Actividad 8

Pedro Luis González Roa A01651517

1. **Considere la sucesión de Lucas (*Lucas sequence*), definida por:**

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$$

$$L_0 = 2, L_1 = 1$$

Determine:

i. **Los primeros 5 términos de la sucesión.**

$$L_1 = 1$$

$$L_2 = 1$$

$$L_3 = 2$$

$$L_4 = 3$$

$$L_5 = 5$$

ii. **La matriz que representa la recursión.**

$$\begin{bmatrix} f_n \\ f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{n-1} \\ f_{n-2} \end{bmatrix}$$

iii. **Los eigenvalores de la matriz del inciso anterior.**

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{-\sqrt{5}+1}{2}$$

iv. **La solución de la relación de recurrencia.**

$$n = 0 : f_0 = 2 = c_1(1) + c_2(1)$$

$$n = 1 : f_1 = 1 = c_1(\frac{\sqrt{5}+1}{2}) + c_2(\frac{-\sqrt{5}+1}{2})$$

$$c_1 = 1, c_2 = 1$$

$$f_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

2. **Considere la sucesión de números de Pell, definida por:**

$$x_n = 2x_{n-1} + x_{n-2}$$

$$x_0 = 0, x_1 = 1$$

Determine

i. **Los primeros 5 términos de la sucesión.**

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 5$$

$$x_4 = 12$$

$$x_5 = 29$$

ii. **La matriz que representa la recursión.**

$$\begin{bmatrix} f_n \\ f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{n-1} \\ f_{n-2} \end{bmatrix}$$

iii. **Los eigenvalores de la matriz del inciso anterior.**

$$\lambda_1 = -\sqrt{2} + 1$$

$$\lambda_2 = \sqrt{2} + 1$$

iv. **La solución de la relación de recurrencia.**

$$n = 0 : f_0 = 0 = c1(2) + c2(1)$$

$$n = 1 : f_0 = 1 = c1(2(-\sqrt{2} + 1)) + c2(\sqrt{2} + 1)$$

$$c_1 = -\frac{1}{2.82842}, c_2 = \frac{1}{2.82842}$$

$$fn = \frac{\left(\sqrt{2} + 1\right)^n}{2.82842} - \frac{\left(-\sqrt{2} + 1\right)^n}{2.82842}$$