

Πρόβλημα 4

Περιγραφή του προβλήματος

Ο στόχος είναι να ταξινομήσετε μια αταξινομήτη στοίβα από n πίτες Σφακιανών έτσι ώστε η μικρότερη πίτα να βρίσκεται στην κορυφή και η μεγαλύτερη στο κάτω μέρος της στοίβας. Η ταξινόμηση γίνεται με τη χρήση μιας πένσας για να αναποδογυρίσει ένα τμήμα της στοίβας κάθε φορά.

Ορισμοί

n : Ο αριθμός των πίτες Σφακιανών στην αταξινομήτη στοίβα.

$f(n)$: Ο ελάχιστος αριθμός αναστροφών που απαιτούνται για την ταξινόμηση της στοίβας σύμφωνα με την επιθυμητή σειρά.

Ερωτήσεις προς απάντηση

I. Υπολογίστε το $f(n)$ για $n = 1, 2, 3$ και 4 .

II. Να αποδείξετε ότι για $n \geq 4$, $f(n) \geq n$.

III. Να αποδείξετε ότι για κάθε $n \geq 1$, $f(n) \leq 2n$.

IV. Εκφράστε το πρόβλημα ως πρόβλημα αναζήτησης και προσδιορίστε το μέγεθος του χώρου αναζήτησης.

Λύση

I. Υπολογίστε το $f(n)$ για $n = 1, 2, 3$ και 4 .

Για $n = 1$: $f(1) = 0$ (ήδη ταξινομημένο).

Για $n = 2$: $f(2) = 1$ (αναστροφή της στοίβας μία φορά για ταξινόμηση).

Για $n = 3$: $f(3) = 2$ (αναποδογυρίστε μια φορά για να πάρετε το μεγαλύτερο στο κάτω μέρος, αναποδογυρίστε ξανά για να ταξινομήσετε τα δύο πρώτα).

Για $n = 4$: $f(4) = 2$ (γυρίστε μια φορά για να ταξινομήσετε τους τρεις πρώτους, γυρίστε ξανά για να ταξινομήσετε τους δύο πρώτους).

II. Αποδείξτε ότι για $n \geq 4$, $f(n) \geq n$.

Για $n \geq 4$, η μικρότερη πίτα θα είναι στην κορυφή και αν γυρίσουμε τη στοίβα θα τη μετακινήσουμε προς τα κάτω. Αυτό απαιτεί τουλάχιστον n αναστροφές. Επομένως, $f(n) \geq n$.

III. Αποδείξτε ότι για κάθε $n \geq 1$, $f(n) \leq 2n$.

Η μεγαλύτερη πίτα πρέπει να βρίσκεται στον πάτο. Αν αναποδογυρίσουμε τη στοίβα μία φορά, η μεγαλύτερη πίτα μεταφέρεται στην κορυφή. Μια άλλη αναστροφή ταξινομεί τη στοίβα. Επομένως, $f(n) \leq 2n$.

IV. Εκφράστε το πρόβλημα ως πρόβλημα αναζήτησης.

Χώρος καταστάσεων: Κάθε διαμόρφωση της στοίβας είναι μια κατάσταση στο χώρο αναζήτησης.

Αρχική κατάσταση: Μη ταξινομημένη στοίβα από n πίτες Σφακιανών.

Κατάσταση στόχου: Ταξινομημένη στοίβα με τη μικρότερη πίτα στην κορυφή και τη μεγαλύτερη στο κάτω μέρος.

Λειτουργοί: Αναποδογύρισμα ενός τμήματος της στοίβας.

Συνάρτηση κόστους: Ο αριθμός των αναστροφών που απαιτούνται για την επίτευξη της κατάστασης στόχου.

Μέγεθος του χώρου αναζήτησης

Το μέγεθος του χώρου αναζήτησης καθορίζεται από τον αριθμό των μεταθέσεων των n στοιχείων της στοίβας, ο οποίος είναι $n!$ (n παραγοντικό). Επομένως, το μέγεθος του χώρου αναζήτησης είναι $n!$.