

Odpowiedzi na pytania:

1. Własności operacji XOR

Dla liczb całkowitych x, y, z :

- Przemienność: $x \oplus y = y \oplus x$
- Łączność: $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$
- Tożsamość: $x \oplus 0 = x$
- Samowyzerowanie: $x \oplus x = 0$
- Odwracalność: jeśli $x \oplus y = z$, to $x = y \oplus z$ i $y = x \oplus z$

XOR działa jak „dodawanie modulo 2” na poziomie bitów.

2. Liczby względnie pierwsze

- Liczby a i b są względnie pierwsze, jeśli $\gcd(a, b) = 1$.
- Jeśli a jest liczbą pierwszą i $b < a$, to $\gcd(a, b) = 1$, ponieważ liczba pierwsza ma tylko dzielniki 1 i siebie samą.
- Jeśli $b > a$, to $\gcd(a, b)$ może być różne od 1, np. jeśli b jest wielokrotnością a , wtedy $\gcd(a, b) = a$.

3. Małe twierdzenie Fermata i odwrotność modulo

- Dla liczby całkowitej $a \not\equiv 0 \pmod p$ i liczby pierwszej p :
$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$$
- Stąd odwrotność multiplikatywna $a^{-1} \pmod p$ wynika z:
$$a * a^{p-2} \equiv 1 \pmod p \Rightarrow a^{-1} \equiv a^{p-2} \pmod p$$
- Wykorzystuje się to w praktyce np. w kryptografii (RSA, pola skończone).