

Estados de polarización

1. ¿Cuándo dos ondas transversales, perpendiculares entre sí, dan una onda:
 - linealmente polarizada;
 - circularmente polarizada en sentido antihorario;
 - circularmente polarizada en sentido horario;
 - elípticamente polarizada en sentido antihorario?
2. Escriba la expresión matemática de:
 - a) Una onda linealmente polarizada cuyo plano de polarización forma un ángulo de 30° con el eje x (se propaga según el eje z).
 - b) Una onda que se propaga según el eje x , polarizada circularmente en sentido horario.
 - c) Una onda elípticamente polarizada en sentido horario, que se propaga según el eje x , tal que el eje mayor, que es igual a dos veces el eje menor, está sobre el eje y .
 - d) Una onda elípticamente polarizada en sentido antihorario. La onda se propaga según el eje x positivo (use terna directa).
3. Demuestre que siempre se puede describir una onda, cualquiera sea su polarización, como suma de dos ondas circularmente polarizadas en sentidos horario y antihorario.

Polarizadores lineales

4. Considere un haz de luz linealmente polarizada que incide sobre un polarizador lineal ideal. A continuación del polarizador se encuentra un detector de ley cuadrática.
 - a) Halle el vector campo eléctrico a la salida del polarizador en función del ángulo θ que forma el eje de transmisión con el campo eléctrico incidente, y analice su estado de polarización.
 - b) Calcule la energía del campo eléctrico saliente en función de dicho ángulo y de la energía del haz incidente (ley de Malus).
 - c) Grafique la ley de Malus y discuta cómo se modifica el gráfico si se elige un sistema de coordenadas diferente para medir los ángulos.

Sugerencia: Elija el sistema de coordenadas más sencillo que le permita estudiar la dependencia según θ sin pérdida de generalidad.

5. Se reemplaza el haz de luz del ejercicio anterior por otro de luz circularmente polarizada derecha.
 - a) Halle el vector campo eléctrico a la salida del polarizador, verifique que corresponde a un estado de polarización lineal, y calcule su energía, en función de la inclinación del eje de transmisión del polarizador.

-
- b) Interprete físicamente el resultado obtenido y discuta si es posible definir la inclinación del eje de transmisión tomando como referencia al campo eléctrico incidente.
 - c) ¿Qué cambia si se emplea un haz con el sentido de giro opuesto?
6. Se reemplaza el haz de luz del ejercicio anterior por otro de luz elípticamente polarizada con sentido de giro arbitrario.
- a) Repita los cálculos pedidos en los dos ejercicios anteriores, en función de la inclinación relativa entre el eje de transmisión del polarizador y alguno de los semiejes de la elipse que describe el haz incidente.
 - b) Grafique la expresión para la intensidad saliente y analice bajo qué condiciones se recuperan los resultados obtenidos para luz circular y luz lineal. ¿Es posible extender la ley de Malus?
7. Por último, se reemplaza el haz de luz del ejercicio anterior por otro de luz natural (también llamada polarización aleatoria). La misma puede describirse de la siguiente manera:

$$\vec{E} = A(\hat{x} + e^{i\xi}\hat{y})$$

donde ξ es una variable aleatoria distribuida uniformemente en el intervalo $[0, 2\pi)$.

- a) Analice los posibles estados de polarización de un único pulso breve (duración $\sim 10^{-9}$ ns) emitido por dicha fuente, en función de ξ .
 - b) Calcule la energía de cada pulso (promediada sobre un ciclo de oscilación) y la energía que mediría un detector expuesto a una sucesión infinita de dichos pulsos (promediada sobre muchos ciclos de oscilación). Compare ambas energías e interprete físicamente.
 - c) Obtenga el campo eléctrico a la salida del polarizador, analice su estado de polarización, y calcule su intensidad promediando sobre un ciclo de oscilación. ¿De qué parámetros depende dicha intensidad?
 - d) Discuta la necesidad de promediar la intensidad saliente obtenida sobre todos los estados posibles de luz incidente. ¿Cómo es el campo eléctrico que recibe el detector ubicado a la salida, para un tiempo T mucho mayor que el período de oscilación?
 - e) Compare el perfil obtenido para la intensidad saliente con el caso estudiado anteriormente de luz circular. Interprete físicamente.
8. Sobre un polarizador lineal ideal incide una onda cuyo estado de polarización no se conoce, con una intensidad I_0 . Se hace girar al polarizador y se observa que la intensidad transmitida es $I_0/2$ y no depende del ángulo de giro. ¿Qué puede decir sobre el estado de polarización de la onda incidente? Justifique.
9. Considere un arreglo de dos polarizadores consecutivos:
- a) Determine la inclinación relativa entre los ejes de transmisión de ambos polarizadores tal que se obtenga la máxima transmisión de energía del primero al segundo. ¿Depende este resultado del tipo de luz incidente sobre el primer polarizador?
 - b) ¿A qué fracción de este valor máximo se reduce la intensidad transmitida cuando se gira el segundo polarizador en: (a) 20° , (b) 45° , (c) 60° , y (d) 90° ? ¿Es importante para qué lado se gira al segundo polarizador?
 - c) Considere que sobre el primer polarizador incide un haz de luz natural. Suponiendo que la intensidad detectada a la salida del segundo es igual a la cuarta parte de la que tenía la luz incidente, determine el ángulo que forman los ejes de transmisión de ambos polarizadores.

-
- d) Suponga que los ejes de transmisión de ambos polarizadores forman un ángulo de 45° . Sobre el primero incide una onda circularmente polarizada en sentido horario. ¿Qué fracción de la intensidad incidente se transmitió a la salida del segundo polarizador? ¿Cambia su respuesta si la onda tiene sentido de giro opuesto?
- e) Por último, ¿qué inclinación relativa a los polarizadores debería tener un haz incidente de luz lineal para que la intensidad a la salida sea la cuarta parte de la incidente?
10. En base a los resultados anteriores, defina un conjunto de reglas de decisión que le permitan distinguir experimentalmente fuentes emisoras de los distintos tipos de luz (lineal, circular, elíptico y natural) empleando polarizadores lineales. ¿Existe algún caso que no pueda distinguir?

Polarización por reflexión

11. Un haz de luz linealmente polarizada incide sobre la superficie de separación de dos medios transparentes. ¿Qué condiciones deben cumplirse para que ese haz se transmita totalmente hacia el segundo medio?
12. Un haz de luz circularmente polarizada en sentido horario incide sobre la superficie de separación de dos medios transparentes. Considere que el ángulo de incidencia corresponde al ángulo de polarización (*aka*, ángulo de Brewster). ¿Cuál es el estado de polarización del haz reflejado? ¿Y del transmitido? Justifique.
13. Sobre una superficie de separación entre dos medios de índices n_1 y n_2 (con $n_1 > n_2$), incide un rayo desde el medio n_1 .
- a) ¿Cuál es el ángulo de incidencia crítico a partir del cual se produce reflexión total?
- b) ¿Cuál es el ángulo de polarización?
- c) ¿Es posible que el ángulo de polarización sea mayor que el ángulo crítico? Justifique físicamente y analíticamente.
14. Sobre una lámina de vidrio de caras paralelas y de índice n , colocada en aire, se hace incidir luz elípticamente polarizada con el ángulo de polarización. Se analiza el haz reflejado.
- a) ¿Cuál es su estado de polarización?
- b) Ahora, sin modificar la dirección del haz incidente, se sumerge a la lámina parcialmente en agua, de forma tal que sobre la cara superior hay aire. ¿Cuál es el estado de polarización del haz reflejado?
- c) Ahora se sumerge la lámina totalmente en el agua, sin modificar la dirección del haz que incide sobre la lámina. ¿Cuál es el estado de polarización del haz reflejado? ¿Cómo podría lograr que la polarización del haz reflejado sea lineal?

Láminas retardadoras

15. Se hace incidir luz circularmente polarizada en sentido horario sobre una lámina retardadora ideal de cuarto de onda ($\lambda/4$).
- a) Obtenga el campo eléctrico a la salida de la lámina en función de la inclinación de la misma (para esto, defina un sistema de referencia que considere útil). ¿Cuál es su estado de polarización?

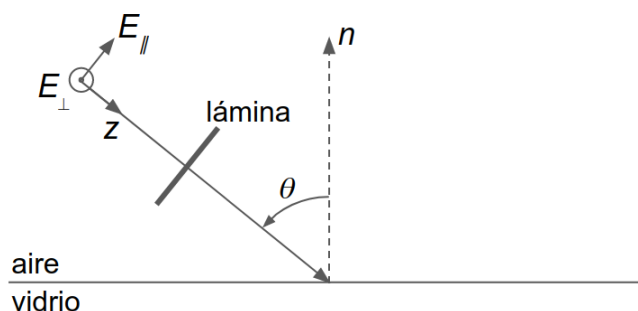
-
- b) Verifique que la energía a la salida es la misma (una lámina ideal no absorbe energía).
- c) ¿Cómo cambian sus respuestas si el haz incidente tiene el sentido de giro opuesto?
16. Se reemplaza a la fuente del ejercicio anterior por otra que emite luz linealmente polarizada.
- a) Obtenga el campo eléctrico a la salida de la lámina, analice su polarización y calcule su energía, si el campo eléctrico es (i) paralelo o (ii) perpendicular al eje rápido de la lámina. Interprete físicamente.
- b) Repita el ítem anterior para una inclinación igual a $\pm 45^\circ$.
- c) Finalmente, repita sus cálculos considerando una inclinación diferente a las anteriores.
17. Se reemplaza a la fuente del ejercicio anterior por una que emite luz elípticamente polarizada en sentido antihorario.
- a) Obtenga el campo eléctrico a la salida de la lámina, analice su polarización y calcule su energía, suponiendo que los semiejes de la elipse son coincidentes con los ejes rápido y lento de la lámina. Compare este caso con el caso de luz lineal incidente sobre la misma lámina.
- b) Repita el ítem anterior para una inclinación arbitraria entre los semiejes de la elipse y los ejes de la lámina. ¿Es posible obtener luz circular empleando este arreglo experimental?
- c) ¿Se modifican sus respuestas si el haz incidente tiene sentido de giro opuesto?
18. Finalmente, se reemplaza la fuente del ejercicio anterior por un haz de luz natural de intensidad I_0 . Obtenga el estado de polarización resultante y calcule su intensidad. Interprete físicamente.
19. Considere el conjunto de reglas de decisión definido en la sección de polarizadores lineales.
- a) Incorpore el uso de láminas de $\lambda/4$ para distinguir entre luz circular y luz natural.
- b) Incorpore los casos de luz parcialmente polarizada (luz que está formada por la mezcla de luz natural con alguno de los otros tres tipos). ¿Es posible distinguir entre todos los casos mediante el uso adecuado de polarizadores lineales y láminas de $\lambda/4$?
20. Sobre una lámina de $\lambda/4$ incide normalmente una onda luminosa monocromática elípticamente polarizada. Las componentes E_x y E_y del vector campo eléctrico están relacionadas por:
- $$\frac{E_x^2}{9} \pm \frac{\sqrt{2}}{12} E_x E_y + \frac{E_y^2}{16} = \frac{1}{2}$$
- Considere que x es el eje óptico de la lámina, y que dicho eje es el rápido.
- a) Halle el estado de polarización de dicha onda a la salida de la lámina.
- b) Se coloca detrás de la lámina un polarizador cuyo eje de transmisión forma 30° con el eje rápido de la lámina. Halle la onda que abandona el polarizador. ¿Cuál es el porcentaje de energía perdido en la lámina y cuál en el polarizador?
21. Suponga que se ilumina una lámina retardadora ideal de media onda ($\lambda/2$) con una fuente que emite luz lineal, cuyo campo eléctrico forma un ángulo de $\pm 30^\circ$ con el eje rápido de la lámina.
- a) Obtenga el campo eléctrico a la salida, y analice su polarización.

-
- b) Verifique que la energía se conserva (una lámina ideal no absorbe energía).
22. Repita el ejercicio anterior suponiendo que la fuente emite:
- a) Luz circular derecha.
 - b) Luz elíptica derecha, con sus semiejes coincidentes con los ejes de la lámina.
 - c) Luz elíptica derecha, con sus semiejes inclinados un ángulo arbitrario.
23. Considere un material birrefringente sobre el cual incide una onda luminosa de frecuencia conocida ω , formada por dos componentes perpendiculares en fase.
- a) ¿Qué longitud debe tener dicho material para que las componentes del campo eléctrico tengan un desfase dado (por ejemplo, $\pi/2$) a la salida del material?
 - b) ¿Es posible definir láminas retardadoras con otros desfases además de $\pi/2$, π y 2π ?
 - c) Considerando que, según la relación de dispersión $\omega = vk$, la longitud de onda en el material ($\lambda = 2\pi k^{-1}$) depende de la velocidad de propagación en el mismo (v), discuta las consecuencias de este efecto sobre el desfase producido por el material birrefringente. ¿Es posible que una lámina caracterizada como de $\lambda/4$ para cierta frecuencia ω_1 , se comporte como de $\lambda/2$ para otra frecuencia ω_2 ? ¿Cómo se relacionarían ambas frecuencias en ese caso?
 - d) Incorpore (cualitativamente) a lo discutido en el ítem anterior la dependencia de la velocidad de propagación con la frecuencia de la onda.

Arreglos de dispositivos

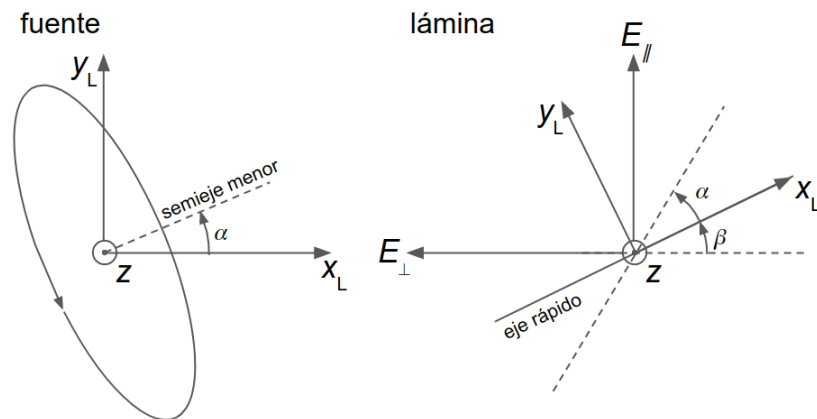
24. Se tienen dos fuentes luminosas: i) una de luz natural, y ii) otra que consiste en la superposición de luz natural con una onda monocromática de una longitud de onda λ conocida, circularmente polarizada. ¿Cómo puede Ud. saber cuál es i) y cuál es ii)? Para ello Ud. dispone de polaroids, láminas de $\lambda/2$ y $\lambda/4$ (en la cantidad que Ud. quiera). Especifique claramente qué elementos utilizaría para distinguirlas y justifique.
25. Un alumno de laboratorio 2 necesita utilizar una fuente de luz circularmente polarizada derecha lo más potente posible. Sin embargo, sólo dispone de una fuente de luz elípticamente polarizada izquierda tal que el eje mayor de la perturbación es cuatro veces el eje menor. Además dispone de los siguientes elementos: i) dos láminas iguales de $\lambda/4$ y ii) un polaroid.
- a) Establezca, justificando claramente su elección, los elementos que utilizaría, en qué orden, y con qué objetivos, para lograr la fuente que necesita. No olvide que se quiere que la fuente sea lo más potente posible.
 - b) Elija un sistema de coordenadas, y en un plano perpendicular a la dirección de propagación dibuje la evolución temporal de la perturbación incidente. Escriba el vector que representa a dicha perturbación.
 - c) Calcule el ángulo que los ejes de cada elemento deben formar con los ejes propios de la perturbación incidente y el ángulo que los ejes propios de la perturbación emergente de cada elemento forman con los ejes propios de la perturbación incidente.
26. Se tiene un haz de luz monocromática linealmente polarizada y se desea diseñar un dispositivo que logre rotar el vector campo eléctrico a 90° del inicial, de forma tal que la intensidad a la salida sea aproximadamente la misma que a la entrada. Para armar dicho dispositivo usted dispone de láminas de $\lambda/4$ y polaroids.

- a) Diga qué elementos usaría, en qué orden y con qué objetivos.
- b) Calcule los ángulos entre los ejes propios de cada elemento y la dirección del campo incidente y la polarización del campo eléctrico a la salida de cada elemento.
- c) ¿Podría lograr el mismo objetivo si en lugar de disponer de láminas de $\lambda/4$ y polaroids, dispusiera de láminas de $\lambda/2$ y polaroids? De ser así, ¿qué elementos usaría? Justifique claramente su respuesta.
- d) ¿Es posible cumplir lo pedido garantizando que la intensidad a la salida no disminuya? (Asuma dispositivos ideales).
27. Se tiene un haz de luz monocromática y linealmente polarizada. A partir de ella se desea obtener luz elípticamente polarizada en sentido antihorario, mediante una lámina de $\lambda/4$. Se desea que el eje mayor de la elipse sea tres veces el eje menor. Halle el ángulo que debe formar el plano de polarización de la luz incidente con el eje rápido de la lámina, para que el campo eléctrico a la salida de la lámina tenga la polarización pedida (si más de un valor es posible, alcanza con que dé uno de ellos). ¿Cuáles son los ejes de la elipse?
28. Se tiene un dispositivo compuesto por una fuente que emite luz de frecuencias ω_1 y ω_2 , un polarizador y dos láminas retardadoras de idénticas características. Cada una de éstas se comporta como lámina de $\lambda/4$ para la luz incidente de frecuencia ω_1 y como lámina de $\lambda/2$ para la frecuencia ω_2 .
- a) ¿Que relación deben cumplir ω_1 y ω_2 para que las láminas retardadoras puedan tener la propiedad mencionada?
- La luz emitida por la fuente incide sobre el polarizador; el eje de transmisión del mismo tiene una dirección conocida. Seguidamente al polarizador se coloca una de las láminas retardadoras con su eje rápido formando un ángulo de $+30^\circ$ respecto del eje de transmisión del polarizador. A continuación se ubica la segunda lámina con su eje rápido formando un ángulo de $+30^\circ$ respecto del eje rápido de la primera lámina (es decir, a $+60^\circ$ del eje de transmisión del polarizador).
- b) Escriba la amplitud del campo eléctrico a la salida de cada elemento (lámina o polarizador) para ambas frecuencias. Indique el tipo de polarización que se tiene en cada caso.
29. Se tiene una interfase plana entre aire y vidrio ($n = 1.5$). A cierta distancia de la misma, se coloca una fuente que emite una onda monocromática. Dicha onda se propaga en la dirección z , está elípticamente polarizada en sentido antihorario, siendo su eje mayor tres veces el eje menor, e incide sobre la interfase luego de atravesar una lámina de $\lambda/4$. Tanto la lámina como la fuente pueden girarse.



- a) ¿Cuánto debería valer el ángulo de incidencia θ para que pueda anularse la onda reflejada? ¿Este requisito es condición suficiente?

- b) ¿Cuál debería ser la polarización del campo a la salida de la lámina?
- c) Determine cómo debe orientarse la fuente con respecto a los ejes de la lámina. Es decir, halle cuál debe ser el ángulo α formado entre el semieje menor de la elipse y el eje rápido de la lámina (x_L), para obtener la polarización deseada a la salida de la lámina.
- d) Halle el campo a la salida de la lámina, y determine el ángulo β formado entre el eje x_L de la lámina y la dirección perpendicular al plano de incidencia, para que dicho campo no tenga onda reflejada.



Sugerencia: escriba *claramente* la expresión del campo eléctrico a la entrada y a la salida de la lámina, empleando (e indicando) diferentes sistemas de coordenadas si es necesario.