4. mājas darbs

Pēteris Račinskis pr20015

05/12/21

1. Uzdevums

Dots koka G Prūfera kods $P = (1, 1, 3, 3, 1, 1, 8, 5, 7)$. Atjaunoto koku $G' = (V', E')$ var iegūt, paplašinot kodu ar maksimālo elementu

$$V'_0 = \{P_{n-1}\} = \{\max(V[G])\}; E'_0 = \emptyset \tag{1}$$

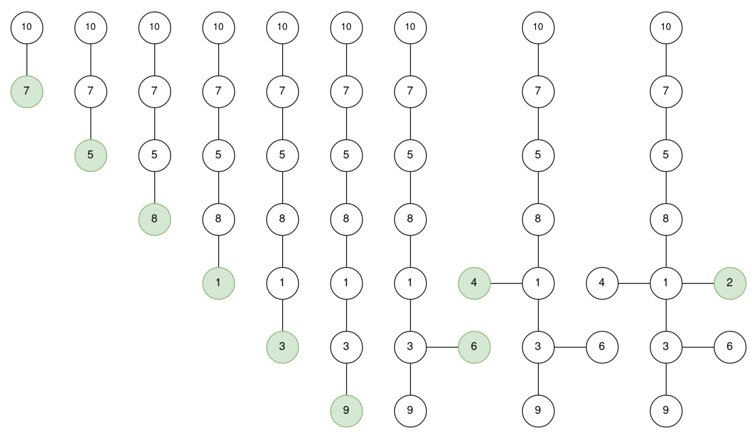
un ar $i = \{1, ..., n-2\}$ izpildot soļus

$$v_i = \begin{cases} P_{n-i-1}, \text{ ja } P_{n-i-1} \notin V'_{i-1} \\ \max(V[G] \setminus V_{i-1}) \end{cases} \tag{2}$$

$$V'_i = V'_{i-1} \cup v_i \tag{3}$$

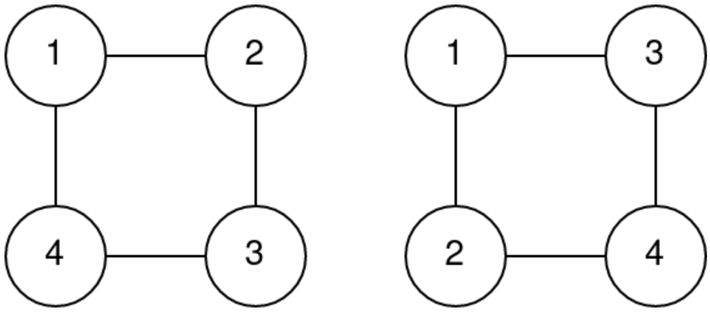
$$E'_i = E'_{i-1} \cup \{v_i, P_{n-i}\} \tag{4}$$

Process attēlots grafiski:



Att. 1: Koka atjaunošana pēc Prūfera koda.

2. Uzdevums



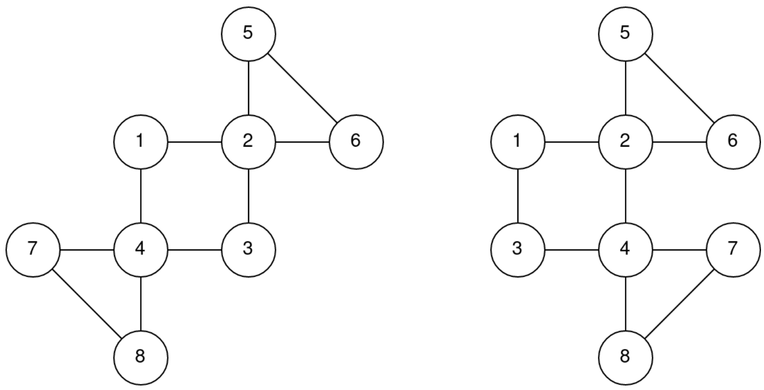
Att. 2: Izomorfi grafi ar dažādu virsotņu secību ciklā.

Ciklu matrica nesniedz nekādu informāciju par virsotņu secību ciklā. Abiem 2. attēlā redzamajiem grafiem ir tā pati ciklu matrica

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

, bet grafi ir dažādi, jo $E[G_1] \triangle E[G_2] = \{\{1,4\},\{1,3\},\{2,3\},\{2,4\}\}$, lai arī izomorfi. Šī īpašība ļauj arī grafiem, kas pieder dažādām izomorfismu klasēm, būt vienādām ciklu matricām. 3. attēlā starp grafiem izomorfisms nepastāv, jo tikai vienam no tiem $\exists e = \{u, v\} \in E[G] : \deg(u) = \deg(v) = 4$, kaut gan abos gadījumos ciklu matrica ir

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Att. 3: Ne-izomorfi grafi ar dažādu virsotņu secību ciklā.

3. Uzdevums

Izmantojot formulu ciklomātiskā skaitļa aprēķinam

$$r(G) = m - n + k \tag{5}$$

var pierādīt dažādu modifikāciju izraisītās izmaiņas.

3.1. Virsotnes pievienošana uz malas

Formāli doto modifikāciju $f(V[G], E[G], e) = (V', E') = G'$ var izteikt kā

$$e = \{u, v\} \in E[G] \tag{6}$$

$$f(V, E, e) = (V \cup w, (E \setminus \{u, v\}) \cup \{\{u, w\}, \{w, v\}\}) \tag{7}$$

no kā izriet, ka

$$|V'| = |V| + 1 = n + 1 \tag{8}$$

$$|E'| = |E| - 1 + 2 = m + 1 \tag{9}$$

$$u, v \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u, w, v \in K_i' \tag{10}$$

tātad

$$r(G') = (m + 1) - (n + 1) + k = m - n + k = r(G) \tag{11}$$

3.2. Virsotnes ar pakāpi = 2 aizstāšana ar šķautni

Turpinot pēc analoģijas

$$w \in V[G] : \deg(v) = 2 \rightarrow \{u, w\}, \{w, v\} \in E[G] \tag{12}$$

$$f(V, E, w) = (V \setminus w, (E \setminus \{\{u, w\}, \{w, v\}\}) \cup \{u, v\}) \tag{13}$$

$$|V'| = |V| - 1 = n - 1 \tag{14}$$

$$|E'| = |E| - 2 + 1 = m - 1 \tag{15}$$

$$u, w, v \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u, v \in K_i' \tag{16}$$

tātad

$$r(G') = (m - 1) - (n - 1) + k = m - n + k = r(G) \tag{17}$$

3.3. Virsotnes ar pakāpi = 1 izgriešana

Paša definētā modifikācija - visvienkāršākā. Nogriež lapu.

$$w \in V[G] : \deg(v) = 1 \rightarrow \{u, w\} \in E[G] \tag{18}$$

$$f(V, E, v) = (V \setminus w, E \setminus \{u, w\}) \tag{19}$$

$$|V'| = |V| - 1 = n - 1 \tag{20}$$

$$|E'| = |E| - 1 = m - 1 \tag{21}$$

$$u, w \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u \in K_i' \tag{22}$$

tātad

$$r(G') = (m - 1) - (n - 1) + k = m - n + k = r(G) \tag{23}$$