**activity6** 

## **Actividad 6**

## Pedro Luis González Roa A01651517

- 1. Se han acumulado datos acerca de las estaturas de niños en relación con sus padres. Suponga que las probabilidades de que un padre alto tenga un hijo alto, de mediana estatura o bajo son 0.7, 0.2 y 0.1, respectivamente; las probabilidades de que un padre de talla media tenga un hijo alto, de estatura media o bajo son 0.2, 0.6 y 0.2, respectivamente; y las probabilidades de que un padre bajo tenga un hijo alto mediano, o bajo son 0.2 0.4 y 0.4, respectivamente
  - i. Escriba la matriz de transición para esta cadena de Markov

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$$

ii. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona baja tenga un nieto alto?

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.30 & 0.30 \\ 0.30 & 0.48 & 0.44 \\ 0.15 & 0.22 & 0.26 \end{bmatrix}$$

La posibilidad de que una persona baja tenga un nieto alto es de 0.30.

iii. Si 10% de la población actual es alta, 60% es de estatura media y 30% es de estatura baja ¿Cuál será la distribución en tres generaciones?

1 of 3 5/21/20, 10:01 PM

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}^3 \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.6 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3625 \\ 0.4250 \\ 0.2125 \end{bmatrix}$$

La población tendría una distribución de 0.3625 altos, 0.4250 medianos, 0.2125 bajos.

iv. A largo plazo, ¿qué proporción de la población será alta, de estatura mediana y baja?

$$P-I = egin{bmatrix} -0.3 & 0.2 & 0.2 \ 0.2 & -0.4 & 0.4 \ 0.1 & 0.2 & -0.6 \end{bmatrix}$$
  $\begin{bmatrix} -0.3 & 0.2 & 0.2 & | & 0 \ 0.2 & -0.4 & 0.4 & | & 0 \ 0.1 & 0.2 & -0.6 & | & 0 \end{bmatrix} - rref 
ightarrow egin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \ 0 & 1 & -2 & | & 0 \ 0 & 1 & -2 & | & 0 \ 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$   $x = 2z$   $y = 2z$   $Ker(P-I) = Gen\left\{ egin{bmatrix} 2 \ 2 \ 1 \end{bmatrix} \right\}$   $x = egin{bmatrix} 2/5 \ 2/5 \ 1/5 \end{bmatrix}$ 

Por lo que la distribución a largo plazo sería de 2/5 para altos, 2/5 para medianos y 1/5 para bajos.

2. Una Universidad de Nuevo León tiene un esquema de clasificación de profesores de acuerdo a su producción en docencia, en investigación y en consultoría. Las tres clasificaciones son: Asistente, Asociado y Titular. Cada cierto periodo, se evalúan sus productos y cada empleado puede cambiar de categoría de acuerdo a la evaluación. Un estudio recolectó la siguiente información: un profesor que está en la categoría Titular cambia, con probabilidad 0.7, 0.2 y 0.1 a la categoría

Titular, Asociado y Asistente, respectivamente. Un profesor que está en la categoría Asociado cambia, con probabilidad 0.2, 0.6 y 0.2 a la categoría Titular, Asociado y Asistente, respectivamente; mientras que un profesor que está en categoría Asistente cambia, con probabilidad 0.1, 0.4 y 0.5 a la categoría Titular, Asociado y Asistente, respectivamente.

i. Escriba la matriz de transición para esta cadena de Markov.

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

ii. A largo plazo, ¿Qué porcentaje de profesores estará en cada categoría?

$$P-I = egin{bmatrix} -0.3 & 0.2 & 0.1 & | & 0 \ 0.2 & -0.4 & 0.4 & | & 0 \ 0.1 & 0.2 & -0.5 & | & 0 \end{bmatrix} - rref 
ightarrow egin{bmatrix} 1 & 0 & -1.5 & | & 0 \ 0 & 1 & -1.75 & | & 0 \ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \ x = 1.5z \ y = 1.75 \ Ker(P-I) = Gen \left\{ egin{bmatrix} 1.5 \ 1.75 \ 1 \end{bmatrix} 
ight\} \ x = egin{bmatrix} 1.5/4.25 \ 1.75/4.25 \ 1/4.25 \end{bmatrix}$$

La distribución termina siendo  $\frac{1.5}{4.25}$  para Titular,  $\frac{1.75}{4.25}$  para Asociado y  $\frac{1}{4.25}$  para Asistente.