activity4

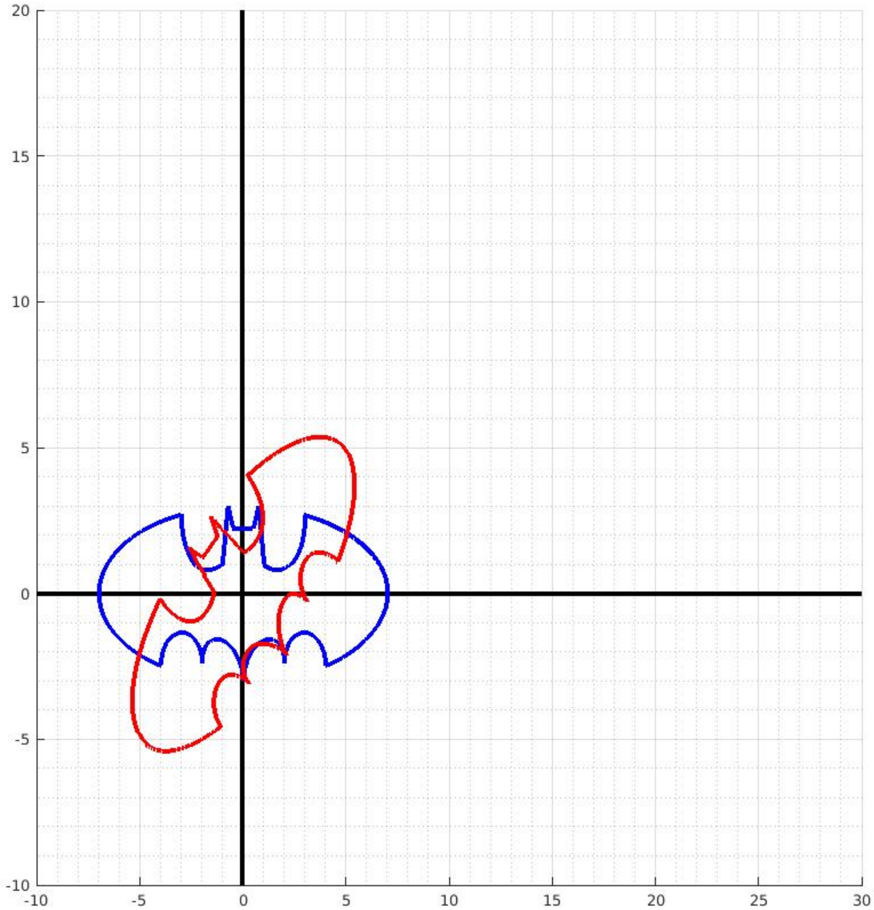
Actividad 4

Pedro Luis González Roa A01651517

1. **Determine la matriz de transformación de las siguientes transformaciones lineales de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$. Dibuje el cuadrado unitario, la semicircunferencia de radio $r = 5$, el cardioide/corazón o el logo de Batman (sólo uno de ellos) y la forma final del mismo después de aplicarle la transformación. Puede usar el archivo de Matlab en Blackboard o hacerlo a mano y proporcionar un *screenshot* de la figura que se genera.**

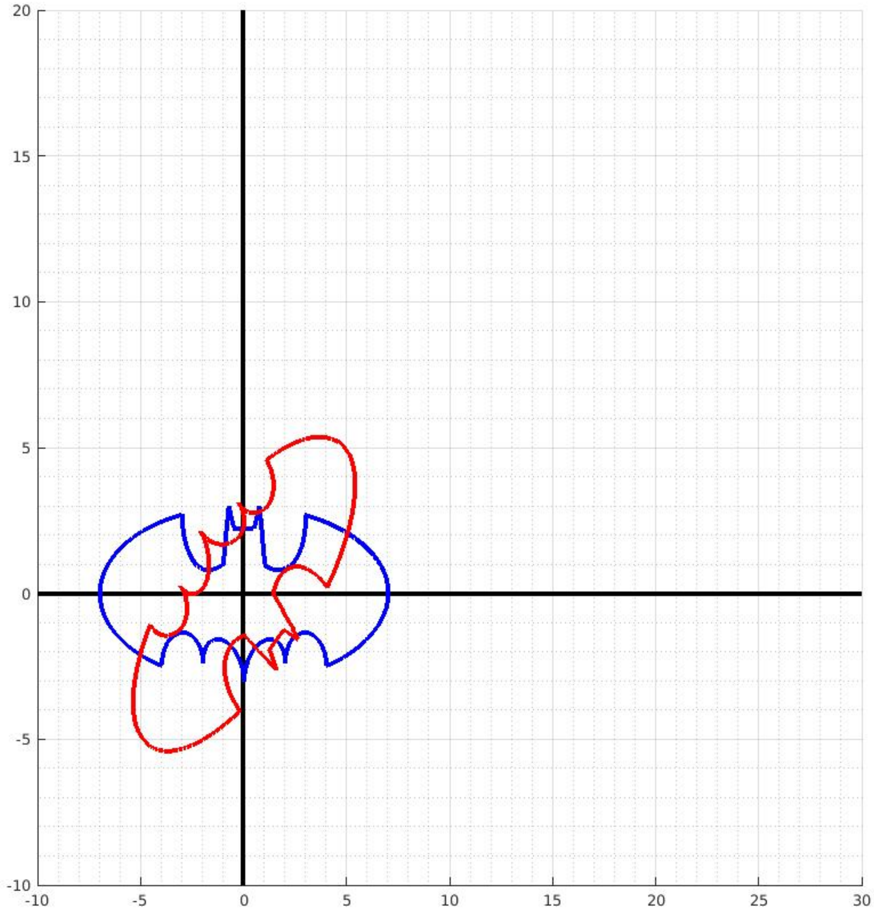
   i. **Una rotación de $\theta = \frac{\pi}{4}$ radianes en sentido horario, seguido de una reflexión sobre el eje y.**

$$\begin{bmatrix} \cos(-\frac{\pi}{4}) & -\sin(-\frac{\pi}{4}) \\ \sin(-\frac{\pi}{4}) & \cos(-\frac{\pi}{4}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ii. **Una rotación de $\theta = \frac{\pi}{4}$ radianes en sentido antihorario, seguido de una reflexión sobre la recta $y = x$.**

$$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{4}) & -\sin(\frac{\pi}{4}) \\ \sin(\frac{\pi}{4}) & \cos(\frac{\pi}{4}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

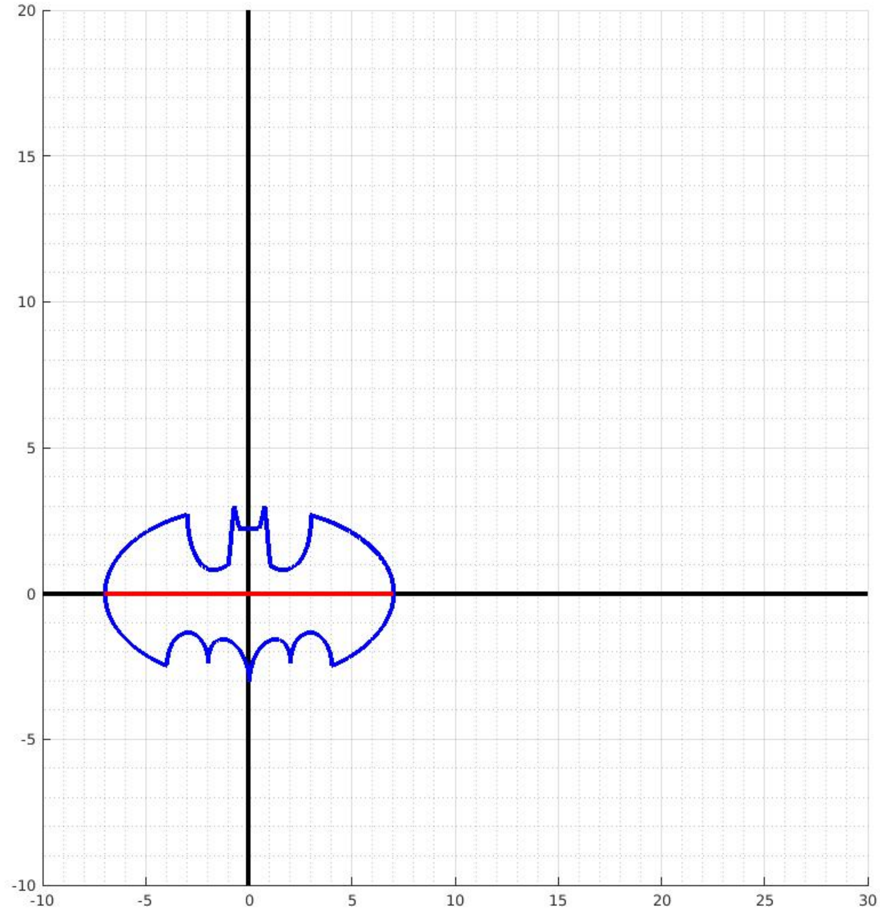


iii. **Una expansión en el eje x en un factor de 2 unidades, seguido de un corte en el eje y con $k = \frac{1}{3}$ y una reflexión sobre el origen.**

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

iv. **Un corte sobre el eje x con $k = -2$ seguido de una proyección sobre el eje x y una reflexión sobre el eje x.**

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$



2. **De manera análoga a lo que se hizo para un $\mathbb{R}^2$, defina matrices de transformación de $\mathbb{R}^3$ para los siguientes casos:**

   i. **Una rotación sólo en el eje x de α radianes en sentido antihorario. (*Sugerencia*: considere que el eje x está fijo y las componentes que cmabian son y y z).**

$$T(e_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T(e_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T(e_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Como no cambiamos el eje x ponemos no cambiamos $T(e_1)$ ni tampoco la primera linea de cada uno. Pero sí rotamos los de acuerdo a los otros ejes como si fuera $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

ii. **Una expansión sobre el eje z de c_z unidades.**

Realizando algo parecido al ejercicio anterior, x y y no cambian. El único que se ve afectado es z:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c_z \end{bmatrix}$$

iii. **Una proyección sobre el plano xz**

Es muy parecido al ejercicio anterior…

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. **Use identidades trigonométricas para describir qué sucede geométricamente con los vectores de $\mathbb{R}^2$ cuando se multiplican por la matriz.**

$$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) & -2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ 2\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & -\sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & \cos(2\theta) \end{bmatrix}$$

Resulta que se hace una rotación de dos veces el ángulo θ.