Praktiskais darbs - Eirovīzija

Pēteris Račinskis pr20015

04/01/22

Piebilde: praktiskā darba nosacījumos nav norādīts sagaidāmais atskaites apjoms. Kursa aprakstā tas tiek saukts par kursa darbu, kas liecina, ka tiek gaidīts aptuveni 15-30lpp. garš dokuments ar atbilstošu ieguldītā darba un informācijas apjomu. Atvainojos, ja iesūtītā atskaite ir ievērojami plānāka, nekā tiek gaidīts - taču kaut kāds darbs ir padarīts, vairākas dienas laika ir iztērētas, sesijas grafiks liek virzīties tālāk pie citiem uzdevumiem, un, ja pastāv kaut neliela iespēja uzlabot gala vērtējumu, uzskatu, ka ir vērts iesūtīt pat potenciāli nepietiekamu rezultātu.

1. Ievads

1.1. Uzdevums

Datizraces uzdevumi var būt dažādi. Viens no veidiem, kā tie var radikāli atšķirties pēc būtības, ir pirms pētījuma sākšanas pastāvošā skaidrība par rezultāta formu. Ja kādreiz sākam ar datu kopu, par ko nekas nav zināms, un mēģinām gūt vispārīgus priekštatus par starp tās elementiem pastāvošajām sakarībām, citreiz jau no paša sākuma ir laba izpratne par to, ko vēlamies sasniegt, kādi ir datu kopu veidojošie mehānismi un kādus skaitļus varētu redzēt iegūto aprakstošo modeļu parametros. Šis uzdevums visai pārliecinoši pieder otrajai kategorijai. Prasīts atbildēt uz ļoti specifisku jautājumu. Tāpēc tā vietā, lai sāktu ar ļoti vispārīgu datizraces metožu lietojumu, varam pielāgot vai izstrādāt darba rīkus tieši viena jautājuma atbildēšanai. Turklāt jautājums uzdots par datu kopas ģenerējošo procesu - eirovīzijas dziesmu konkursu - nevis par kādu konkrētu, specifiskā veidā strukturētu korpusu, kas ļauj patstāvīgi izvēlēties maksimāli piemērotu informācijas avotu, ierobežot definīcijas apgabalu pēc saviem ieskatiem, u.t.t.

Intuitīvi uzreiz rodas priekštats, kas domāts ar terminiem "kaimiņu būšana" un "objektīvāks novērtējums". Taču ar to nepietiek, lai iegūtu kaut kādu šo fenomenu skaitlisku izteiksmi. Nepieciešams definēt "objektīvu novērtējumu" un attiecīgi - novirzes no tāda. Viens veids, kā to darīt, varētu būt ieviest latentu dziesmu "popularitātes" mēru. Tādu var modelēt, iztēlojoties "demokrātisku" visu skatītāju balsošanu par, viņuprāt, labāko konkursa kārtas dalībnieku dziesmu:

$$i \in \{1, 2, ..., K\} = [K] \tag{1}$$

$$N_i - \text{balsis par dziesmu}; N - \text{balsis kopā} \tag{2}$$

$$q_i = \frac{N_i}{N}; \sum_{i \in [K]} q_i = 1 \tag{3}$$

$$s_i \in [10] \cup 0 - \text{punktu skaits (score)}; s_i \sim P(s_i = x \mid q_i, K) \tag{4}$$

$$q_i \leq q_j \Rightarrow s_i \leq s_j \tag{5}$$

$$s_i, s_j \neq 0 \Rightarrow s_i \neq s_j \tag{6}$$

kur $P(x \mid q_i, K)$ ir sadalījums, kas apraksta katra iespējamā diskrētā novērtējuma (punktu skaita) varbūtību, pieņemot, ka dziesmas "demokrātiskā" balsojuma varbūtība ir q_i. Šķiet, ka šis sadalījums varētu kaut kādas formas binomiālais, (vai arī kaut kas krietni sarežģītāks), taču tā precīzā analītiskā forma nav svarīga tālākiem aprēķiniem. Svarīgi piebilst, ka eirovīzijas vērtējumu sistēmā parasti punkti pieder kopai $[8] \cup \{0, 10, 12\}$, un šīm skaitliskām vērtībām ir nozīme, rēķinot gala rezultātu (punkti tiek skaitīti kopā), taču

katras dalībvalsts vērtējuma piešķiršanas procesā šiem skaitļiem ir tikai ordināla nozīme, t.i., $10 < 12$; $\forall i \in [8] : i < 10$. Tāpēc var pieņemt, ka $s_i \in [10]$ un vajadzības gadījumā izmantot pārveidojumu $\hat{s}_i = f(s_i); f(9) = 10; f(10) = 12; f(x \neq 9, 10) = x$.

Tad sagaidāmo punktu skaitu, ja balsojums notiek tikai vienreiz un sakrīt ar "objektīvo" novērtējumu (vienā valstī, visās kopā), var izteikt kā:

$$E[s_i^1] = \sum_{s \in [10]} P(s \mid q_i, K) * s \tag{7}$$

bet, ja balsojums tiek atkārots vairākas reizes un tiek skaitīta to svērto variantu summa (K' ir balsojošo dalībvalstu skaits, kas daudzreiz ir tāds pats, kā uzstājošos dalībvalstu skaits, bet ne vienmēr, jo nesenākos konkursos ieviesta pusfinālu sistēma un visas valstis var balsot finālā):

$$E[\hat{s}_i^{K'}] = \sum_{j \in [K']} \sum_{s \in [10]} P(s \mid q_i, K) * f(s) \tag{8}$$

Ja interesē nevis dziesmas rezultāts konkursa uzvarētāja noteikšanai, bet tās vidējā ordinālā pozīcija katras balsotājvalsts vērtējumā, pārveidojumu $f(x)$ var (varētu pat teikt, ka nepieciešams) atmest:

$$E[s_i^{K'}] = \sum_{j \in [K']} \sum_{s \in [10]} P(s \mid q_i, K) * s = K' * E[s_i^1] \tag{9}$$

Kā redzams, rezultāts nav atkarīgs no katras dalībvalsts un ir "objektīvs". Ieviest nobīdes nacionālajos balsojumos varētu ar svariem:

$$E[s_i^{K'}] = \sum_{j \in [K']} E[s_i^1] * w_{ji}, \sum_{i \in [K]} w_{ji} = 1 \Rightarrow E[s_i^{K'}] = E[s_i^1] \tag{10}$$

un tad "neobjektivitāti" varētu potenciāli labot, lai atjaunotu sagaidāmo vērtību, reizinot svarus ar korekcijas koeficientiem, kas iegūti, dalot svarus ar vienmērīgam sadalījumam (pār vērtējamām dalībvalstīm, nevis balsojošajām) atbilstošajiem:

$$c_{ji} = \frac{w_K^0}{w_{ji}} = \frac{\frac{1}{K}}{w_{ji}} = \frac{1}{K * w_{ji}} \tag{11}$$

un visu kopā apkopot korekciju matricā:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{K'1} & \dots & c_{K'K} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Lai šo korekciju matricu pielietotu rezultātu labošanai, punktu matricu (bez $f(s)$ pārveidojuma) pa elementiem reizina ar korekciju matricu:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K'1 & \dots & s_{K'K} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$S' = C \circ S \tag{14}$$

Kas tad īsti ir iegūts, un kā no tā aprēķināt konkursa rezultātu? Jāatceras, ka s_i ir punktu skaits, kas iegūts, pēc slēptā mainīgā q_i kārtojot konkursa dalībniekus un piešķirot punktus 10 labākajiem. Ir izdarīts pieņēmums, ka katra valsts vispirms ieguvusi

šos punktu skaitus no vienādiem varbūtību sadalījumiem, tad pareizinājusi ar svariem. Koriģējot, atgriezta pēdējā darbība, un iegūti punktu skaiti, kādi tie būtu pirms šīs fiktīvās svēršanas operācijas, pēc fiktīvas demokrātiskas balsošans un punktu piešķiršanas.

Protams, ka realitātē process ir citāds: svari netiek pielietoti punktiem, tā vietā jau punktu skaitu sadalījums ir kropļots - precīzākus rezultātus varētu iegūt, rēķinot korekcijas saņemto balsu skaitiem, ja tie būtu zināmi (un nebūtu žūrijas komponentes, kas visu šo "demokrātijas" modeli padara par vienkārši nederīgu). Turklāt visas vērtības, kas nav bijušas augstākajā desmitniekā no datu kopas vienkārši ir izgrieztas (vienādas ar 0). Tāpēc jau uzreiz var pateikt, ka no matemātiska viedokļa, ar šādu matricu nav iespējams atjaunot slēpto q_i sadalījumu. Taču no statistikas kursa pagājušajā semestrī zināms, ka t.s. "rangu" metodes, kas strādā ar kārtas skaitļiem, nevis skaitliskām vērtībām tiešā veidā, parasti uzvedas vismaz virpsusēji līdzīgi nepārtrauktajām, un bieži vien ir algoritmiski vienkāršākas (pat ja kaut ko par tām pierādīt mēdz būt grūtāk), tāpēc var pastāvēt zināma cerība, ka pat matemātiski nekorektas un nepilnīgas, no nepilnīgiem datu korpusiem iegūtas korekcijas, varētu darboties vismaz pareizajā virzienā.

Attiecīgi tiek izvirzīts sekojošs korekcijas modelis: tā kā iegūtas ir "atjaunotās" rangu sagaidāmās vērtības, tās drīkst vienkārši pārkārtot - piešķirt kārtas skaitļus no mazākās uz lielāko - un izdarīt korekciju $f(s)$, lai svērtu kārtas skaitļus summās starp balsojošajām valstīm.

$$S'' = S' \text{ rangos 1-10 (pārējie = 0), pa kolonnām} \tag{15}$$

$$\hat{S}'' = f(S'') \tag{16}$$

$$\hat{s}_i = \sum_{j \in [K']} \hat{s}_{ij} \tag{17}$$

Jāmin, ka šādi nav iespējams atšķirt "kaimiņu būšanu" - ko varbūt gribētos raksturot kā tīri etniskas tuvības vai ģeopolitisku interešu sakritības motivētu nobīdi balosjumu rezultātos. No citiem faktoriem, kas arī atšķiras valstu starpā - kulturālas noslieces, demogrāfiskie sadalījumi, konkursa popularitāte, u.t.t. - radušās nobīdes skaitliski izskatītos precīzi tāpat.

1.2. Datu kopas

Kā jau minēts iepriekš, uzdevums ir par fenomenu, nevis tā radītu konkrētu datu kopu. Tāpēc iespējams ne tikai brīvi pēc saviem ieskatiem pārveidot vienu datu kopu, bet apzināti meklēt un izvēlēties jau maksimāli atbilstoši noformētu. Nav arī dots stingrs uzstādījums, ka obligāti jāstrādā ar visu konkursa vēsturi. Laika gaitā ir notikušas daudzas noteikumu un organizatoriskas izmaiņas, kas var apgrūtināt dažādu periodu rezultātu salīdzināšanu.

Par datu kopu izvēlēta *Eurovision Song Contest Dataset* (pieejama *GitHub* repozitorijā), kur jau atrodams korpuss *votes.csv*. Tajā katrā rindā dots notikuma gads, atbilstošā konkursa stadija (fināls; pusfināls; pirmais vai otrais pusfināls gados, kad ir divi), vērtējošā valsts un punktus saņemošā valsts.

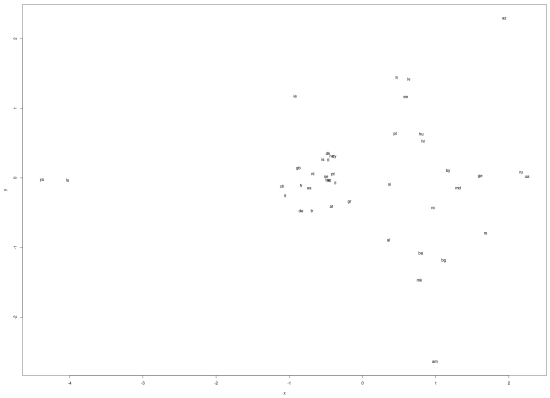
2. Metodes

Ciklu matrica nesniedz nekādu informāciju par virsotņu secību ciklā. Abiem 2. attēlā redzamajiem grafiem ir tā pati ciklu matrica

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

, bet grafi ir dažādi, jo $E[G_1] \triangle E[G_2] = \{\{1,4\},\{1,3\},\{2,3\},\{2,4\}\}$, lai arī izomorfi. Šī īpašība ļauj arī grafiem, kas pieder dažādām izomorfismu klasēm, būt vienādām ciklu matricām. 3. attēlā starp grafiem izomorfisms nepastāv, jo tikai vienam no tiem $\exists e = \{u,v\} \in E[G] : \deg(u) = \deg(v) = 4$, kaut gan abos gadījumos ciklu matrica ir

3. Rezultāti



Att. 1: Koka atjaunošana pēc Prūfera koda.

Izmantojot formulu ciklomātiskā skaitļa aprēķinam

$$r(G) = m - n + k \tag{18}$$

var pierādīt dažādu modifikāciju izraisītās izmaiņas.

3.1. Virsotnes pievienošana uz malas

Formāli doto modifikāciju $f(V[G], E[G], e) = (V', E') = G'$ var izteikt kā

$$e = \{u, v\} \in E[G] \tag{19}$$

$$f(V, E, e) = (V \cup w, (E \setminus \{u, v\}) \cup \{\{u, w\}, \{w, v\}\}) \tag{20}$$

no kā izriet, ka

$$|V'| = |V| + 1 = n + 1 \tag{21}$$

$$|E'| = |E| - 1 + 2 = m + 1 \tag{22}$$

$$u, v \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u, w, v \in K'_i \tag{23}$$

tātad

$$r(G') = (m + 1) - (n + 1) + k = m - n + k = r(G) \tag{24}$$

3.2. Virsotnes ar pakāpi = 2 aizstāšana ar šķautni

Turpinot pēc analoģijas

3.3. Virsotnes ar pakāpi = 1 izgriešana

Paša definētā modifikācija - visvienkāršākā. Nogriež lapu.

4. Secinājumi

$$w \in V[G] : \deg(v) = 1 \rightarrow \{u, w\} \in E[G] \tag{25}$$

$$f(V, E, v) = (V \setminus w, E \setminus \{u, w\}) \tag{26}$$

$$|V'| = |V| - 1 = n - 1 \tag{27}$$

$$|E'| = |E| - 1 = m - 1 \tag{28}$$

$$u, w \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u \in K_i' \tag{29}$$

tātad

$$r(G') = (m - 1) - (n - 1) + k = m - n + k = r(G) \tag{30}$$

$$w \in V[G] : \deg(v) = 2 \rightarrow \{u, w\}, \{w, v\} \in E[G] \tag{31}$$

$$f(V, E, w) = (V \setminus w, (E \setminus \{\{u, w\}, \{w, v\}\}) \cup \{u, v\}) \tag{32}$$

$$|V'| = |V| - 1 = n - 1 \tag{33}$$

$$|E'| = |E| - 2 + 1 = m - 1 \tag{34}$$

$$u, w, v \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u, v \in K_i' \tag{35}$$

tātad

$$r(G') = (m - 1) - (n - 1) + k = m - n + k = r(G) \tag{36}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$