c2(i)+x2\_c2(i)-x3\_c2(i))+(1+2\*x1\_c2(i))\*(-x1\_c2(i)\*x3\_c2(i)-x2\_c2(i))+(1+2\*x1\_c2(i))\*x1\_c2(i)] ;  u\_alpha2(i) = ((12\*x1\_c2(i)-8\*x2\_c2(i)+5\*x3\_c2(i)-4\*x1\_c2(i)\*x3\_c2(i)+1)\*(-x1\_c2(i)+x2\_c2(i)-x3\_c2(i))-...  (-8\*x1\_c2(i)+4\*x2\_c2(i)-4\*x3\_c2(i)-2)\*(x1\_c2(i)\*x3\_c2(i)+x2\_c2(i))-...  (5\*x1\_c2(i)-4\*x2\_c2(i)+4\*x3\_c2(i)-2\*x1\_c2(i)^2+1)\*x1\_c2(i))/((2\*x1\_c2(i)+1)\*(x1\_c2(i)+1)) ;  u\_beta2(i) = -1/((2\*x1\_c2(i)+1)\*(x1\_c2(i)+1)) ;    u\_c2(i) = -u\_beta2(i)\*K\*Phi2(:,i) + u\_alpha2(i) ;  end    f1 = figure ;  plot(t,u\_c1,'Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1) ; hold on  plot(t,u\_c2,'--','Color',[0.9 0.04 0],'LineWidth',LW1)  xlabel('Time (sec)')  ylabel('Control Input $u(\mathbf{x})$','Interpreter','Latex')  xlim([0 t\_final])  % ylim([-5 5])  hs1(1)=legend({'$\phi\_1 = x\_1$','$\phi\_1 = x\_1^2 + x\_1$'},'Interpreter','latex');  ax1(1) = gca ;  axis normal  grid on    for i = 1:length(ax1)  set(ax1(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end    for i = 1:length(hs1)  set(hs1(i),'FontSize',FS\_lg,'FontName','Times New Roman')  end    %%  f2 = figure ;  set(f2,'Position',[680,190,593,788])  subplot(3,1,1)  plot(t,x1\_c1,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1+0.15) ; hold on ;  plot(t,x1\_c2,'--','Color',[0.9 0.04 0],'LineWidth',LW1+0.15) ;  hs2(1)=legend({'$\phi\_1 = x\_1$','$\phi\_1 = x\_1^2 + x\_1$'},'Interpreter','latex');  ax2(1) = gca ;  set(ax2(1),'Position',[0.1230 , 0.72 , 0.8088 , 0.2426])  xlabel('Time (sec)')  ylabel('$x\_1$(t)','Interpreter','Latex')  xlim([0 t\_final])  ylim([-1 4.5])  grid on    subplot(3,1,2)  plot(t,x2\_c1,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1+0.15) ; hold on ;  plot(t,x2\_c2,'--','Color',[0.9 0.04 0],'LineWidth',LW1+0.15) ;  hs2(2)=legend({'$\phi\_1 = x\_1$','$\phi\_1 = x\_1^2 + x\_1$'},'Interpreter','latex');  ax2(2) = gca ;  set(ax2(2),'Position',[0.1230 , 0.4 , 0.8088 , 0.2426])  xlabel('Time (sec)')  ylabel('$x\_2$(t)','Interpreter','Latex')  xlim([0 t\_final])  ylim([-1 4.5])  grid on    subplot(3,1,3)  plot(t,x3\_c1,'-','Color',[0 0.2 0.7],'LineWidth',LW1+0.15) ; hold on ;  plot(t,x3\_c2,'--','Color',[0.9 0.04 0],'LineWidth',LW1+0.15) ;  hs2(3)=legend({'$\phi\_1 = x\_1$','$\phi\_1 = x\_1^2 + x\_1$'},'Interpreter','latex');  ax2(3) = gca ;  xlabel('Time (sec)')  ylabel('$x\_3$(t)','Interpreter','Latex')  set(ax2(3),'Position',[0.1230 , 0.08 , 0.8088 , 0.2426])  xlim([0 t\_final])  ylim([-1 4.5])  grid on    for i = 1:length(ax2)  set(ax2(i),'FontSize',FS1,'FontName','Times New Roman')  end    for i = 1:length(hs2)  set(hs2(i),'FontSize',16,'FontName','Times New Roman')  end  %% Nonlinear System Function  function dX = Nonlinear\_system1(K,X)  x1 = X(1) ; x2 = X(2) ; x3 = X(3) ;    Phi = [ x1 ; -x1+x2-x3 ; 2\*x1-2\*x2+x3-x1\*x3] ;  alpha = (-3\*x1+4\*x2-2\*x3+3\*x1\*x3-x2\*x3+x1^2+x3^2)/(x1+1) ;  beta = -1/(x1+1) ;  u = -beta\*K\*Phi + alpha ; % Control Input    dx1 = -x1 + x2 - x3 ;  dx2 = -x1\*x3 - x2 + u ;  dx3 = -x1 + u ;  dX = [ dx1 ; dx2 ; dx3 ] ;  end    function dX = Nonlinear\_system2(K,X)  x1 = X(1) ; x2 = X(2) ; x3 = X(3) ;    Phi = [ x1+x1^2 ;...  -x1+x2-x3-2\*x1^2+2\*x1\*x2-2\*x1\*x3 ;...  (-1-4\*x1+2\*x2-2\*x3)\*(-x1+x2-x3)+(1+2\*x1)\*(-x1\*x3-x2)+(1+2\*x1)\*x1] ;  alpha = ((12\*x1-8\*x2+5\*x3-4\*x1\*x3+1)\*(-x1+x2-x3)-(-8\*x1+4\*x2-4\*x3-2)\*(x1\*x3+x2)-(5\*x1-4\*x2+4\*x3-2\*x1^2+1)\*x1)/((2\*x1+1)\*(x1+1)) ;  beta = -1/((2\*x1+1)\*(x1+1)) ;  u = -beta\*K\*Phi + alpha ; % Control Input    dx1 = -x1 + x2 - x3 ;  dx2 = -x1\*x3 - x2 + u ;  dx3 = -x1 + u ;  dX = [ dx1 ; dx2 ; dx3 ] ;  end |