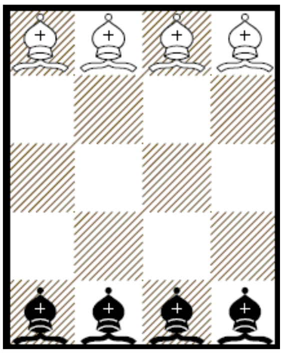
Hegedűs Péter
GYM4AL, PTI, 3. évfolyam

4. Futócsere

2017

1 Feladat

Adott egy 5×4-es sakktábla, melynek alsó sorában sötét futók, felső sorában világos futók állnak úgy, ahogy az ábrán látható.



Írj olyan programot, amely szabályos sakklépésekkel felcseréli a világos futókat a sötétekkel úgy, hogy a lépések során egyetlen futó sem léphet ellentétes színű futó(k) által támadott mezőre!

A probléma világa: a sakktábla a futókkal, $p = \langle A, kezdő, C, O \rangle$
A világ leírása: mely futó, melyik pozíción van

$$s \rightleftharpoons Sötét\ futó, v \rightleftharpoons Világos\ futó$$

$$S = \{1,2,3,4,5\} \qquad O = \{1,2,3,4\}$$

bábú	$1.v$	$2.v$	…	$4.s$
pozíció	l_1	l_b	…	l_8

ahol $\boldsymbol{l_i} \in \boldsymbol{S} \times \boldsymbol{O}$ minden $1 \leq i \leq 8$ esetén.

Tehát $H_i = H = S \times O$ minden $1 \leq i \leq 8$ esetén.

A probléma világának egy-egy állapotát egy-egy olyan

$$l \rightleftharpoons \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \\ l_5 & l_6 & l_7 & l_8 \end{pmatrix}$$

érték 8-as (2×4-es mátrix) határozza meg, melyben az értékek H-beli elemek, és $l \in H^8$.

2 Állapottér

- $világos(i) \rightleftharpoons 1 \leq i \leq 4$
- $üti\big((a_s, a_o), (b_s, b_o)\big) \rightleftharpoons abs(a_s - b_s) = abs(a_o - b_o)$
- $ütik(l, i) \rightleftharpoons$
  $\exists k \Big(\big(világos(i) \wedge \neg világos(k) \supset üti(l_i, l_k)\big) \vee \big(\neg világos(i) \wedge világos(k) \supset üti(l_i, l_k)\big)\Big)$,
  $1 \leq k \leq 8, l_i, l_k \in l$
- $(a_s, a_o) \neq (b_s, b_o) \rightleftharpoons a_s \neq b_s \vee a_o \neq b_o$
- $(a_s, a_o) = (b_s, b_o) \rightleftharpoons a_s = b_s \wedge a_o = b_o$

$$kényszerfeltétel(l) \rightleftharpoons \forall i \forall j (\neg ütik(l, i) \wedge i \neq j \supset l_i \neq l_j \wedge\ l_i, l_j \in l)$$

Az elemek H-ból a következőképpen fordulhatnak elő:

$$A = \{\ l \mid l \in H^8 \wedge kényszerfeltétel(l)\ \}$$

3 Kezdőállapot és Célállapot

$$l_{i,1} \rightleftharpoons l_i = (s,o) \supset l_{i,1} = s$$

$$l_{i,2} \rightleftharpoons l_i = (s,o) \supset l_{i,2} = o$$

Ekkor

$$kezdő = \begin{pmatrix} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) \end{pmatrix}$$

$$C = \left\{ l \mid \forall i \left(\left(\left(világos(i) \supset l_{i,1} = 5 \right) \vee \left(\neg világos(i) \supset l_{i,1} = 1 \right) \right) \wedge l_i \in l \right), 1 \leq i \leq 8, l_i \in l \right\}$$

4 Operátorok

Egy futó egyik pozícióról a másikra lép, így egy általános operátorral leírhatók az állapotváltozások.

$$o_{i,s,o}(l) \rightleftharpoons Az\ i.futó\ az\ (s,o)\ pozícióra\ lép$$

- $szabad(l,(s,o),i) \rightleftharpoons \forall k(i \neq k \supset (s,o) \neq l_k),$
  $1 \leq k \leq 8, l_k \in l$
- $létezik\big((s,o)\big) \rightleftharpoons (s,o) \in H$
- $ütik(l,(s,o),i) \rightleftharpoons$
  $$\exists k \left(\left(világos(i) \wedge \neg világos(k) \supset üti\big((s,o), l_k\big) \right) \vee \left(\neg világos(i) \wedge világos(k) \supset üti\big((s,o), l_k\big) \right) \right),$$
  $1 \leq k \leq 8, l_k \in l$
- $ugrik(l,(s,o),i) \rightleftharpoons \exists j \exists k \left(j < abs\big(s - l_{i,1}\big) \supset (\neg szabad(l,(s + j * v, o + j * w), i) \right),$
  $1 \leq j \leq 3, l_i \in l,$

  $$v \rightleftharpoons \begin{cases} -1 & ,ha\ s - l_{i,1} < 0 \\ 1 & ,egyébként \end{cases}$$

  $$w \rightleftharpoons \begin{cases} -1 & ,ha\ o - l_{i,2} < 0 \\ 1 & ,egyébként \end{cases}$$
-

Az $o_{i,s,o}: l \longmapsto l'$ operátort akkor alkalmazhatjuk, ha

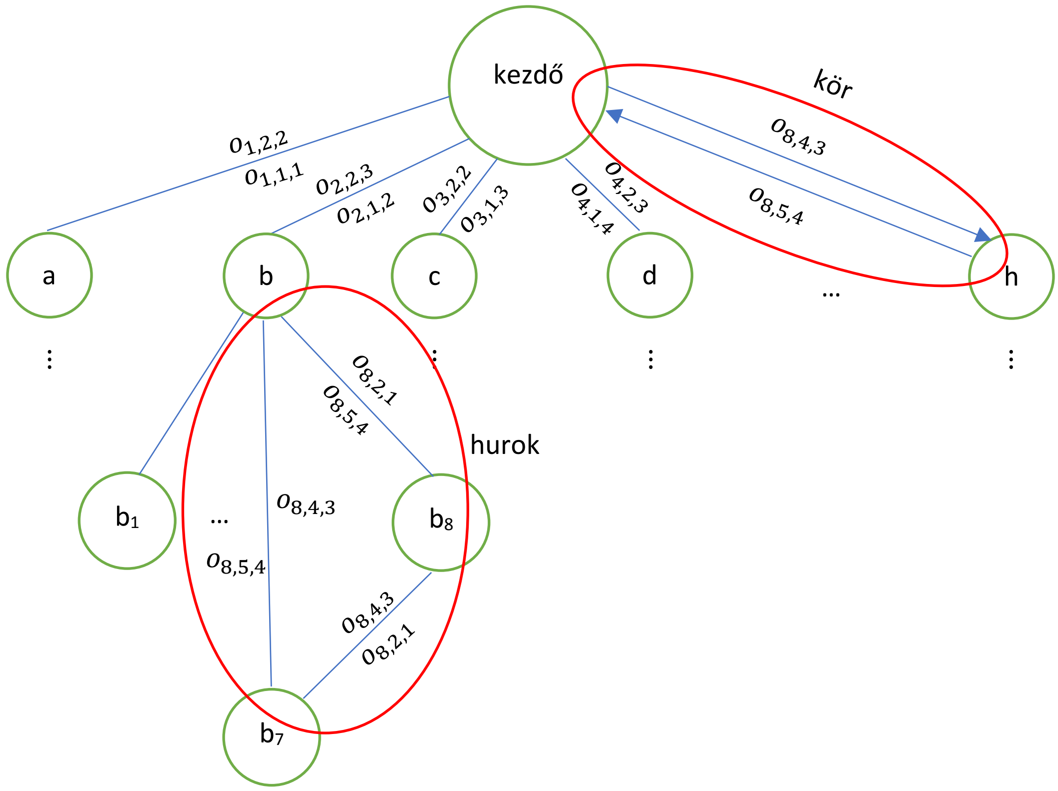
$$(s,o) \neq l_i \wedge szabad(l,(s,o),i) \wedge létezik\big((s,o)\big) \wedge \neg ütik(l,(s,o),i) \wedge \neg ugrik(l,(s,o),i) \wedge o_{i,s,o}(l) \in A$$

Az alkalmazás eredménye:

$$l'_j \rightleftharpoons \begin{cases} (s,o) & ,ha\ j = i \\ l_j & ,egyébként \end{cases}$$

$$1 \leq j \leq 8$$

5 Állapottér gráf



Az állapottér gráf nem fa szerkezetű, mivel köröket és hurkokat is tartalmaz.

Belátható, hogy levél elemei nincsenek, mivel egy élen mindkét irányba vezet út.