

4. mājas darbs

Pēteris Račinskis pr20015

05/12/21

1. Uzdevums

Dots koka G Prūfera kods $P = (1, 1, 3, 3, 1, 1, 8, 5, 7)$. Atjaunoto koku $G' = (V', E')$ iegūst, paplašinot kodu ar maksimālo elementu

$$V'_0 = \{P_{n-1}\} = \{\max(V[G])\}; E'_0 = \emptyset \quad (1)$$

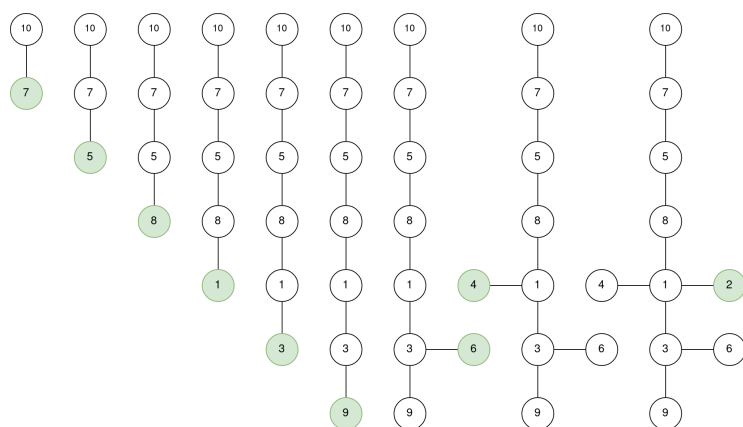
un ar $i = \{1, \dots, n-2\}$ izpildot soļus

$$v_i = \begin{cases} P_{n-i-1}, & \text{jā } P_{n-i-1} \notin V'_{i-1} \\ \max(V[G] \setminus V'_{i-1}) \end{cases} \quad (2)$$

$$V'_i = V'_{i-1} \cup v_i \quad (3)$$

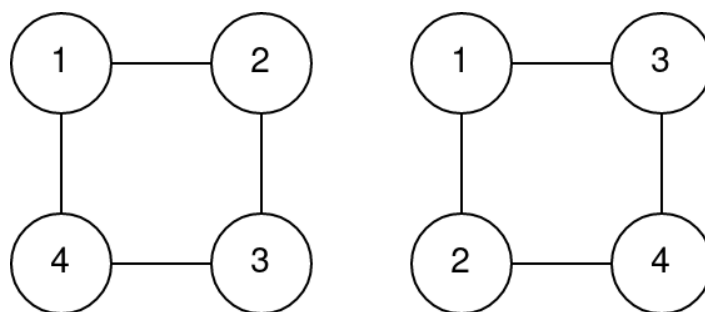
$$E'_i = E'_{i-1} \cup \{v_i, P_{n-i}\} \quad (4)$$

Process attēlots grafiski:



Att. 1: Koka atjaunošana pēc Prūfera koda.

2. Uzdevums



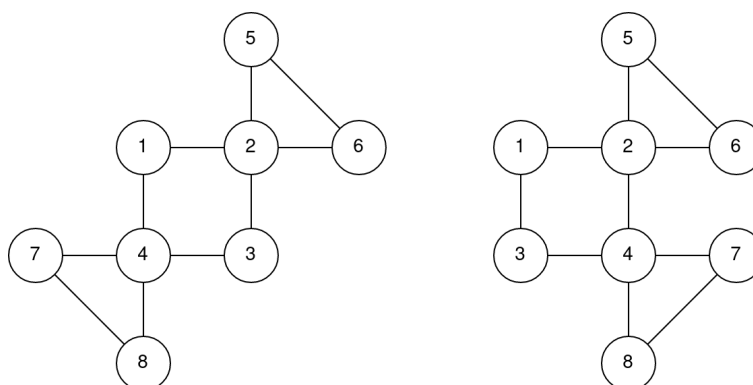
Att. 2: Grafi ar dažādu virsotņu secību ciklā.

Ciklu matrica nesniedz nekādu informāciju par virsotņu secību ciklā. Abiem 2. attēlā redzamajiem grafiem ir tā pati ciklu matrica

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

, bet grafi ir dažādi, jo $E[G_1] \triangle E[G_2] = \{\{1, 4\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}\}$, lai arī izomorfi. Šī īpašība ļauj arī grafiem, kas pieder dažādām izomorfismu klasēm, būt vienādām ciklu matricām. 3. attēlā starp grafiem izomorfisms nepastāv, jo tikai vienam no tiem $\exists e = \{u, v\} \in E[G] : \deg(u) = \deg(v) = 4$, kaut gan abos gadījumos ciklu matrica ir

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Att. 3: Grafi ar dažādu virsotņu secību ciklā.

3. Uzdevums

Izmantojot formulu ciklomātiskā skaitļa aprēķinam

$$r(G) = m - n + k \quad (5)$$

var pierādīt dažādu modifikāciju izraisītās izmaiņas.

3.1. Virsotnes pievienošana uz malas

Formāli doto modifikāciju $f(V[G], E[G], e) = (V', E') = G'$ var izteikt kā

$$e = \{u, v\} \in E[G] \quad (6)$$

$$f(V, E, e) = (V \cup w, (E \setminus \{u, v\}) \cup \{\{u, w\}, \{w, v\}\}) \quad (7)$$

no kā izriet, ka

$$|V'| = |V| + 1 = n + 1 \quad (8)$$

$$|E'| = |E| - 1 + 2 = m + 1 \quad (9)$$

$$u, v \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u, w, v \in K'_i \quad (10)$$

tātad

$$r(G') = (m + 1) - (n + 1) + k = m - n + k = r(G) \quad (11)$$

3.2. Virsotnes ar pakāpi = 2 aizstāšana ar šķautni

Turpinot pēc analogijas

$$w \in V[G] : \deg(w) = 2 \rightarrow \{u, w\}, \{w, v\} \in E[G] \quad (12)$$

$$f(V, E, w) = (V \setminus w, (E \setminus \{\{u, w\}, \{w, v\}\}) \cup \{u, v\}) \quad (13)$$

$$|V'| = |V| - 1 = n - 1 \quad (14)$$

$$|E'| = |E| - 2 + 1 = m - 1 \quad (15)$$

$$u, w, v \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u, v \in K'_i \quad (16)$$

tātad

$$r(G') = (m - 1) - (n - 1) + k = m - n + k = r(G) \quad (17)$$

3.3. Virsotnes ar pakāpi = 1 izgriešana

Paša definētā modifikācija - visvienkāršākā. Nogriež lapu.

$$w \in V[G] : \deg(v) = 1 \rightarrow \{u, w\} \in E[G] \quad (18)$$

$$f(V, E, v) = (V \setminus w, E \setminus \{u, w\}) \quad (19)$$

$$|V'| = |V| - 1 = n - 1 \quad (20)$$

$$|E'| = |E| - 1 = m - 1 \quad (21)$$

$$u, w \in K_i \text{ komponentē} \rightarrow u \in K'_i \quad (22)$$

tātad

$$r(G') = (m - 1) - (n - 1) + k = m - n + k = r(G) \quad (23)$$