Aufgabe 1

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Störgröße d und der Ausgangsgröße y:

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktionen

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{d=0} \quad \text{und} \quad M(s) = \left.\frac{y(s)}{d(s)}\right|_{r=0}$$

als Funktion der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

b) Für die Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$ soll nun gelten:

$$G_1(s) = \frac{As+B}{s} \qquad G_2(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{s+4} \qquad G_4(s) = \frac{1}{s+1}$$

A und B sind hierbei reelle Parameter. Zeigen Sie, dass für die Übertragungsfunktion $M(s)$ gilt:

$$M(s) = \frac{s(s+1)}{s^3 + 6s^2 + (8+A)s + B}$$

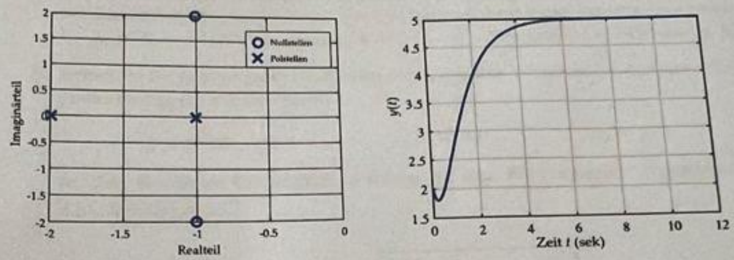
$((r - G_4 y) G_1(s) + d) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s) = y$

$(r G_1(s) - G_1 G_4 \cdot y + d) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s) = y$

$r G_1 G_2 G_3 - G_1 G_2 G_3 G_4 y + d G_2 \cdot G_3 = y$

Aufgabe 2

Sie haben den folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y vorliegen (Abb. 1a). Alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins. Zudem messen Sie am Ausgang des Systems folgende Antwort $y(t)$ auf einen Einheitssprung am Eingang (Abb. 1b):



(a) Pol-Nullstellen-Diagramm.

(b) Sprungantwort.

Abbildung 1

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

b) Was können Sie über die Stabilität des Systems aussagen? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

c) Besitzt das System einen Durchgriffsterm $d \neq 0$? Begründen Sie Ihre Antwort!

d) In einem weiteren Experiment wird zum Zeitpunkt $t = 0$ die Eingangsfunktion $u_2(t) = t$ auf das System aufgeschaltet. Berechnen Sie die Antwort $Y_2(s)$ des Systems im Laplace-Bereich.

$(s-2j)(s+2j)$

$\frac{s^2+2}{(x+1)(x+2)}$

gabe 3

achten Sie das folgende Modell eines Systems 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Es wurde nun eine Zustandsrückkopplung $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ mit $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}^T$ entworfen, um das System zu stabilisieren. Der geschlossene Regelkreis hat nun Eigenwerte bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$ und Sie erhalten $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 1,5 & 1 \end{bmatrix}^T$. Wie groß ist der Parameter α?

b) Erweitern Sie nun die Zustandsrückkopplung um eine Vorsteuerung und einen Soll-/Istwertvergleich des Zustandes

$$u = \mathbf{k}^T(\mathbf{x}_r - \mathbf{x}) + u_r; \qquad \mathbf{x}_r := \mathbf{m}r; \qquad u_{ff} = nr \;,$$

so, dass stationäre Genauigkeit in Bezug auf eine Führungsgröße r gegeben ist, d.h., $\lim_{t\to\infty} y(t) \overset{!}{=} r$.

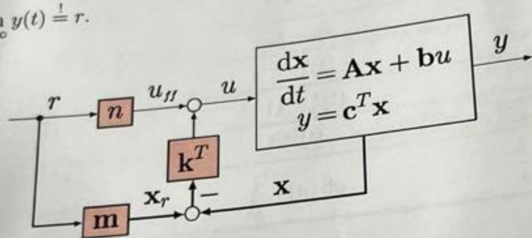


Abbildung 2: Struktur der Zustandsregelung.

Berechnen Sie die entsprechenden Werte von $\mathbf{m}$ und n.

c) Welche Voraussetzung(en) muss ein System erfüllen, damit eine Zustandsregelung möglich ist?