MD2 Racinskis

Pēteris Račinskis pr20015

5/18/2021

2. mājas darbs Mate 6029

1. uzdevums - lineāras regresijas, modeļu novērtējumi

Datu kopas ielāde:

```
df <- read.table('CMB.dat',header=TRUE)
attach(df)</pre>
```

Datu kopa - kosmiskā mikroviļņu fona novērojumi. Svarīgie parametri šajā gadījumā ir 'ell' - multipolu moments (rupji runājot, lenķiskais ekvivalents starojuma frekvencei) un starojuma spektra nobīde 'Cl' (rupji runājot, spektra temperatūras nobīde no vidējā). Pārējās trīs kolonnas ir statistiski novērojumu trokšņa u.c. raksturotāji.

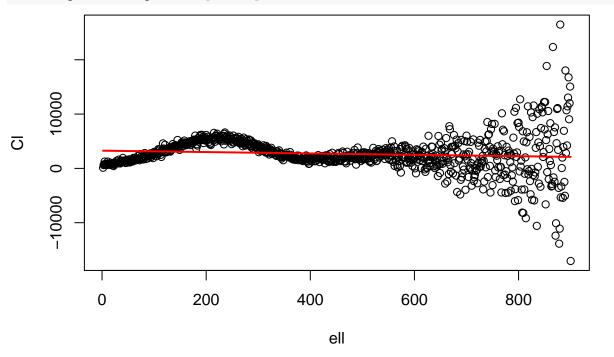
1.1. regresijas modeļu ģenerēšana

Vispārināma lineārās regresijas funkcija grafiku zīmēšanai, rezultātu izvadei uz konsoles un darbam ar augstākas pakāpes modeļiem:

```
general_lreg <- function(vec1,vec2,degree=1,plot=F,print=F,names=c("","")) {
  fit<-lm(vec2~poly(vec1,degree,raw=T))
  if(plot){
    plot(vec1,vec2,xlab=names[1],ylab=names[2])
    x <- seq(min(vec1),max(vec1),length.out = length(vec1))
    f <- predict(fit, newdata = data.frame(vec1 = x))
    lines(x,f,col="red",lwd=2)
}
if(print){
    print(paste("R-squared:",summary(fit)$r.squared))
}
fit
}</pre>
```

Vienkārša lineārā regresija parametriem 'ell' un 'Cl':

```
fit1 <- general_lreg(ell,Cl,plot=T,print=T,names=c("ell","Cl"))</pre>
```



[1] "R-squared: 0.00991069470200286"

Funkcija labākās atbilstības polinoma meklēšanai (apstājas, kad ANOVA tests liecina, ka jaunas brīvības pakāpes pievienošana būtisku uzlabojumu modeļa atbilstībā datiem vairs nesniedz). Virzība - pa divām pakāpēm, lai lautu modelim piekārtoties simetriskiem/asimetriskiem sadalījumiem pēc vajadzības:

```
bestfit <- function(vec1,vec2,deg=1,last_deg=1,P=0,p=0.05,max=27) {
  if((P>0.05) || (deg>max)){
    list(d=last_deg,p=P)
} else {
    f1<-general_lreg(vec1,vec2,deg)
    next_deg<-deg+2
    f2<-general_lreg(vec1,vec2,next_deg)
    P<-anova(f1,f2)$'Pr(>F)'[2]
    bestfit(vec1,vec2,next_deg,deg,P)
}
```

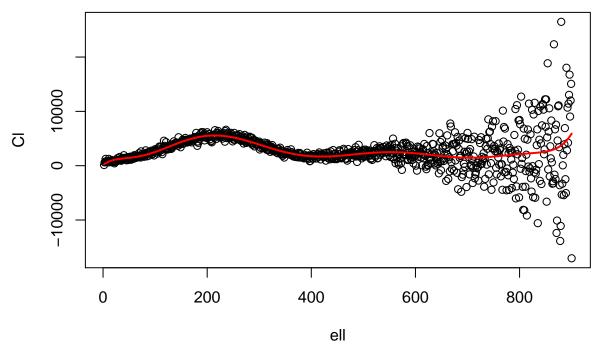
Labākais polinoms:

```
res <- bestfit(ell,Cl)
paste("stopped at x^", res$d,sep="")

## [1] "stopped at x^9"
paste("p value:",res$p)

## [1] "p value: 0.9633917284375"

fitmax<-general_lreg(ell,Cl,degree=res$d,plot=T,print=T,names=c("ell","Cl"))</pre>
```

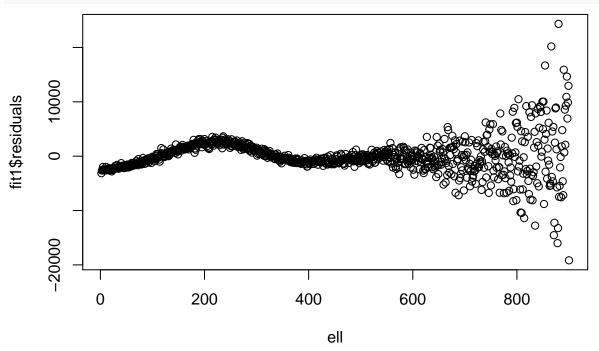


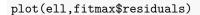
[1] "R-squared: 0.14991001889"

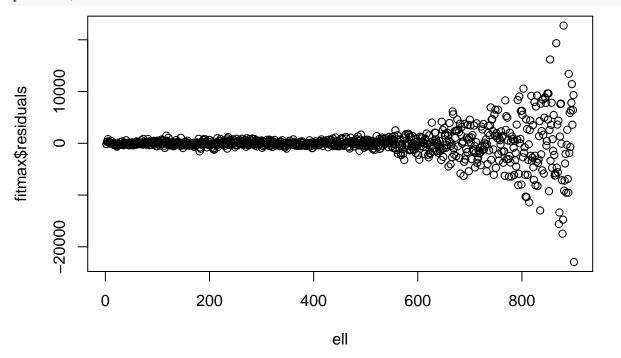
1.2. diagnostika

Atlikumu neatkarība - grafiski:

plot(ell,fit1\$residuals)







Statistisko testu bibliotēkas:

```
library(car)
library(nortest)
```

Durbin-Watson tests autokorelācijai:

```
durbinWatsonTest(fit1)
```

```
## lag Autocorrelation D-W Statistic p-value ## 1 0.05972642 1.841981 0.026 ## Alternative hypothesis: rho != 0
```

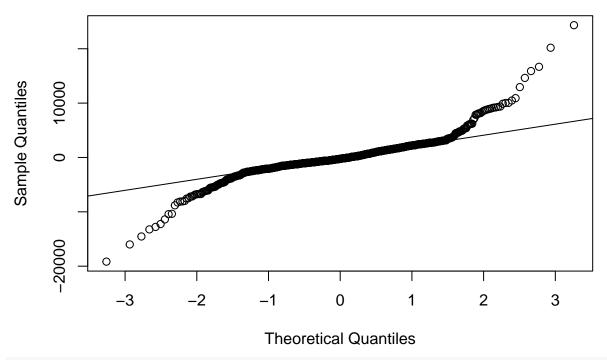
durbinWatsonTest(fitmax)

```
## lag Autocorrelation D-W Statistic p-value ## 1 -0.1044366 2.146133 0.052 ## Alternative hypothesis: rho != 0
```

Normalitātes testi - grafiski:

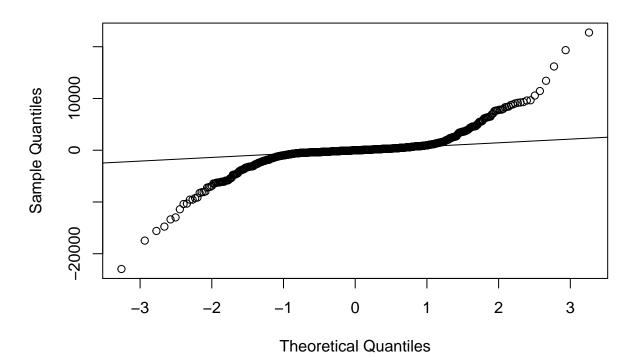
```
qqnorm(fit1$residuals)
qqline(fit1$residuals)
```

Normal Q-Q Plot



qqnorm(fitmax\$residuals)
qqline(fitmax\$residuals)

Normal Q-Q Plot



Normalitātes testi - Kolmogorova-Smirnova tests:

max degree approximation homoscedacity

```
# degree-1 approximation normality
(lillie.test(fit1$residuals)$p.value > 0.05)

## [1] FALSE
# max degree approximation normality
(lillie.test(fitmax$residuals)$p.value > 0.05)

## [1] FALSE
Dispersijas vienmērīguma testi:
# degree-1 approximation homoscedacity
(ncvTest(fit1)$p > 0.05)
```

(ncvTest(fitmax)p > 0.05)

[1] FALSE

[1] FALSE

1.3. secinājumi

Dati acīmredzami nav lineāri sakarīgi, un to apliecina arī visas formālās metrikas. Cits jautājums ir par reģionu [0:500], kur tie diezgan cieši seko līknei, ko labi varētu aprakstīt samērā nelielas pakāpes polinoms (sk. sekciju "atlikumu neatkarība - grafiski", kur šajā reģionā atlikumi 9. pakāpes regresijas līknei ir vienmērīgi sadalīti ap 0). Taču ap 'ell' = 500 ļoti strauji pieaug novērojumu dispersija, kas pilnībā izgāž jebkādus mēģinājumus aproksimēt visu datu kopu ar vienu līkni. Šī radikālā izmaiņa dispersijā nomāc arī jebkādus dziļākus ieskatus, ko pār visu datu kopu veiktie testi varētu sniegt par sadalījuma dabu.

2. uzdevums

Datu kopas ielāde:

```
df <- LifeCycleSavings
attach(df)</pre>
```

Datu kopas kolonnas:

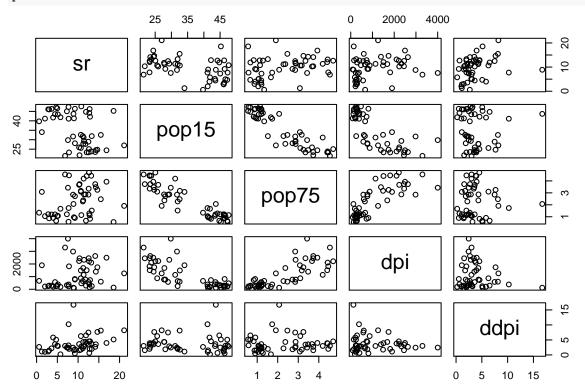
- 1. sr uzkrājumi
- 2. pop
15 % iedzīvotāju zem 15
- 3. pop
75 % iedzīvotāju virs 75
- 4. dpi ienākumi
- 5. ddpi IKP pieaugums

2.1. vispārīgu sakarību meklēšana

Izmantojot iebūvētās funkcijas cor() un pairs(), var ātri gūt vispārīgu priekštatu par datu kopā pastāvošajām sakarībām:

cor(df)

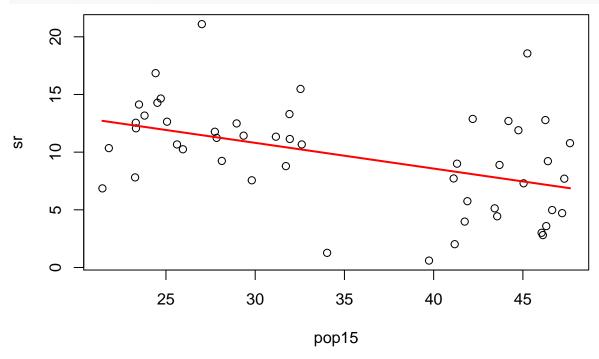
```
##
                          pop15
                                      pop75
                                                    dpi
                                                               ddpi
## sr
          1.0000000 -0.45553809
                                 0.31652112
                                             0.2203589
                                                         0.30478716
## pop15 -0.4555381
                    1.00000000 -0.90847871 -0.7561881 -0.04782569
         0.3165211 -0.90847871
                                  1.00000000
                                             0.7869995
                                                         0.02532138
## pop75
          0.2203589 -0.75618810
                                 0.78699951
                                              1.0000000 -0.12948552
## ddpi
          0.3047872 -0.04782569
                                 0.02532138 -0.1294855
                                                        1.00000000
pairs(df)
```



Kā redzams, izteiktas sakarības nav starp nevienu parametru un uzkrājumiem, taču redzama neliela negatīva korelācija starp pop15 un sr, un nelielas pozitīvas korelācijas visos citos gadījumos.

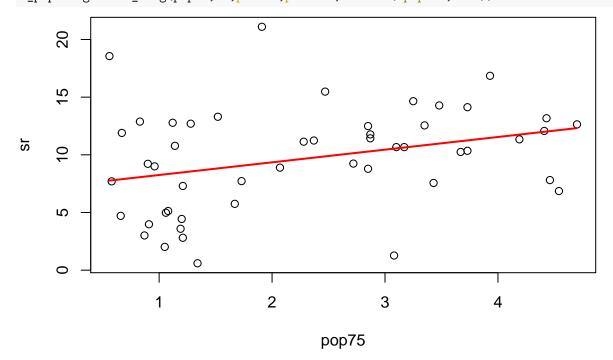
2.2. regresijas modeļu konstruēšana

f_pop15<-general_lreg(pop15,sr,plot=T,print=T,names=c("pop15","sr"))</pre>



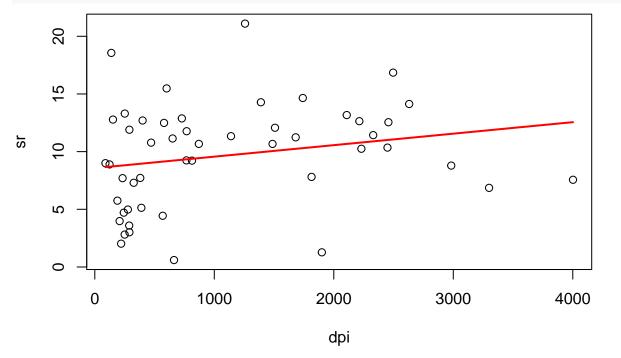
[1] "R-squared: 0.20751494822826"

f_pop75<-general_lreg(pop75,sr,plot=T,print=T,names=c("pop75","sr"))</pre>



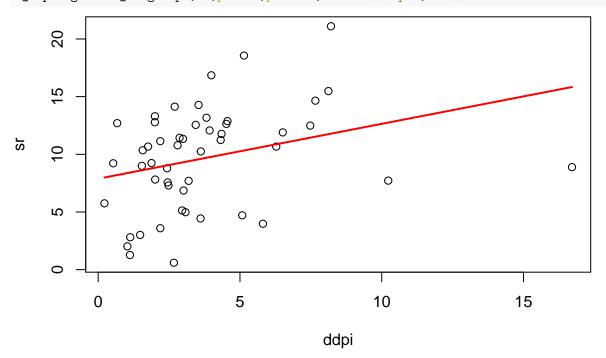
[1] "R-squared: 0.100185621919712"

f_dpi<-general_lreg(dpi,sr,plot=T,print=T,names=c("dpi","sr"))</pre>



[1] "R-squared: 0.0485580524006459"

f_ddpi<-general_lreg(ddpi,sr,plot=T,print=T,names=c("ddpi","sr"))</pre>



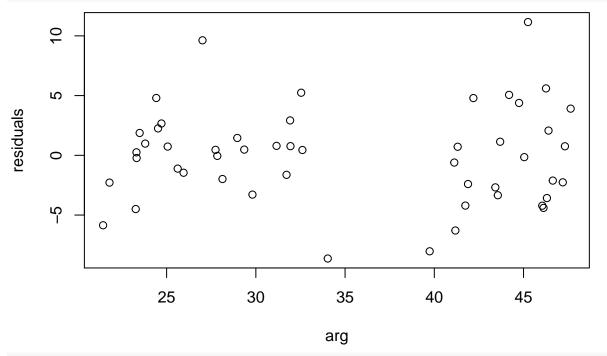
[1] "R-squared: 0.092895211669384"

Kā jau vizuāli redzams, pop
15 izskaidro lielāko frakciju ($\sim 20\%$) no sr dispersijas un ir negatīvi korelēts ar sr. Pārējie izskaidro ne vairāk kā 10%, bet ir pozitīvi korelēti.

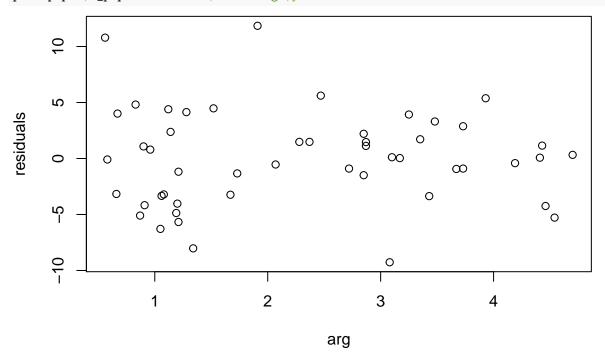
2.3. regresijas modeļu nosacījumu analīze, diagnostika

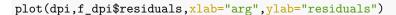
Atlikumu neatkarība (grafiski):

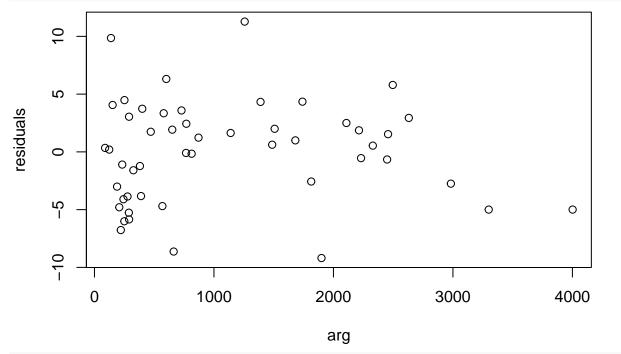
plot(pop15,f_pop15\$residuals,xlab="arg",ylab="residuals")



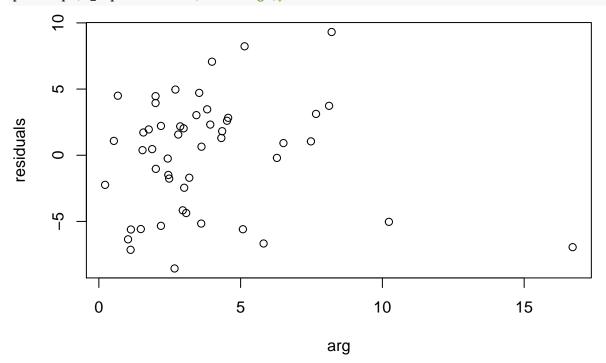
plot(pop75,f_pop75\$residuals,xlab="arg",ylab="residuals")







plot(ddpi,f_ddpi\$residuals,xlab="arg",ylab="residuals")



Izteiktas sakarības nav redzamas.

Atlikumu neatkarība (Durbin-Watson autokorelācijas tests, TRUE - pastāv autokorelācija):

(durbinWatsonTest(f_pop15)\$p < 0.05)</pre>

[1] FALSE

```
(durbinWatsonTest(f_pop75)$p < 0.05)</pre>
## [1] FALSE
(durbinWatsonTest(f_dpi)$p < 0.05)</pre>
## [1] FALSE
(durbinWatsonTest(f_ddpi)$p < 0.05)</pre>
## [1] FALSE
Atlikumu normalitāte (Kolmogorov-Smirnov tests, TRUE - normāli sadalīti):
(lillie.test(f_pop15$residuals)$p.value > 0.05)
## [1] TRUE
(lillie.test(f_pop75$residuals)$p.value > 0.05)
## [1] TRUE
(lillie.test(f_dpi$residuals)$p.value > 0.05)
## [1] TRUE
(lillie.test(f_ddpi$residuals)$p.value > 0.05)
## [1] TRUE
Dispersijas vienmērība (TRUE - dispersija nav atkarīga no argumenta)
(ncvTest(f_pop15)$p > 0.05)
## [1] TRUE
(ncvTest(f_pop75)$p > 0.05)
## [1] TRUE
(ncvTest(f_dpi)p > 0.05)
## [1] TRUE
(ncvTest(f_ddpi)p > 0.05)
## [1] TRUE
```

2.4. daudzfaktoru regresija

Šo apakšuzdevumu gandrīz palaidu garām, jo uzdevuma nosacījumos prasīts veikt "vienkāršas lineāras regresijas", ko var pārprast kā nosacījumu veikt individuālas viena faktora regresijas. Jebkurā gadījumā, šeit veikta daudzfaktoru regresija un rezulātu analīze kā mtcars piemērā lekcijās:

```
fit_multi<-lm(sr~., data=df)
summary(fit_multi)

##
## Call:
## lm(formula = sr ~ ., data = df)
##
## Residuals:
## Min 1Q Median 3Q Max</pre>
```

```
## -8.2422 -2.6857 -0.2488 2.4280 9.7509
##
## Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 28.5660865 7.3545161 3.884 0.000334 ***
            -0.4611931 0.1446422 -3.189 0.002603 **
## pop15
## pop75
              -1.6914977 1.0835989 -1.561 0.125530
              -0.0003369 0.0009311 -0.362 0.719173
## dpi
## ddpi
              0.4096949 0.1961971 2.088 0.042471 *
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 3.803 on 45 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.3385, Adjusted R-squared: 0.2797
## F-statistic: 5.756 on 4 and 45 DF, p-value: 0.0007904
VIF analīze:
vif(fit_multi)
##
     pop15
              pop75
                         dpi
                                 ddpi
## 5.937661 6.629105 2.884369 1.074309
Neviena vērtība netiek izmesta.
Iteratīvā uzlabošana pēc AIC metrikas:
fit_multi<-step(fit_multi)</pre>
## Start: AIC=138.3
## sr ~ pop15 + pop75 + dpi + ddpi
##
                          RSS
          Df Sum of Sq
                                 AIC
## - dpi
          1 1.893 652.61 136.45
## <none>
                       650.71 138.30
## - pop75 1 35.236 685.95 138.94
## - ddpi 1
                63.054 713.77 140.93
## - pop15 1
               147.012 797.72 146.49
##
## Step: AIC=136.45
## sr ~ pop15 + pop75 + ddpi
##
##
          Df Sum of Sq
                          RSS
                                 AIC
## <none>
                       652.61 136.45
                47.946 700.55 137.99
## - pop75 1
## - ddpi
                73.562 726.17 139.79
           1
               145.789 798.40 144.53
## - pop15 1
summary(fit_multi)
##
## Call:
## lm(formula = sr ~ pop15 + pop75 + ddpi, data = df)
## Residuals:
##
      Min
               1Q Median
                               3Q
## -8.2539 -2.6159 -0.3913 2.3344 9.7070
##
```

```
## Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
  (Intercept)
                 28.1247
                              7.1838
                                       3.915 0.000297 ***
                                      -3.206 0.002452 **
## pop15
                 -0.4518
                              0.1409
## pop75
                 -1.8354
                              0.9984
                                      -1.838 0.072473
                  0.4278
                                       2.277 0.027478 *
## ddpi
                              0.1879
##
                    0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Signif. codes:
##
## Residual standard error: 3.767 on 46 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.3365, Adjusted R-squared: 0.2933
## F-statistic: 7.778 on 3 and 46 DF, p-value: 0.0002646
Testi tāpat kā viena faktora regresijās:
plot(fit_multi$residuals)
                                                                               0
                                                            00
                          00
fit_multi$residuals
                                              0
      2
                                           0
                                                                              0
                   0
                                                  0
                                0
                0
                                                      0
                                                                       0
                                            0
                                                                  0
             00
                                                                 0
                                        0
                                      0
                                                       0
                                                     0
      0
                                  0
                                                                   0
                                                               0
                                                   0
                                                                        0000
                                                                                  ,
000
                                                0
                                   00
                                                         0
      -5
                                                                     0
                                                           0
                                               0
                                        0
                      0
                          10
            0
                                        20
                                                                      40
                                                       30
                                                                                     50
                                               Index
```

```
(durbinWatsonTest(fit_multi)$p < 0.05)</pre>
```

```
## [1] FALSE
```

```
(lillie.test(fit_multi$residuals)$p.value > 0.05)
```

```
## [1] TRUE
```

```
(ncvTest(fit_multi)$p > 0.05)
```

[1] TRUE

Secinājumi

Visos gadījumos lineārās regresijas modelis ir ne īpaši tuvs datiem, taču nav novērotas nozīmīgas autokorelācijas, atlikumi ir normāli sadalīti un to dispersijas ir vienmērīgas, kas neliecina par viegli atrodamām sistemātiskām nobīdēm. Daudzfaktoru regresijas modelis sniedz mērenu uzlabojumu (det.koef 20% -> 29%).

3. uzdevums - ANOVA

Datu ielasīšana

```
df <- chickwts
attach(df)
summary(df)</pre>
```

```
##
        weight
                            feed
           :108.0
##
                    casein
                              :12
##
    1st Qu.:204.5
                    horsebean:10
##
    Median :258.0
                    linseed:12
##
    Mean
           :261.3
                    meatmeal :11
    3rd Qu.:323.5
                    soybean :14
           :423.0
                    sunflower:12
##
   Max.
```

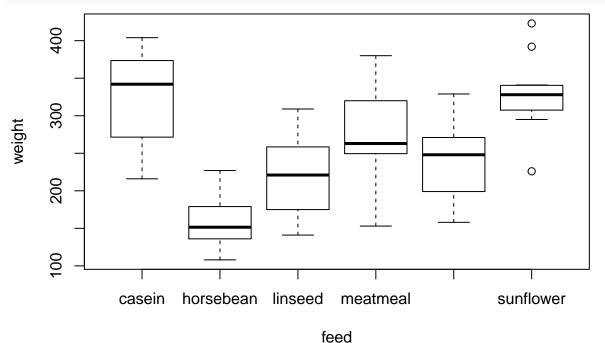
a) Kastu grafiki, aprakstošās statistikas

Bibliotēka

library(psych)

Kastu grafiki, aprakstošās statistikas:

boxplot(weight~feed)



```
describe(weight[feed=="casein"])
```

```
## vars n mean sd median trimmed mad min max range skew kurtosis se
## X1 1 12 323.58 64.43 342 326.3 63.01 216 404 188 -0.46 -1.37 18.6

describe(weight[feed=="horsebean"])
```

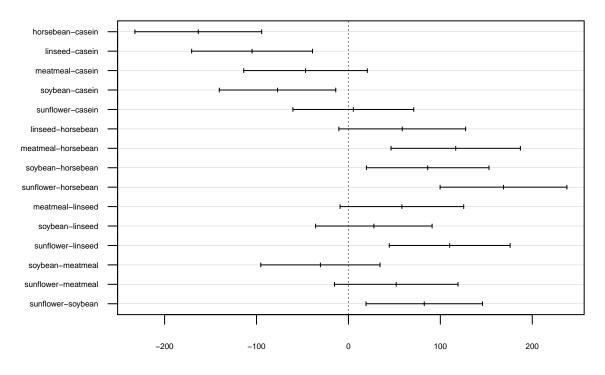
```
describe(weight[feed=="linseed"])
                                           mad min max range skew kurtosis
      vars n
               mean
                        sd median trimmed
        1 12 218.75 52.24
                                    217.5 58.56 141 309
                                                          168 0.01
## X1
                              221
                                                                      -1.33 15.08
describe(weight[feed=="meatmeal"])
##
      vars n mean
                      sd median trimmed mad min max range skew kurtosis
         1 11 276.91 64.9
                             263 279.22 77.1 153 380
                                                        227 -0.25
describe(weight[feed=="soybean"])
##
               mean
                        sd median trimmed
                                           mad min max range skew kurtosis
         1 14 246.43 54.13
                                  246.92 53.37 158 329
                                                          171 0.03
## X1
                              248
                                                                      -1.17 14.47
describe(weight[feed=="sunflower"])
##
                        sd median trimmed
                                           mad min max range skew kurtosis
               mean
      vars n
        1 12 328.92 48.84
                              328
                                    329.8 18.53 226 423
## X1
                                                          197 -0.05
                                                                        0.06 14.1
```

b) ANOVA modelis

c) Post-hoc salīdzinājums pa pāriem

```
r<-TukeyHSD(fit)
op <- par(mar= c(4,5,3,3) + 0.1, cex.axis=0.5)
plot(TukeyHSD(fit),las=1)</pre>
```

95% family-wise confidence level



Differences in mean levels of feed

par(op)

Grupas, kas varētu pārklāties:

- meatmeal-casein;
- sunflower-casein;
- linseed-horsebean;
- meatmeal-linseed;
- soybean-linseed;
- soybean-meatmeal;
- sunflower-meatmeal.

d) ANOVA pieņēmumu pārbaude

Normalitāte:

```
library(dplyr)
library(rstatix)
df %% group_by(feed) %>% shapiro_test(weight)
```

```
## # A tibble: 6 x 4
##
     feed
               variable statistic
##
     <fct>
               <chr>
                            <dbl> <dbl>
## 1 casein
               weight
                            0.917 0.259
## 2 horsebean weight
                            0.938 0.526
                            0.969 0.903
## 3 linseed
               weight
## 4 meatmeal
               weight
                            0.979 0.961
## 5 soybean
               weight
                            0.946 0.506
## 6 sunflower weight
                            0.928 0.360
```

Nevienai grupai nevar noraidīt.

Dispersijas vienmērība:

```
leveneTest(weight,feed)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)

## Df F value Pr(>F)

## group 5 0.7493 0.5896

## 65

bartlett.test(weight,feed)

##

## Bartlett test of homogeneity of variances

##

## data: weight and feed

## Bartlett's K-squared = 3.2597, df = 5, p-value = 0.66
```

e) neparametriskā ANOVA procedūra

Tā kā šajā gadījumā grupu sadalījumu normalitāti un dispersiju vienmērību noraidīt nevar, stingri runājot neparametriskas metodes nav nepieciešamas. Taču Kruskal-test procedūru var veikt jebkurā gadījumā:

```
kruskal.test(weight~feed)
```

Arī to nevar noraidīt.

```
##
## Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: weight by feed
## Kruskal-Wallis chi-squared = 37.343, df = 5, p-value = 5.113e-07
```

Kā iepriekš, visu sadalījumu vienādības hipotēze tiek pārliecinoši noraidīta.

Pāru salīdzināšanai var lietot pāru Vilkoksa testu:

```
pairwise.wilcox.test(weight,feed,p.adjust.method="BH")
```

```
##
##
   Pairwise comparisons using Wilcoxon rank sum test
##
## data: weight and feed
##
##
            casein horsebean linseed meatmeal soybean
## horsebean 0.00016 -
## linseed
           0.00305 0.01191
## meatmeal 0.11355 0.00096
                              0.05451 -
           0.01110 0.00227
                              0.27306 0.28035
## sovbean
## sunflower 1.00000 9.3e-05
                              0.00025 0.09384 0.00334
## P value adjustment method: BH
```

Grupas, kas varētu pārklāties:

- meatmeal-casein;
- sunflower-casein;
- meatmeal-linseed;
- soybean-linseed;

- sovbean-meatmeal;
- sunflower-meatmeal.

Salīdzinot ar iepriekšējo, parametrisko metodi atkrīt:

• linseed-horsebean.

f) neparametriskais post-hoc tests

Izmantojot Dunn testu:

```
dunn_test(df, weight~feed)
```

```
## # A tibble: 15 x 9
             group1
                       group2
##
      .y.
                                   n1
                                         n2 statistic
                                                                     p.adj p.adj.signif
                                                                p
##
                                                                     <dbl> <chr>
    * <chr> <chr>
                       <chr>>
                                <int> <int>
                                                 <dbl>
                                                            <dbl>
    1 weight casein
                       horseb~
                                   12
                                         10
                                                -4.81
                                                         1.49e-6
                                                                   2.08e-5 ****
##
    2 weight casein
                       linseed
                                   12
                                         12
                                                -3.31
                                                         9.39e-4
                                                                   1.03e-2 *
##
    3 weight casein
                       meatme~
                                   12
                                         11
                                                -1.42
                                                         1.57e-1
                                                                   6.27e-1 ns
                                                -2.50
##
    4 weight casein
                       soybean
                                   12
                                         14
                                                         1.24e-2
                                                                   9.94e-2 ns
##
    5 weight casein
                       sunflo~
                                   12
                                         12
                                                 0.183
                                                         8.55e-1
                                                                   9.90e-1 ns
    6 weight horsebe~ linseed
##
                                   10
                                         12
                                                 1.66
                                                         9.72e-2
                                                                   5.83e-1 ns
                                                         7.68e-4
##
   7 weight horsebe~ meatme~
                                   10
                                         11
                                                 3.36
                                                                   9.22e-3 **
##
    8 weight horsebe~ soybean
                                   10
                                         14
                                                 2.60
                                                         9.27e-3
                                                                   8.34e-2 ns
                                         12
                                                 4.99
    9 weight horsebe~ sunflo~
                                   10
                                                         6.12e-7
                                                                   9.17e-6 ****
## 10 weight linseed
                       meatme~
                                   12
                                         11
                                                 1.82
                                                         6.88e-2
                                                                   4.82e-1 ns
## 11 weight linseed
                       soybean
                                   12
                                         14
                                                 0.933
                                                         3.51e-1
                                                                   9.90e-1 ns
## 12 weight linseed
                       sunflo~
                                   12
                                         12
                                                 3.49
                                                         4.81e-4
                                                                   6.25e-3 **
## 13 weight meatmeal soybean
                                   11
                                         14
                                                -0.974
                                                         3.30e-1
                                                                   9.90e-1 ns
## 14 weight meatmeal sunflo~
                                   11
                                         12
                                                 1.59
                                                         1.11e-1
                                                                   5.83e-1 ns
## 15 weight soybean sunflo~
                                   14
                                         12
                                                 2.69
                                                         7.15e-3 7.15e-2 ns
```

Grupas, kuru pārklāšanos nevar izslēgt:

- meatmeal-casein;
- soybean-casein;
- sunflower-casein;
- linseed-horsebean;
- soybean-horsebean;
- meatmeal-linseed;
- soybean-linseed;
- soybean-meatmeal;
- sunflower-meatmeal;
- sunflower-soybean.

Salīdzinot ar parametrisko metodi, klāt nākušas:

- soybean-casein;
- soybean-horsebean;
- sunflower-soybean.

g) secinājumi un komentāri

- Kaut gan ANOVA normalitātes un dispersijas vienmērīguma nosacījumi it kā reti izpildās, šajā datu kopā nekādas problēmas tie nesagādā;
- Dažas grupas ļoti robusti iztur vienādības pārbaudes visās testu kategorijās, bet citas ir uz robežas dažādi testi sniedz dažādas atbildes - kaut gan tās ir ~5% p-vērtības visos variantos.

4. uzdevums - 2-faktoru ANOVA

Ceru, ka esmu pareizi sapratis uzdevuma nosacījumus, jo šķiet, ka šajā punktā jādara daudz mazāk nekā citos.

Datu ielasīšana:

```
df <- ToothGrowth
attach(df)
summary(df)</pre>
```

```
##
         len
                    supp
                                  dose
           : 4.20
##
   Min.
                    OJ:30
                            Min.
                                    :0.500
##
   1st Qu.:13.07
                    VC:30
                             1st Qu.:0.500
  Median :19.25
                             Median :1.000
## Mean
          :18.81
                             Mean
                                    :1.167
##
    3rd Qu.:25.27
                             3rd Qu.:2.000
## Max.
           :33.90
                             Max.
                                    :2.000
```

Datu kolonnas:

- len zobu garums;
- supp uztura bagātinātājs (2 kategorijas);
- dose doza (3 līmeņi {0.5, 1, 2}).

2-faktoru ANOVA novērtējums:

```
summary(aov(len ~ supp*dose))
```

```
Df Sum Sq Mean Sq F value
##
                                          Pr(>F)
## supp
               1 205.4
                          205.4 12.317 0.000894 ***
               1 2224.3
                         2224.3 133.415 < 2e-16 ***
## dose
                                  5.333 0.024631 *
               1
                   88.9
                           88.9
## supp:dose
                  933.6
## Residuals
              56
                           16.7
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA tests liecīna, ka katra kategorija ir statistiski nozīmīga (p -> 0). Abu kategoriju mijiedarbība izdalīta kā neatkarīgs faktors nav ne tuvu tik nozīmīga kā katrs atsevišķi, taču p-vērtība tik un tā ir zem 5%, kas ļauj šo mijiedarbību arī atzīt par statistiski nozīmīgu.

Izmantojot HSD.test, var redzēt, kā kategorijas grupējas:

```
library(agricolae)
tx<-with(df, interaction(supp,dose))</pre>
amod <- aov(len ~ tx)
HSD.test(amod, "tx", group=TRUE,console=TRUE)
##
## Study: amod ~ "tx"
##
## HSD Test for len
##
## Mean Square Error: 13.18715
##
## tx,
        means
##
                     std r Min Max
            len
## 0J.0.5 13.23 4.459709 10 8.2 21.5
## OJ.1 22.70 3.910953 10 14.5 27.3
```

```
## OJ.2
          26.06 2.655058 10 22.4 30.9
## VC.0.5 7.98 2.746634 10 4.2 11.5
## VC.1
          16.77 2.515309 10 13.6 22.5
## VC.2
          26.14 4.797731 10 18.5 33.9
## Alpha: 0.05; DF Error: 54
\mbox{\tt \#\#} Critical Value of Studentized Range: 4.178265
## Minimun Significant Difference: 4.798124
##
## Treatments with the same letter are not significantly different.
##
##
            len groups
## VC.2
          26.14
                      a
## OJ.2
          26.06
                      a
## OJ.1
          22.70
                      a
## VC.1
          16.77
                      b
## OJ.0.5 13.23
                      b
## VC.0.5 7.98
```

Grupās, kas izdalāmas arī ar grafisko metodi, kas apskatīta lekcijā, taču konfliktē ar Markdown kompilatoru, redzams, ka pieaugot dozai, mazinās atšķirības starp uztura bagātinātājiem.