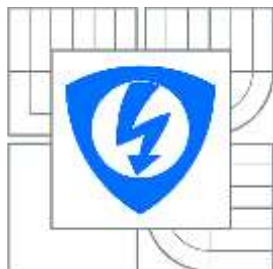




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV ELEKTROTECHNOLOGIE

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC
TECHNOLOGY

ELEKTRO-HYDRODYNAMICKÝ MODEL PRO BIOIMPEDANČNÍ PLETYSMOGRAFII

AN ELECTRO-HYDRODYNAMIC MODEL FOR BIOIMPEDANCE PLETHYSMOGRAPHY

DIZERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. PETR VYROUBAL

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. JIŘÍ MAXA, Ph.D.

BRNO 2015

Abstrakt

Předkládaná dizertační práce se zabývá studiem elektro-hydrodynamiky v oblasti numerického modelování biomechanických systémů, konkrétně v metodě bioimpedanční pletysmografie. Řešení úlohy pulsujícího proudění krve v pružné cévní stěně je v současnosti jeden z nejsložitějších problémů mechaniky a biomechaniky z důvodu interakce obou kontinuí na společné hranici. Celý systém je navíc zatížen procházejícím diagnostickým elektrickým proudem.

Tato dizertační práce vznikla ve spolupráci s Ústavem přístrojové techniky AV ČR, v. v. i. v Brně, se skupinou zabývající se medicínskými signály (vedoucí Ing. Pavel Jurák, CSc.). Experimentální měření pak probíhala nezávisle ve Fakultní nemocnici U Svaté Anny v Brně v Mezinárodním centru klinického výzkumu ICRC a Mayo Clinic USA.

Klíčová slova

Elektro-hydrodynamika, bioimpedance, pletysmograf, model, hyperelastická, newtonská kapalina.

Abstract

This doctoral thesis deals with the study of electro-hydrodynamics in the area of numerical modelling of biomechanical systems, concretely in the method of bioimpedance plethysmography. Solving tasks of pulsatile blood flow in the elastic vessel wall is currently one of the most complicated problem in mechanics and biomechanics due to the interaction of two continua on the common boundary. The whole system is additionally loaded by diagnostic electric current.

This doctoral thesis was created in cooperation with the Institute of Scientific Instruments of the CAS, v. v. i. Brno with the team engaged in medical signals (the leader Ing. Pavel Jurák, CSc.). Experimental measurements were made independently in the St. Anne's University Hospital Brno in the International Clinical Research Center ICRC and in the Mayo Clinic USA.

Keywords

Electro-hydrodynamics, bioimpedance, plethysmograph, model, hyperelasticity, non-newtonian fluid.

Bibliografická citace

VYROUBAL, P. Elektro-hydrodynamický model pro bioimpedanční pletysmografii. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2015. 139 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Jiří Maxa, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci na téma „Elektro-hydrodynamický model pro bioimpedanční pletysmografii“ vypracoval samostatně pod vedením školitele disertační práce doc. Ing. Jiřího Maxy, Ph.D. a s použitím literatury, kterou jsem uvedl v seznamu literatury.

V Brně, dne 28. 8. 2015.

.....

Ing. Petr Vyroubal

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval svému školiteli doc. Ing. Jiřímu Maxovi, Ph.D. a Ing. et. Ing. Vilému Nedělovi, Ph.D. za odborné metodické a cílené vedení při plnění úkolů při tvorbě mé dizertační práce.

Dále bych rád poděkoval Ing. Pavlu Jurákovi, CSc. a Ing. Ivo Višcorovi, Ph.D. za vstřícnost při konzultacích v odborných biomedicínských částech této práce.

V neposlední řadě děkuji Ústavu Elektrotechnologie za vytvoření příjemného a kolektivního prostředí.

Zvláštní poděkování pak věnuji svým rodičům, mé přítelkyni a její rodině za vstřícnost, trpělivost a morální podporu v průběhu realizace této dizertační práce.

Obsah

1	Úvod.....	9
2	Současný stav řešené problematiky.....	11
2.1	Impedance v lidském těle.....	11
2.2	Biologický kondenzátor	13
2.3	Metodika měření bioimpedančního signálu.....	16
2.3.1	Kvantifikace naměřených dat pro tepový objem a srdeční výdej.....	17
2.4	Současné limitace metody impedanční pletysmografie.....	19
2.5	Použitá měřicí metoda	20
2.6	Blokové schéma měření.....	21
2.7	Zpracování bioimpedančního signálu	24
2.8	Shrnutí.....	29
3	Cíle dizertace.....	30
4	Model impedance krevního řečiště	31
4.1	Impedance izolované tepny	31
4.2	Impedance reálné tepny	33
4.3	Dielektrické a vodivostní závislosti tepenné stěny a krve na kmitočtu	35
4.4	Shrnutí.....	37
5	Mechanické vlastnosti krve a cévní stěny	38
5.1	Krev jako nenewtonská kapalina	38
5.2	Makroskopické modely nenewtonských kapalin.....	38
5.3	Odvození smykové rychlosti ve 3D.....	41
5.4	Vliv použitého modelu na výsledky	42
5.5	Hyperelasticita cévní stěny	45
5.5.1	Zjišťování parametrů konstitutivních modelů	48
5.6	Shrnutí.....	49
6	Fyzikální model.....	50
6.1	Model úlohy.....	50
6.2	Maxwellovy rovnice	51
6.2.1	Model proudění tekutiny	53

6.2.2	Model teplotního pole pro krevní řečiště.....	54
6.2.3	Model mechanických deformací	54
6.2.4	Model teplotního pole pro cévní stěnu	56
6.2.5	Model proudového pole.....	56
6.2.6	Model elektrického pole	57
6.2.7	Model elektromagnetického pole	57
6.2.8	Proudové pole v kombinaci s elektrickým obvodem	58
6.3	Interakce kontinuí	59
6.3.1	Shrnutí materiálových parametrů pro výpočetní model	62
6.3.2	Geometrický model	63
6.3.3	Diskretizace úlohy a volba prvků	65
6.3.4	Přenos zatížení mezi řešiči	69
6.4	Turbulence v lidském těle a turbulentní model	71
6.4.1	Modely turbulence	74
6.4.2	Volba turbulentního modelu.....	74
6.5	Modely okrajových podmínek	79
6.5.1	Tlakový profil	79
6.5.2	Objemový/hmotnostní tok	82
6.5.3	Parabolický a Womerleyho rychlostní profil.....	85
6.6	Vedení vysokofrekvenčního elektrického proudu krví.....	90
6.7	Shrnutí.....	97
7	Diskuze výsledků EHD modelu a reálného měření	98
7.1	Biometrie arteriálního systému	98
7.2	Vyhodnocení výsledků a porovnání modelu s reálným měřením.....	99
7.3	Shrnutí.....	110
8	Závěr.....	111

1 Úvod

Pro analýzu složení lidského těla a pro komplexní posouzení zdravotního stavu pacienta se v klinické praxi používají různé metody bioelektrické impedanční analýzy (BIA), neboli měření takzvané bioimpedance.

Jednou z možností jak bioimpedanční data využít je oblast impedanční pletysmografie, někdy označované také jako reografie, která využívá měření změn elektrické vodivosti tkáně při jejím různém prokrvení. Impedanční pletysmografické křivky jsou využívány v oblasti komplexní diagnostiky stavu lidského organismu a mají velký význam v kardiografii pro klasifikaci základních charakteristik kardiovaskulárního systému a používají se v diagnostice srdečních onemocnění. Jsou zaznamenávány objemové změny tkání při průchodu vysokofrekvenčního elektrického proudu. Impedanční křivka pak neodráží pouze změny srdečního výdeje¹, ale také vlastnosti cév, zejména jejich pružnost.

Definice pružnosti cév může být interpretována dvěma způsoby. Z pohledu mechaniky je to přeměna kinetické energie krevního proudu v energii potenciální, tedy napětí cévní stěny. Z pohledu biomechaniky je to schopnost cév reagovat na změny krevního tlaku při systole a diastole.

Ověření, že impedanční křivka odráží pružnost cév, je založeno na teoretickém předpokladu, že krev, jejíž vodivost podstatně přispívá k vodivosti tkání, tyto tkáně různě zaplňuje v různých okamžicích tepové periody, tudíž vliv objemových změn na změny impedance tkáně vyplývá z této skutečnosti.

Jednou z cest, jak tento předpoklad ověřit prakticky je pomocí numerického modelu. V současnosti je člověk schopen pomocí numerického modelování řešit široké spektrum robustních a sdružených úloh z technické praxe definovaných pomocí parciálních diferenciálních rovnic. Jako matematický aparát slouží k tomuto řešení, dnes nejrozšířenější, metoda konečných prvků (MKP) a metoda konečných objemů (MKO).

Tvorba globálního modelu je velmi náročná a stává se z několika částí. Zadání geometrických oblastí a jejich rozdělení na konečný počet prvků/objemů a uzlů sítě se nazývá geometrický model, sestavení diferenciálních rovnic s definicemi vlastností funkcí na rozhraní je modelem fyzikálním a řešení funkcionálu diferenciálních rovnic a převedení diferenciálních rovnic diskretizované sítě konečných prvků/objemů na soustavu algebraických rovnic je modelem matematickým.

MKP a MKO umožňují simulovat chování daného systému ve statickém nebo dynamickém stavu. Navíc konečně-prvkový model může být spjat s elektrickým modelem, popsaným rovnicemi elektrických obvodů a vytvořit tak model kombinovaný.

Numerické řešení je v zásadě dostupné pro každou matematicky popsanou úlohu, jakékoliv geometrie a jakkoliv komplikovanou, toto je však omezeno kapacitou dostupného

¹ Srdeční výdej (minutový srdeční výdej) – objem krve vypuzené levou srdeční komorou za jednu minutu.

hardware a časovými nároky na výpočet. Výsledky numerického řešení se vztahují jen ke konkrétní úloze a jakékoliv úpravy a optimalizace vyžadují opakování celého procesu tvorby a řešení modelu.

Sdružený model musí respektovat elektrické i mechanické vlastnosti tkání, neboť fyzikálně dochází k interakci pružného tělesa, popsaného konstitutivním modelem pro hyperelastický materiál, s nestlačitelnou tekutinou, která vykazuje neneutonské chování a elektrického (resp. proudového) pole. Elektrické vlastnosti obou kontinuí jsou navíc frekvenčně závislé. A právě touto problematikou se zabývá elektro-hydrodynamika (EHD).

Mechanika kapalin (hydrodynamika) se až do nedávna omezovala na problémy, kde se neuplatňovalo elektrické ani magnetické pole. Existence kapalin, u nichž se projevuje interakce s elektrickým (nebo magnetickým) polem, dala impuls pro vývoj aplikací (technických, biochemických, lékařských, aj.) a do budoucna lze očekávat nárůst jejich využití pro průmysl.

Elektrohydrodynamika (EHD) zkoumá silové interakce mezi elektrickým polem a elektricky polarizovatelnou kapalinou, naproti tomu magnetohydrodynamika (MHD) zkoumá silové (Lorentzovské) interakce mezi magnetickým polem a kapalinou, kterou prochází elektrický proud. Posledním zástupcem je ferohydrodynamika (FHD), která pak zkoumá interakci mezi magnetickým polem a magneticky polarizovatelnou, elektricky nevodivou kapalinou.

A právě díky rychlému rozvoji výpočetní techniky a možností segmentace a paralelizace výpočetních algoritmů, je možné řešit sdružené úlohy elektromagnetických polí, teplotních polí, polí mechanických deformací, tlakových polí v tekutině, jejich kombinace a interakce, rychle a efektivně.

Jsou používány přímé a nepřímé metody řešení těchto polí. Nepřímá metoda spočívá v definici společné veličiny, díky které jsou vyjádřeny vazby mezi parciálními diferenciálními rovnicemi polí, a řešení je prováděno v několika krocích. Naopak přímá metoda tkví v tom, že za pomoci společné veličiny jsou sestaveny vazební rovnice a řešení je provedeno v jednom kroku.

Po vytvoření a ověření takového modelu pomocí experimentu, lze na model fitovat data získaná z konkrétních pacientů a získat tak z modelu data experimentálním měřením nedosažitelná.

2 Současný stav řešené problematiky

V klinické praxi se metoda bioelektrické impedanční analýzy začala uplatňovat od 90 let 20. století a na jejím vývoji se v současnosti podílejí vědci z celého světa, jelikož se jedná o perspektivní metodu v diagnostice komplexního posouzení zdravotního stavu pacienta.

Základy byly postaveny zejména na vědeckých pracích [1] a [2]. V současnosti se v medicíně rutině používá měření bioimpedance k posouzení stavu hydratace nebo tělesného tuku v lidském těle. Z impedančních křivek, respektive z jejich změn se dále mimo jiné dají odvodit minutový srdeční výdej a tepová frekvence.

Bioimpedanční pletysmografické křivky se využívají v kardiografii a kardiologii v diagnostice srdečních onemocnění a poruch krevního toku (poruchy srdečního rytmu, diagnostika výdutí tepen, poinfarktové stavy pacienta, aj.).

2.1 Impedance v lidském těle

Elektrická impedance se uplatňuje především v obvodech střídavého proudu s obvodovými prvky jako je kondenzátor nebo cívka a lze ji vyjádřit pomocí vztahu:

$$Z(t) = \frac{u(t)}{i(t)} = R + jX = |Z|\cos\varphi + j|Z|\sin\varphi \quad (2.1)$$

V exponenciálním tvaru pak:

$$Z(t) = |Z| \cdot e^{j\varphi} \quad (2.2)$$

kde $Z(t)$ je hodnota impedance v čase t , $|Z|$ je její absolutní hodnota [Ω], φ je fázový posun [$^\circ$] a X je obecně reaktance [Ω] (X_C – reaktance kondenzátoru, X_L – reaktance cívky), j má význam komplexní (imaginární) jednotky.

Sinusový harmonický signál lze popsat rovnicí:

$$i(t) = I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.3)$$

kde I_{\max} je maximální hodnota proudu [A].

Na činném odporu fázový posun mezi napětím a proudem není ovlivněn, tedy:

$$Z_R = R \quad (2.4)$$

na kondenzátoru dochází ke zpoždění napětí za proudem o $\varphi = -\pi/2$ rad:

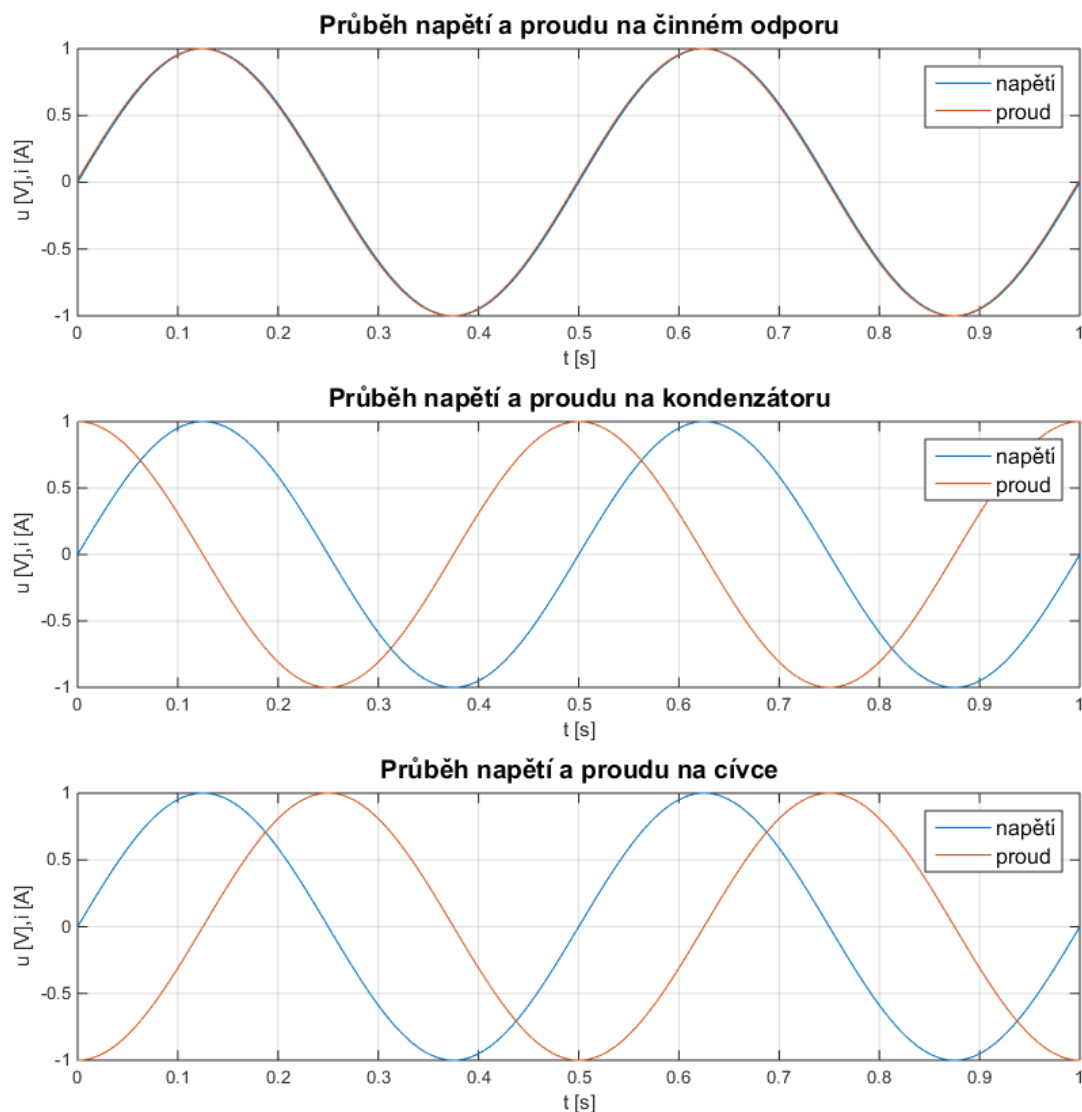
$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (2.5)$$

Na cívce naopak napětí předbíhá proud o $\varphi = \pi/2$ rad:

$$Z_L = j\omega L \quad (2.6)$$

Impedance kondenzátoru, resp. cívky je kmitočtově závislá podle $\omega = 2\pi f$.

Obrázek 2.1 popisuje, jak se chová průběh napětí a proudu na činném odporu, kondenzátoru a cívce.



Obrázek 2.1: Průběhy napětí a proudu na rezistoru, kondenzátoru a cívce.

Z hlediska vodivosti je lidské tělo velice složitá heterogenní soustava, která se vyznačuje pasivními a aktivními elektrickými vlastnostmi. Z hlediska vodivosti a vedení proudu látkami rozlišujeme vodiče prvního a druhého řádu. Vodiči prvního řádu jsou kovy, kde vedení elektrického proudu je realizováno volnými nosiči náboje, jenž v tomto případě jsou elektrony. U vodičů druhého řádu jsou volnými nosiči náboje ionty, a to kladné nebo záporné, jedná se tedy o elektrolyty (resp. roztoky látek). Při vedení elektrického proudu lidským tělem tedy vždy hovoříme o iontové vodivosti, nikoliv o elektronové.

Při bioimpedančním měření prochází definovaný vysokofrekvenční elektrický proud prostředím různého chemického složení, viskozity a struktury jako jsou mezibuněčné prostředí, buněčné membrány, cytoplazmatické struktury apod.

Každé z těchto prostředí je charakterizováno určitou měrnou vodivostí. Zatímco měrná vodivost mezibuněčného prostředí i cytoplazmy buněk je přibližně stejná a kolísá jen v rozmezí 0,2-1,05 S/m, je měrná vodivost buněčných membrán v průměru 10^6 až 10^8 krát nižší [3].

Vnitřní prostor buňky je vyplněn intracelulární tekutinou a vnější okolí buňky je tvořeno extracelulární tekutinou. Tyto tekutiny mají měrný odpor v rozsahu 1-3 $\Omega \cdot m$ a relativní permitivitu $\epsilon_r=80$.

Extracelulární tekutiny (ECT) tvoří zhruba 20% celkové tělesné hmotnosti a jsou v těle uloženy mimo buňky, hlavními nosiči náboje jsou kationty sodíku Na^+ a anionty chlóru Cl^- .

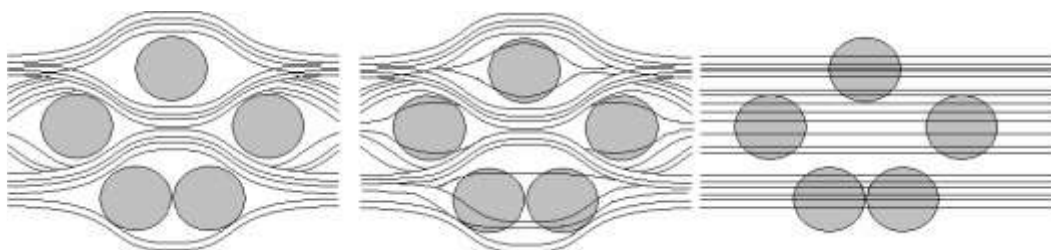
Intracelulární tekutiny (ICT) tvoří asi 40% celkové tělesné hmotnosti a jsou uloženy uvnitř buněk, hlavními nosiči náboje jsou kationty draslíku K^+ .

Kompozice ECT a ICT přispívají k celkovému chování tkáně jako dielektrika, ale struktura buněčných membrán má hlavní příspěvek k dielektrickému chování živé tkáně [4].

O tom zda se tyto buněčné membrány chovají jako rezistor nebo kondenzátor rozhoduje kmitočet procházejícího proudu. Hranice tohoto kmitočtu je individuální a bývá kolem 30 - 50 kHz.

Na nízkých kmitočtech se kondenzátor chová jako rezistor s velkým odporem a proud tak prochází extracelulárním prostředím.

Na vysokých kmitočtech (od 30 kHz) se neprojevuje reaktance kapacitních vazeb a kondenzátor se naopak chová jako zkrat a elektrický proud tak může přes buněčné membrány procházet a můžeme tak měřit vnitřní i vnější buněčný prostor (Obrázek 2.2).



Obrázek 2.2: Průchod střídavého proudu se zvyšujícím se kmitočtem buněčnými membránami [4].

Fyzikálně se jedná o měření reálné a imaginární složky impedance, respektive jejich modulu a fáze. Fázový úhel odráží relativní příspěvky tekutiny (odporu) a buněčných membrán (reaktance) lidského těla. Dle definice fázový úhel pozitivně souvisí s reaktancí a negativně s odporem. Nižší hodnoty naznačují buněčnou smrt nebo snížení buněčné integrity, zatímco vyšší hodnoty představují velké množství neporušených membrán.

2.2 Biologický kondenzátor

Části živých organismů jsou po fyzikální stránce dielektrika a koncentrované roztoky elektrolytů uzavřené do buněčných membrán s výrazně odlišnou strukturou. Vlastnosti tkání jsou závislé na kmitočtu veličiny, která na ně působí.

Každý materiál, který je schopen se polarizovat a akumulovat elektrický náboj lze klasifikovat jako dielektrikum a živé tkáně tuto schopnost mají. Buněčné membrány mají schopnost si na velmi krátkou dobu zachovat elektrický náboj, dochází zde tedy k fázovému posuvu mezi proudem a napětím, chovají se tedy jako biologické kondenzátory, jejichž kapacita bývá udávána (například podle [5], kde autoři uvádí postup jak tuto kapacitu měřit) $C_m = 0,9-3 \mu\text{F}/\text{cm}^2$ s povrchovým odporem až $10 \text{ k}\Omega/\text{cm}^2$.

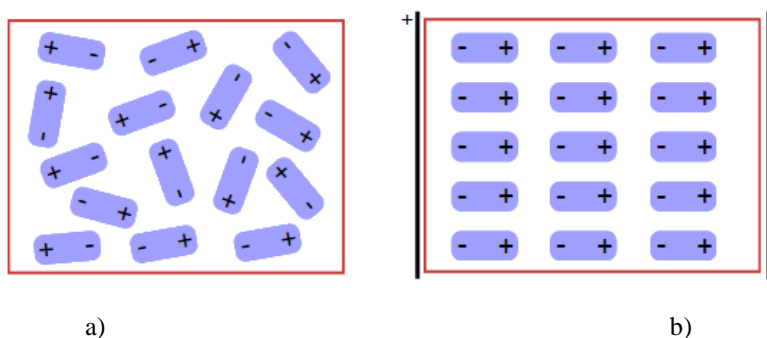
Míra rozdělení náboje uvnitř látky vlivem vnějšího elektrického pole je definována jako permitivita a popisuje míru zeslabení vlivu elektrické síly látkou.

V dielektriku nejsou náboje volně pohyblivé, mohou se pouze natáčet nebo posunovat, a to tak, že dochází k polarizaci dielektrika a vzniká tzv. posuvná proud. Což vyjadřuje Maxwellova rovnice Ampérova zákona celkového proudu [6]:

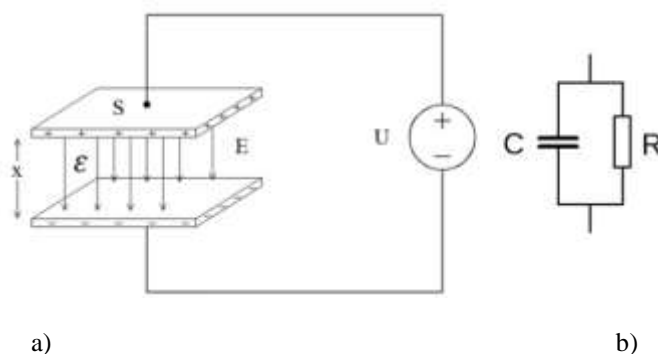
$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.7)$$

kde člen \mathbf{J} vyjadřuje příspěvek vodivého proudu (v tomto případě proud způsobený iontovou vodivostí) a $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ je příspěvkem posuvného (dielektrického) proudu. Polarizaci dielektrika ilustruje Obrázek 2.3, kde levý obrázek ukazuje dipólové molekuly, které jsou neuspořádané a vzhledem k jejich různé orientaci se dipólové momenty navenek ruší.

Pravý obrázek ukazuje působením zevního elektrického pole a dipóly se orientují, nastává polarizace dielektrika [7].



Obrázek 2.3: Princip polarizace dielektrika. a) Bez elektrického pole. b) S elektrickým polem [7].



Obrázek 2.4: a) Model deskového kondenzátoru. b) Náhradní obvod tvořený paralelním zapojením rezistoru a kondenzátoru [8].

Obrázek 2.4 ukazuje model deskového kondenzátoru a náhradní obvod tvořený paralelním zapojením rezistoru a kondenzátoru. Kapacita je rovna:

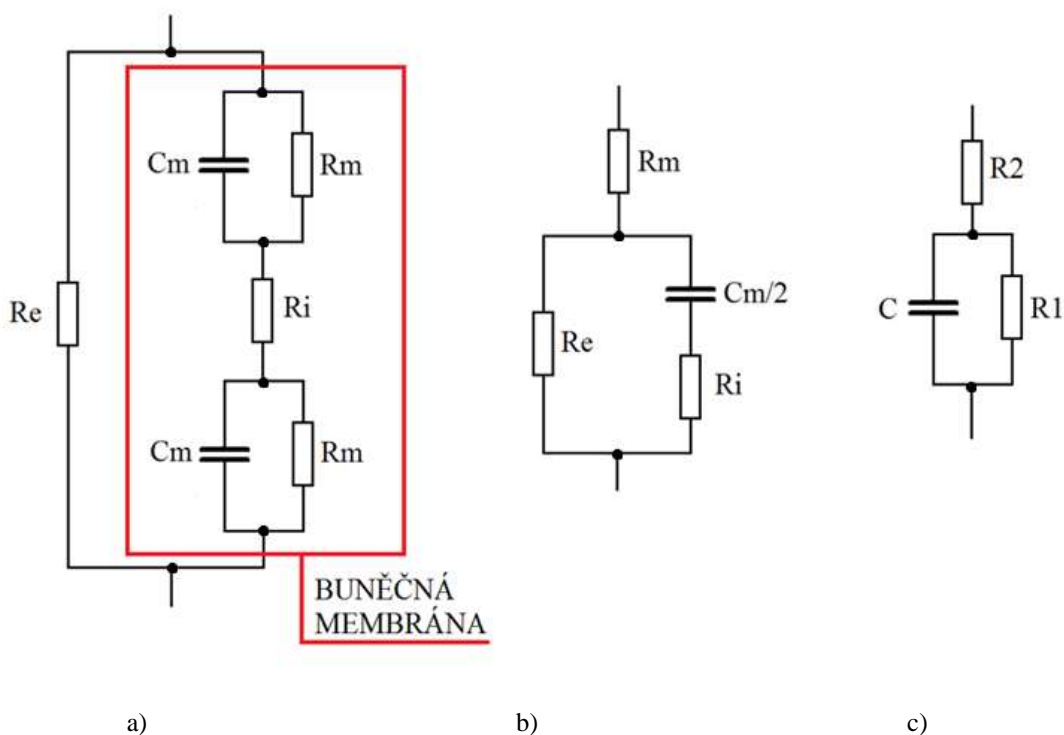
$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} \quad (2.8)$$

kde C je kapacita [F], ϵ_0 je permitivita vakua $8,854 \cdot 10^{-12}$ [F/m], ϵ_r je relativní permitivita [-], S je plocha elektrod [m²] a d je jejich vzdálenost [m]. Impedance tohoto náhradního obvodu je po úpravách rovna:

$$Z = \frac{U}{I} = R + jX_C = \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 C^2 R^4}}{\omega^2 C^2 R^2 + 1} \quad (2.9)$$

kde ω je úhlová rychlost [rad.s⁻¹]. Elektrická impedance tkáně je ovlivněna mimo jiné i složením a uspořádáním tkáně.

Obrázek 2.5 ilustruje náhradní schéma buněčné membrány, kde R_e je odpor extracelulární tekutiny, R_i je odpor intracelulární tekutiny, C_m je kapacita membrány a R_m je odpor buněčné membrány.



Obrázek 2.5: Náhradní model impedance buněčné membrány.

Náhradní obvod, který ukazuje Obrázek 2.5 a) lze postupným zjednodušováním redukovat na obvod, který popisuje Obrázek 2.5 b) a Obrázek 2.5 c), kde kondenzátor C modeluje celkovou kapacitu v tkáni, zejména tedy celkovou kapacitu buněčných membrán. Rezistor R_1 modeluje elektrickou vodivost tělesných tekutin, především ECT (ICT má také vliv, ale ne tak velký), rezistor R_2 odpovídá především kožnímu odporu, ovšem

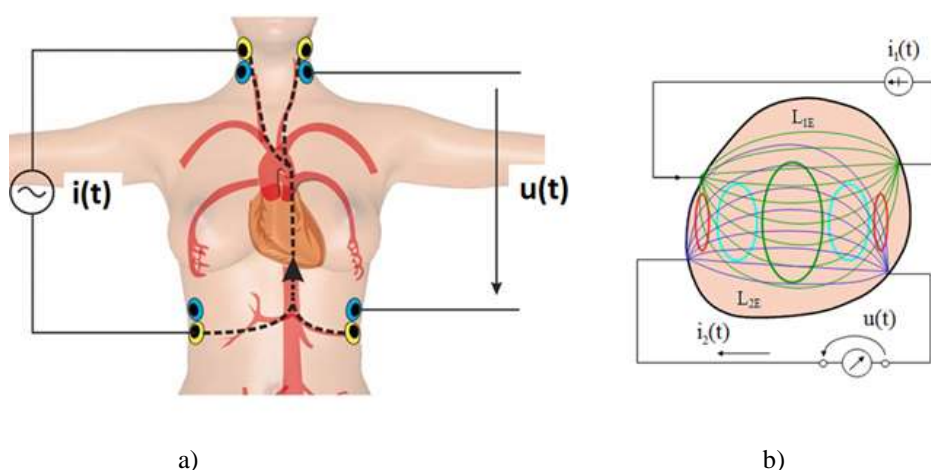
má na něj vliv i vodivost tělních tekutin. Použitím čtyřsvorkové metody měření, eliminujeme odpor elektrod a odpor kůže, znalost o elektrické impedanci pak lze použít k získání informací o složení těla [9].

2.3 Metodika měření bioimpedančního signálu

Elektrický proud, který vstupuje při BIA do těla, má různé možnosti prostupu tělem. Fyzikální principy těchto možností poté reprezentují základní složky, ze kterých se skládá impedance. Činný odpor v tomto případě reprezentuje prostup proudu kapalinou, při kterém se uplatňují různé vlivy, například viskozita kapaliny. Reaktance je poté vytvořena kapacitou buněčných membrán. Zde také vzniká fázový posun. Ze zmíněného vyplývá, že impedance lidského těla může být modelována pomocí odporových a kapacitních elementů v sérioparalelním zapojení [10].

Při měření bioimpedančního signálu je v nejzákladnější konfiguraci zapotřebí dvou párů elektrod, jedná se tedy o tetrapolární uspořádání, kdy jeden pár slouží jako proudové elektrody a druhý pár jako „sběrné“ napěťové elektrody. Díky této konfiguraci se při měření neuplatní impedance měřících elektrod a kožního odporu. Elektrody jsou z inertního materiálu Ag/AgCl (například pro měření EKG).

Obrázek 2.6a názorně ilustruje příklad měření hrudní impedance. Proudové elektrody vedoucí ze zdroje střídavého proudu $i(t)$, jsou připojeny pomocí svorek k příslušným částem těla. Napětí $u(t)$ měřené na elektrodách je zpracováno tak, aby výstupní veličina odpovídala velikosti napětí pro daný měřený úsek na daném kmitočtu.



Obrázek 2.6: a) Ukázka měření hrudní bioimpedance [11]. b) Principiální model BIA [12].

Velikost měřícího proudu bývá přizpůsobována vždy konkrétnímu případu, přičemž proud nikdy nesmí přesáhnout efektivní hodnotu z intervalu $i = \langle 1; 3 \rangle$ mA. Takovýto elektrický proud je pro člověka bezpečný a je dostatečně nízký, aby nenarušoval činnost elektrických stimulátorů srdce, tudíž je BIA vhodná i pro pacienty s implantovanými kardiostimulátory či jinými zařízeními.

Z hlediska kmitočtů jsou používány frekvence 30 kHz – 100 kHz. Dolní mez souvisí s vlastností tkáně, která se chová jako dielektrikum, při zvyšující se frekvenci se zdánlivý odpor (imaginární část impedance) tkání snižuje a proud tak prochází skrze buněčné membrány a penetruje do hloubky. Horní mez pak omezena 100 kHz protože vodiče, kterými je pacient připojen k pletysmografu, se začínají chovat jako antény a část proudu se uzavírá přes vzduchové okolí.

Obrázek 2.6b ukazuje principiální model BIA, kde $i_1(t)$ je přiložený měřicí elektrický proud, $u(t)$ je úbytek napětí. Pomocí rovnice Geselowitzovské reciprocit [13] lze princip měření popsat takto:

$$\Delta Z = -\Delta\gamma \int_V L_1^E(t_0) \cdot L_2^E(t_1) dV \quad (2.10)$$

kde ΔZ je změna impedance, $\Delta\gamma$ je změna vodivosti mezi dvěma časovými okamžiky, t_0 a t_1 a L_1^E a L_2^E jsou pole vzniklá mezi proudovými a napětiovými elektrodami dle vztahu:

$$L_1^E = \frac{E_1(t)}{i_1(t)}, \quad L_2^E = \frac{E_2(t)}{i_2(t)} \quad (2.11)$$

indexy 1 a 2 definují přiložené a indukované proudové a elektrické pole. V publikaci [14] autoři na základě těchto vztahů odvodili analytický vztah který, dává do souvislosti pulsující proudění krve s elektrickými poli na základě výše uvedených vztahů.

2.3.1 Kvantifikace naměřených dat pro tepový objem a srdeční výdej

Kvantifikace naměřených dat se pak provádí pomocí zjednodušeného modelu měřeného místa, kdy oddělíme impedanci krve a impedanci tkáně, celková impedance je pak rovna [12]:

$$Z = \frac{Z_{krev} \cdot Z_{tkáň}}{Z_{krev} + Z_{tkáň}} \quad (2.12)$$

Pro získání výsledné změny objemu krve v arteriích se vezme do úvahy pouze impedance krve, která je závislá na její vodivosti. Provedením derivace rovnice (2.12) získáme změnu objemu krve při změně impedance tkáně:

$$dZ = \frac{Z^2}{Z_{krev}} \cdot dZ_{krev} \quad (2.13)$$

Impedance krevní části reprezentovanou válcovou geometrií s rezistivitou ρ_{krev} můžeme vypočítat podle:

$$Z_{krev} = \rho_{krev} \frac{l}{S_{krev}} = \frac{4\rho_{krev}}{\pi} \frac{l}{d_{krev}^2} \quad (2.14)$$

kde S_{krev} je průřez krevní oblasti (resp. d_{krev} je průměr krevní oblasti), l je délka měřeného úseku. Označme tedy dV_{krev} jako objemovou změnu krevní oblasti

$$dV_{krev} = d(lS_{krev}) = -\frac{\rho_{krev} l^2}{Z_{krev}^2} \cdot dZ_{krev} \quad (2.15)$$

Vyjádřením dZ_{krev} z rovnice (2.13) a substitucí do rovnice (2.15) získáme finální vztah pro změnu objemu krve na změně impedance tkáně:

$$dV_{\text{krev}} = -\frac{\rho_{\text{krev}} l^2}{Z^2} \cdot dZ \quad (2.16)$$

Pro stanovení tepového objemu pak využijeme zavedením časové změny impedance ΔZ v době trvání vypuzení krve z levé srdeční komory do aorty t_{LVET} [s] (z angl. Left Ventricle Ejection Time).

$$\frac{\Delta Z}{\Delta t} = f'(Z) \quad (2.17)$$

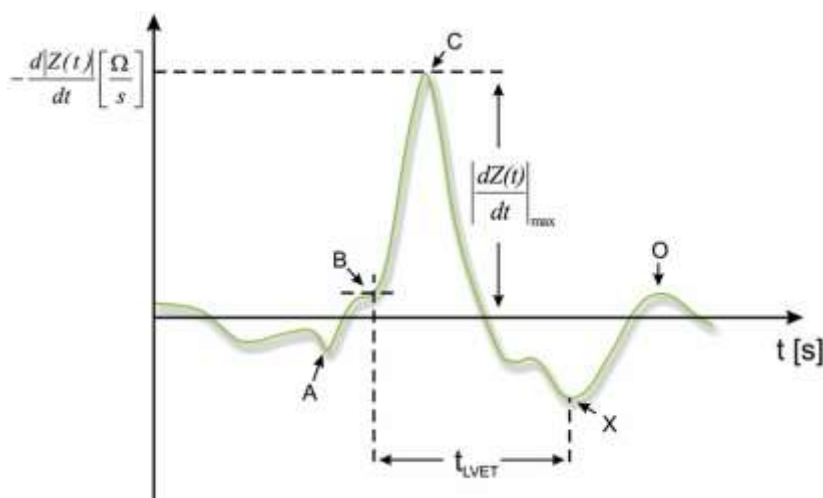
$$\Delta Z = f'(Z) \cdot t_{\text{LVET}} \quad (2.18)$$

Konečný vztah pro tepový objem se pak získá substitucí do rovnice (2.16):

$$SV = \rho_{\text{krev}} \left(\frac{l}{Z} \right)^2 \left| \frac{dZ}{dt} \right|_{\text{max}} \cdot t_{\text{LVET}} \quad (2.19)$$

kde SV je tepový objem (z angl. Stroke Volume) [ml], $\left| \frac{dZ}{dt} \right|_{\text{max}}$ je absolutní hodnota maxima záporné derivace impedanční křivky [Ω/s].

Pro ilustraci slouží následující obrázek



Obrázek 2.7: Ukázka impedanční křivky [11].

Na této křivce se nachází několik bodů:

- A – začátek systolické fáze
- B – otevření aortální chlopně
- C – maximální kontrakce
- X – závěr aortální chlopně
- O – otevření mitrální chlopně

Na základě součtu všech tepových objemů (SV) vydaných během jedné minuty (např. 75 ml/tep) je pak možno definovat srdeční výdej CO (z angl.. Cardiac Output), který je definován jako množství krve vypuzené během jedné minuty ze srdce.

$$CO = SV \cdot HR \quad (2.20)$$

kde HR je srdeční frekvence (např. 60 tepů/min.), pak srdeční výdej lze stanovit dle výše uvedeného vztahu jako:

$$75 \text{ ml/tep} \times 60 \text{ tepů/min} = 4500 \text{ ml/min} = 4,5 \text{ l/min} \quad (2.21)$$

2.4 Současné limitace metody impedanční pletysmografie

Následující tabulka shrnuje současnou problematiku použití impedanční kardiografie ve světě.

Tabulka 2.1: Shrnutí současného stavu impedanční kardiografie ve světě.

	Současná celotělová impedanční kardiografie – co se ve světě používá
Celotělová jednobáňová	jeden zdroj proudu, dvě snímací elektrody
Celotělová vícebáňová	jeden zdroj proudu, 5 snímaných míst
Možnost měření	Měření pouze v klidovém stavu pacienta (bez zátěže)

Doposud bylo realizováno impedanční měření pouze jednobáňově – jeden zdroj proudu – jedno snímací místo, nebo vícebáňově – jeden zdroj proudu – až pět snímacích míst.

Největší limitací současných možností je možnost měření pacienta pouze v klidovém stavu organismu. Zhruba jen 50% onemocnění lze bezchybně diagnostikovat v klidovém stavu pacienta.

Srdeční ischemie ICHS (porucha prokrvení srdce v důsledku zužování srdečních tepen, sem patří akutní formy jako srdeční infarkt, náhlá smrt a chronické formy jako srdeční selhávání, srdeční arytmie, aj.) a řada dalších kardiovaskulárních onemocnění se projevují až při různých excitacích lidského organismu [15].

Měřicí metoda, jenž je využita k bioelektrickému impedančnímu měření v této dizertační práci je popsána v následující kapitole.

Základy jsou položeny na celotělové impedanční kardiografii, jenž byla rozšířena a zdokonalena na Akademii věd České republiky v Brně na Ústavu přístrojové techniky (Tabulka 2.2).

V současné době je tato metoda využita v centru klinického výzkumu ICRC ve Fakultní nemocnici U Svaté Anny v Brně, kde probíhají nezávislá měření na dobrovolných pacientech.

Tabulka 2.2: Současný stav impedanční kardiografie v Brně – FN Sv. Anna.

	Celotělová vícekanálová impedanční kardiografie MBM² AV ČR ISI Brno
Celotělová vícekanálová	3 zdroje proudu – různé frekvence 18 snímacích míst
Možnost měření	Měření klid, zátěž, klid po zátěži

Přínos této metody spočívá zejména v jejím využití v oblasti analýzy vlastností částí lidského těla odvoditelných z elektrické impedance resp. z jejích změn. Dále při konstrukci medicínských zařízení a patientských monitorů pro analýzu krevního oběhu (převážně tedy jeho dynamických vlastností).

2.5 Použitá měřicí metoda

Unikátnost této metody spočívá v současném měření požadovaných parametrů krevního řečiště odvoditelných z impedance v měřených úsecích, což dříve žádná jiná metoda neumožňovala.

Prototyp, který byl za tímto účelem sestrojen, se nazývá MBM a měří bioimpedanci vícekanálovou čtyřsvorkovou metodou ve všech důležitých částech lidského těla současně tak, že bioimpedance je prostorově lokalizována jak umístěním elektrod zdrojů střídavého proudu a volbou jejich frekvence, tak vhodným umístěním napěťových elektrod.

Měření spočívá v průchodu slabého vysokofrekvenčního proudu, který si „hledá cestu“ nejmenšího odporu a prochází tak arteriálním systémem měřeného objektu.

Výhodou současného nezávislého měření impedance v jednotlivých částech těla je možnost sledování a porovnávání vývoje požadovaných parametrů odvoditelných z impedance v měřených částech těla. Lze tedy sledovat tlakovou vlnu³ krve nebo krevní tok v jednotlivých úsecích lidského těla.

Proudové elektrody vedoucí ze zdroje střídavého proudu jsou připojeny pomocí svorek k příslušným částem těla. Napětí měřené na elektrodách je zpracováno tak, aby výstupní veličina odpovídala velikosti napětí pro daný měřený úsek na daném kmítočtu. Impedance je stanovena ze vztahu (2.1).

Ve zvolených místech je pak možné měřit časový průběh impedance. Pro každý kanál je pak k dispozici okamžitá amplituda impedance, fáze impedance, reálná a imaginární složka impedance.

² MBM - měřicí rozhraní multikanálového bioimpedančního monitoru - MBM (z anglického Multichannel Bioimpedance Monitor), pro neinvazivní měření vlastností krevního toku (patent udělen v roce 2010 [16]).

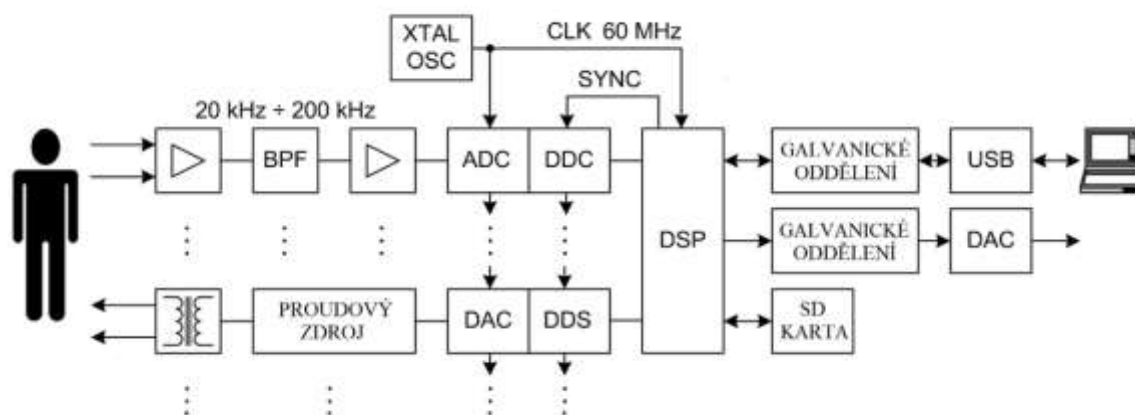
³ Tlaková vlna je vyvolána vypuzením krve z levé srdeční komory do srdečnice - aorty, odkud se šíří dalšími tepnami do celého těla.

Zařízení obsahuje tři nezávislé zdroje střídavého proudu o nastavitelných amplitudách a kmitočtech. Hodnoty kmitočtů se liší minimálně o šířku přenášeného pásma snímacím kanálem. Pro zachování podobných podmínek měření by tyto kmitočty měly ležet co nejbližší u sebe (kmitočty používané při měření jsou $f_1=49$ kHz, $f_2=50$ kHz a $f_3=51$ kHz). Proudové elektrody vedoucí ze zdroje střídavého proudu jsou připojeny pomocí proudových svorek k příslušným částem těla. Dále MBM obsahuje potřebný počet snímacích kanálů, které umožňují synchronně detekovat jen signály s kmitočtem, na které jsou naladěny.

Snímací kanál se skládá ze dvou napěťových elektrod (které jsou rozmístěny po těle podle toho, kde chceme impedanci měřit), zesilovače s nastavitelným zesílením a synchronního detektoru. Napětí měřené na elektrodách je zpracováno tak, aby výstupní veličina odpovídala velikosti napětí pro daný měřený úsek na daném kmitočtu. Ve zvolených místech je pak možné měřit časový průběh impedance. Pro každý kanál je pak k dispozici okamžitá amplituda impedance, fáze impedancea reálná a imaginární složka impedance.

2.6 Blokové schéma měření

Obrázek 2.8 názorně popisuje blokové schéma a připojení MBM k měřenému objektu. Tabulka 2.3 pak popisuje význam jednotlivých bloků v tomto blokovém schématu.



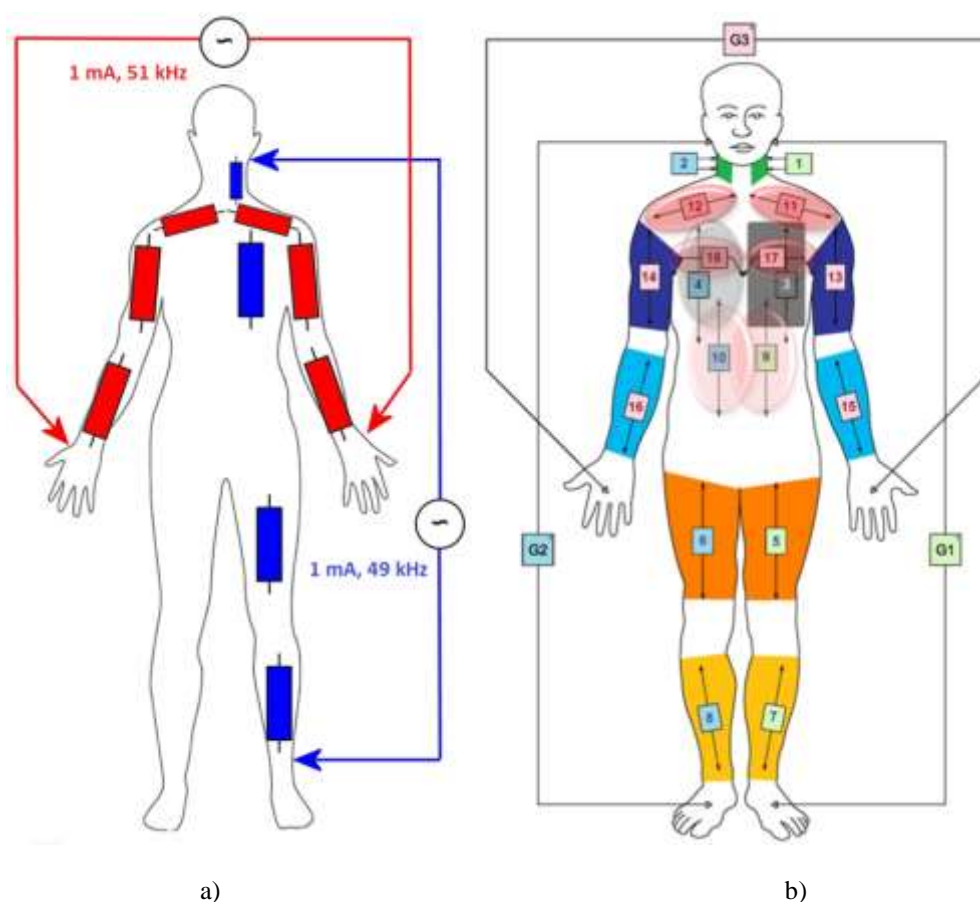
Obrázek 2.8: Blokové schéma MBM [16].

Tabulka 2.3: Význam jednotlivých bloků v blokovém schématu.

BPF	Band-Pass Filter	Pásmová propust
XTAL OSC	Oscillator	Krystalem řízený oscilátor
DDC	Digital Down Converter	Zpětný digitální převodník
ADC	Analog-Digital Converter	A/D převodník
DAC	Digital-Analog Converter	D/A převodník
DDS	Direct Digital Synthesis	Přímá digitální syntéza
DSP	Digital Signal Processor	Digitální signálový procesor

Blok řízení a zpracování (DSP) zajišťuje komunikaci mezi jednotlivými částmi přístroje a případné zpracování dat. K tomuto bloku jsou ještě připojeny výstupní periferie, jako je displej, klávesnice, myš, tiskárna. Datová linka umožňuje digitální propojení přístroje k dalšímu počítači nebo do počítačové sítě. Data je možno ukládat na SD kartu.

MBM může pracovat samostatně nebo jako součást měřicího systému, který dále analyzuje měřené impedance a stanovuje požadované biologické parametry (tzn. vyhodnocení krevního průtoku pro danou část těla nebo ostatní vyhodnocení jako je například určení množství vody nebo tuku v daném úseku).



Obrázek 2.9: Principiální rozmístění elektrod na měřeném objektu. a) Připojení zdrojů proudu (pravá a levá část těla jsou zrcadlové). b) Rozmístění elektrod měřicího systému [16].

Generátor harmonického signálu G_1 určen pro měření levé části těla je naladěn na kmitočet $f_1=49$ kHz o amplitudě $I_1=1$ mA. Proud protéká směrem od levého ucha přes hrudník do levé končetiny až po nárt.

Generátor G_2 je určen pro měření pravé části těla a je naladěn na kmitočet $f_2=50$ kHz o amplitudě $I_2=1$ mA. Proud protéká směrem od pravého ucha přes hrudník do pravé končetiny až po nárt.

Generátor G3 určen pro měření impedance horních končetin, horní a střední části hrudníku je naladěn na kmitočet $f_3=51$ kHz o amplitudě $I_3=1$ mA. Proud protéká od levé dlaně přes levou paži, hrudník do pravé paže až ke dlaní.

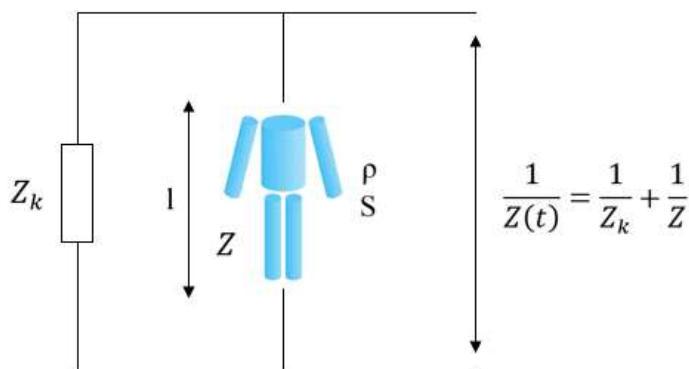
Tyto situace popisuje Obrázek 2.9a, kde jsou principiálně zobrazeny impedance jednotlivých úseků lidského těla spolu se zdroji proudu, jenž těmito částmi prochází, Obrázek 2.9b je zobrazeno rozmístění elektrod na měřeném objektu. Tabulka 2.4 pak popisuje číslo kanálu a měřený úsek na lidském těle.

Tabulka 2.4: Popis měřících kanálů MBM.

Číslo kanálu	Popis
Levá část těla shora dolů $f_1=49$ kHz:	
Kanál 1	Levá krční tepna, elektroda 1 těsně pod uchem, elektroda 2 na krku nad klíční kostí.
Kanál 3	Levá část hrudníku, elektroda 1 pod klíční kostí, elektroda 2 pod hrudním košem.
Kanál 5	Levé stehno, elektroda 1 nad tříselem, elektroda 2 pod kolenem.
Kanál 7	Levé lýtko, elektroda 1 pod kolenem, elektroda 2 na vnitřní části lýtky nad kotníkem.
Kanál 9	Levá část břicha a břišní aorta, elektrody umístěny na zádech vlevo od páteře.
Pravá část těla shora dolů $f_2=50$ kHz:	
Kanál 2	Pravá krční tepna, elektroda 1 těsně pod uchem a elektroda 2 na krku nad klíční kostí.
Kanál 4	Pravá část hrudníku, elektroda 1 pod klíční kostí, elektroda 2 pod hrudním košem.
Kanál 6	Pravé stehno, elektroda 1 nad tříselem, elektroda 2 pod kolenem.
Kanál 8	Pravé lýtko, elektroda 1 pod kolenem, elektroda 2 na vnitřní části lýtky nad kotníkem.
Kanál 10	Pravá část břicha a břišní aorta, elektrody umístěny na zádech vlevo od páteře.
Horní končetiny a hrudník $f_3=51$ kHz:	
Kanál 11	Levá horní část hrudníku, elektroda 1 v levém podpaží, elektroda 2 v oblasti pod hrtanem.
Kanál 13	Levá paže, elektroda 1 na vnitřní straně loktu, elektroda 2 v levém podpaží.
Kanál 15	Levé předloktí, elektroda 1 na vnitřní straně předloktí nad dlaní, elektroda 2 na vnitřní straně loktu.
Kanál 12	Pravá horní část hrudníku, elektroda 1 v levém podpaží, elektroda 2 v oblasti pod hrtanem.
Kanál 14	Pravá paže, elektroda 1 na vnitřní straně loktu, elektroda 2 v levém podpaží.
Kanál 16	Pravé předloktí, elektroda 1 na vnitřní straně předloktí nad dlaní, elektroda 2 na vnitřní straně loktu.
Kanál 17	Levá oblast hrudníku ve výšce srdce, elektroda 1 v levém podpaží, elektroda 2 pod hrudní kostí.
Kanál 18	Pravá oblast hrudníku ve výšce srdce, elektroda 1 pod hrudní kostí, elektroda 2 v pravém podpaží.

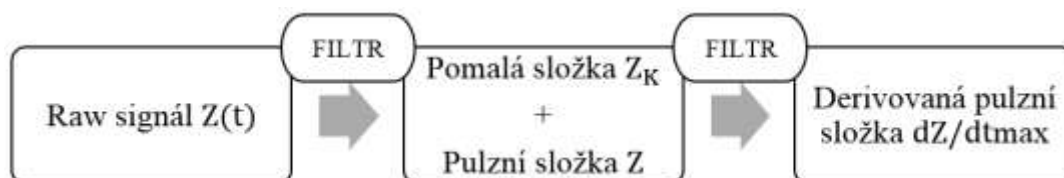
2.7 Zpracování bioimpedančního signálu

Lidské tělo má svoji specifickou impedanci, kterou označíme jako $Z(t)$. Tato impedance se skládá z paralelní kombinace konstantní impedance Z_k a časově proměnné impedance Z (Obrázek 2.10).



Obrázek 2.10: Znázornění impedančního modelu lidského těla.

Kde Z_k je základní pomalu proměnná impedance (pomalá/statická složka, její kmitočet je od 0 do 0,5 Hz) daná složením měřeného subjektu (kostí, svaly a tuk) a Z souvisí se změnami pulzace krevního řečiště (tzn. objemové změny artérií, kmitočet od 0,5 Hz výše). Postup zpracování prvotních (Raw) dat popisuje Obrázek 2.11.



Obrázek 2.11: Princip zpracování bioimpedančního signálu.

Pro stanovení parametrů odvoditelných z bioimpedance jsou nejdůležitější hodnoty maxima záporné derivace impedanční křivky $-dZ/dt_{max}$ (velikost největší záporné změny derivace Z působící během systoly) [Ω/s] a doby trvání vypuzení krve z levé srdeční komory do aorty, označována jako t_{LVET} (z angl.. Left Ventricle Ejection Time) [s] (jak uvádí Obrázek 2.7 kapitola 2.3.1).

Dále je nutné využít koeficienty, které zohledňují věk, pohlaví, tělesnou hmotnost a rozměry pacienta, proto je přesné stanovení absolutních hodnot velmi diskutabilní.

V našem případě (impedanční pletysmografie) však měříme relativní změny impedance, výsledkem tedy není kalibrovaná hodnota, ale relativní změna například při zátěži vůči klidovému stavu, apod. Pro relativní změnu impedance platí:

$$Z_{\text{rel.}} = \frac{\Delta Z(t) - Z(0)}{\Delta Z(t)} \quad (2.22)$$

kde $Z_{\text{rel.}}$ je relativní změna impedance [-], $\Delta Z(t)$ je časově proměnné impedance související se změnami pulzace krevního řečiště v daném stavu měřeného objektu (např. dýchací manévry, excitace, aj.) [Ω] a $Z(0)$ je impedance výchozího stavu (např. klidového), vůči kterému relativní změnu počítáme [Ω].

Tyto relativní změny pak nejsou zatíženy různými diskutabilními koeficienty a umožňují přesné vyhodnocení změn krevního toku. Můžeme měřit průběh impedance kontinuálně tep po tepu a zpracovávat i rychlé dynamické změny. Výhodou tohoto měření je možnost off-line korekce chybných hodnot a odstranění artefaktů.

K výraznému zpřesnění hodnot $-dZ/dt_{\text{max}}$ dochází zprůměrováním z více tepových intervalů. Jsou-li analyzovány relativně stabilní stavy (klid, ustálená zátěž apod.), kde střední tepová frekvence zůstává zachována, je možné z hodnot získaných tep po tepu vypočítat aritmetický průměr [15].

Impedanční křivky jsou zaznamenávány programem ScopeWin (autor Ing. Pavel Jurák, CSc.) vyvinutým speciálně pro tyto účely. Jedná se programový produkt pro aplikace měření a sběru dat pracující v prostředí MS Windows. Systém je určen jak pro sériové užití, tak pro vývoj, testování nových metod měření a zpracování signálů.

Naměřené hodnoty relativní impedance jsou pro účely této práce zpracovávány a vyhodnocovány v programu MATLAB.

Celkové měření se skládá z:

- klidové měření v leže (doba trvání 120 s)
- respirační manévry:
 - zadržení dechu (30 s)
 - Valsalvův manévr⁴ (2-15 s)
 - Muellerův manévr⁵ (2-3x 15 s)
 - hluboké dýchání (300 s), jednotlivé manévry jsou proloženy spontánním klidovým dýcháním (60-300 s);
- snímání na nakloněné rovině (tilt⁶, 300 s)
- zátěžové cvičení:
 - šlapání na rotopedu v horizontální poloze (300 s), před zahájením a po ukončení cvičení spontánní klidové dýchání (120 a 300 s).

V měřených signálech se někdy objevují artefakty, nejčastějším typem artefaktu jsou vysoké špičky signálu, shora ohraničené na místech, kde by se neměli nacházet. Jsou s největší pravděpodobností způsobeny špatnou přilnavostí elektrody nebo nežádoucími

⁴ Představuje maximální vdech a následný zadržený výdech proti uzavřené hlasové štěrbině.

⁵ Představuje marné delší vdechové úsilí proti uzavřené hlasové štěrbině. Zatímco při Valsalvově manévru je bránice aktivní lehce, při Müllerově manévru je bránice jako hlavní inspirační sval maximálně aktivní.

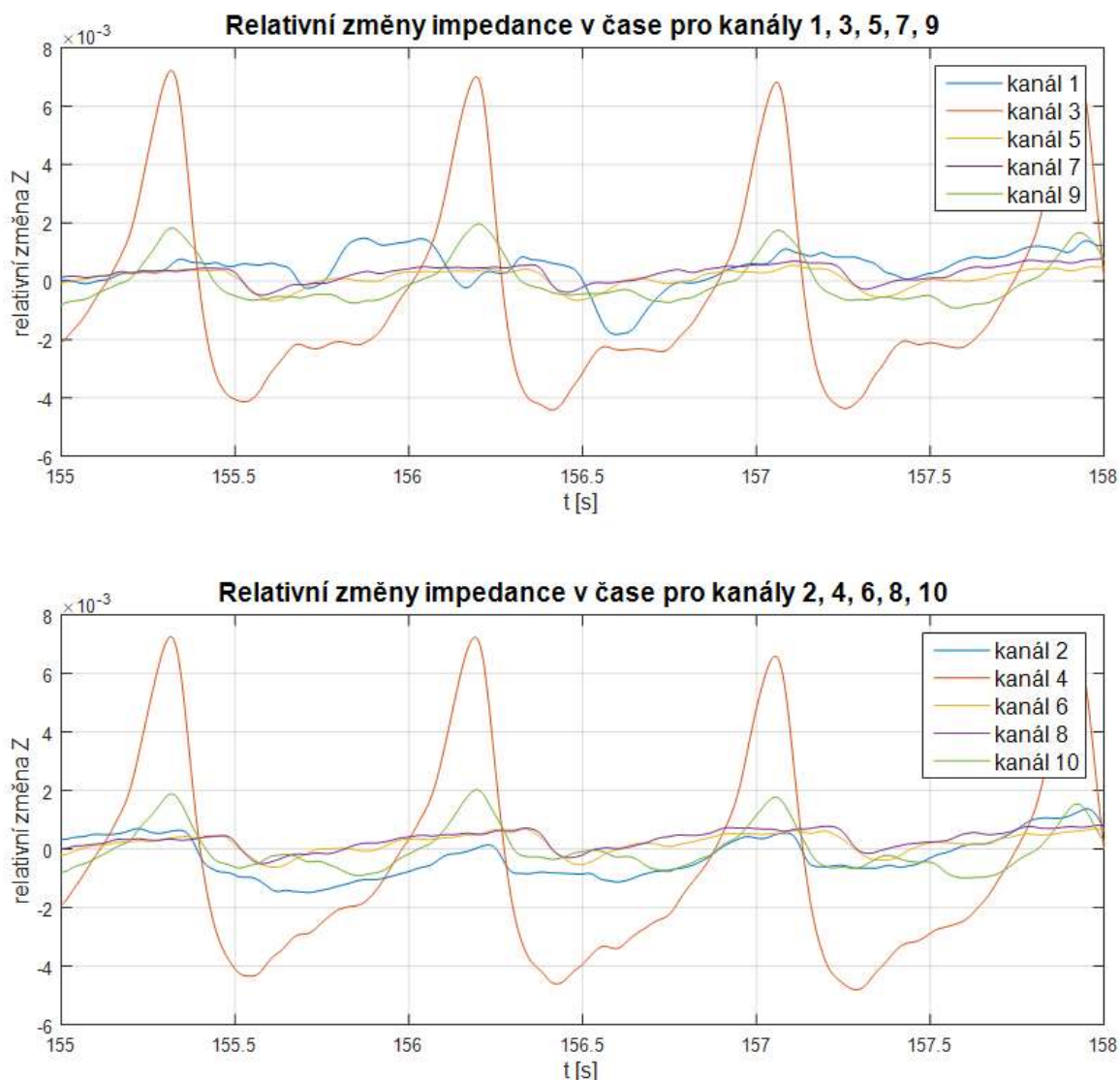
⁶ Snímání v nakloněné poloze.

pohyby pacienta, čímž dochází ke špatnému sejmutí signálu. V momentě, kdy se elektroda odlepí, dojde k přerušení signálového snímání a daný průběh se jeví bez zámitů a špiček.

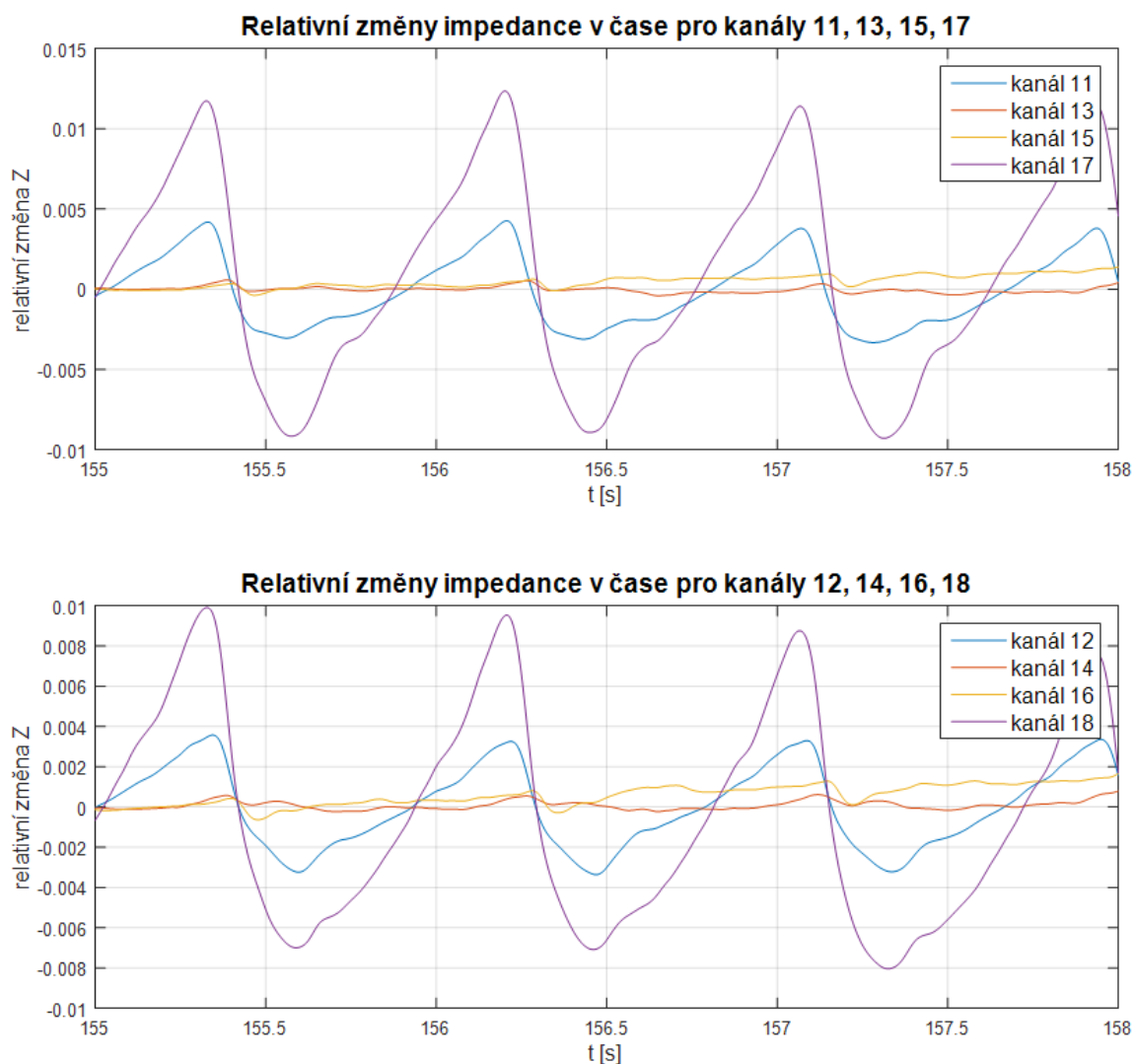
Dalším typem artefaktu jsou špatná provedení daného úkolu, kdy při zátěžovém cvičení pacient danou zátěž nezvládá, tyto stavy způsobí změnu charakteru signálu. Při provádění zátěžového cvičení dochází k pohybu nohou, což znehodnocuje signály, které jsou snímány lýtkovými a stehenními elektrodami.

Příklad získaných dat relativních změn impedance z jednoho subjektu ze všech kanálů současně pro časový úsek 155 až 158 sekund ukazuje Obrázek 2.12 a Obrázek 2.13 (měřený subjekt je v klidu a má zadržovaný dech, bez výskytu artefaktů).

Pro přehlednost jsou tyto průběhy rozděleny pro levou a pravou část těla, nejsou zde zobrazeny průběhy EKG a krevního tlaku. Popis jednotlivých kanálů uvádí Tabulka 2.4, se kterou tento obrázek koresponduje.



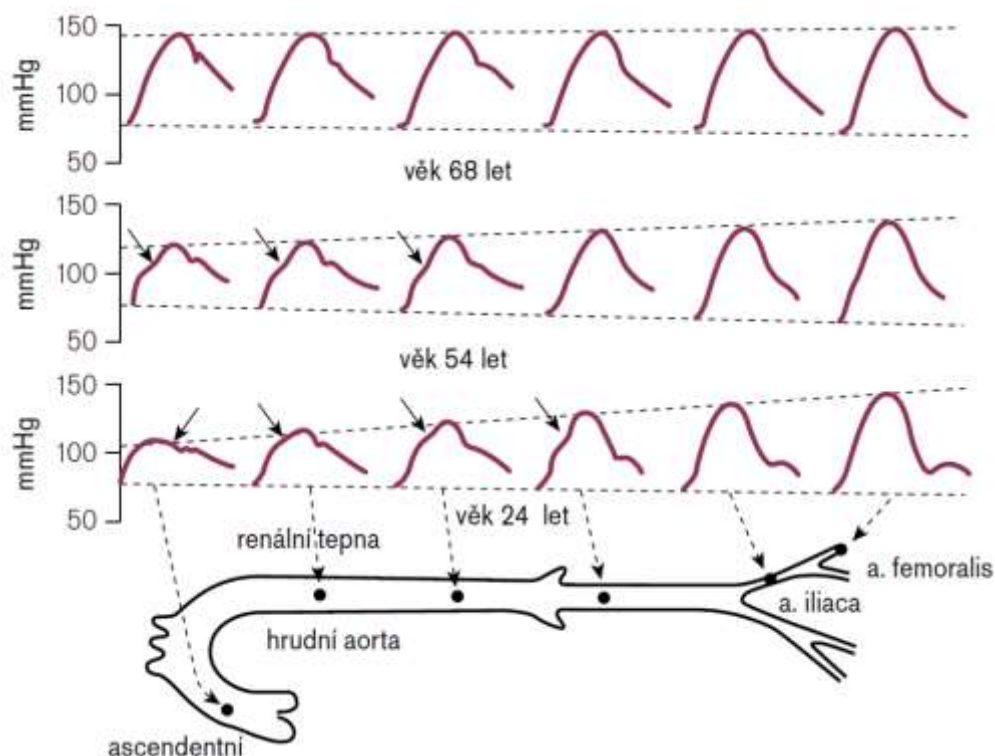
Obrázek 2.12: Relativní změny impedance pro kanály 1, 3, 5, 7, 9 a kanály 2, 4, 6, 8, 10 MBM (koresponduje s popisem kanálů, které shrnuje Tabulka 2.4).



Obrázek 2.13: Relativní změny impedance pro kanály 11, 13, 15, 17 a kanály 12, 14, 16, 18 MBM (koresponduje s popisem kanálů, které shrnuje Tabulka 2.4).

Impedanční křivka neodráží pouze změny srdečního výdeje, ale také vlastnosti cév. V případě pružných arterií dochází k pozvolnějšímu nárůstu tlaku po delší dobu. Naopak v případě zbytnělých cév je nárůst tlaku prudký a kratší (Obrázek 2.14).

Tato skutečnost se projeví v dynamických vlastnostech jak pletysmografické křivky krevního tlaku, tak i impedance křivky a především v jejich derivacích. U pružných cév je derivace nižší a širší, u nepružných je vyšší a užší.



Obrázek 2.14: Změny v průběhu tlakové vlny aortou u subjektů s různým věkem [17].

Na pružnosti cévní stěny se podílejí vnější i vnitřní faktory, jak znázorňuje Obrázek 2.15.



Obrázek 2.15: Vliv vnějších a vnitřních faktorů na pružnost cévní stěny.

„Otevřený biologický systém si vyměňuje se svým okolím hmotu, hybnost a energii, jenž za pomoci vnitřních mechanismů využívá pro zachování své existence“

2.8 Shrnutí

V této části práce byla prostudována teoretická část Bioelektrické Impedanční Analýzy (BIA), její principy a využití v oblasti impedanční pletysmografie. Byl shrnut současný stav vývoje impedanční kardiografie ve světě a tuzemsku.

Nevýhodou současného stavu je, že není možné posuzovat bioimpedanční křivky při zátěžovém stavu organismu pacienta. Přičemž zhruba jen 50% onemocnění lze bezchybně diagnostikovat v klidovém stavu pacienta.

Metoda celotělové impedanční analýzy byla modifikována na AV ČR, kde v současné době ve spolupráci s FN U Sv. Anny v Brně v centru ICRC probíhá klinické testování.

Prototyp, který byl za tímto účelem sestaven, se nazývá MBM – Multichannel Bioimpedance Monitor. MBM umožňuje současném měření požadovaných parametrů krevního řečiště odvoditelných z impedance v měřených úsecích, což dříve žádná jiná metoda neumožňovala.

Impedanční křivka neodráží pouze změny srdečního výdeje, ale také vlastnosti cév, v této práci bude posuzována jejich pružnost, resp. změna průměru/průřezu.

3 Cíle dizertace

Současný vývoj v řešení fyzikálních úloh z lékařské technické praxe týkající se proudění krve v cévách se zaměřuje na důslednou formulaci úlohy pomocí parciálních diferenciálních rovnic.

Předkládaná dizertační práce si klade za cíl:

- Odvodit vztahy, které formálně správně popisují závislost mezi relativní změnou impedance a relativní změnou průměru tepny.
- Vytvořit model, který principiálně správně popisuje pole (mechanických deformací, tlakové pole proudění, elektrické, teplotní) v cévní stěně, která je zatížena krevním tlakem a procházejícím elektrickým proudem.
- Nalezení vazebních rovnic mezi fyzikálními poli k řešení sdruženého modelu, který je spojen s elektrickým obvodem.
- Vytvořit geometrii oběhového systému člověka, která bude diskretizována a dále řešena ve smyslu metody konečných prvků a metody konečných objemů s respektováním vhodných okrajových a počátečních podmínek.
- Ověřit správnost numerického modelu s experimentálním měřením impedančních pletysmografických křivek získaných z konkrétního pacienta.

4 Model impedance krevního řečiště

Tato kapitola se zabývá odvozením základních vztahů pro popis závislosti mezi změnou impedance tepny a jejího průřezu, respektive průměru.

Vliv objemových změn na změny impedance tkáně vyplývá ze skutečnosti, že krev, jejíž vodivost podstatně přispívá k vodivosti tkání, tyto tkáně různě zaplňuje v různých okamžicích tepové periody. Na změnu impedance mají vliv nejenom změny objemu krve, ale i rychlost průtoku krve měřeným místem [18].

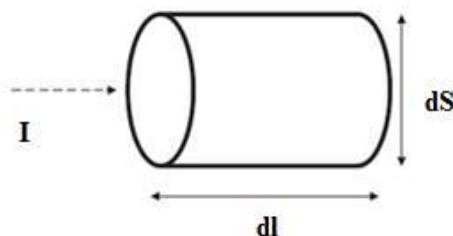
Ve srovnání s ostatními tkáněmi (např. kůže, svaly, kosti, aj.) má krev mnohonásobně nižší rezistivitu (viz Tabulka 4.1) [19].

Tabulka 4.1: Vodivost vybraných tkání a srovnání s krví, měřeno při 100 Hz.

Typ tkáně	Měrná vodivost [S/m]	Měrná rezistivita [Ω/m]
Krev	0,7000	1,428
Tepenná stěna	0,2780	3,571
Kosti	0,0810	12,34
Svaly	0,2670	3,745
Kůže (suchá)	0,0002	5000
Tělesný tuk	0,0406	24,63

4.1 Impedance izolované tepny

Zabývejme se nyní odvozením vztahu elektrické impedance obecného elementárního válce (tepny) na změně jeho průřezu, respektive změna průměru (případně objemu) tepny v závislosti na jejím prokrvení (Obrázek 4.1).



Obrázek 4.1: Impedance izolované tepny.

Malá intenzita elektrického pole vyvolá ve vodiči proudovou hustotu \mathbf{J} [A/m]. Při konstantní teplotě je proudová hustota přímo úměrná intenzitě elektrického pole.

Charakteristikou vodiče je jeho měrná vodivost - konduktivita γ [S/m], resp. její převrácená hodnota – rezistivita – měrný elektrický odpor ρ [Ω /m].

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad \text{resp.} \quad \mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \quad (4.1)$$

kde \mathbf{E} je intenzita elektrického pole [V/m].

Nechť je dán elementární úsek tepny o délce dl (reprezentuje vzdálenost snímacích elektrod) s kolmým průřezem $d\mathbf{S}$, kterým prochází elektrický proud \mathbf{I} . Potom pro elektrické napětí platí:

$$U = \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint \rho \mathbf{J} d\mathbf{l} = \oint \rho \frac{d\mathbf{I}}{d\mathbf{S}} d\mathbf{l} \quad (4.2)$$

kde U je elektrické napětí [V], \mathbf{I} je elektrický proud [A], ρ je měrný odpor [Ω /m] a \mathbf{S} je průřez [m^2]. Proud je po délce vodiče konstantní a úpravou získáme vztah:

$$U = \rho I \oint \frac{d\mathbf{l}}{d\mathbf{S}} \quad (4.3)$$

Při ustáleném proudu je napětí na koncích všech elementárních válců stejné a platí vztah:

$$I = \frac{S}{\rho l} U \quad \text{a} \quad Z = \frac{U}{I} = R + jX \quad (4.4)$$

kde Z je impedance [Ω], R je reálná část impedance (reálný odpor) [Ω] a jX je imaginární část impedance [Ω]. Elektrická impedance daného úseku cévy je pak dána jako:

$$Z = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho}{\pi} \frac{l}{d^2} \quad (4.5)$$

zde d je pak průměr tepny [m]. Impedanci Z v následujícím textu je myšlena její absolutní hodnota, která je ve skutečnosti tvořena reálným odporem a velice malou (zanedbatelnou) reaktancí.

Pomocí Taylorovy řady, je možné odvodit vztah pro relativní změnu impedance a průřezu. Posloupnost úprav je následující:

Taylorova řada:

$$\begin{aligned} f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 \\ + \frac{f^3(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^k(a)}{k!}(x-a)^k \end{aligned} \quad (4.6)$$

Impedanci lze vyjádřit pomocí prvních několika členů Taylorovy řady. Upravením Taylorovy řady pro náš případ dostaneme vztah:

$$Z \approx Z_0 + Z'(S_0)\Delta S + Z''(S_0)\frac{(\Delta S)^2}{2} \quad (4.7)$$

Převedením Z_0 na levou stranu dostaneme:

$$Z - Z_0 \approx Z'(S_0)\Delta S + Z''(S_0) \frac{(\Delta S)^2}{2} \quad (4.8)$$

Změnu impedance označme jako ΔZ , dosazením první a druhé derivace impedance ze vztahu (4.5) do vztahu (4.8) získáme:

$$\Delta Z \approx -\rho \frac{1}{S^2} \Delta S + 2\rho \frac{1}{S^3} \cdot \frac{(\Delta S)^2}{2} \quad (4.9)$$

Zkrácením, zpětným dosazením a následnou úpravou získáme výsledný vztah, který říká, že pro malé změny průřezu odpovídá relativní změna impedance přibližně relativní změně průřezu A s opačným znaménkem:

$$\frac{\Delta Z}{Z} \approx -\frac{\Delta S}{S} + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 \quad (4.10)$$

Podobně lze odvodit vztah mezi relativní změnou impedance a relativní změnou průměru D :

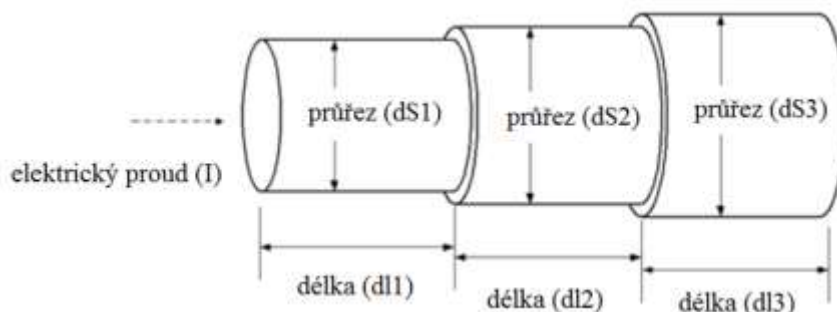
$$Z \approx Z_0 + Z'(d_0)\Delta d + Z''(d_0) \frac{(\Delta d)^2}{2} \quad (4.11)$$

Stejným postupem je pak možné získat obecně platný vztah:

$$\frac{\Delta Z}{Z} \approx -2 \frac{\Delta d}{d} + 3 \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 \quad (4.12)$$

4.2 Impedance reálné tepny

Pro správné srovnání naměřené impedance úseku cévy s modelem je však nutné uvažovat několik segmentů modelu (Obrázek 4.2), které leží mezi měřicími elektrodami. Pokud mají segmenty různé průměry a délky, není praktické odvozovat relativní změnu impedance z relativní změny průměru.



Obrázek 4.2: Reálný případ řazení cévních segmentů za sebou.

Pro časový průběh relativní změny impedance je tak vhodnější použít nezjednodušený výpočet pro sériové spojení impedancí cévních segmentů Z_i podle následujícího vztahu:

$$Z(t) = Z_1(t) + Z_2(t) + Z_3(t) + \dots + Z_n(t) \quad (4.13)$$

Upravením tohoto vztahu pro relativní změnu impedance dostaneme:

$$Z(t) - Z(0) = -Z(0) + Z_1(t) + Z_2(t) + Z_3(t) + \dots + Z_i(t) \quad (4.14)$$

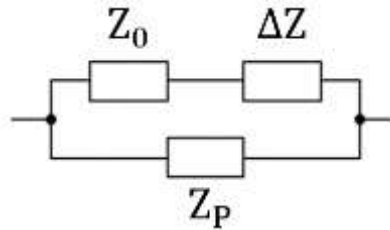
$$\frac{Z(t) - Z(0)}{Z(0)} = \frac{Z_1(t) + Z_2(t) + Z_3(t) + \dots + Z_i(t)}{Z(0)} - 1 \quad (4.15)$$

$$\frac{\Delta Z(t)}{Z(0)} = \frac{\frac{4\rho}{\pi} \frac{l_1}{d_1^2(t)} + \frac{4\rho}{\pi} \frac{l_2}{d_2^2(t)} + \frac{4\rho}{\pi} \frac{l_3}{d_3^2(t)} + \dots + \frac{4\rho}{\pi} \frac{l_i}{d_i^2(t)}}{\frac{4\rho}{\pi} \frac{l_1}{d_1^2(0)} + \frac{4\rho}{\pi} \frac{l_2}{d_2^2(0)} + \frac{4\rho}{\pi} \frac{l_3}{d_3^2(0)} + \dots + \frac{4\rho}{\pi} \frac{l_i}{d_i^2(0)}} - 1 \quad (4.16)$$

Finální úpravou vztahu dostaneme vztah, který popisuje relativní změnu impedance pro sériové řazení cévních segmentů:

$$\frac{\Delta Z(t)}{Z(0)} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{d_i^2(t)}}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{d_i^2(0)}} - 1 \quad \text{pro } n = 1, 2, 3, \dots, i \quad (4.17)$$

Dle výše uvedených vztahů při měření impedance izolované tepny $Z_0 + \Delta Z$ by relativní změna impedance tepny odpovídala relativní změně průměru tepny. Ve skutečnosti však měřicí proud neteče jen tepnou, ale také žílou, svaly nebo dalšími tkáněmi. Změřenou impedanci Z tak negativně ovlivňuje impedance žíly či svalů, souhrnně označená jako Z_P .



Obrázek 4.3: Náhradní impedanční schéma tepny.

Tato impedance může být navíc časově proměnná v závislosti například na naplnění žíly krví, na výškové poloze končetiny, dýcháním nebo stlačením svalů.

Typickým příkladem je měření hrudní impedance, která je silně závislá na dýchání, které mění náplň cév krví. Dále odráží průtoky v plicní cirkulaci a u obézních subjektů tyto výsledky mohou být zkresleny odporem tukové tkáně.

Parazitní impedance Z_P bohužel nezmenšuje jen celkovou impedanci Z , ale zmenšuje i relativní změny naměřené impedance $\Delta Z/Z$ způsobené pulsním roztažením tepny. Pro celkovou impedanci pak platí:

$$Z = \frac{(Z_0 + \Delta Z) \cdot Z_P}{Z_0 + \Delta Z + Z_P} \quad (4.18)$$

Pro relativní změny naměřené impedance po úpravách rovnice (4.18) získáme vztah:

$$\frac{\Delta Z(t)}{Z} \approx \frac{\Delta Z}{Z_0} \cdot \frac{Z_P}{Z_0 + Z_P} = \frac{\Delta Z}{Z_0} \cdot k \quad (4.19)$$

kde konstanta k [-] je koeficient zeslabení. Pokud například bude poměr průřezu některé velké tepny a velké žíly 1:4 bude koeficient zeslabení kolem 0,20.

Z literatury je možné zjistit hodnoty relativních změn průřezu tepny z hodnot pulsního tlaku a roztažnosti tepny zjištěné ultrazvukem nebo NMR.

Roztažnost DC (z angl. Distensibility Coefficient) je definována jako podíl relativní změny průřezu (průměru) tepny $\Delta S/S$ a pulsního tlaku ΔP :

$$\text{pro průřez platí } DC = \frac{\Delta S/S}{\Delta P} \quad (4.20)$$

$$\text{pro průměr platí } DC = \frac{2(\Delta d)d + \Delta d^2}{\Delta P d^2} \quad (4.21)$$

Relativní změna průřezu vzestupné aorty byla u mladých zdravých 0,20, u starých zdravých 0,11, u nemocných se selháním srdce 0,034 [20]. Změna průřezu vzestupné, sestupné a břišní aorty byla u subjektů s normálním tlakem 0,32; 0,23; 0,33 a u subjektů s esenciální hypertenzí 0,14; 0,12; 0,13 [21]. Relativní změna průřezu tepny v paži byla 0,30 u mladých a 0,12 u starých subjektů [22]. Změna průřezu tepny v paži u populace mužů byla 0,14 a u žen 0,15 [23].

Pokud dáme udávané změny průřezu do souvislosti se změnami naměřené impedance, je patrné, že skutečný přenos pulsní složky impedance tepny na pulsní složku naměřené impedance je velmi malý a výrazně se liší podle lokality – 0,053 pro hrudník a 0,006 pro paži.

Tabulka 4.2: Srovnání koeficientů zeslabení pro různé lokality na měřeném subjektu [20], [22].

Lokalita	Hrudník (aorta)	Paže
Odpovídající kanál	4	13
Udávaná relativní změna průřezu *	0,20	0,30
Předpokládaná relativní změna impedance	0,17	0,23
Změřená relativní změna impedance *, **	0,009	0,0013
Odpovídající koeficient zeslabení	0,053	0,006

* mladí, zdraví

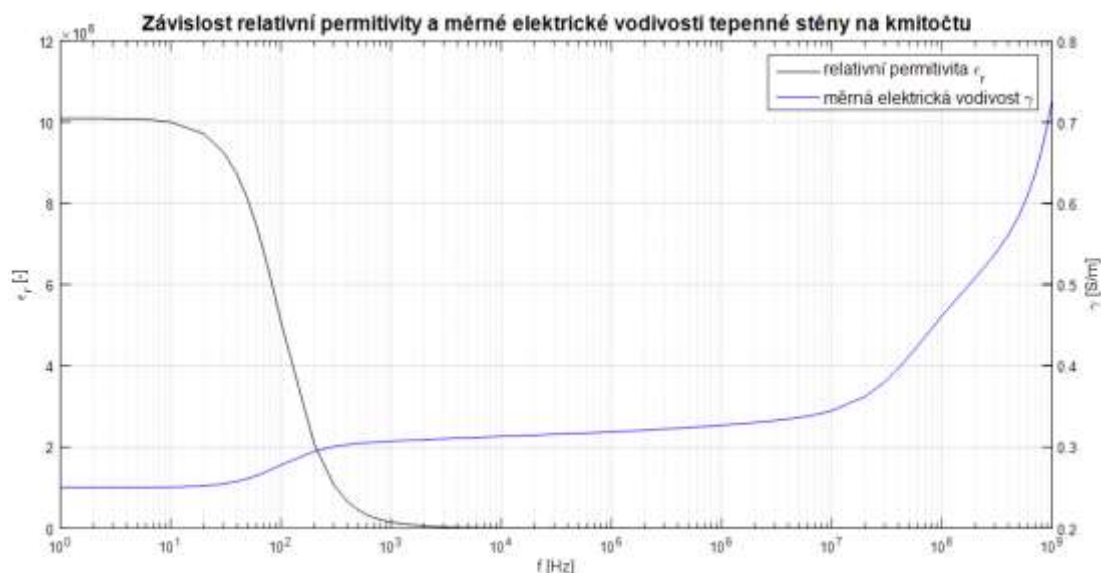
** průměr z 5 subjektů

4.3 Dielektrické a vodivostní závislosti tepenné stěny a krve na kmitočtu

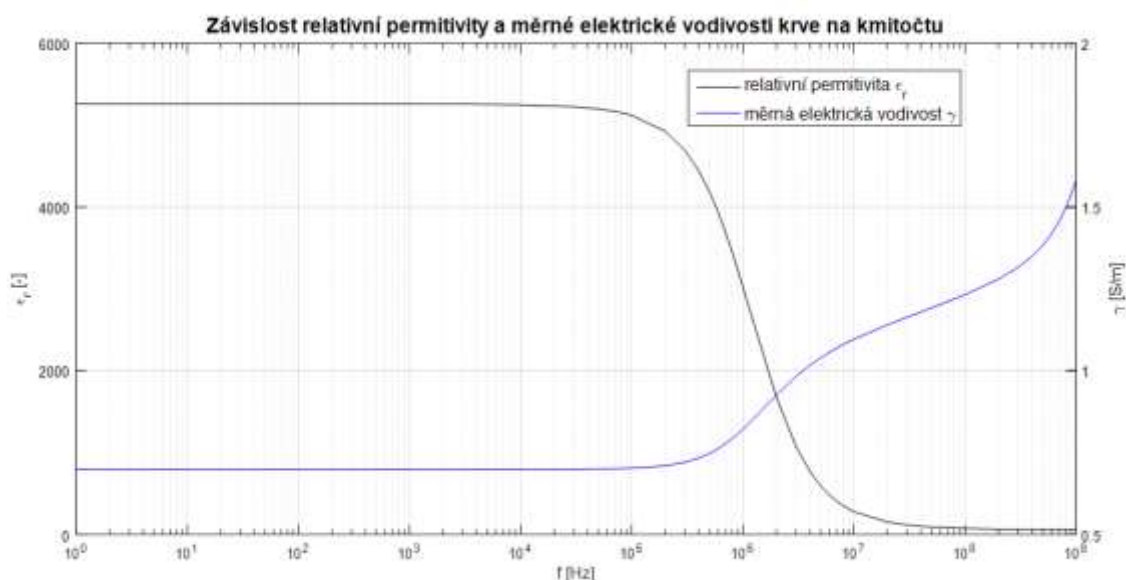
Kmitočtové závislosti byly proměřeny v rozsahu od 1 Hz do 1000 MHz [19]. V obou případech je patrné, že průběh relativní permitivity s rostoucím kmitočtem klesá, avšak vykazuje významnou kmitočtovou závislost, zejména u tepenné stěny (projevuje se již

v kmitočtech řádu 10^1 Hz), stabilních hodnot začne nabývat od kmitočtu řádově 10^3 Hz. U krve relativní permitivita klesá od kmitočtů 10^5 Hz.

Elektrická vodivost v obou případech s rostoucím kmitočtem roste, nicméně tento nárůst je u tepny pozvolnější, výrazně se tato změna začne projevovat v kmitočtech 10^7 Hz, u krve začíná tento nárůst od kmitočtu 10^5 Hz.



Obrázek 4.4: Kmitočtové závislosti relativní permitivity a měrné elektrické vodivosti tepenné stěny.



Obrázek 4.5: Kmitočtové závislosti relativní permitivity a měrné elektrické vodivosti krve.

Tabulka 4.3 shrnuje vodivostní a dielektrické parametry krve a tepny pro měřicí kmitočty 49, 50 a 51 kHz, které jsou použity při měření na reálném subjektu pomocí MBM.

Tabulka 4.3: Elektrické a dielektrické parametry krve a tepny.

	49 kHz		50 kHz		51 kHz	
	γ [S/m]	ϵ_r [-]	γ [S/m]	ϵ_r [-]	γ [S/m]	ϵ_r [-]
Tepna	0,3168	1661,7	0,3168	1633,3	0,3169	1606,0
Krev	0,7007	5199,1	0,7008	5197,7	0,7008	5196,3

4.4 Shrnutí

V této části práce byly odvozeny vztahy, které dávají do souvislosti relativní změnu měřené impedance s relativní změnou průměru/průřezu jak pro izolovanou tepnu (vztah (4.11)), tak pro několik tepenných segmentů řazených za sebou (vztah (4.17)).

Z odvozených vztahů pro izolovanou tepnu vyplývá, že pro malé změny průřezu odpovídá relativní změna impedance přibližně relativní změně průřezu s opačným znaménkem.

Dále byly získány kmitočtově závislé parametry (elektrické a dielektrické) pro tepnu a krevní řečiště (Tabulka 4.3). Biologické materiály jsou vodiče druhého řádu s kapacitními vlastnostmi (vysoká permitivita a nízká vodivost oproti kovům), chovají se tedy jako biologické kondenzátory.

5 Mechanické vlastnosti krve a cévní stěny

V následující kapitole budou rozebrány poznatky o makroskopických mechanických vlastnostech krve jako nenewtonské kapaliny a cévní stěny jakožto hyperelastického materiálu. Budou diskutovány možnosti jejich využití pro numerické modelování měkkých tání a tělních tekutin pomocí konstitutivních vztahů.

5.1 Krev jako nenewtonská kapalina

Pojem viskozita (vnitřní tření kapalin, také vazkost) je důsledkem existence kohezních sil, působících mezi jednotlivými molekulami kapaliny. V případě, že tekutina proudí a její jednotlivé elementární objemy (molekuly) jsou v relativním pohybu a dvě sousední vrstvy mají rozdílnou rychlost, potom na jejich rozhraní dochází mezi nimi ke tření a ke vzniku smykového (tečného) napětí τ [Pa], příčinou tohoto jevu je viskozita tekutiny.

Definice viskozity vychází z charakteru proudění reálné kapaliny, která je svou mezní vrstvou ve styku s pevnou stěnou (nebo stěnami). Význam mezní vrstvy bude vysvětlen později v kapitole 6.4.

Z charakteru proudění lze vyvodit existenci tečného napětí mezi jednotlivými vrstvami proudící kapaliny. Toto tečné napětí je úměrné gradientu rychlosti a konstanta úměrnosti se jmenuje dynamická viskozita.

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad (5.1)$$

kde τ je tečné napětí v tekutině [Pa], v je rychlost toku [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], x je souřadnice ve směru kolmém na směr proudění [m] a η je dynamická viskozita [$\text{Pa} \cdot \text{s}$], která je pro danou teplotu konstantou.

Pro ideální kapalinu má dynamická viskozita nulovou hodnotu.

Jako Newtonova kapalina se obecně označuje kapalina, jejíž viskozita je v každém časovém okamžiku nezávislá na napětíovém a deformačním stavu kapaliny.

5.2 Makroskopické modely nenewtonských kapalin

Lidská krev je nehomogenní anizotropní, nestlačitelná kapalina, jejíž mechanické vlastnosti jsou ovlivněny celou řadou faktorů, a která se chová jako nenewtonské, nestlačitelná vazká kapalina, jejíž hustota je v rozmezí $1040 - 1060 \text{ kg/m}^3$.

Významným faktorem, který ovlivňuje reologické vlastnosti krve je smyková rychlost $\dot{\gamma}$. Pokud její hodnoty klesnou pod hodnotu 10 s^{-1} začne docházet ke shlukování červených krvinek (tvorba tzv. rouleaux), klesne-li smyková rychlost ještě více, pod hodnotu 1 s^{-1} , začnou se červené krvinky shlukovat do ještě složitějších trojrozměrných struktur.

Důsledkem tohoto shlukování červených krvinek je celkové zvýšení krevní viskozity. Naopak, pokud se hodnota smykové rychlosti zvýší, nad 100 s^{-1} , dochází k rozpadu těchto shluků a klesá viskozita, krev se pak chová jako newtonská kapalina se zdánlivě konstantní viskozitou.

Lidská krev se tedy obecně chová jako nenewtonská kapalina, která při nulové smykové rychlosti vykazuje určitou konečnou hodnotu smykového napětí τ_k (označme jako mez kluzu). Bude-li hodnota τ_k dostatečně malá, lze krev řadit mezi pseudo-plastické kapaliny, s tím souvisí nárůst dynamické viskozity s klesající smykovou rychlostí.

Pro numerickou simulaci proudění krve jako nenewtonské tekutiny, jsou řídicí rovnice odvozeny ze stejných principů mechaniky, jako je proudění Newtonovi kapaliny.

Po sepsání vlastního systému rovnic je další řešení již jednoznačně závislé na volbě vlastního nelineárního konstitutivního vztahu, to znamená jakou funkci $\tau_{ij} = \tau_{ij}(v_i)$ použijeme u příslušné nenewtonské kapaliny.

Přirozeně se nabízí použít stejný konstitutivní vztah, který se aplikuje u Newtonovy kapaliny, potom hovoříme o takzvané zobecněné newtonské kapalině, jejíž nelineární konstitutivní vztah se uvažuje ve tvaru:

$$\tau_{ij} = 2\eta(\dot{\gamma}) \cdot d_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (5.2)$$

kde τ_{ij} je tenzor smykových napětí, η je dynamická viskozita [$\text{Pa} \cdot \text{s}$], jejíž funkci $\eta = \eta(\dot{\gamma})$ musíme znát, d_{ij} jsou složky tenzoru rychlosti deformace.

Pro modelování nenewtonských efektů v kapalině je navržena celá řada modelů (např. Quemadův, Powell- Eringův, Binghamův, Herschelův-Bulkleyův, aj.) [24].

Dále jsou popsány vybrané 3 modely, které se pro numerické simulace proudění nenewtonské kapaliny používají nejvíce.

Jak bylo zmíněno výše, nenewtonské chování krve je ovlivněno celou řadou parametrů, v rámci této práce je uvažován pouze vliv smykové rychlosti.

Newtonská kapalina

$$\eta(\dot{\gamma})^{(0)} = \eta_{\infty}^{(0)} \quad (5.3)$$

kde $\eta_{\infty}^{(0)} = 0,00345 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

Model Carreau-Yasuda

$$\eta(\dot{\gamma})^{(1)} = \eta_{\infty}^{(1)} + \left(\eta_0^{(1)} - \eta_{\infty}^{(1)} \right) \cdot \left[1 + (\lambda^{(1)} \dot{\gamma})^a \right]^{\frac{k-1}{a}} \quad (5.4)$$

kde $\lambda^{(1)} = 1,902 \text{ s}$, $\eta_{\infty}^{(1)} = 0,00345 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\eta_0^{(1)} = 0,056 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $k = 0,22$, $a = 1,25$.

Cassonův model

Ve tvaru vyjádřeném pro dynamickou viskozitu:

$$\eta(\dot{\gamma})^{(2)} = \frac{(\sqrt{\tau_k} + \sqrt{\eta_{\infty}^{(2)} \dot{\gamma}})^2}{\dot{\gamma}} \quad (5.5)$$

kde $\tau_k=0,00251$ Pa, představuje mez kluzu a $\eta_\infty^{(2)}=0,00345$ Pa·s viskozitu newtonské kapaliny.

Crossův model

$$\eta(\dot{\gamma})^{(3)} = \eta_\infty^{(3)} + \left(\eta_0^{(3)} - \eta_\infty^{(3)} \right) \cdot \frac{1}{1 + (\lambda^{(3)} \cdot \dot{\gamma})^m} \quad (5.6)$$

kde $\lambda^{(3)}=1,007$ s, $\eta_\infty^{(3)}=0,00345$ Pa·s, $\eta_0^{(3)}=0,056$ Pa·s, $k=0,22$, $a=1,25$ a $m=1,089$.

Parametry η_0^n a η_∞^n určují asymptotické hodnoty dynamické viskozity kdy se smyková rychlost $\dot{\gamma}$ blíží v limitě k nule, resp. k nekonečnu.

$$\eta_0^{(n)} = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) \quad a \quad \eta_\infty^{(n)} = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \eta(\dot{\gamma}) \quad (5.7)$$

λ představuje relaxační čas potřebný pro vytvoření shluků červených krvinek (rouleaux), n v indexech značí číslo příslušného konstitutivního vztahu.

Kromě těchto modelů, které popisují zobecnělou newtonskou kapalinu u které její jedinou proměnnou smyková rychlost, existují ještě modely, kde mohou vstupovat i další parametry.

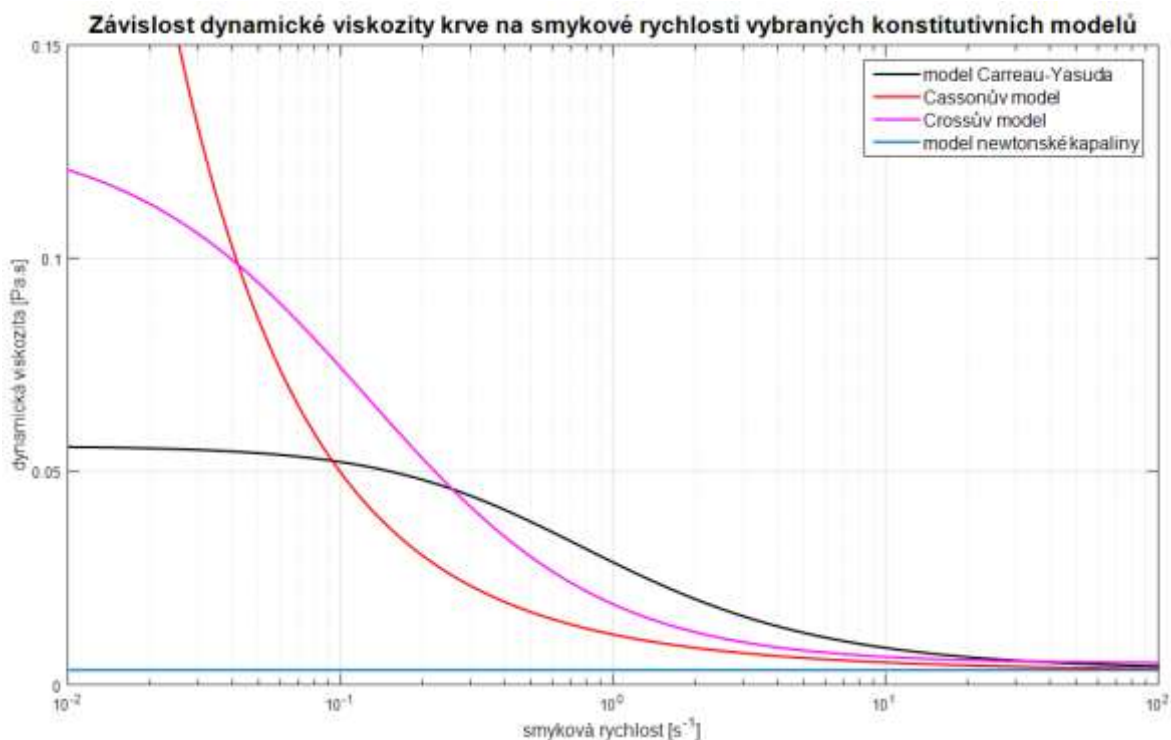
Takovýmto parametrem může být vedle smykové rychlosti hodnota hematokritu (poměr mezi objemem červených krvinek a plné krve, jinak řečeno jde o procentuální vyjádření objemu červených krvinek v jednotce krve) – Walburnův-Schneckův dvouparametrový model.

Výše jmenovaní odvodili ještě tříparametrový model, který navíc zohledňuje obsah proteinů v krvi. Tyto modely jsou sice přesné, avšak jsou omezeny na konkrétní případ.

Obrázek 5.1 Popisuje závislost dynamické viskozity krve na smykové rychlosti vybraných konstitutivních modelů. Jak uvádí například [25], všechny tyto modely prokázaly vysokou míru shody s experimentálně získanými daty.

Z obrázku vyplývá, že při vysokých hodnotách smykové rychlosti ($<100 \text{ s}^{-1}$), všechny modely konvergují k modelu newtonské kapaliny, čehož lze využít při modelování velkých tepen. U nízkých hodnot smykové rychlosti ($>100 \text{ s}^{-1}$) dochází k nárůstu dynamické viskozity a je nutno uvažovat neneutonské efekty v kapalině.

Pro komplexní simulace krevního řečiště je nutno uvážit některý z uvedených modelů pseudo-plastických kapalin, vliv jednotlivých modelů na výsledky je popsán později v kapitole 5.4.



Obrázek 5.1: Závislost dynamické viskozity krve na smykové rychlosti vybraných konstitutivních modelů.

5.3 Odvození smykové rychlosti ve 3D

Abychom mohli stanovit dynamickou viskozitu krve pomocí výše uvedených vztahů je nutno pro uvažovanou tepnu vypočítat hodnoty smykové rychlosti $\dot{\gamma}$ s použitím následujících relací (platné pro nestlačitelné kapaliny) [26]:

$$\dot{\gamma} = 2\sqrt{D_{II}} \quad (5.8)$$

kde D_{II} představuje druhý invariant tenzoru rychlosti deformace \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) \quad (5.9)$$

který lze vyjádřit jako:

$$D_{II} = \frac{1}{2}(\text{Tr} \mathbf{D}^2 - (\text{Tr} \mathbf{D})^2) \quad (5.10)$$

kde $\text{Tr} \mathbf{D}$ je stopa matice \mathbf{D} . Pro nestlačitelné kapaliny z rovnice kontinuity vyplývá $\text{Tr} \mathbf{D} = 0$, předcházející vztah lze tedy zapsat jako:

$$D_{II} = \frac{1}{2} \text{Tr} \mathbf{D}^2 = \frac{1}{2} d_{ij} d_{ij} \quad (5.11)$$

zde d_{ij} představuje složky tenzoru deformace \mathbf{D} .

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.12)$$

V trojrozměrném prostoru můžeme tenzor rychlosti deformace \mathbf{D} rozepsat jako:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

odkud pro $\text{Tr}\mathbf{D}^2$ platí:

$$\begin{aligned} \text{Tr}\mathbf{D}^2 = & \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right)^2 \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.14)$$

Dosazením rovnice (5.11) do rovnice (5.8) dostaneme:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\text{Tr}\mathbf{D}^2} \quad (5.15)$$

Využitím rovnice (5.14) můžeme pro výpočet hodnot smykové rychlosti v 3D prostoru psát:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} = & \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.16)$$

5.4 Vliv použitého modelu na výsledky

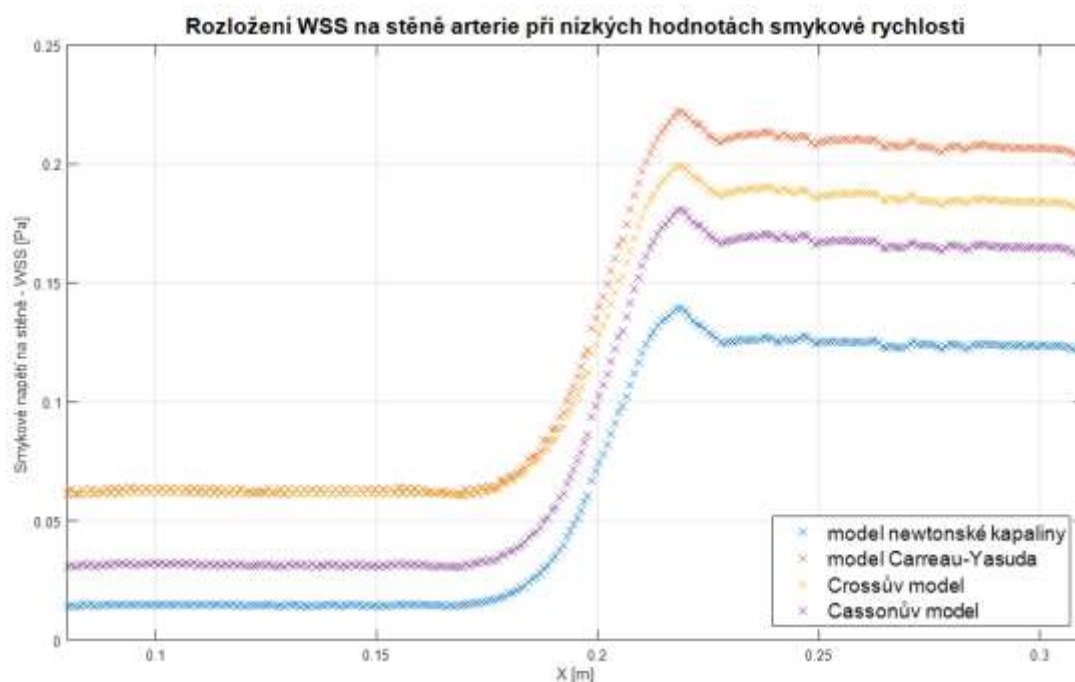
V této části byl prostudován vliv použitého nenewtonského konstitutivního modelu krve na proudové pole v tepně, respektive v oblastech kde dochází ke změně hodnot smykové rychlosti.

Byly provedeny stacionární výpočty proudění krve v arterii pro nízké a vysoké hodnoty smykové rychlosti. Vstupní rychlosti proudící krve byly voleny tak, aby zajistily nízké, resp. vysoké hodnoty smykové rychlosti (0,01 a 0,15 m/s). Postupně byly aplikovány makroskopické modely newtonské kapaliny a modely nenewtonských kapalin jako je Carreau-Yasuda model, Crossův model a Cassonův model, které byly popsány v kapitole 5.2, dle konstitutivních rovnic (5.3), (5.4), (5.5) a (5.6). Obrázek 5.2 ilustruje model tepny se zúžením, na kterém byl analyzován vliv použitého konstitutivního modelu na smykové napětí na stěně tepny – WSS (Wall Shear Stress). Šedé části modelu byly z vyhodnocení výsledů vyjmuty, kvůli vlivu okrajové podmínky.



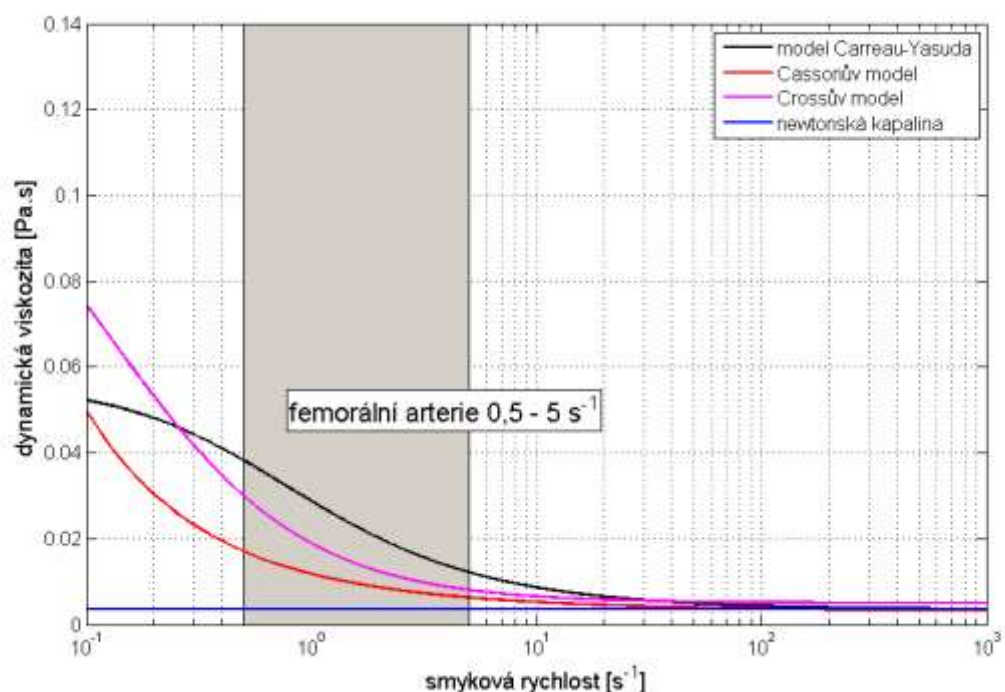
Obrázek 5.2: Model úlohy pro analýzu vlivu použitého konstitutivního modelu na výsledky.

Význam WSS je v třecí síle, kterou působí proudící krev na jednotkovou plochu vnitřní oblasti cévní stěny. Tento parametr je považován za důležitý faktor, který ovlivňuje funkci endotelu (vnitřní výstelky cévy). Nedostatečná stimulace endotelové výstelky touto třecí silou (resp. protékající krví) má za následek snížení syntézy některých chemických látek (označují se jako vazodilatátory), například oxid dusnatý NO, vede k vyššímu nahromadění lipidů (tuků) na stěnách tepen a s tím souvisejícím zesílením intimy (nejvnitřnější cévní vrstvy, která se bezprostředně stýká s proudící krví) a urychleným vznikem aterosklerotických plátů a tedy vznikem aterosklerózy (kornatění tepen), jako mezní hodnota bývá udávána $WSS < 0,5$ Pa. Většina arterií se snaží změnou svého průsvitu udržet hodnotu WSS na hodnotách 1 – 2 Pa. Více se se vlivem použitého konstitutivního modelu zabývali autoři například v [27] a [28].



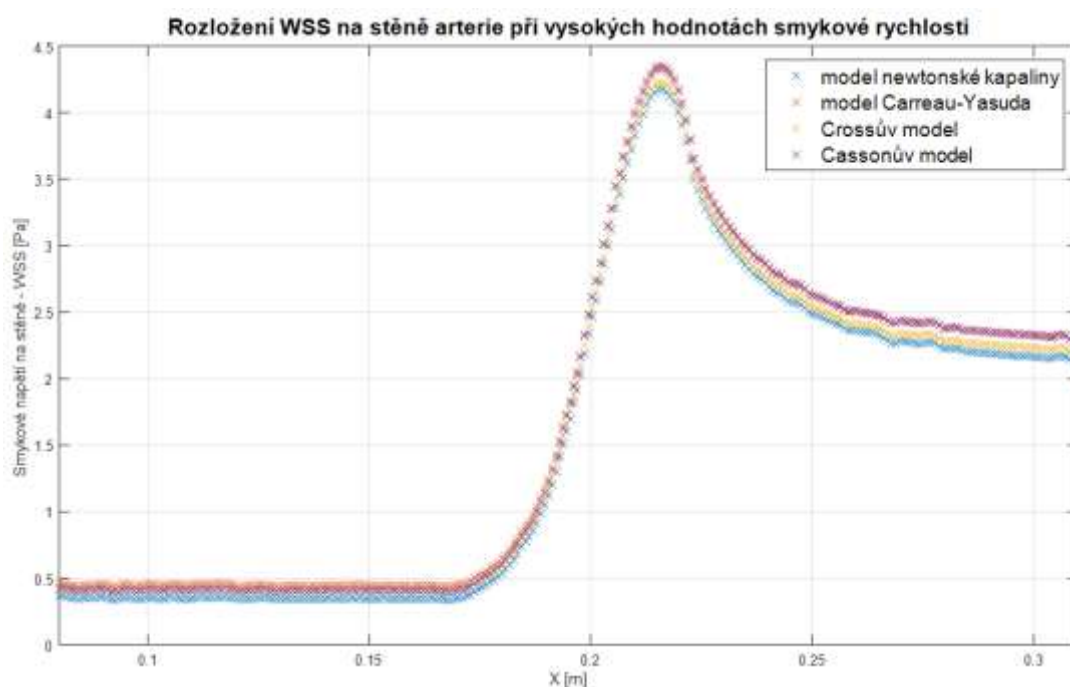
Obrázek 5.3: Závislost smykového napětí na stěně arterie pro nízké hodnoty smykové rychlosti.

Obrázek 5.3 shrnuje výsledky dosažené při nízkých hodnotách smykové rychlosti ve výše uvedeném modelu tepny se zúžením. Tuto situaci lépe popisuje Obrázek 5.4, který ukazuje, ve které části hodnot smykových rychlostí se pohybujeme, a vystihuje nelinearitu konstitutivních modelů.

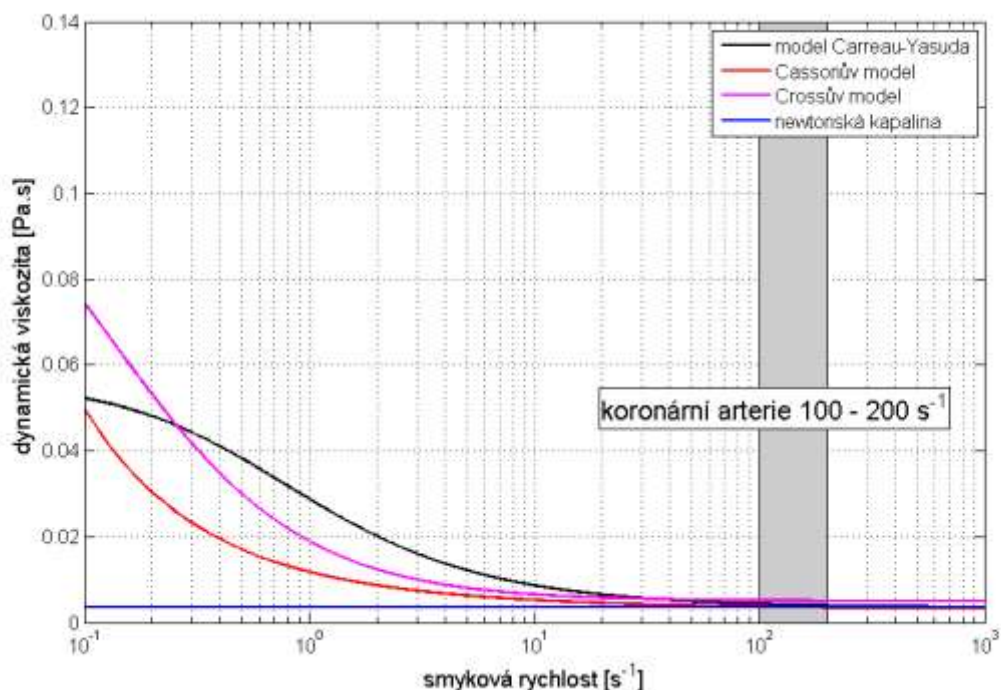


Obrázek 5.4: Rozložení dynamické viskozity v závislosti na hodnotě smykové rychlosti – femorální arterie.

Obrázek 5.5 a Obrázek 5.6 analogicky shrnuje výsledky dosažené při vysokých hodnotách smykové rychlosti v modelu tepny se zúžením.



Obrázek 5.5: Závislost smykového napětí na stěně arterie pro vysoké hodnoty smykové rychlosti.



Obrázek 5.6: Rozložení dynamické viskozity v závislosti na hodnotě smykové rychlosti - koronární arterie.

Lze tedy konstatovat, že výsledky pro jednotlivé konstitutivní modely se liší pouze kvantitativně, nikoli kvalitativně, přičemž je patrné, že pro nízké hodnoty smykové rychlosti jsou tyto rozdíly markantnější.

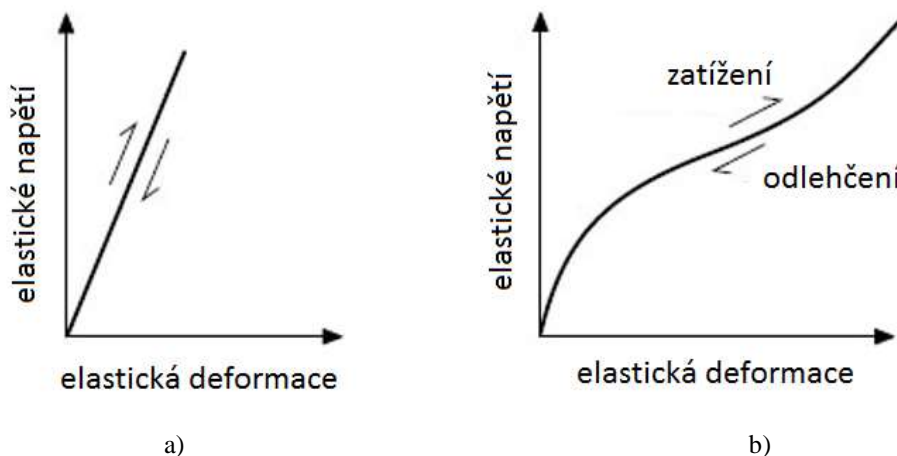
Dále lze konstatovat, že ve velkých cévách, kde jsou hodnoty smykové rychlosti dostatečně vysoké, lze krev modelovat jako newtonskou kapalinu s konstantní viskozitou. V tepnách, kde jsou hodnoty smykové rychlosti nízké, je nutné uvažovat nenewtonské vlastnosti krve.

5.5 Hyperelasticita cévní stěny

Měkké biologické tkáně však představují složitý kompozitní materiál, jehož chování není ryze lineárně elastické. Tyto materiály vykazují při zatěžování velké konečné deformace bez porušení vnitřní struktury v řádech desítek až stovek procent (u některých pryží až 700%). Při zpětném odlehčení se vrací téměř do původního stavu.

Při bližším zkoumání silových účinků zatížení lze říci, že závislost mezi silou (elastickým napětím) a deformací se pohybuje po nelineární křivce. Tyto materiály pak označujeme jako hyperelastické.

Rozdíl v deformačně-napětíové křivce lineárního elastického a hyperelastického materiálu ukazuje Obrázek 5.7a a Obrázek 5.7b.



Obrázek 5.7: Závislost napětí na deformaci. a) Lineárně elastického materiálu. b) Hyperelastického materiálu [26].

Pro zkoumání takového chování látek byla rozvinuta takzvaná teorie velkých deformací. Teorie velkých deformací neřeší vztah mezi deformací a napětím úpravou Hookova zákona, ale vychází z potenciální energie, kterou vzorek během deformace získá. Tato energie se nazývá potenciál deformační energie nebo také hustota deformačního potenciálu W_d .

Znalost závislosti tohoto vztahu na parametrech deformace, vystihuje elastické chování látky při velkých deformacích a nahrazuje tak znalost dvou elastických konstant vystihujících chování hookovské látky.

Teorie velkých deformací umožňuje najít elastickou charakteristiku nelineárně elastické látky a dává možnost určit rozložení napětí a deformací při některých konkrétních druzích namáhání.

Existují konstitutivní vztahy (vyjadřují W_d) popisující izotropní materiál, anizotropní materiál nebo i speciálně měkké tkáně. U všech modelů jsou odděleně modelovány objemová a tvarová (deviátorová) složka deformace. Proto se konstitutivní vztahy skládají ze dvou částí:

- 1) Vliv změny objemu na energii napjatosti je popsán nejčastěji třetím invariantem tenzoru gradientu deformace a konstantou popisující objemovou změnu (objemový modul pružnosti nebo jiná konstanta z něj odvozená).
- 2) Vliv tvarové změny je popisován nejčastěji pomocí modifikovaných invariantů některého z tenzorů přetvoření. Modifikace má za cíl oddělení tvarové změny od změny objemové.

Dnes používané hyperelastické modely obecně formulují vztah pro hustotu deformačního potenciálu ve tvaru:

$$W_d = f(I_1, I_2, \{M\}) \text{ nebo } W_d = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{M\}) \quad (5.17)$$

kde W_d je hustota deformačního potenciálu, I_i jsou invarianty pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace, λ_i jsou hlavní protažení a $\{M\}$ je obecně množina materiálových parametrů, přičemž dále předpokládáme, že tyto materiály jsou dále izotropní a nestlačitelné.

V následujícím textu jsou shrnuty současné nejpoužívanější hyperelastické konstitutivní modely pro modelování biologických tkání.

Mooney-Rivlin

Tento konstitutivní model je modifikován ve více variantách a to jako 2, 3, 5 a 9 parametrický. Všechny varianty Mooney-Rivlinova modelu fungují na stejném principu, jen s tím rozdílem, že se mění počet materiálových parametrů. Hustota deformační energie pro 2 parametrický model je dána vztahem:

$$W_D^{(1)} = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (5.18)$$

Tento model je použitelný do cca 100% přetvoření, pokud křivka přetvoření-napětí nevykazuje inflexi. Mooney-Rivlin 5 parametrický je použitelný i tehdy, když křivka přetvoření-napětí vykazuje inflexi. Mooney-Rivlin 9 parametrický je použitelný i pro komplikované tvary křivek přetvoření-napětí.

Polynomický model

Tento model je zobecněním modelů Mooney-Rivlin. V tomto modelu je hustota deformační energie dána vztahem:

$$W_D^{(2)} = \sum_{i+j=1}^N c_{ij}(\bar{I}_1 - 3)^i(\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^M \frac{1}{d_k}(J - 1)^{2k} \quad (5.19)$$

pro $M=1$ a $N=1, 2, 3$ obdržíme jednotlivé modely Mooney-Rivlin.

Yeoh

Tento model je velice podobný modelu Mooney-Rivlin vynecháním některých jeho členů. Deviátorová složka měrné energie napjatosti zahrnuje jen členy s prvním modifikovaným invariantem polynomu 1. až 6. stupně.

$$W_D^{(3)} = \sum_{i=1}^N c_{i0}(\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k}(J - 1)^{2k} \quad (5.20)$$

Holzapfel

Holzapfelův konstitutivní model materiálu obsahuje izotropní složku hustoty deformační energie, která je totožná s Neo-Hookem a dále anizotropní složku hustoty deformační energie, kde je konkrétně použita exponenciální funkce. Anizotropní složka hustoty deformační energie zde představuje mechanické vlastnosti a chování výstužných vláken.

$$W_D^{(4)} = \frac{c}{2} (\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d} (J - 1)^2 + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{i=4,6} \{\exp[k_2(\bar{I}_1 - 1)^2] - 1\} \quad (5.21)$$

Tento konstitutivní model je v současnosti jeden z nejdokonalějších.

U biologických tkání se projevují mimo jiné viskoelastické efekty, které mají za následek závislost deformačně napěťových charakteristik na rychlosti zatěžování. Běžně používané výpočtové modely však viskoelastické jevy zanedbávají, jelikož by se tím výpočty staly velmi složité a náročné, proto dochází k určité chybě, která je dále považována za zanedbatelnou.

Některé konečnoprvkové programy sice podporují hyper-viskoelastické modely, ale vzhledem tomu, že je složité s nimi pracovat, a je potřeba definovat materiálové parametry, které je velmi obtížné změřit, nebo nejsou k dispozici, proto se v běžné praxi nepoužívají.

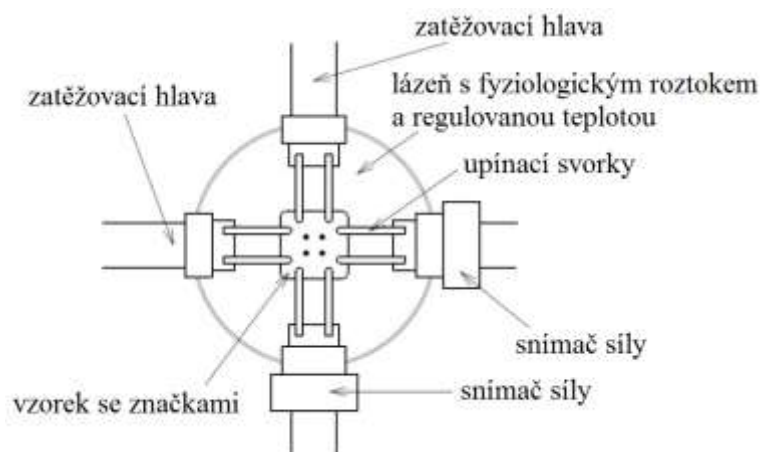
5.5.1 Zjišťování parametrů konstitutivních modelů

Zatímco u některých tkání je síla měřitelná až po velkém prodloužení, jiné kladou značný odpor již při nepatrných posuvech. Proto je potřeba při modelování vlastností užít speciálních zatěžovacích a měřících zařízení a brát tyto vlastnosti v úvahu.

Dalším důležitým aspektem je, že mechanické vlastnosti živé a mrtvé tkáně se výrazně liší, proto je ideální testování na živé tkáni [29]. S tím je však spojena řada problémů, proto se provádí hlavně testování in-vitro (na mrtvých zvířecích či lidských tkáních) se snahou přiblížit se co nejvíce stavům in-vivo.

Tedy vzorky tkání by měly být při zatěžování ve svém normálním prostředí (fyziologický roztok, teplota) a měly by být co nejčerstvější. Při testování měkké tkáně se provádí také tzv. předcyklování vzorků, které má za úkol dosáhnout ustálené mechanické odezvy tkáně [30].

Výstupem z tahové zkoušky je soubor fotek, ze kterých se (díky značkám na vzorku) příslušným softwarem vyhodnotí data k sestrojení deformačně–napěťových křivek. Obrázek 5.8 ilustruje schéma zařízení pro dvouosou tahovou zkoušku z Ústavu mechaniky těles, mechaniky a biomechaniky FSI VUT v Brně, popsáno v [31].



Obrázek 5.8: Schéma zařízení pro dvouosou tahovou zkoušku (FSI VUT Brno).

K vyhodnocení je používán program Hyperfit, který umožňuje fitování parametrů hyperelastických konstitutivních modelů (FSI VUT v Brně).

5.6 Shrnutí

V této části práce byly studovány modely, které se v současnosti používají pro modelování proudění nestlačitelných neneutonských kapalin a měkkých tkání.

Při modelování proudění krve ve velkých cévách, jako je aorta nebo větší arterie, je při numerických simulacích obvykle zvykem využít několik zjednodušení:

- Uvažujeme krev jako homogenní kapalinu. To vyplývá ze zanedbatelných rozměrů jednotlivých krevních částic v porovnání s vnitřním průměrem uvažované cévy.
- Jsou-li zaručeny dostatečně vysoké hodnoty smykové rychlosti $\dot{\gamma} > 100 \text{ s}^{-1}$ po celé délce cévy, je možno krev uvažovat jako newtonskou kapalinu.

V případě komplexnějších geometrií, u nichž lze očekávat složitě proudové pole, je pak vhodné aplikovat některý z existujících modelů neneutonských (pseudo-plastických) kapalin, aby bylo zamezeno možnému zkreslení výsledků.

Aktuálně používané modely byly analyzovány na své chování při různých hodnotách smykové rychlosti, bylo zjištěno, že modely se od sebe liší kvantitativně, nikoli kvalitativně, přičemž je patrné, že pro nízké hodnoty smykové rychlosti jsou tyto rozdíly markantnější (Obrázek 5.3 a Obrázek 5.5).

V rámci této práce byl pro modelování krevního toku vybrán model Carreau-Yasuda.

Obecným problémem modelování měkkých tkání je zjištění správné tuhosti daného materiálu. Ve většině případů se parametry modelu zjišťují z tahových zkoušek prasečích aort. Modely mohou vykazovat vyšší tuhost, než je tomu u skutečné tepny. Dalším problémem je častá divergence numerického modelu při použití modelu s velkou pružností. Je tedy potřeba nalézt vhodné optimum. Pro modelování tepenné stěny je dále použit model hyperelastického Yeohu 3. řádu, jehož konstanty pro tepennou stěnu byly získány na FSI VUT v Brně.

6 Fyzikální model

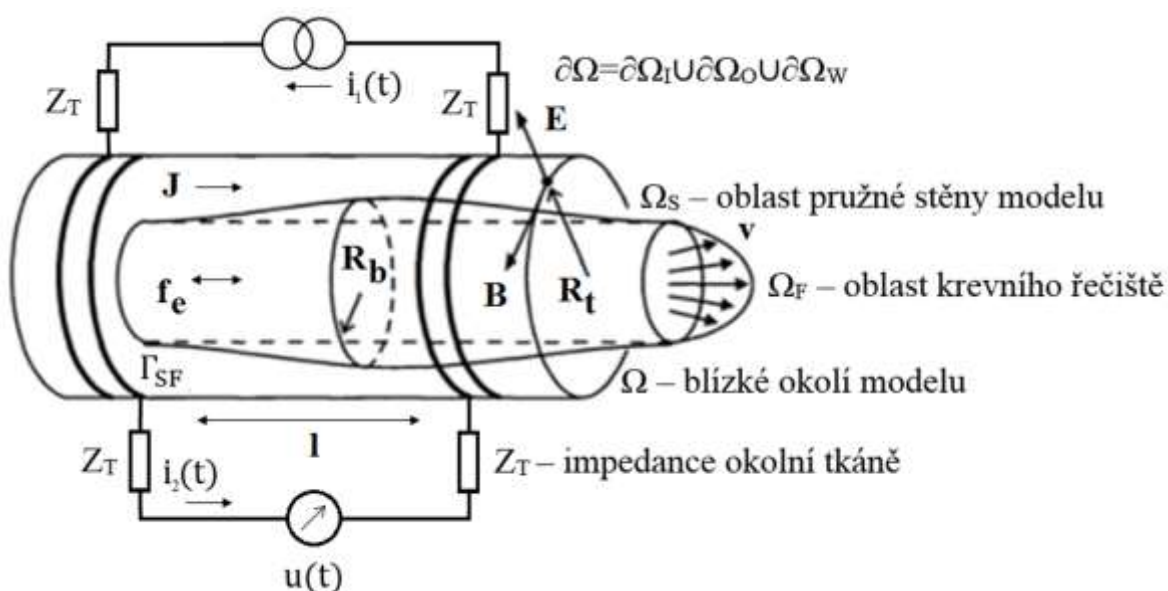
Výpočtové modelování z oblasti proudění kapalin a plynů je založeno na základě zákonů zachování, a to hmotnosti, hybnosti a energie, případně dalších skalárních veličin (chemická energie při chemických reakcích, aj.) [32].

Výpočty z oblasti elektromagnetismu jsou vyjádřeny na základě Maxwellových rovnic a materiálovými vlastnostmi, které charakterizují dané prostředí, jakou jsou polarizace (permitivita), vodivost a magnetizace (permeabilita).

V nesledující kapitole budou definovány vazební rovnice mezi fyzikálními poli k popisu a řešení výše uvedeného sdruženého modelu, bude odvozen elektro-hydrodynamický model proudění krve v krevním řečišti a model deformace tepenné stěny s uvažováním teplotního pole (způsobeného Joulovými ztrátami) v kombinaci s nestacionárním proudovým polem a elektrickým obvodem.

6.1 Model úlohy

Nechť je dána výpočtová trojrozměrná oblast $\Omega \in \mathbb{R}^3$ s pevnou prostorovou hranicí $\partial\Omega = \partial\Omega_I \cup \partial\Omega_O \cup \partial\Omega_W$ a časový interval $(0, T)$ pro $T > 0$. $\partial\Omega_I$ představuje vstupní část výpočtové domény $\partial\Omega$, $\partial\Omega_O$ je výstupem z výpočtové domény $\partial\Omega$, a $\partial\Omega_W$ nechť představuje stěnu proudící části modelu. Γ_{SF} budiž hranice mezi pružnou cévní stěnou a proudící krví. Z_T je model impedance okolní tkáně s kapacitním charakterem.



Obrázek 6.1: Principiální model úlohy.

Analýza je provedena v závislosti na čase s respektováním materiálových vlastností. Budou použity vektorové funkce pole $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{H}, \mathbf{D}, \mathbf{F}_s, \mathbf{f}, \mathbf{A}, \mathbf{P}, \mathbf{v}, \mathbf{J}, \mathbf{n}$, skalární funkce φ, T_e , a tenzorové funkce $\bar{\gamma}, \bar{\epsilon}, \bar{\mu}, \bar{k}, \bar{T}, \bar{F}, \bar{C}, \bar{e}, \bar{e}_{T_e}, \bar{S}$. Dále předpokládáme, že skalární, vektorové a tenzorové funkce jsou spojitými funkcemi polohy a času ve všech bodech Ω a mají spojitě derivace v prostoru i čase [33].

Tlakové pole krevního řečiště působí silou na tepennou stěnu, která se deformuje a pokud budeme uvažovat, že velmi malá část elektrického proudu bude procházet i tepennou stěnou, je nutné zahrnout tento jev do deformace elastické stěny, neboť proud procházející vodičem způsobuje ohřev vodiče (Joulovo teplo), které může mít vliv na mechanické vlastnosti tělesa, zejména tedy na deformaci (teplotní roztažnost materiálů).

6.2 Maxwellovy rovnice

Řešení elektro-hydrodynamického problému na úrovni spojitého kontinua vyžaduje řešení Maxwellových rovnic. Fundamentální tvar rovnic v diferenciálním tvaru a v symbolicko-komplexním tvaru (díky harmonickému signálu) je [6]:

Zákon celkového proudu, zobecněný Ampérův zákon:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{rot } \hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{J}} + j\omega \hat{\mathbf{D}} \quad (6.1)$$

Tedy rotace vektoru intenzity magnetického pole \mathbf{H} [A/m] je rovna hustotě vodivého proudu \mathbf{J} [A/m²] a hustotě posuvného (Maxwellova) proudu $\partial \mathbf{D} / \partial t$ (resp. dielektrického proudu), kde \mathbf{D} je vektor elektrické indukce [C/m²].

Zákon elektromagnetické indukce, Faradayův indukční zákon:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{rot } \hat{\mathbf{E}} = -j\omega \hat{\mathbf{B}} \quad (6.2)$$

Rotace vektoru intenzity elektrického pole \mathbf{E} [V/m] je rovna záporně vzaté derivaci magnetické indukce \mathbf{B} [T]. To znamená, že elektrické a magnetické pole jsou spolu jednoznačně svázány.

Gaussův zákon elektrostatiky

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad \text{div } \hat{\mathbf{D}} = \hat{\rho} \quad (6.3)$$

Jedná se o Poissonovu rovnici, která říká, že divergence vektoru elektrické indukce \mathbf{D} je rovna objemové hustotě volného náboje ρ [C/m³]. Zdrojem elektrického pole je tedy náboj.

V prostředí bez přítomnosti volných nábojů je pravá strana rovna nule a rovnice tak přechází na Laplaceovu rovnici:

$$\text{div } \mathbf{D} = 0 \quad \text{div } \hat{\mathbf{D}} = 0 \quad (6.4)$$

Zákon spojitosti indukčního toku

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad \text{div } \hat{\mathbf{B}} = 0 \quad (6.5)$$

Divergence vektoru magnetické indukce \mathbf{B} je rovna nule. To znamená, že neexistují magnetické monopóly (hypotetická elementární částice, která nese magnetický náboj).

Rovnice kontinuity je ve tvaru:

$$\operatorname{div} \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \operatorname{div} \hat{\mathbf{J}} + j\omega \hat{\rho} = 0 \quad (6.6)$$

Na základě těchto rovnic jsou popsány všechny vztahy a zákonitosti elektromagnetického pole. Tento systém rovnic, však musí být nadále doplněn konstitutivními vztahy, které definují vazbu s materiálovými vlastnostmi.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} & \hat{\mathbf{D}} &= \varepsilon_0 \varepsilon^*(\omega) \hat{\mathbf{E}} \\ \mathbf{B} &= \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = (1 + \chi_m) \mu_0 \mathbf{H} = \mu \mathbf{H} & \hat{\mathbf{B}} &= \mu_0 \mu^*(\omega) \hat{\mathbf{H}} \\ \mathbf{J} &= \gamma \mathbf{E} & \hat{\mathbf{J}} &= \gamma(\omega) \hat{\mathbf{E}} \end{aligned} \quad (6.7)$$

kde χ_e [-] je elektrická susceptibilita, χ_m [-] je magnetická susceptibilita, ε [F/m] je permitivita a μ [H/m] je magnetická permeabilita materiálu, \mathbf{P} je vektor polarizace, \mathbf{M} je vektor magnetizace a γ [Ω/m] je měrná elektrická vodivost. Veličiny ε_r^* a μ_r^* jsou komplexní permitivita a permeabilita.

Při harmonické simulaci je nutno uvažovat ztrátové vlastnosti materiálů. V případě komplexní permitivity:

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) \quad \tan \delta_e(\omega) = \frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon'(\omega)} \quad (6.8)$$

V případě komplexní permeability:

$$\mu^*(\omega) = \mu'(\omega) - j\mu''(\omega) \quad \tan \delta_m(\omega) = \frac{\mu''(\omega)}{\mu'(\omega)} \quad (6.9)$$

kde $\varepsilon'(\omega)$ a $\mu'(\omega)$ jsou reálné složky komplexní permitivity a permeability, $j\varepsilon''(\omega)$ a $j\mu''(\omega)$ jsou imaginární složky komplexní permitivity a permeability, ω je úhlový kmitočet [rad/s].

Pro vyjádření kmitočtové závislosti komplexní permitivity a permeability se využívá Debyeho (pro permitivitu) a Lorentzova (pro permeabilitu) modelu [34]:

$$\begin{aligned} \varepsilon^*(\omega) &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau(\omega)} \\ \mu^*(\omega) &= 1 + \frac{\mu_s - 1}{(1 + j\omega\tau(\omega))^2} \end{aligned} \quad (6.10)$$

kde ε_∞ je permitivita při $\omega \rightarrow \infty$, ε_s a μ_s je statická permitivita a permeabilita, τ je relaxační doba [s].

Frekvenční závislosti permitivity a vodivosti krve a cévní stěny byly proměřeny v kapitole 4.3. Permeabilita tepenné stěny je díky vysokému obsahu vody v tkáních přibližně 0,999991 naopak krev, která je vedena tepnami, je obohacena o velké množství kyslíku a její permeabilita je přibližně 1,000001 [35].

Vektor objemových sil, který působí na částici v kapalině, kterou prochází elektrický proud, se nazývá Lorenzova síla a je definována jako:

$$\mathbf{f}_e(\mathbf{x}, y, z, \mathbf{v}, t, q) = q[\mathbf{E}(\mathbf{x}, y, z, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, y, z, t)] \quad (6.11)$$

kde q je elektrický náboj částice [C].

Pro kontinuální tekutinu platí:

$$\mathbf{f}_e(\mathbf{x}, y, z, t) = \frac{d\mathbf{F}}{dV} = \mathbf{J}(\mathbf{x}, y, z, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, y, z, t) \quad (6.12)$$

kde vektor proudové hustoty \mathbf{J} vychází z rovnice:

$$\mathbf{J} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (6.13)$$

6.2.1 Model proudění tekutiny

Základní rovnice popisující proudění nestlačitelné (neboť krev je uvažována jako nestlačitelná) vazké kapaliny jsou Stokes-Navierova rovnice a rovnice kontinuity pro ve tvaru [26]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \eta(\dot{\gamma})^{(1)} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad \text{pro } t \in (0, T) \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \quad \text{pro } t \in (0, T) \end{aligned} \quad (6.14)$$

kde \mathbf{v} je vektor rychlosti proudění kapaliny, t je čas, \mathbf{f} je součet objemových sil (často jen tíhová), p je tlak [Pa], ρ je měrná hustota [kg/m^3], η je dynamická viskozita [Pa·s]. Poměr η/ρ , který vystupuje ve výše uvedené rovnici, je označován jako ν a nazývá se kinematická viskozita.

Operátor nabla a Laplaceův operátor jsou definovány jako:

$$\begin{aligned} \nabla &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \\ \Delta &= \nabla \cdot \nabla = \nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Složky vektoru rychlosti \mathbf{v} jsou definovány jako:

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3) \quad (6.16)$$

Celková objemová síla je vyjádřena jako:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_e + \rho \mathbf{f}_0 \quad (6.17)$$

kde \mathbf{f}_e je vektor sil způsobený elektrickým modelem a $\rho \mathbf{f}_0$ může vyjadřovat například gravitační sílu.

Substitucí vztahu (6.12) do vztahu (6.14) získáme EHD model proudění krve v cévách, kde za vektory \mathbf{B} a \mathbf{J} provedeme substituci z předcházejících vztahů.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \eta(\dot{\gamma})^{(1)} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{f}_0 \\ \text{pro } t &\in (0, T) \end{aligned} \quad (6.18)$$

Počáteční podmínky pro rychlost jsou:

$$\mathbf{v}(t_0, x, y, z) = \mathbf{v}_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{v}_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.20)$$

6.2.2 Model teplotního pole pro krevní řečiště

Ve většině publikovaných studií je uvažováno izotermické proudění (neboť se předpokládá, že změna teploty krve je zanedbatelná v rámci výpočtové oblasti Ω_F , a tedy rovnice energie, vyjadřující zákon zachování energie není v modelech uvažována).

Při konstrukci EHD modelu, je však nutné brát do úvahy tepelné ztráty způsobené průchodem elektrického proudu danou oblastí a tedy vznik Joulova tepla. Rovnice energie vychází z prvního zákona termodynamiky a je ve tvaru:

$$\frac{\partial(\rho h_{\text{tot}})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} h_{\text{tot}}) = \nabla(\kappa \nabla T) + \nabla(\mathbf{v} \tau) + \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad (6.21)$$

kde $\nabla(\mathbf{v} \tau)$ reprezentuje práci viskózních sil, T je teplota, $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ reprezentuje zdroj energie způsobený ohřevem průchodem elektrického proudu (indukční ohřev), κ je tepelná vodivost [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$] a h_{tot} je entalpie ze vztahu:

$$h_{\text{tot}} = h + \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 \quad (6.22)$$

kde $h(T, p)$ je statická entalpie.

Počáteční podmínky pro teplotu jsou:

$$T(t_0, x, y, z) = T_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.23)$$

$$\frac{\partial T(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial T_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.24)$$

6.2.3 Model mechanických deformací

Pro statickou rovnováhu tělesa platí vztah [6]:

$$\mathbf{F}_s + \nabla \cdot \bar{\mathbf{T}} = 0 \quad (6.25)$$

kde $\bar{\mathbf{T}}$ jsou složky tenzoru napětí, které jsou lineární kombinací složek tenzoru deformace a \mathbf{F}_s je celková objemová síla, která je vyjádřena jako:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{f}_0 + \mathbf{f} + \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad t \in (0, T), x \in \Omega_s \quad (6.26)$$

kde ρ je hustota materiálu v daném stavu tělesa a \mathbf{u} je vektor posunutí. Síla \mathbf{f}_0 pak představuje vektor objemových sil v modelu, kterými působí kapalina na pružnou cévní stěnu.

Měrná objemová síla \mathbf{f} , která je tvořena pouze složkou proudového a magnetického pole, je vyjádřena jako vektorový součin:

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}(x, y, z, t) \times \mathbf{B}(x, y, z, t) \quad (6.27)$$

Při použití lineárně elastického izotropního materiálu je tenzor napjatosti popisující závislost mezi napětím a deformací pružného tělesa ve tvaru [36]:

$$\bar{\mathbf{T}} = \bar{\mathbf{C}} \cdot \bar{\mathbf{e}} \quad (6.28)$$

kde $\bar{\mathbf{C}}$ je tenzor tuhosti. Tenzor měrných deformací $\bar{\mathbf{e}}$ lze vyjádřit jako:

$$\bar{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Dosazením tenzoru napjatosti (6.27) a měrné síly (6.26) do vztahu (6.25) a jeho následným rozepsáním, získáme rovnici [37]:

$$(\lambda + 2G)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + G\nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}_s = 0 \quad (6.30)$$

kde veličina G se nazývá modul pružnosti ve smyku, protože udává deformace, které jsou způsobeny tečnými (smykovými) napětími. Veličina λ nemá jednoduchý fyzikální význam.

Při použití lineární elasticity ji lze určit pomocí veličin E a σ . Kde E je modul pružnosti v tahu (poměr čistě podélného napětí k prodloužení, které působí na jednotce délky) a σ je Poissonova konstanta (poměr příčného stlačení k podélnému prodloužení tělesa namáhaného v tahu), která je z intervalu 0 až 0,5 (u měkkých biologických tkání 0,45 – 0,499).

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \quad \text{a} \quad G = \frac{E}{2(1 + \sigma)} \quad (6.31)$$

Doplněním rovnice (6.30) o vztah (6.27) získáme nový tvar:

$$(\lambda + 2G)\text{grad div } \mathbf{u} - G \text{rot rot } \mathbf{u} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{f}_0 = 0 \quad (6.32)$$

Při uvažování velkých deformací je nutné v rovnici rovnováhy použít jiné vztahy pro závislosti mezi napětím a deformací [38].

$$\mathbf{F}_s + \nabla \cdot \bar{\mathbf{T}} = 0 \quad (6.33)$$

Tenzor napjatosti je ve tvaru:

$$\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{J}^{-1} \bar{\mathbf{F}} \cdot \bar{\mathbf{S}} = 0 \quad (6.34)$$

kde $\bar{\mathbf{F}}$ je deformační gradient, determinant Jacobiho matice $\mathbf{J} = \det \bar{\mathbf{F}}$ [38].

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{\partial W_d}{\partial \bar{\mathbf{F}}} = \frac{\partial W_d}{\partial \bar{\mathbf{E}}} = 2 \frac{\partial W_d}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad (6.35)$$

Pro jednoznačné určení energie napjatosti je nutné pracovat se vzájemně si odpovídajícími tenzory napětí a přetvoření. Tyto dvojice tenzorů se nazývají energeticky konjugované tenzory, jsou jimi například:

- 1) Piola-Kirchhoffův tenzor napětí 2. druhu ($\bar{\mathbf{S}}$)
- 2) Green-Lagrangeův tenzor konečných přetvoření ($\bar{\mathbf{E}}$)
- 3) pravý Cauchy-Greenův tenzor konečných přetvoření ($\bar{\mathbf{C}}$)

Doplněním rovnice (6.33) o vztah (6.25), (6.27), (6.33) a (6.34) získáme tvar pro elektro-hydrodynamický model deformace tepenné stěny, přičemž dále předpokládáme, že materiál tepenné stěny je izotropní a nestlačitelný:

$$\nabla \left(\mathbf{J}^{-1} \bar{\mathbf{F}} \cdot \frac{\partial W_d^{(3)}}{\partial \bar{\mathbf{F}}} \right) + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{f}_0 = 0 \quad (6.36)$$

Počáteční podmínky pro měrná posunutí jsou:

$$\mathbf{u}(t_0, x, y, z) = \mathbf{u}_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.37)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.38)$$

6.2.4 Model teplotního pole pro cévní stěnu

Teplotní pole v cévní stěně je odvozeno z prvního zákona termodynamiky:

$$\operatorname{div}(\bar{\mathbf{k}} \cdot \operatorname{grad} T_e) + q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T_e}{\partial t} \quad (6.39)$$

kde T_e je teplota v bodě, q je zdroj tepla, $\bar{\mathbf{k}}$ je tenzor součinitelů teplotní vodivosti prostředí, c je měrné skupenské teplo a ρ je hustota prostředí.

Pro doplnění je ještě nutno uvést tenzor popisující deformace změnou teploty. Teplotní závislost je vyjádřena jako:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{e}}_{T_e}(T_e, x, y, z, t) &= \begin{bmatrix} \alpha_{F_x} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{F_y} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{F_z} \end{bmatrix} \Delta T_e(x, y, z, t) \\ &+ \begin{bmatrix} \beta_{F_x} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{F_y} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{F_z} \end{bmatrix} \Delta T_e^2(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (6.40)$$

kde α , β jsou teplotními součiniteli.

Počáteční podmínky pro teplotu jsou:

$$T_e(t_0, x, y, z) = T_{e0}(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.41)$$

$$\frac{\partial T_e(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial T_{e0}(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.42)$$

6.2.5 Model proudového pole

Bez přítomnosti volných nábojů přejde rovnice kontinuity (6.6) do tvaru:

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0 \quad (6.43)$$

Pokud aplikujeme Ohmův zákon v diferenciálním tvaru, rovnice (6.7) bude:

$$\operatorname{div} \gamma \mathbf{E} = 0 \quad (6.44)$$

Vektor intenzity elektrického pole \mathbf{E} lze zapsat pomocí skalárního elektrického (φ) a magnetického vektorového (\mathbf{A}) potenciálu:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \quad (6.45)$$

Substitucí rovnice (6.45) do (6.44) je výsledná rovnice kontinuity ve tvaru:

$$\text{div} \left(\gamma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \right) + \text{div}(-\gamma \cdot \text{grad } \varphi) = 0 \quad (6.46)$$

Počáteční podmínky pro skalární a vektorový potenciál jsou ve tvaru:

$$\varphi(t_0, x, y, z) = \varphi_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.47)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.48)$$

6.2.6 Model elektrického pole

Popis elektrického pole vychází z rovnic (6.2) a (6.3) a v nestacionárním poli jej lze vyjádřit pomocí skalárního elektrického a magnetického vektorového potenciálu, dosazením z konstitutivních rovnic (6.7) získáme úpravou finální rovnici:

$$\text{div} \left(\varepsilon \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \right) + \text{div}(-\varepsilon \cdot \text{grad } \varphi) = 0 \quad (6.49)$$

Počáteční podmínky pro skalární a vektorový potenciál jsou ve tvaru:

$$\varphi(t_0, x, y, z) = \varphi_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.50)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.51)$$

6.2.7 Model elektromagnetického pole

Popis elektromagnetického pole vychází z Maxwellovy rovnice:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_{vp} + \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (6.52)$$

kde \mathbf{J}_{vp} je příspěvek proudové hustoty od vířivých proudů. Materiálové vztahy pro \mathbf{D} a \mathbf{H} jsou definovány v kapitole 6.2 (rovnice (6.7)).

Proudová hustota od vířivých proudů je podle Ohmova zákona:

$$\mathbf{J}_{vp} = \gamma \mathbf{E} \quad (6.53)$$

Z vlastností magnetického pole je:

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (6.54)$$

Magnetická indukce lze vyjádřit pomocí magnetického vektorového potenciálu:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (6.55)$$

Rovnici (6.1) můžeme vyjádřit:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (6.56)$$

Dosazením konstitutivních vztahů za \mathbf{B} a \mathbf{H} do rovnice (6.56) a využitím vektorových identit, získáme rovnici pro kvazi-stacionární ustálený stav ($\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$):

$$\text{div} \left(\frac{1}{\mu} \text{div } \mathbf{A} \right) = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times (\text{rot } \mathbf{A})) \quad (6.57)$$

Počáteční podmínky pro skalární a vektorový potenciál jsou:

$$\mathbf{A}(t_0, x, y, z) = \mathbf{A}_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.58)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.59)$$

$$\varphi(t_0, x, y, z) = \varphi_0(x, y, z) \quad t_0 = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (6.60)$$

$$\frac{\partial \varphi(t_0, x, y, z)}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_0(x, y, z)}{\partial t} \quad (6.61)$$

6.2.8 Proudové pole v kombinaci s elektrickým obvodem

Jelikož měřicí a měřený signál prochází přes buněčné membrány a okolní tkáň (popsáno v kapitole 2.1), je nutné model doplnit o impedanci okolí. Tato se dá nahradit konečnou impedancí Z_T , která v sobě skrývá elektrický obvod, který reprezentuje okolní prostředí a respektuje dané materiálové vlastnosti [39].

Při respektování kapacitních vlastností organických struktur, které se chovají jako biologické kondenzátory, lze tuto impedanci chápat jako vnější obvod (vůči konečně-prvkovému a konečně-objemovému modelu), který modeluje okolní tkáň, (resp. jejich elektrické vlastnosti) membrány, ICT a ECT tekutiny, tyto obvody jsou popsány v kapitole 2.2, a dají se popsat pomocí okamžitých hodnot napětí $u(t)$ a proudu $i(t)$.

Impedance Z je připojena na uzel sítě MKP modelu tepny a je popsána a rozepsána na reálnou část reprezentovanou reálným odporem R a imaginární část charakterizovanou kapacitou C . Vektor proudové hustoty \mathbf{J} ve vodiči s průřezem S_V , kterým protéká okamžitá hodnota proudu $i(t)$, resp. i pro $t = \text{konstanta}$, je:

$$\mathbf{J} = \frac{i}{S_V} \mathbf{n} \quad (6.62)$$

kde $S_V = \pi r^2$, \mathbf{n} je normálový vektor.

Pomocí integrálních veličin popisujících elektrický obvod je vyjádřen rozdíl skalárního potenciálu $\Delta\varphi$ na jednotku délky vodiče (tepny):

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \frac{(Ri + \frac{1}{C} \int i dt)}{\Delta l} \quad (6.63)$$

Vektor proudové hustoty \mathbf{J} zapsaný ze strany diferenciálního popisu modelu:

$$\mathbf{J} = \frac{i}{\int_{S_V} \pi r^2 dS} \mathbf{n} \quad (6.64)$$

Pomocí potenciálů vyjádříme vektor proudové hustoty \mathbf{J} :

$$\mathbf{J} = \gamma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right) \quad (6.65)$$

kde γ je měrná vodivost prostředí. Pak okamžitá hodnota proudu, který vytéká z těla ven je:

$$i = \int_{S_V} \pi r^2 \gamma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right) \mathbf{n} dS \quad (6.66)$$

Dosazením změny skalárního potenciálu podle délky vodiče získáme vztah:

$$\left(Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i dt \right) = \int_{S_V} \pi r^2 \gamma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right) \mathbf{n} d\Omega \quad (6.67)$$

6.3 Interakce kontinuí

Na společné hranici interakce Γ_{SF} musí být splněny podmínky dotyku obou kontinuí:

$$\Omega_S \mathbf{u}_i(x, y, z, t) = \Omega_F \mathbf{u}_i(x, y, z, t) \quad t \in (0, T); x, y, z \in \Gamma_{SF} \quad (6.68)$$

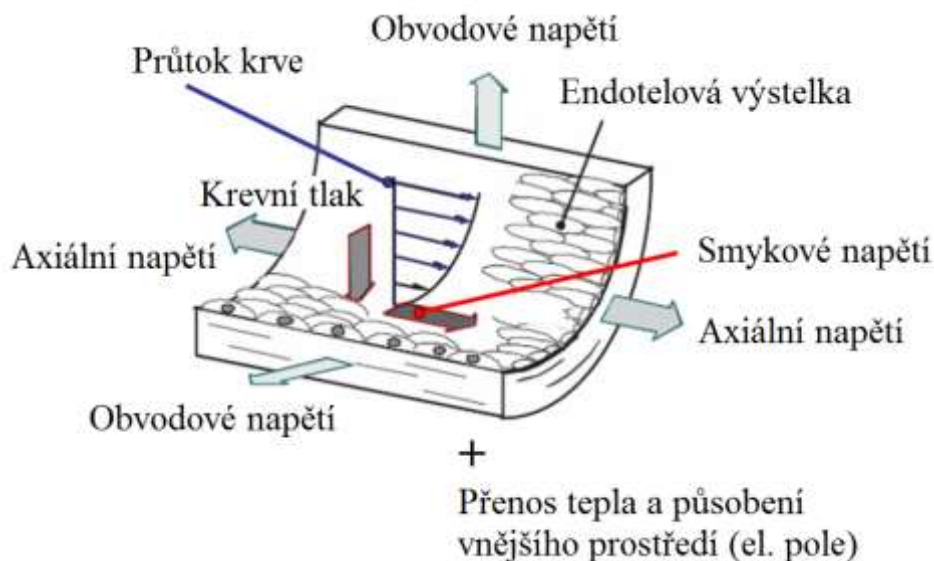
Na společné hranici interakce Γ_{SF} musí být splněny podmínky stejné rychlosti obou kontinuí:

$$\Omega_S \mathbf{v}_i(x, y, z, t) = \Omega_F \mathbf{v}_i(x, y, z, t) \quad t \in (0, T), x \in \Gamma_{SF} \quad (6.69)$$

Na oblasti Ω_S hledáme funkci $\mathbf{u}_i(x, y, z, t)$ a na oblasti Ω_F funkce $\{v_i(x, y, z, t), p(x, y, z, t)\}$ takové, aby byl splněn systém rovnic a podmínek definujících pohyb pružného tělesa, resp. tekutiny a současně vyhovovali výše uvedeným kontaktním podmínkám.

Obrázek 6.2 znázorňuje působení jednotlivých zatížení v modelu. Tlakové pole krevního řečiště působí na cévní stěnu a dochází tak k její deformaci. Kromě tlakového pole působí i pole teplotní a síly pole elektrického.

Při fyziologickém namáhání aorty krevním proudem nedochází k významným deformacím v axiálním směru.



Obrázek 6.2: Model interakce kontinuí různých fází [40].

S ohledem na komplikovanost sdružené, multifyzikální úlohy a potřebu se zachování plné parametrizace geometrického a funkcionality výpočetního modelu pro každý typ analýzy, byl zvolen pro řešení takto robustní úlohy systém ANSYS 15.

Systém umožňuje na jednom výpočetním modelu provádět více typů analýz založených na rozdílných fyzikálních principech, integruje tedy rozdílné typy analýz do jednoho uživatelského prostředí. Řešení mechaniky pružného tělesa je numericky založeno na metodě konečných prvků (MKP), naproti tomu mechanika tekutin je řešena metodou konečných objemů (MKO).

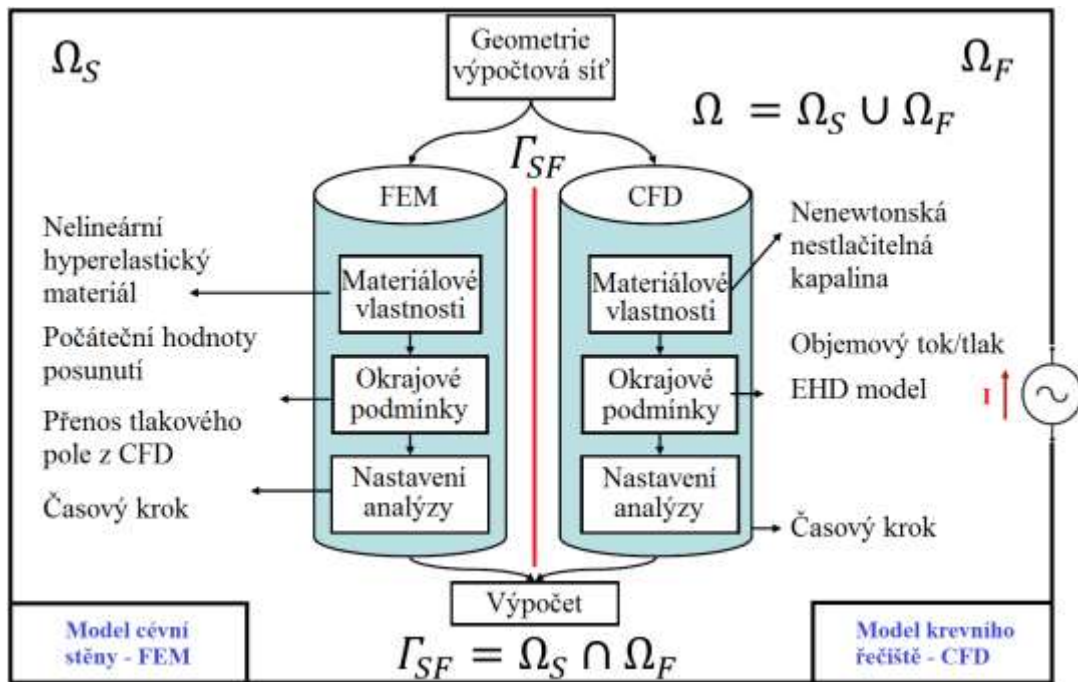
Úloha je řešena jako trojrozměrná v kartézském souřadném systému.

ANSYS Workbench neumožňuje přímo vkládat prvky elektrického obvodu a vyhodnocovat výsledky přímo v uzlových bodech výpočtové sítě v MKP⁷ a MKO⁸ modelu, je tedy nutné celou úlohu transportovat a následně řešit v klasickém prostředí ANSYS APDL (ANSYS Parametric Design Language), druhou možností je řešit elektrickou část v ANSYS MAXWELL a výsledky předávat ANSYS Mechanical a následně dynamiku tekutin řešit v ANSYS CFX nebo FLUENT.

Obrázek 6.3 pak ilustruje provázanost celé úlohy v ANSYS s vyznačením hranic modelu.

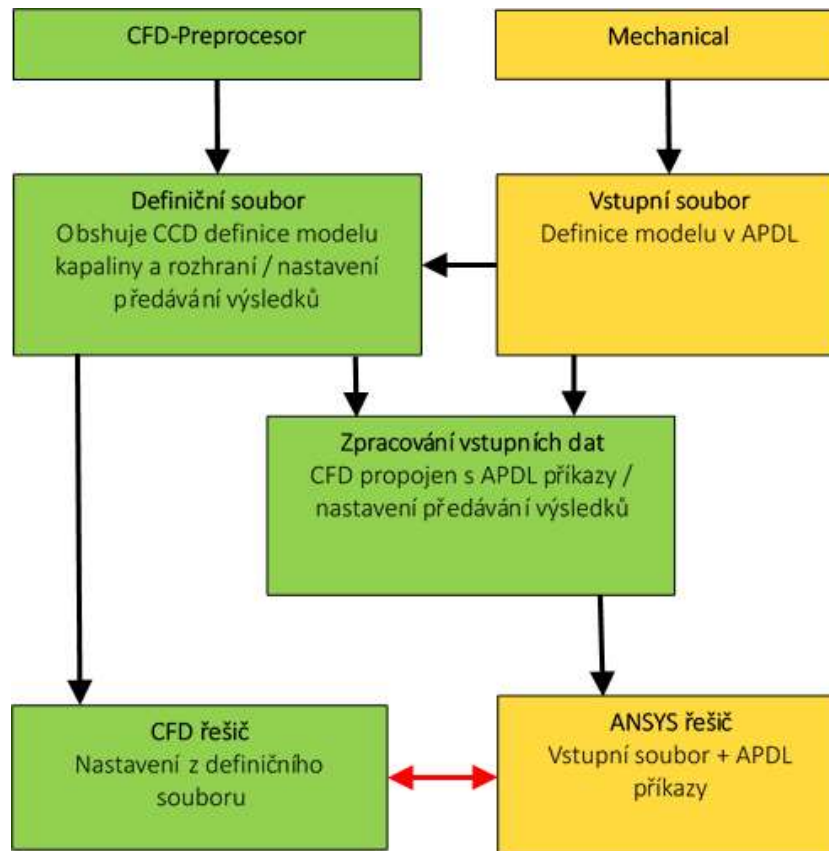
⁷ MKP – Metoda konečných prvků, v anglické literatuře označována jako FEM (Finite Element Method).

⁸ MKO – Metoda konečných objemů, v anglické literatuře označována jako FVM (Finite Volume Method).



Obrázek 6.3: Model interakce kontinuí při FSI analýze.

Obrázek 6.4 názorně ukazuje blokový diagram postupu řešení úlohy a propojení řešičů.



Obrázek 6.4: Blokový diagram řešení úlohy v ANSYS [41].

6.3.1 Shrnutí materiálových parametrů pro výpočetní model

V kapitolách 4.3, 5.2 a 5.5 byly popsány elektrické a mechanické vlastnosti cévní stěny a krevního řečiště, nyní budou tyto vlastnosti shrnuty a doplněny o další uvažované konstanty.

Tabulka 6.1 shrnuje elektrické vlastnosti krve a tepenné stěny použité při simulaci úlohy při uvažovaném kmitočtu 50 kHz.

Tabulka 6.1: Elektrické vlastnosti krve a tepenné stěny.

	krev	tepenná stěna
vodivost [S/m]	0,7010	0,3170
relativní permitivita [-]	5200	1630
relativní permeabilita [-]	1,000001	0,999991

Tabulka 6.2, Tabulka 6.3 a Tabulka 6.4 shrnuje mechanické vlastnosti krve a tepenné stěny.

Tabulka 6.2: Mechanické vlastnosti krve a tepenné stěny.

	krev	tepenná stěna
hustota [kg/m ³]	1060	1120

Konstitutivní vztah pro hyperelastický Yeoh 3. řádu popisuje rovnice (5.20).

Tabulka 6.3: Konstanty pro hyperelastický Yeoh 3. řádu

c_{10} [Pa]	3,0678e10	d_1 [Pa ⁻¹]	0
c_{20} [Pa]	9,9329e10	d_2 [Pa ⁻¹]	0
c_{30} [Pa]	3,7267e10	d_3 [Pa ⁻¹]	0

Model Carreau-Yasuda je popsán rovnicí (5.4).

Tabulka 6.4: Konstanty pro Carreau-Yasuda model krve.

$\eta_{\infty}^{(1)}$ [Pa·s]	$\eta_0^{(1)}$ [Pa·s]	$\lambda^{(1)}$ [s]	k [-]	a [-]
0,00345	0,056	1,902	0,220	1,250

Tabulka 6.5 popisuje tepelné vlastnosti krve a tepenné stěny.

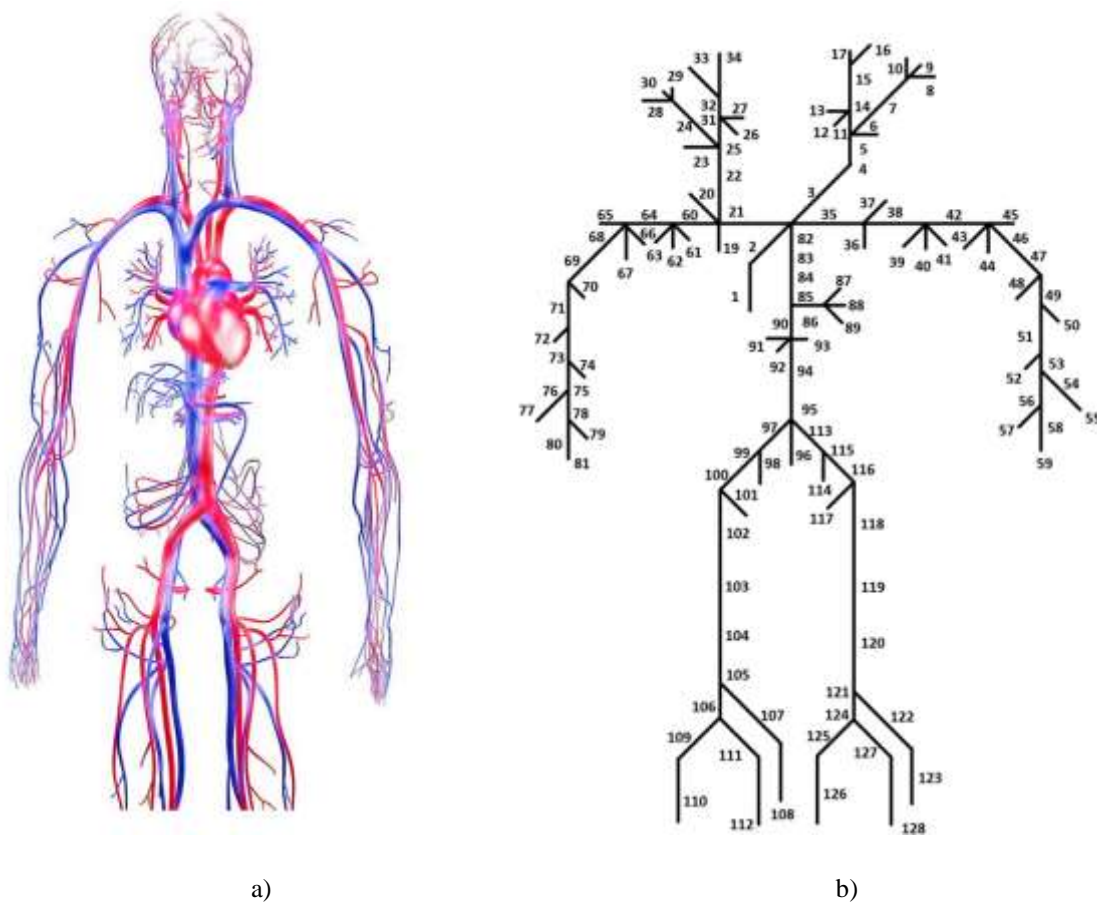
Tabulka 6.5: Tepelné vlastnosti krve a tepenné stěny.

	krev	tepenná stěna
tepelná kapacita [J/kg/°C]	3617	3306
tepelná vodivost [W/m/°C]	0,52	0,46

6.3.2 Geometrický model

Model tepenné soustavy je založen na modelu Avolio, jenž se skládá ze 128 elementárních úseků se specifikovanými geometrickými a viskoelastickými vlastnostmi (viz Příloha A – Geometrické a mechanické vlastnosti arterií – Avolio model), které jsou nahrazeny vhodným konstitutivním modelem a uložením.

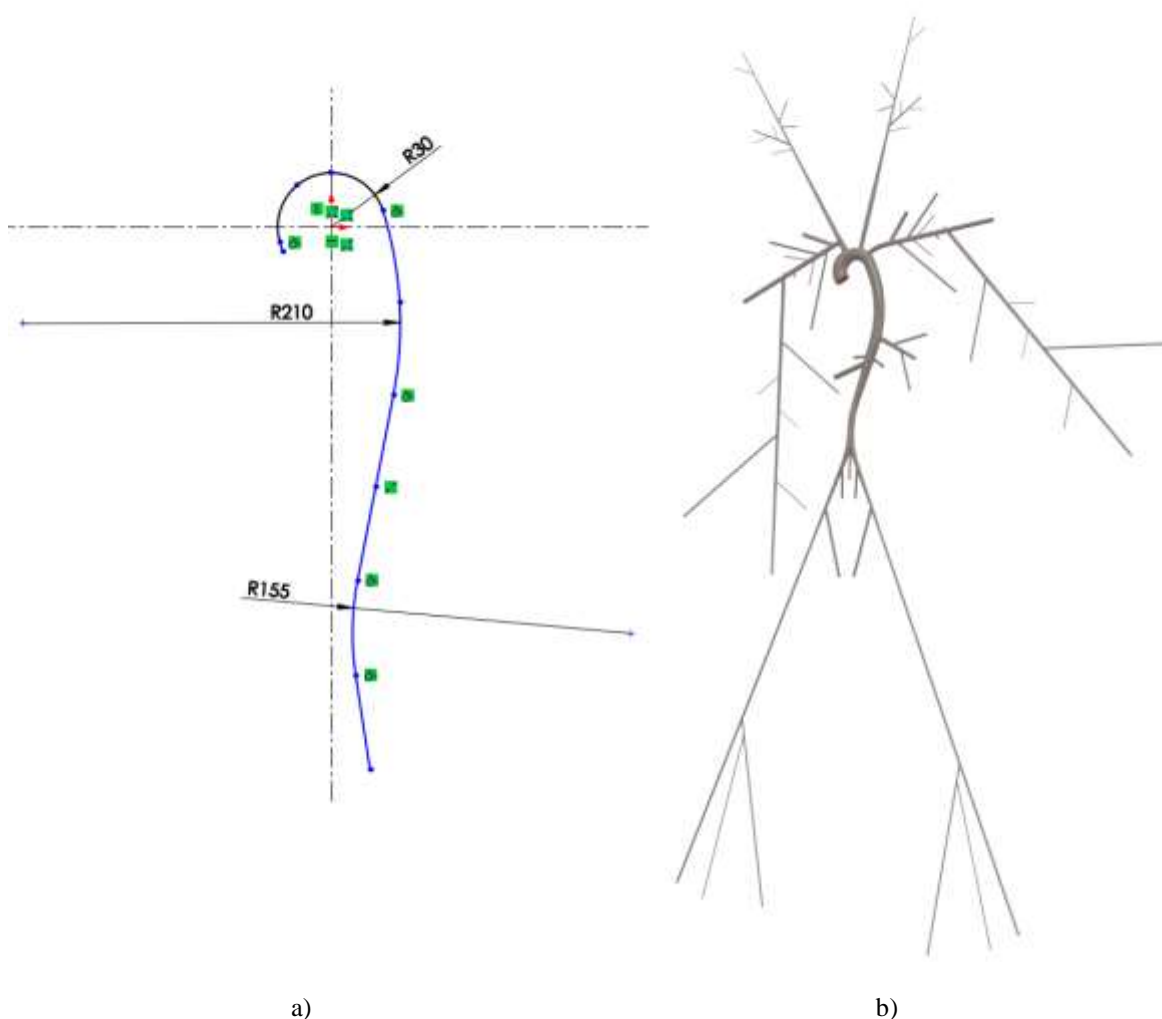
V současné době již existuje i modifikovaný model Avolio, který se skládá ze 138 segmentů [42].



Obrázek 6.5: a) Oběhový systém člověka. b) Avolio model – 128 segmentů [43].

3D geometrický model lidského oběhového systému je vytvořen v prostředí SolidWorks. Jako parametrický 3D modelář je SolidWorks schopen nabídnout výkonné objemové i plošné modelování postavené na jádře parasolid. Výslednou geometrii pak lze přenést přes interface mezi SolidWorks a ANSYS nebo ve vhodném formátu (STEP, SAT, PARASOLID, IGES) do jakéhokoliv jiného systému.

Jelikož je nutné při simulaci využít dva řešiče, z nichž každý řeší svou část mechaniky (pružné těleso/tekutina) a přes společnou hranici si navzájem předávají výsledky, je nutno modelovat cévní stěnu a krevní řečiště jako samostatné geometrie, které jsou spojeny ve výsledné sestavě (Obrázek 6.6b).

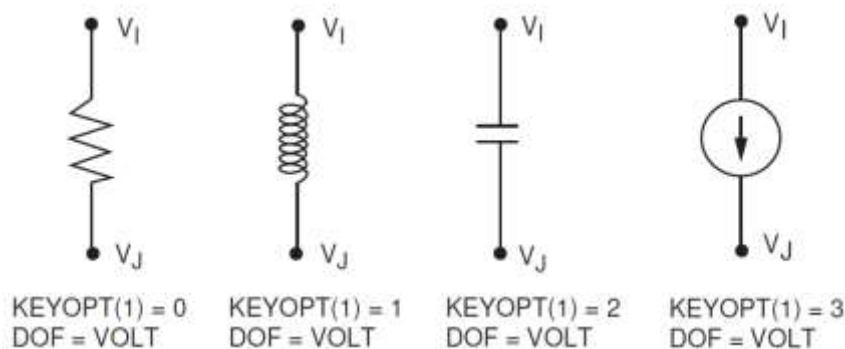


Obrázek 6.6: Model cévního stromu. a) Tvar aortálního oblouku. b) Geometrický model.

Přičemž nejdůležitější je zachovat obloukové tvary aorty (Obrázek 6.6a), která se při systolické fázi chová jako rezervoár.

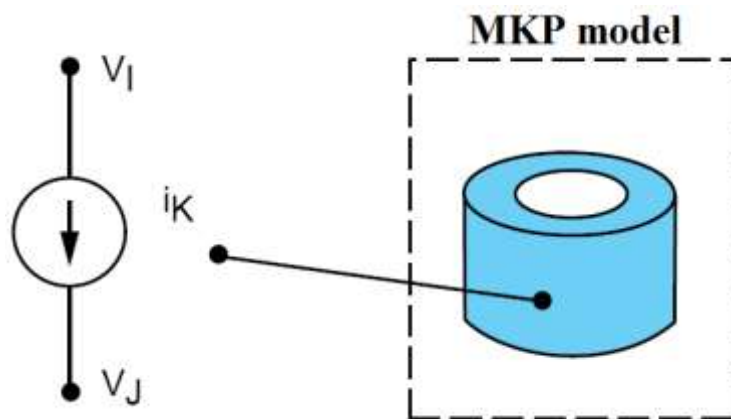
6.3.3 Diskretizace úlohy a volba prvků

Pro komponenty elektrického obvodu je použit prvek typu CIRCUIT 124. Tento prvek umožňuje řešit neznámá uzlová napětí a proudy. Tomuto prvku lze přiřadit vlastnosti rezistoru, kondenzátoru a cívky, dále pak tlumivky, závislé a nezávislé zdroje proudu a napětí.



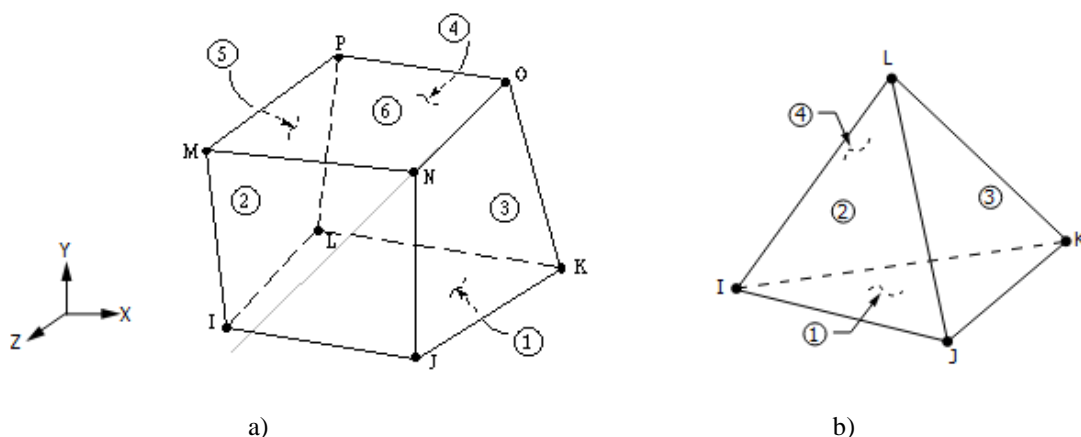
Obrázek 6.7: Prvek CIRCUIT 124, základní obvodové prvky: rezistor, cívka, kondenzátor, proudový zdroj. DOF (Degree of Freedom) značí stupně volnosti daného prvku [44].

Rozhraní tohoto prvku ho umožňuje připojit k uzlovým bodům modelu konečných prvků k simulaci takto sdružených úloh. Obrázek 6.8 ilustruje propojení modelů.



Obrázek 6.8: Vazba MKP modelu na obvodový prvek pomocí uzlových bodů [41].

V materiálu cévní stěny dochází ke značně velkým vratným deformacím a pro numerickou analýzu je nutné zvolit takové prvky, které jsou i za velkých přetvoření numericky stabilní a jsou schopny věrohodně popsat závislost mezi deformací a napětím stěny. Pro diskretizaci pevné fáze jsou zvoleny dva typy konečných prvků, Solid 185 (Obrázek 6.9a) a Solid 285 (Obrázek 6.9b).



Obrázek 6.9: Prvky a) Solid 185 b) Solid 285 [44].

Prvek Solid 185 se používá pro 3D modelování pevných struktur. Tento element podporuje plasticitu, velké průhyby a deformace, hyperelasticitu a tečení (tzv. creepy), je využíván pro simulaci téměř nestlačitelných elastoplastických materiálů a nestlačitelných hyperelastických materiálů.

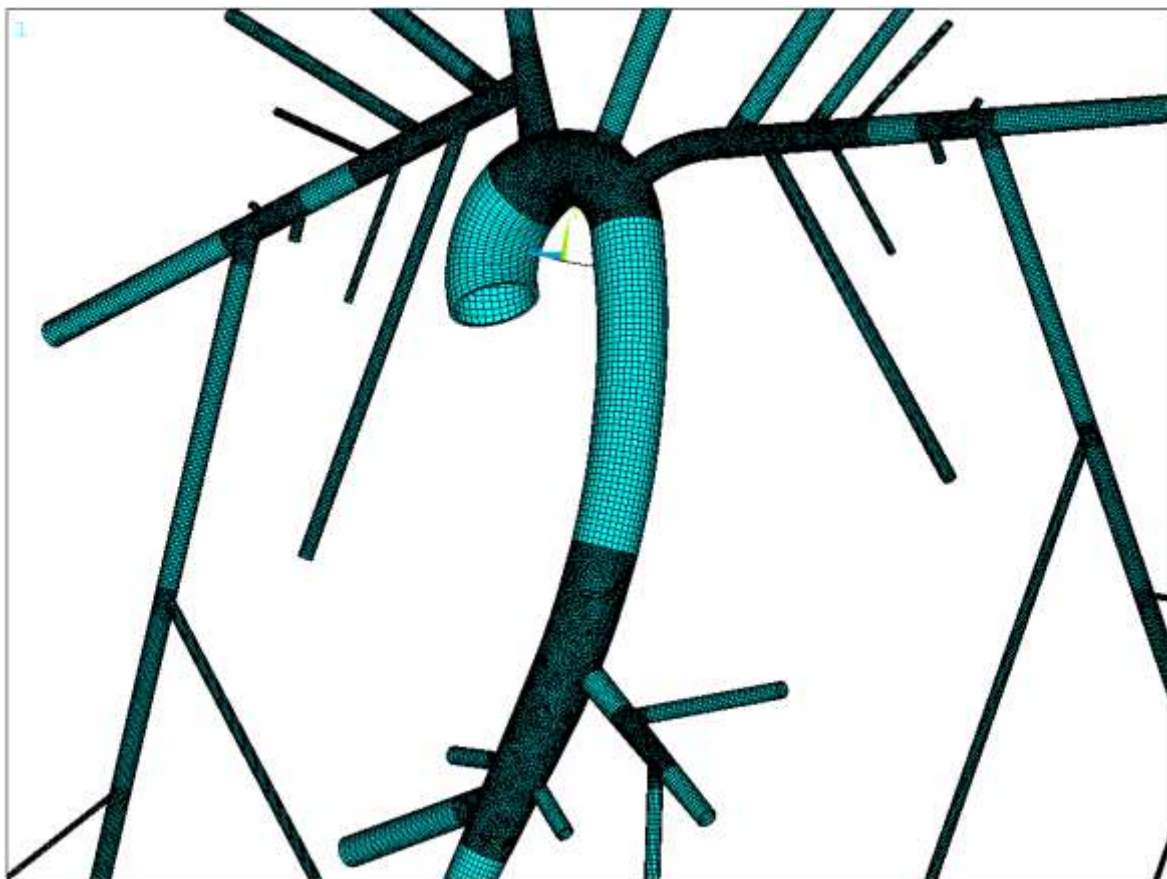
Je definován osmi uzly (I, J, K, L, M, N, O, P, viz vlevo), z nichž každý má tři stupně volnosti (posunutí UX, UY, UZ v každé z os kartézského souřadnicového systému x, y a z). Tento prvek je použit na vytvoření výpočtové sítě jednodušších trubkových tvarů cévní stěny.

Solid 285 (tetrahedron) je čtyř uzlový prvek (I, J, K, L) se čtyřmi stupni volnosti v každém uzlu (posunutí UX, UY, UZ a hydrostatický tlak HDSP). Je vhodný pro modelování nepravidelné sítě a pro obecné materiály včetně nestlačitelných.

Podpora hydrostatického tlaku umožňuje s výhodou použít tohoto prvku při modelování zátěžových stavů pacienta, kdy se pacient nenachází v leže a hydrostatický tlak je nutno uvažovat. Prvek podporuje hyperelasticitu, tečení (creep), velké průhyby a deformace.

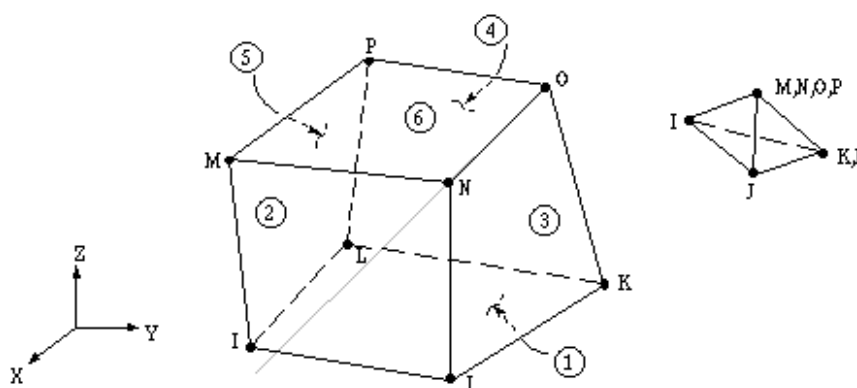
Nevýhodou použití prvku SOLID 285 je ale skutečnost, že na stejný zasilovaný objem použije nesrovnatelně více uzlů než SOLID 185. Z tohoto důvodu je tedy SOLID 285 použit pouze pro složité úseky cévních rozvětvení. Starší typy tetrahedrového tvaru byly pro materiál cévy velmi problematické z důvodu velké tuhosti.

Před využitím prvku Solid 285 pro řešenou úlohu byly provedeny analýzy na jednoduchém analogickém trubkovitém tvaru zasilovaném ve variantách Solid 185 a Solid 285, byly vyhodnoceny výsledky zatížení, jejichž rozdíl byl méně než 0.5 %.



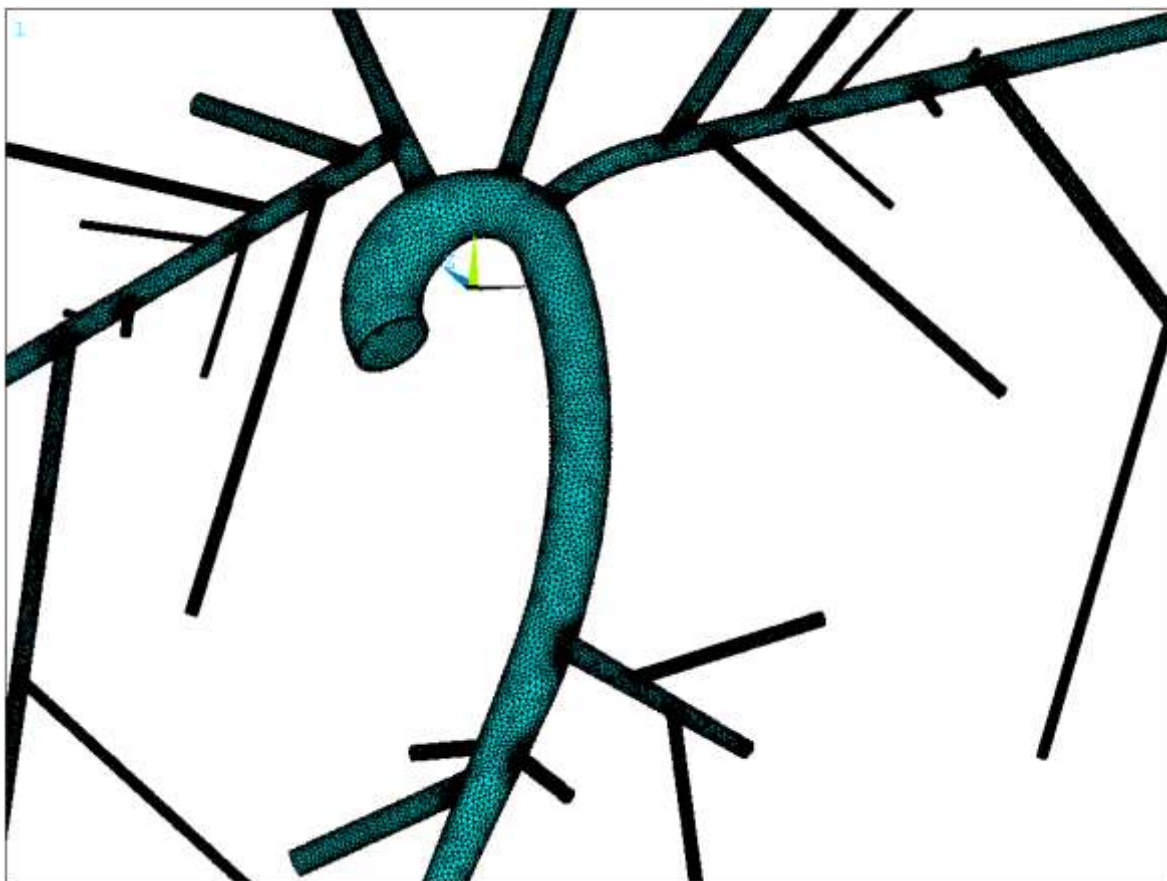
Obrázek 6.10: Zobrazení použitých elementů Solid 185 a 285 na modelu tepenné stěny.

Kapalinový prvek Fluid 142 byl použit pro diskretizaci kapalně fáze. Jedná se o 3D osmiuzlový prvek (I, J, K, L, M, N, O, P) se sedmi stupni volnosti (rychlosti V_X , V_Y , V_Z , $PRESS$, $TEMP$, $ENKE$, $ENDS$) v každé z os kartézského souřadného systému). Fluid 142 ilustruje Obrázek 6.11, je použit ve tvaru tetraedru.



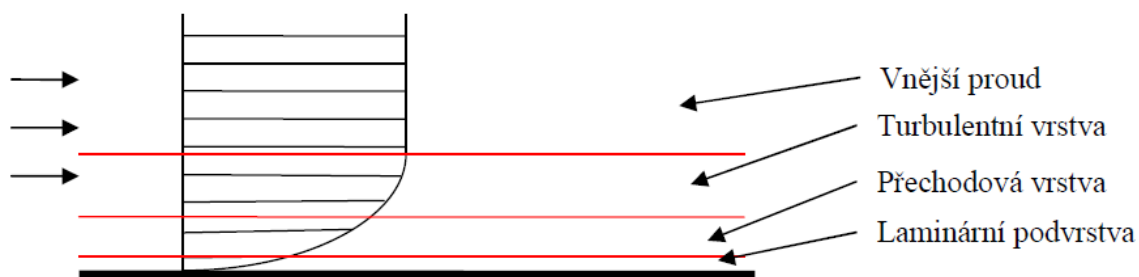
Obrázek 6.11: Prvek Fluid 142 [44].

Obrázek 6.12 ilustruje generovanou výpočtovou síť na modelu krevní oblasti.



Obrázek 6.12: Zobrazení použitých elementů Fluid 142 na modelu krevního řečiště.

V oblasti v blízkosti stěny je proudění dominantně ovlivněno viskozitou kapaliny. Rychlost tekutiny na povrchu stěny je nulová a rychlost ve velké vzdálenosti od stěny je téměř shodná s průměrnou rychlostí. V blízkosti stěny je poměrně velký gradient rychlosti a jiných skalárních veličin, takže v této oblasti je vlivem smykových napětí produkována turbulentní kinetická energie. Tyto velké gradienty bývají obvykle jedním z hlavních příčin chyb simulace. Aby se těmto chybám předcházelo, je nutné v oblasti při stěnách provádět lokální zjemnění výpočtové sítě ve směru kolmém na stěnu. Tato oblast je nazývána mezní vrstvou, v anglické literatuře nazývána jako inflation layer a je složena ze tří vrstev podle vzdálenosti od pevné stěny (Obrázek 6.13).



Obrázek 6.13: Složky mezní vrstvy [45].

První vrstva, která sousedí přímo s pevnou stěnou, se nazývá viskózní (laminární) podvrstva, proudění je zde laminární a viskozita má dominantní vliv na proudění. Vnější část mezní vrstvy se označuje jako plně turbulentní vrstva, zde již viskozita ztratila vliv a proudění řídí turbulence. Mezi laminární podvrstvou a plně turbulentní vrstvou se vyskytuje přechodová vrstva, kde se jak viskozita, tak i turbulence uplatňují rovnocenně. Více tato problematika bude rozebrána v kapitole 6.4.

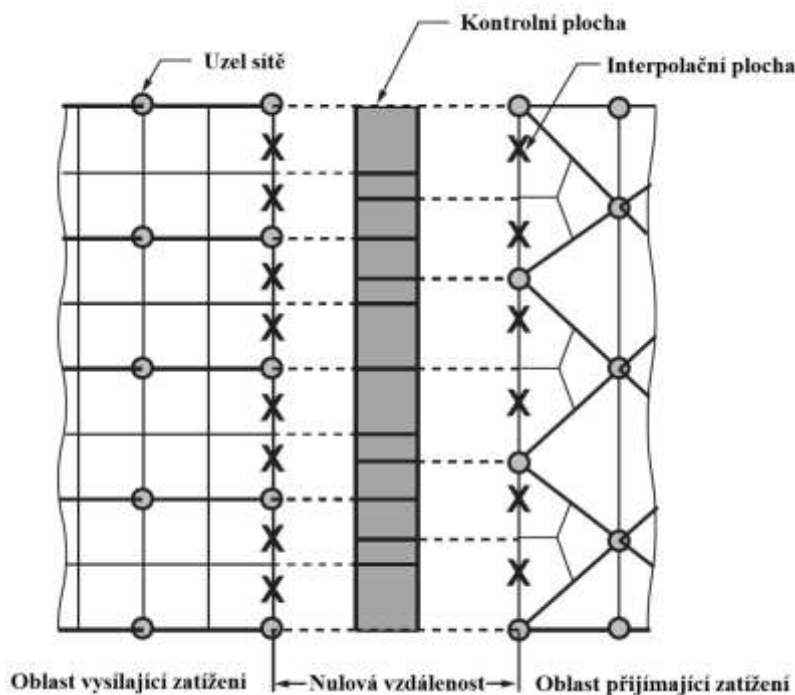
6.3.4 Přenos zatížení mezi řešiči

Sdružené úlohy využívající interakce pevné struktury s tekutinou, z angl. FSI (Fluid Structure Interaction), jsou využívány tam, kde je nutno řešit úlohy, při nichž kapalina zatěžuje pevné těleso, tímto zatížením jsou myšlena tlaková a/nebo teplotní pole, která způsobují strukturální deformace objektu.

Pro tyto typy úloh je nutné připravit geometrii modelu tak, že je zvlášť definována oblast kapaliny a zvlášť oblast pružného tělesa. V místech kde na sebe tyto geometrie doléhají, je nutné definovat rozhraní mezi kapalinou a tělesem. V systému ANSYS je toto rozhraní označováno jako Fluid Solid Interface.

Zde je nutné zajistit, aby na obou přiléhajících plochách daných oblastí byla identická síť, respektive aby uzly výpočtové sítě na sebe přiléhaly, díky tomu je zatížení z jedné oblasti do druhé přes tyto uzly přenášeno.

Při použití Fluid Solid Interface dochází k interpolaci zatížení pomocí tzv. konzervativní interpolace, kdy je každá strana prvku na obou tělesech rozdělena na tolik částí kolik má uzlů. Díky tomuto vzniknou tzv. interpolační úseky nebo interpolační plochy. Poté je vytvořena kontrolní plocha (control surface), která je rozdělena průsečíky interpolačních ploch [46].

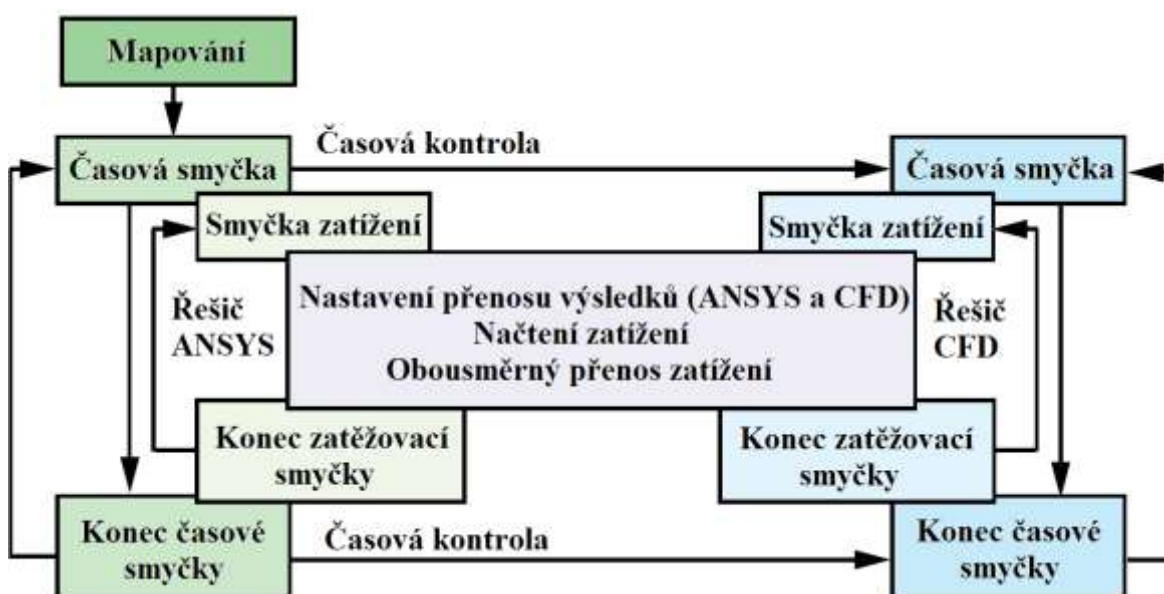


Obrázek 6.14: Popis FSI rozhraní [41].

Samotný přenos zatížení probíhá tak, že jsou data nejprve odeslána na kontrolní plochu, kde je zatížení přerozděleno a odesláno na plochu, která je tímto zatížena. Obrázek 6.14 výše uvedené skutečnosti ilustruje.

Úloha je řešena jako nestacionární časově proměnná. Je nutné, aby po každé ukončené výpočtové iteraci jednotlivých řešičů docházelo k vzájemnému automatickému přenášení spočítaných výsledků.

Tlakové a teplotní pole získané z výpočtu proudového pole (CFD⁹ řešič) je přenášeno na výpočtový model pro deformačně-napěťovou analýzu (strukturální řešič – Mechanical), jejíž výsledky tj. deformovaný tvar cévní struktury, elektrické a teplotní pole je přenášeno zpět do analýzy dynamiky tekutin. Obrázek 6.15 popisuje iterační schéma v obou řešičích. V zatěžovací smyčce (stagger loop) dochází k výpočtu zatížení a předávání výsledků tak dlouho, až je dosaženo rovnovážného stavu pro daný iterační krok.



Obrázek 6.15: Schéma přenosu zatížení [41].

Hodnota zatížení, které je přeneseno po proběhnutí všech iterací, je dána vztahem:

$$Z = [1 - (1 - R)^n] \cdot 100 \quad (6.70)$$

kde Z je celkové zatížení přenesené po proběhnutí všech iterací v procentech, R je zatížení přenesené v jedné iteraci a n je počet iterací.

Pro dobrou konvergenci této tranzientní úlohy byl ještě před jejím spuštěním předem proveden samostatný výpočet stacionárního proudění v tepně bez ohledu na pružnost stěny cévy. Výsledky této stacionární úlohy byly použity jako vstupní data pro tranzientní úlohu.

⁹ CFD – Výpočty z oblasti proudění tekutin (z anglického Computational Fluid Dynamics).

6.4 Turbulence v lidském těle a turbulentní model

Z hlediska proudění vazkých kapalin rozdělujeme proudění na dva typy a to laminární a turbulentní. Ve většině případů se v lidském těle vyskytuje laminární typ proudění. Turbulentní proudění v lidském oběhovém systému je nežádoucí jev, jeho důsledkem vzniká riziko poškození cévní stěny a projevuje se zvukovým efektem, tzv. šelestem.

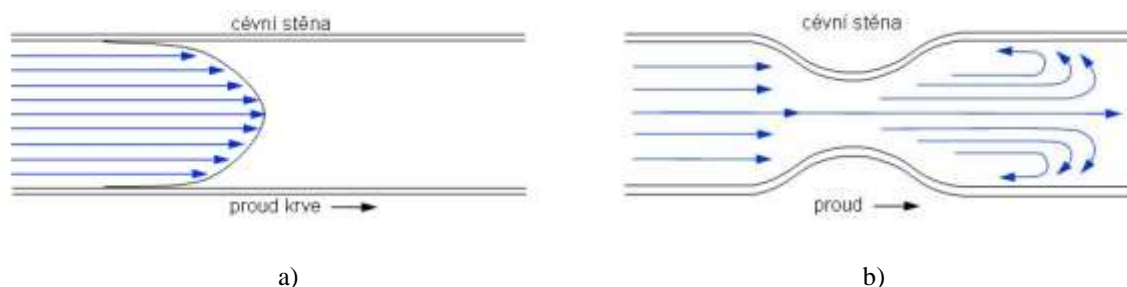
Při laminárním proudění jsou dráhy jednotlivých částic kapaliny navzájem rovnoběžné, částice se tedy pohybují ve vzájemně rovnoběžných vrstvách, aniž by přecházely mezi jednotlivými vrstvami (nedochází k jejich mísení).

Při pohybu viskózní kapaliny v obecné trubici, se jednotlivé vrstvy tekutiny nepohybují stejnou rychlostí. Nejrychleji se pohybuje osová vrstva tekutiny, směrem ke stěně trubice se pohyb jednotlivých vrstev zpomaluje, na stěně je díky viskozitě kapaliny nulová rychlost proudění a vzniká tak parabolický rychlostní profil proudění (Obrázek 6.16a). Laminární proudění zůstává zachováno až do tzv. kritické rychlosti, kdy se mění na proudění turbulentní.

Pravděpodobnost přechodu laminárního proudění na turbulentní je ovlivněno kromě rychlosti proudění v $[m \cdot s^{-1}]$ ještě průměrem trubice $d [m]$, viskozitou $\eta [Pa \cdot s]$ a hustotou kapaliny $\rho [kg \cdot m^{-3}]$. Tato pravděpodobnost se vyjadřuje pomocí Reynoldsova čísla.

$$Re = \frac{\rho \cdot d \cdot v}{\eta} \quad (6.71)$$

Reynoldsovo číslo je bezrozměrná veličina, která dává do souvislosti setrvačné síly a viskozitu (tedy odpor prostředí v důsledku vnitřního tření).



Obrázek 6.16: a) Laminární proudění. b) Turbulentní proudění [47].

Dle vědeckých studií byla stanovena normální hodnota Reynoldsova čísla pro krevní tok v rozmezí 1000-2000.

K turbulentnímu proudění dochází zejména v aortě za aortálními chlopněmi, při ejekční fázi krve z levé srdeční komory do aorty, kdy se srdeční chlopně zavírají.

Dalším faktorem, který ovlivňuje vznik turbulentního proudění je typ cévy, pokud dochází k ohybu cévy nebo větvení cévního stromu, pak k turbulencím dochází již při hodnotě Reynoldsova čísla 400. Dále vzniká u jedinců s poruchami chlopní a provází tak řadu patologických stavů.

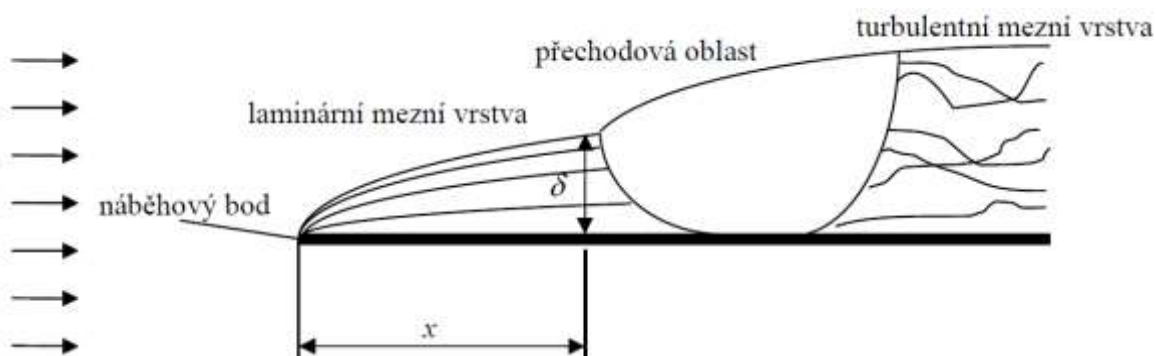
Proudění je tedy obecně nazýváno turbulentním, jestliže jeho proměnné vykazují chaotické fluktuace jak v prostoru, tak v čase. Jedná se o způsob pohybu viskózních kapalin, při kterém jednotlivé částice kapaliny přecházejí různými vrstvami kapaliny, čímž dochází k mísení těchto vrstev.

Částice kapaliny vykonávají při proudění kromě posouvání i složitý vlastní pohyb, který vede ke vzniku vírů a je doprovázen zvukovými jevy (na rozdíl od proudění laminárního). Rychlosti jednotlivých částic kapaliny se nepravidelně mění, tzn., částice již nemají ve všech místech neměnnou rychlost, proudění tedy není stacionární (Obrázek 6.16b).

U turbulentního proudění bylo na základě experimentálních měření zjištěno, že na stěnách potrubí nebo obtékaného tělesa vzniká vrstva kapaliny s laminárním pohybem, tzv. laminární podvrstva, jejíž tloušťka je několik desetin milimetrů.

Těsně za laminární podvrstvou je přechodová vrstva mezi laminární podvrstvou a turbulentním jádrem, které tvoří další oblast turbulentního proudu.

Laminární podvrstva a přechodová vrstva tvoří turbulentní mezní vrstvu.



Obrázek 6.17: Znázornění mezní vrstvy [45].

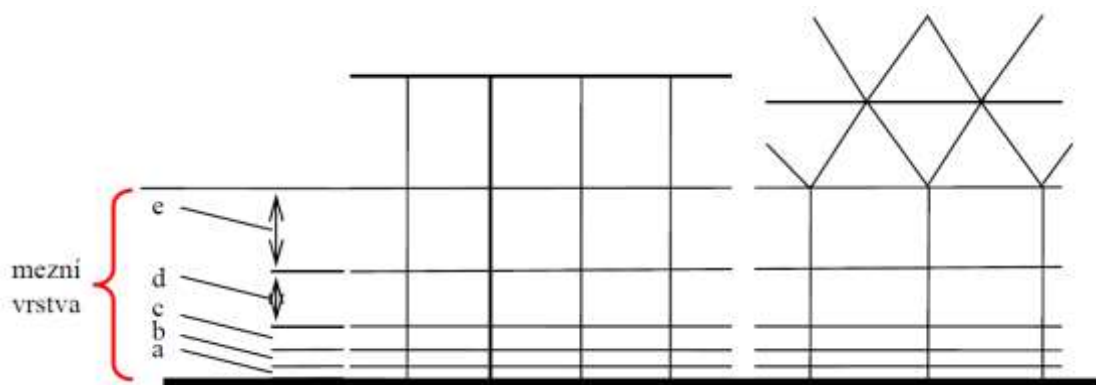
Náběhový bod je bod, ve kterém dochází ke kontaktu kapaliny se stěnou. Aby bylo možné ve výpočtu zachytit vliv mezní vrstvy, je nutné elementy v blízkosti stěny zjemnit.

V programech bývají implementovány speciální algoritmy pro generaci mezní vrstvy. Aby byl vliv mezní vrstvy v modelu zahrnut, je nutné mít ve vrstvě minimálně 5 elementů [45].

Ve většině případů je při tvorbě mezní vrstvy důležitá tloušťka prvního elementu a a růstový faktor s . Růstový faktor je nárůst velikosti následujícího elementu a jedná se o geometrickou posloupnost dle vztahu:

$$s = \frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = \frac{e}{d} \quad (6.72)$$

Hodnota růstového faktoru bývá udávána v intervalu 1,2-1,3.



Obrázek 6.18: Výpočtová síť v mezní vrstvě [45].

Obrázek 6.18 ilustruje zjemnění výpočtové sítě v oblasti mezní vrstvy, je zřejmé, že mezní vrstva je v řezu vždy tvořena obdélníky, a to pro všechny typy elementů. Elementy u stěny jsou vždy relativně ploché, ale nikdy by však neměly překročit limitní poměr 1/100, tj. délka elementu by neměla být větší než 100 násobek výšky první vrstvy. Jednotlivé typy elementů jsou vhodné pro vytváření sítě v určitých případech.

U prostorově složitějších oblastí, zejména u reálných úloh, je nejčastěji používána čtyřstěnná síť (tvořená tetrahedry), která je robustnější a umožňuje pokrýt sítí téměř libovolně složitý povrch.

Modelování turbulencí je velice náročná oblast matematiky. Navzdory náhodnosti turbulence detailní studie ukazují, že turbulentní proudění se stává z prostorových struktur turbulentních vírů. Je snahou charakterizovat turbulenci pomocí těchto struktur, aby bylo možno vysvětlit dynamiku turbulence při vzniku, vývoji a zániku vírů jako funkci času.

Vlastnosti turbulencí:

- Větší víry (víry s vyšší energií) předávají energii menším vírům prostřednictvím změny hybnosti.
- Turbulentní proudění se rychle utlumuje, pokud není dodávána další energie, větší víry získávají energii z hlavního proudu.
- Rozměr a rychlost velkých vírů je srovnatelná s hlavním proudem.
- Velké víry se rozpadají na víry menší a menší, proces je ukončen disipací energie nejmenších vírů na teplo (kinetická energie se vlivem viskózního tlumení (tření) celá přemění (disipuje) v energii tepelnou (děj je nevratný).

Disipace pro jednotku hmotnosti je vyjádřena vztahem:

$$\varepsilon_T = \frac{v^3}{l} \quad (6.73)$$

kde ε_T je disipace [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$]. Charakteristickým rysem turbulentního proudění je jeho neperiodičnost a nahodilost. Existují numerické modely, které umožňují studovat a modelovat turbulentní proudění. Výhodou těchto modelů je, že dávají představu a informace o chování trojrozměrných strukturách vírů, které nelze v laboratoři získat.

6.4.1 Modely turbulence

Při numerické simulaci turbulentního proudění existují tři teoreticky odlišné přístupy, které vyplývají ze zjednodušujících modifikací výchozích rovnic popisujících proudění [48]:

1) *Přímá numerická simulace - Direct Numerical Simulation (DNS)*

- Je dána velkými nároky na kapacitu počítače z důvodu velmi jemné sítě.
- Počítá se celé spektrum vírů všech měřítek.
- Stále je nepoužitelná pro praktické úlohy, díky náročnosti na hardware, protože řeší Navier-Stokesovy rovnice dostupnými numerickými metodami přímo bez použití turbulentního modelu. To znamená, že řešení rovnic musí obsáhnout pohyby všech měřítek.

2) *Metoda velkých vírů - Large Eddy Simulation (LES)*

- Je založena na modelování velkých vírů, jako prostorových časově závislých útvarů, které lze zachytit sítí.
- Velké víry počítány přímo, malé modelovány.
- Výpočetně méně náročné než DNS, ale pro vysoká Re čísla vyžaduje velký výpočetní výkon.

3) *Metoda časového středování Navier-Stokesových rovnic - Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)*

- Turbulentní proudění se vyznačuje náhodným charakterem, ale je statisticky stabilní, což činí úlohu technicky zvládnutelnou.
- Řešení středovaných Navier-Stokes rovnic.
- Modelování vírů všech měřítek.
- Používáno na průmyslové aplikace.

Úkolem jednotlivých modelů turbulence je pak vyjádřit turbulentní napětí a toky tepla nebo jiných skalárních veličin pomocí zvoleného měřítka a určit rozložení tohoto parametru v proudovém poli.

Základní problém výpočtu turbulentního smykového proudění spočívá v přítomnosti Reynoldsova napětí v rovnicích popisujících střední pohyb tekutiny, takže systém pohybových rovnic není uzavřen jako v případě laminárního proudění. Soubor přídavných rovnic a empirických vztahů, které společně s pohybovými rovnicemi tvoří řešitelný systém rovnic, se nazývá modelem turbulence. V současné době jsou téměř všechny turbulentní modely postaveny na metodě RANS a téměř 99% řešičů tyto modely používá.

6.4.2 Volba turbulentního modelu

Většina publikovaných studií uvažuje proudění v krevním řečišti jako laminární a model turbulence nepoužívá nebo se omezují na základní modely $k-\epsilon$ nebo jeho modifikace jako je $k-\omega$ aj.

Nicméně tyto modely nejsou pro výpočty proudění krve vhodné, což plyne i z jejich definice.

k-ε

Tento model turbulence je vhodný pro úlohy s vysokým Reynoldsovým číslem $Re \geq 200000$. Není vhodný pro řešení úloh při obtékání křivočarých těles, protože výsledky zcela neodpovídají prakticky ověřeným výsledkům (bod odtržení a velikost zavíření), tento model byl použit v [49].

k-ω

Tento turbulentní model je vhodný pro proudění s nízkými Reynoldsovými čísly $Re \leq 200000$ a úlohy s přechodovým režimem proudění, kde není plně vyvinutá turbulence. Nevýhoda tohoto modelu je velká citlivost na podmínky ve volném proudu (proudění ve velké vzdálenosti od stěny). Tento model tak počítá poměrně přesně proudění v blízkosti stěny, ale naopak jeho přesnost klesá ve volném proudu. Jeho přesnost je tedy opačná vzhledem k modelu k-ε (použito v [50]).

Pro simulaci výše definované úlohy byl volen model SST (Shear Stress Transport), který je modifikací základního modelu k-ε. Je vhodný pro proudění s nízkými Reynoldsovými čísly $Re \leq 5000$. Efektivně spojuje robustnost a přesnost modelu k-ω v oblastech blízko stěny s modelem k-ε, který lépe funguje ve volném proudění dále od stěn.

Uvedené modely patří mezi dvourovnicové, to znamená, že jsou řešeny dvě dodatkové diferenciální rovnice. Základem RANS modelů je Boussinesquova hypotéza [51]. Tato hypotéza předpokládá, že podobně jako při laminárním proudění, kdy platí v zjednodušeném dvourozměrném proudění pro smykové napětí Newtonův vztah, jsou turbulentní napětí a toky úměrné gradientu střední rychlosti (teploty, koncentrace, aj.):

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad (6.74)$$

Hypotéza předpokládá, že tenzor smykových napětí je možné zaměnit Newtonovým vztahem, tzn. tenzor turbulentních napětí je možné nahradit pouze jednou veličinou, která má stejnou jednotku jako dynamická viskozita. Tato veličina se nazývá turbulentní viskozita.

$$\tau_{ij} = -\rho \bar{v}_i \bar{v}_j = \tau_t = \eta_t \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \quad (6.75)$$

kde τ_{ij} je tenzor Reynoldsových napětí, τ_t je turbulentní napětí a η_t je turbulentní dynamická viskozita, $\bar{v}_i \bar{v}_j$ jsou středované složky rychlosti. Turbulentní viskozita není fyzikální vlastnost kapaliny, ale proudění. Je silně závislá na míře turbulence a může se výrazně lišit v rámci proudového pole.

$$-\rho \bar{v}_i \bar{v}_j = \eta_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (6.76)$$

Úpravou dostaneme vztah, kde vystupuje turbulentní kinematická viskozita ν_t :

$$-\bar{v}_i \bar{v}_j = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6.77)$$

kde δ_{ij} je Kroneckerovo delta, k je turbulentní kinetická energie:

$$k = \frac{1}{2} \bar{v}_i \bar{v}_j \quad (6.78)$$

Použitím Boussinesquovy hypotézy a její aplikací do pohybové rovnice (6.14) pro kapalinu, využitím Einsteinovy notace a přepisem dynamické viskozity na kinematickou, získáme středované Stokes-Navierovy rovnice:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_i \cdot \bar{v}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j^2} + \nu_t \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j^2} + \bar{f}_i \quad (6.79)$$

Jelikož jsou oba tenzory formálně stejné, je možné vytknout člen $\frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j^2}$ a sčítat kinematickou viskozitu a kinematickou turbulentní viskozitu. Jejich součtem získáme tzv. efektivní viskozitu:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_i \cdot \bar{v}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j^2} + \bar{f}_i \quad (6.80)$$

$$\nu_{\text{eff}} = (\nu + \nu_t) \quad (6.81)$$

Rovnice kontinuity z rovnice (6.14) přejde využitím Einsteinových sumací do tvaru pro středovanou hodnotu:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6.82)$$

Transportní rovnice SST modelu mají následující tvar [52]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (6.83)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (6.84)$$

kde G_k je generace kinetické energie turbulence v důsledku gradientů střední rychlosti, G_ω je generace specifické disipace energie ω , \tilde{G}_k je generace kinetické energie turbulence v důsledku gradientů střední rychlosti vypočtené z G_k , \tilde{G}_ω je generace specifické disipace energie ω vypočtené z G_ω , Y_k a Y_ω představují disipaci k a ω vlivem turbulence, S_k a S_ω jsou uživatelsky definované zdrojové členy, D_ω reprezentuje příčnou difuzi, Γ_k a Γ_ω představují efektivní difuzivitu k a ω ze vztahů:

$$\Gamma_k = \eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \quad (6.85)$$

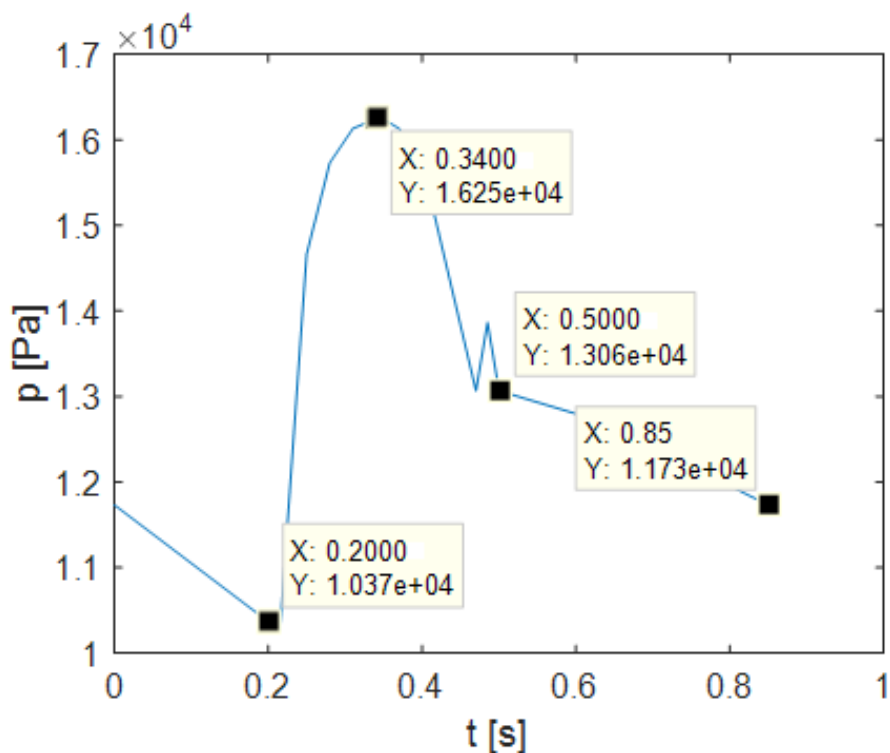
$$\Gamma_\omega = \eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\omega} \quad (6.86)$$

kde σ_k a σ_ω jsou turbulentní Prandtlůva čísla pro k a ω . U SST modelu je kinematická turbulentní viskozita získána z tvaru:

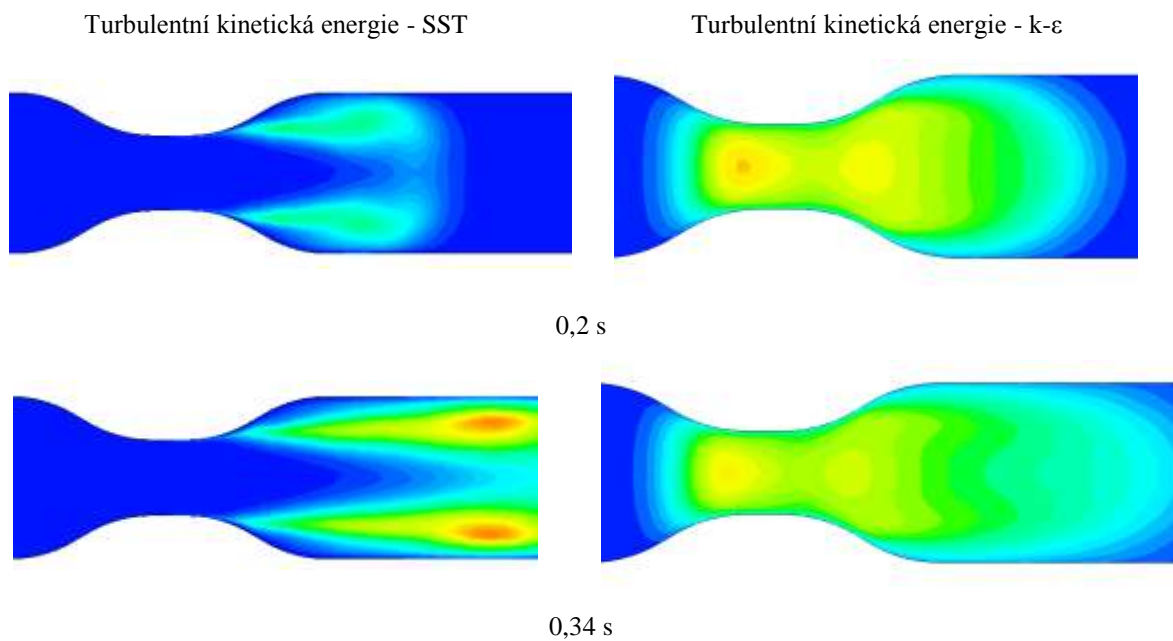
$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (6.87)$$

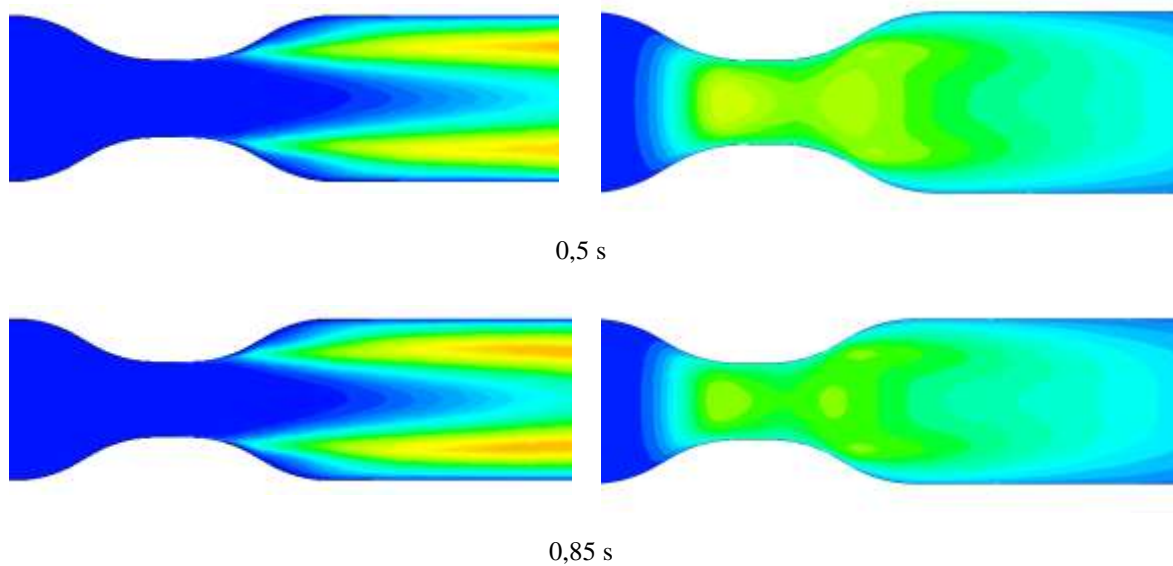
Detailnější popis a odvození lze nalézt například v [53].

Pro představu daného problému byl vytvořen model tepenného zúžení (například při stenóze) kde byly porovnány výsledky modelu SST a k- ϵ . Vyhodnocován byl rychlostní profil a turbulentní kinetická energie, tedy energie, která je odebrána základnímu proudu tekutiny a udržuje tak turbulenci v tekutině [37].



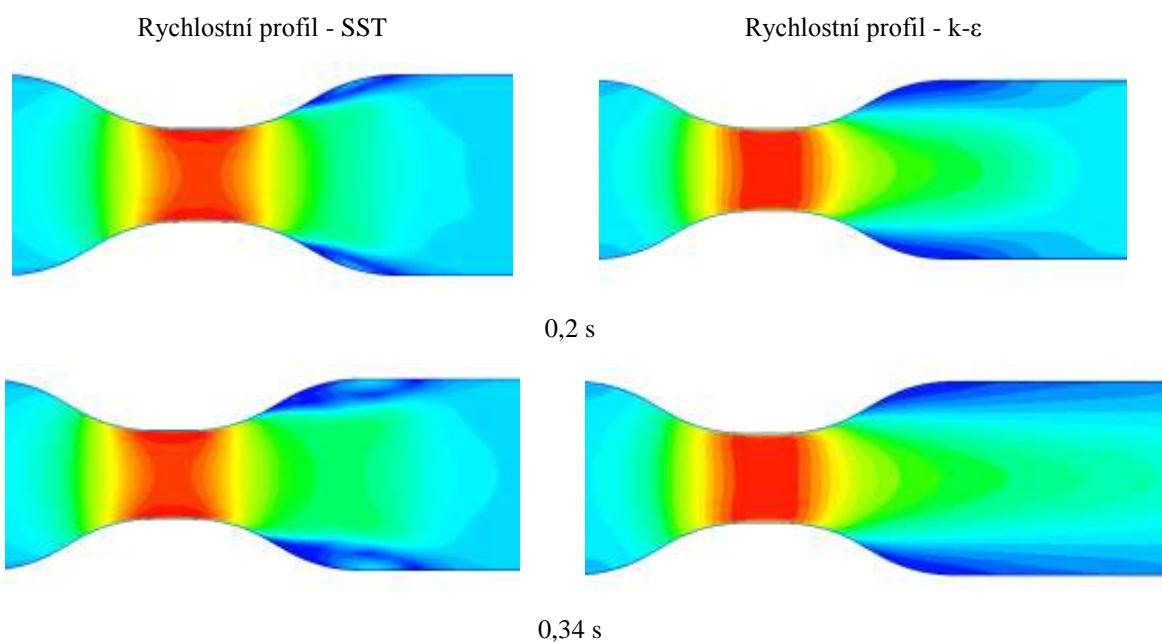
Obrázek 6.19: Body z tlakové křivky použité v modelu turbulenci.

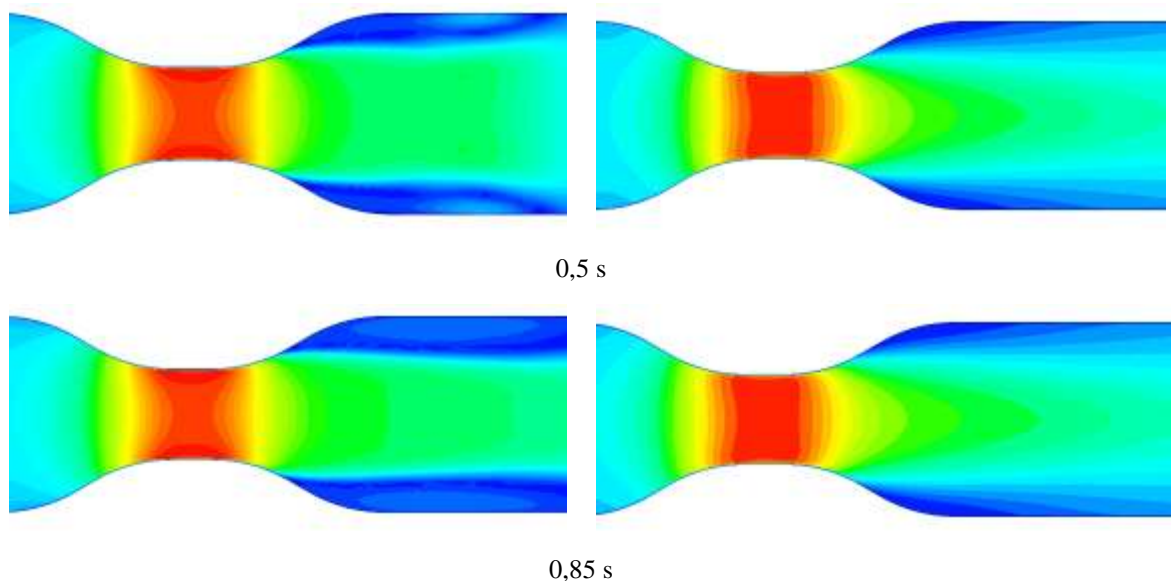




Obrázek 6.20: Porovnání Turbulentní kinetická energie při SST a $k-\epsilon$ turbulentním modelu.

Z obrázků je patrné, že nejvíce energie si z hlavního proudu bere model $k-\epsilon$. Proudová oblast respektuje nelineární vlastnosti krve, Reynoldsovo číslo se průměrně pohybuje na hodnotě 2000. SST model turbulence věrohodněji popíše chování kapaliny v blízkosti stěny, model $k-\epsilon$ je tedy pro případy, kdy je třeba studovat chování kapaliny, v blízkosti stěny při dané hodnotě Reynoldsova, čísla nevyhovující.





Obrázek 6.21: Porovnání tvorby rychlostního profilu při SST a $k-\varepsilon$ turbulentním modelu.

Při použití SST modelu se v hlavním proudu tvoří pístovitý rychlostní profil, což koresponduje s teoretickými úvahami, které budou popsány v kapitole 6.5.3. Při aplikaci modelu $k-\varepsilon$ se vytvoří klasický parabolický profil, což by při studiu rychlostních profilů v řečišti bylo zavádějící a model by vykazoval nereálné chování.

6.5 Modely okrajových podmínek

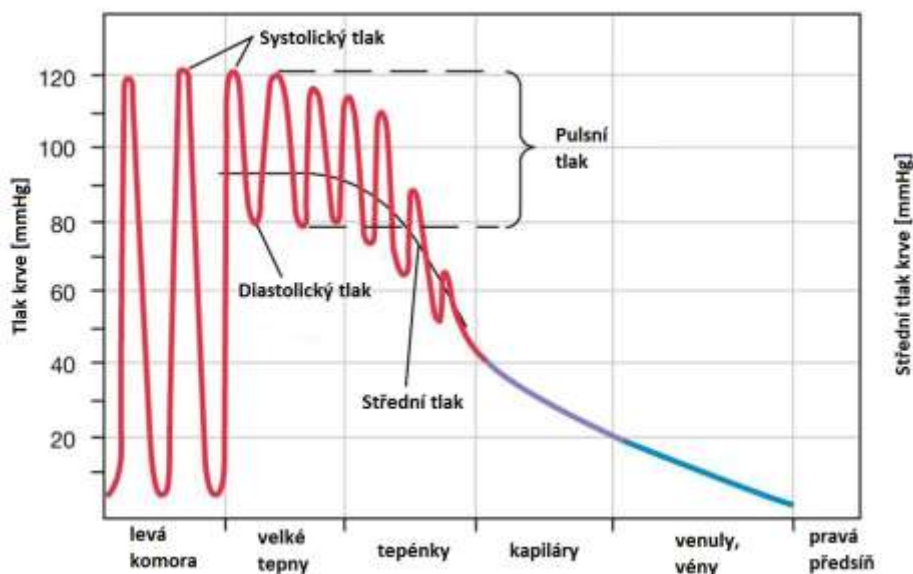
Jako okrajovou podmínku na vstupní část modelu lze použít tlakový profil, profil objemového toku nebo rychlosti, případně jejich kombinace (také v [54]). V následujícím textu budou rozebrány jednotlivé typy těchto okrajových podmínek, resp. profilů.

6.5.1 Tlakový profil

Krevní tlak je tlak, kterým působí krev na cévní stěnu, kterou protéká. Tlakový gradient neboli rozdíl tlaků na začátku a konci cévy je hlavní příčinou toku krve v cévách.

Jakákoliv kapalina se pohybuje z místa vyššího tlaku do místa s nízkým tlakem. Srdce jakožto pumpa pak musí tento tlakový gradient vytvořit.

Obrázek 6.22 ilustruje tlakové poměry v cévním stromu člověka. Normální klidový tlak je 120/80 mmHg.

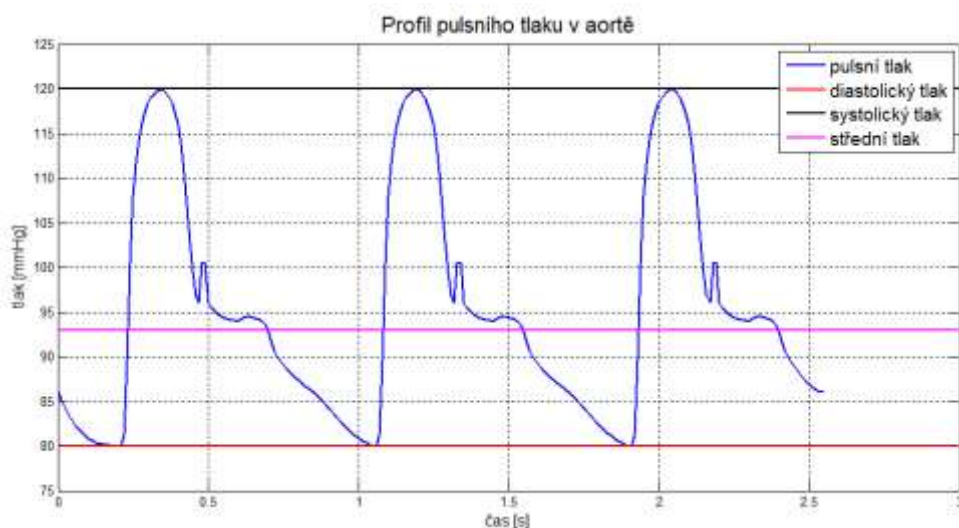


Obrázek 6.22: Krevní tlak v lidském těle [55].

Arteriální krevní tlak se mění během srdečního cyklu. Nejvyšší je v ejekční fázi, tento tlak je nazýván jako systolický tlak, nejnižší během plnicí fáze, tento je pak nazýván jako diastolický tlak. Rozdíl mezi systolickým a diastolickým tlakem je tlaková (tepová) amplituda.

Zpočátku je velký rozdíl mezi systolickým a diastolickým tlakem, ten se v průběhu krevního řečiště snižuje, až v kapilárách pulzace téměř zaniká. Také průměrná hodnota tlaku se snižuje, nejrychleji v tepénkách (arteriolách). V žilách se tlak blíží nule.

Obrázek 6.23 ukazuje detail pulsního tlaku za levou srdeční komorou s vyznačením systolického, diastolického a středního tlaku.

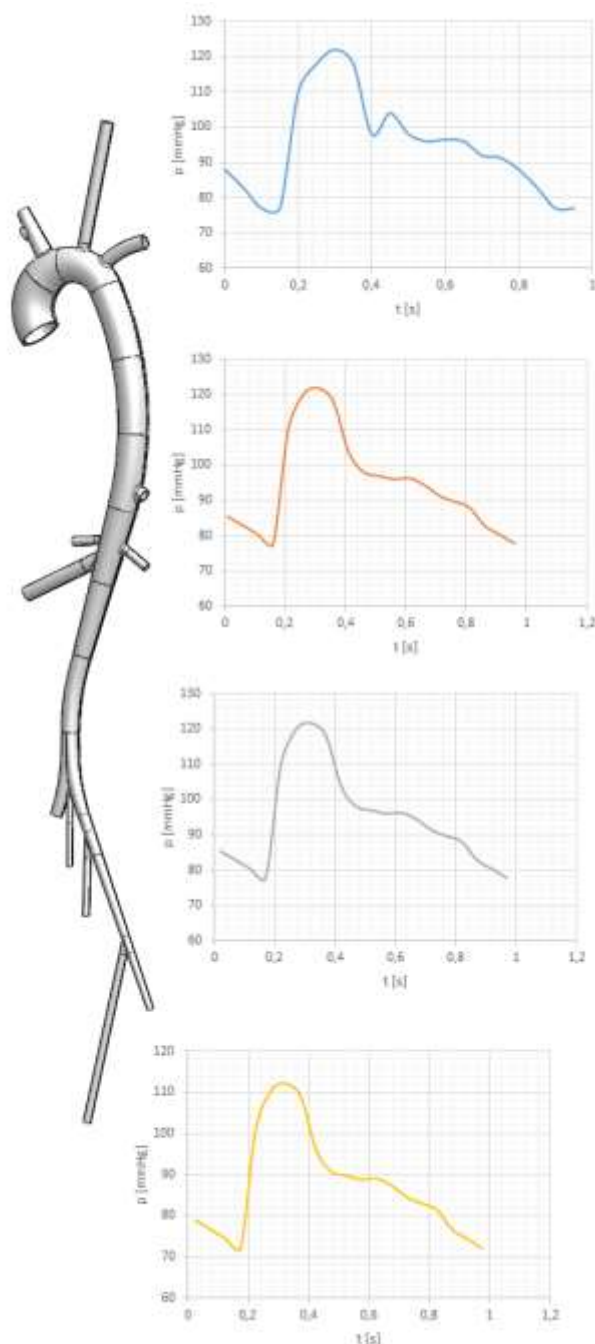


Obrázek 6.23: Průběh pulsního tlaku.

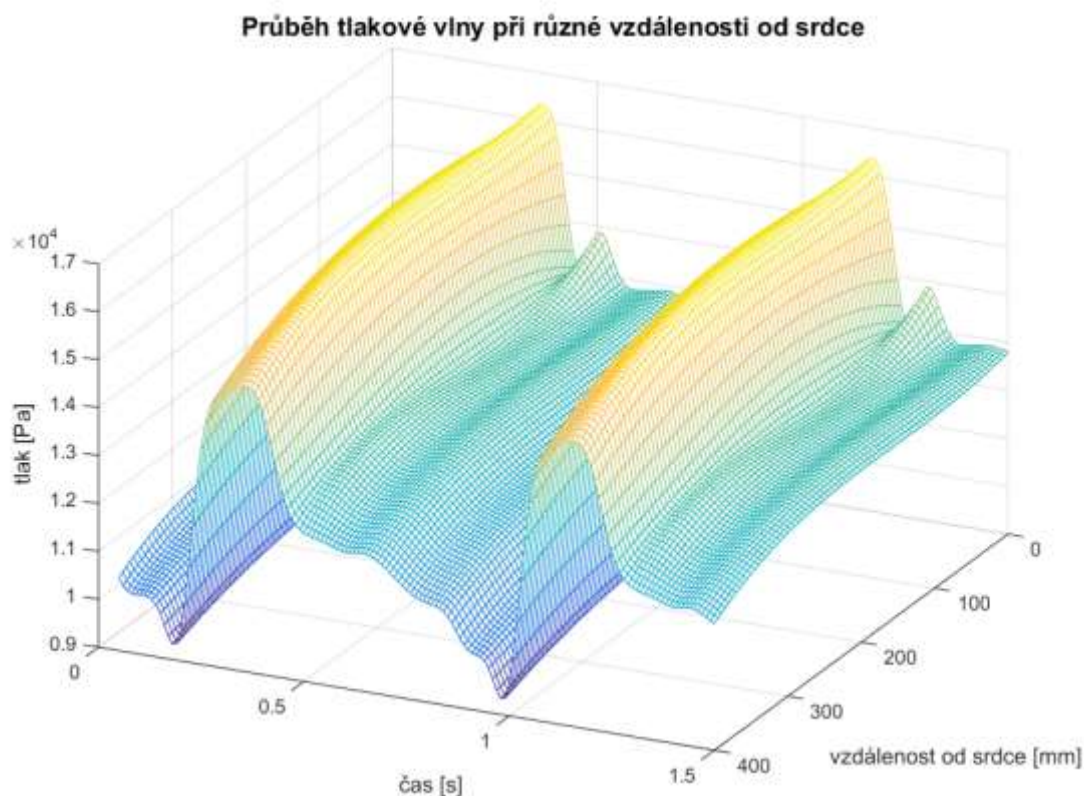
Pro numerický model je pak potřeba použít tlakový průběh s danou frekvencí tepů, dle konkrétního pacienta případně podle zátěžového stavu.

Krevní tlak je závislý na mnoha faktorech, mezi něž patří minutový srdeční výdej, elasticita arteriálních stěn, periferní cévní odpor a viskozita krve.

Obrázek 6.24 Ilustruje distribuci pulsního tlaku v aortě ve čtyřech řezech aortou. Je patrné jak druhý peak na tlakové křivce (Obrázek 6.24 modrý průběh), který je způsoben závěrem srdeční chlopně, postupně vymizí [56]. Obrázek 6.25 potom ukazuje postupnou distribuci tlakové vlny v trojrozměrném zobrazení. Úsek aorty, ze kterého jsou data brána má délku 400 mm. Propagaci tlakové vlny v krevním řečišti se zabývají autoři například v [57].



Obrázek 6.24: Distribuce tlakové vlny v části aorty.



Obrázek 6.25: Distribuce tlakové vlny od srdce.

6.5.2 Objemový/hmotnostní tok

Jako okrajovou podmínku je možné předepsat profil objemového/hmotnostního toku $Q(t)$ pulzujícího proudění krve (objem/hmotnost za jednotku času). Je ovšem nutno brát na zřetel, že objem krve, který vypudí srdce za jednotku času, bude jiný u dospělého člověka než u dítěte (samozřejmě bude rozdíl i u mužů a žen). Na rozdíl od jiných fyziologických parametrů, je tato funkce však snadněji změřitelná:

$$Q(t) = \int_{-r}^r v(x, t) dx \quad (6.88)$$

kde r je poloměr trubice [m] a v je rychlost v daném směru za čas [m/s].

Jelikož je tato funkce periodická v čase s periodou T [s], $Q(t) = Q(t + T)$, je možné tuto funkci rozvinout do tvaru nekonečné Fourierovy řady, jako lineární kombinace goniometrických funkcí sinus a kosinus:

$$Q(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)] \quad (6.89)$$

kde úhlová frekvence ω je definována jako $\omega = 2\pi/T$ a parametry A_0 , A_n , B_n jsou Fourierovy koeficienty definované:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt \quad (6.90)$$

A_0 je průměrná (střední) hodnota funkce $Q(t)$ během jedné periody.

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T Q(t) \cos(n\omega t) dt \quad (6.91)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T Q(t) \sin(n\omega t) dt \quad (6.92)$$

Pokud vycházíme z experimentálního měření průtočného objemu (tzn., že $Q(t)$ je získán jako soubor diskrétních hodnot), je zapotřebí stanovit Fourierovy koeficienty za pomoci diskretizace vztahů (6.90), (6.91) a (6.92):

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Q_n \quad (6.93)$$

$$A_k = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N Q_n \cos(n\omega t_n) \quad (6.94)$$

$$B_k = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N Q_n \sin(n\omega t_n) \quad (6.95)$$

kde $t_n = n\Delta t$, $Q_n = Q(t_n)$, $n = 1, \dots, N$ jsou souřadnice n -tého bodu ležícího na aproximované křivce, N je celkový počet těchto bodů, Δt je rovnoměrné rozdělení periody T definované jako $\Delta t = T/N$. Zavedením amplitudy A_n a fáze Φ_n , je původní vztah (6.89) upraven na v praxi používanější tvar:

$$Q(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \Phi_n) \quad (6.96)$$

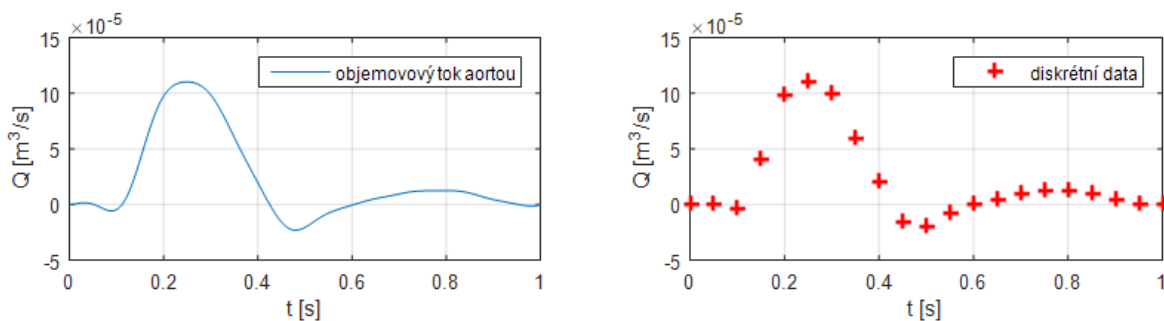
kde

$$A_n = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (6.97)$$

$$\Phi_n = \arctg\left(\frac{B_k}{A_k}\right) \quad (6.98)$$

Tedy jednotlivé členy Fourierovy řady jsou tvořeny n -násobky původního kmitočtu. Tento původní kmitočet pak odpovídá frekvenci tlukotu lidského srdce, tato je rovna v klidovém stavu organismu přibližně 1 Hz.

Příklad aplikace Fourierovy řady na objemový tok aortou, těsně za chlopni popisuje Obrázek 6.26 vlevo, která je převzatý ze studie [58], vpravo je pak soubor diskrétních dat pro $N=21$.



Obrázek 6.26: Průběh objemového toku aortou (vlevo) a soubor diskrétních dat (vpravo).

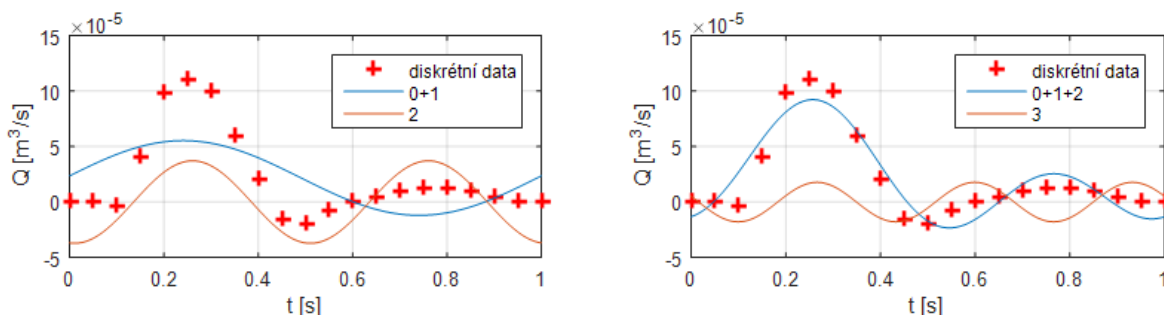
Z obrázku je patrná systolická fáze, kdy z levé srdeční komory je vypuzen celý objem krve do aorty, zde dosahuje proudění svých maxim.

Při diastolické fázi je patrný téměř nulový, až záporný průtok, což je způsobeno uzavřením aortální chlopně. Tyto kontrakce pak hrají významnou roli při výpočtu proudových polí v oběhovém systému.

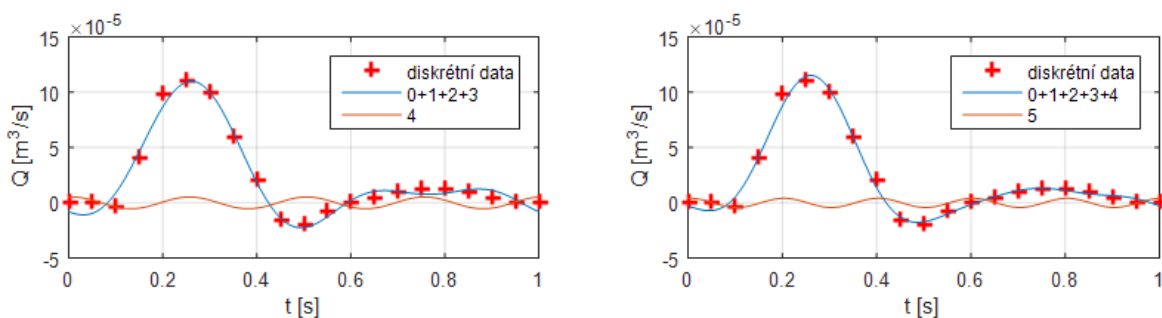
Tabulka 6.6: Koefficienty Fourierovy řady pro $n=6$.

n	$Q[\text{kg/s}]$	$\Phi_n [\text{rad}]$
1	0,434	-1,513
2	0,337	3,009
3	0,371	1,270
4	0,178	-0,170
5	0,053	-0,121
6	0,041	-1,311

Následující obrázky (Obrázek 6.27 a Obrázek 6.28) postupně popisují rekonstrukci aproximace signálu pomocí součtu současného a následujícího členu Fourierovy řady [59].

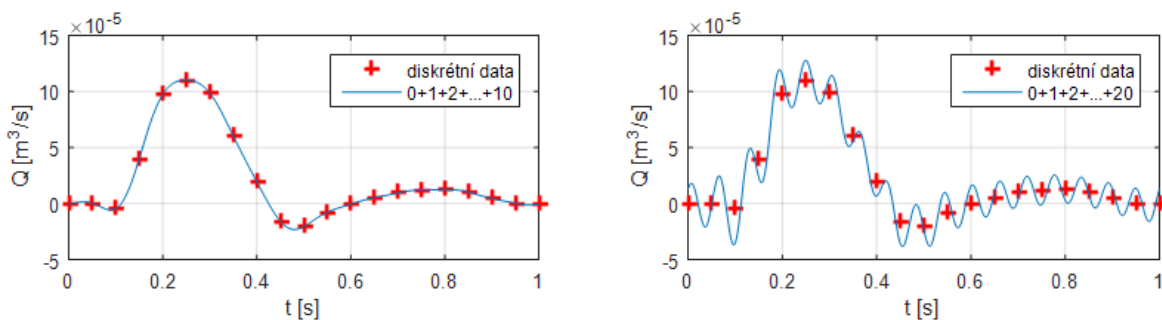


Obrázek 6.27: Fourierova řada tvořená členy 0+1 a následující člen $n=2$ (vlevo), Fourierova řada tvořená členy 0+1+2 a následující člen $n=3$ (vpravo).



Obrázek 6.28: Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+3 a následující člen $n=4$ (vlevo), Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+3+4 a následující člen $n=5$ (vpravo).

Konečnou aproximaci objemového toku pomocí prvních 10 členů Fourierovy řady popisuje Obrázek 6.29 vlevo, Obrázek 6.29 vpravo pak popisuje aproximaci objemového toku pomocí všech členů, tedy při uvažování i vyšších frekvencí.



Obrázek 6.29: Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+...+10 (vlevo), Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+...+20 (vpravo).

Lze tedy říci, že pro popis nestacionarit postačuje uvažovat pouze prvních 10 členů Fourierovy řady, s tím, že kmitočty vyšší jak 10 Hz neuvažujeme.

6.5.3 Parabolický a Womerleyho rychlostní profil

Pro modelování pulzujícího proudění krve je možné předepsat i rychlostní profil. V malých tepnách má rychlostní profil parabolický tvar. Ve velkých tepnách je pak tento tvar pístový.

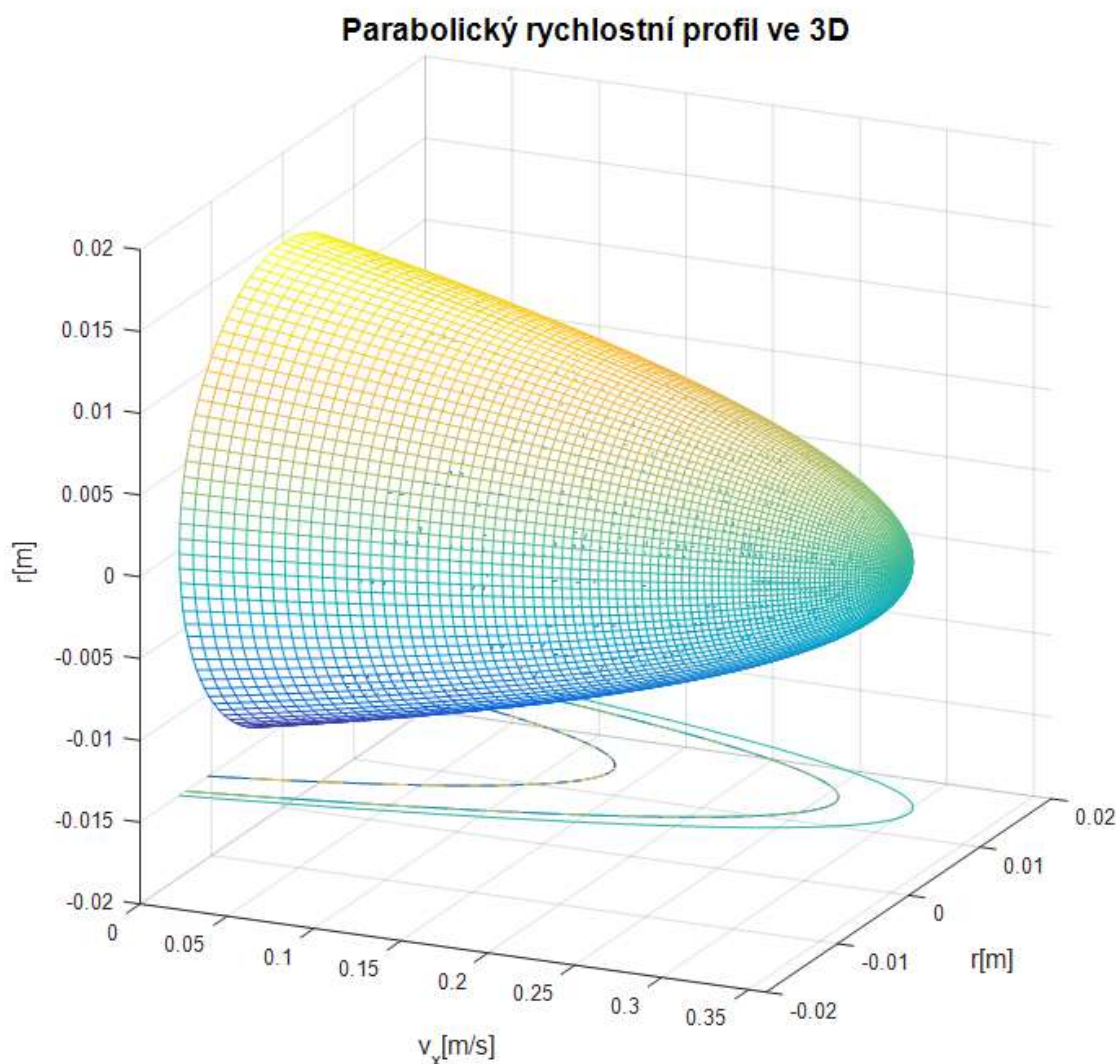
Plně vyvinutý parabolický rychlostní profil je ve 3D popsán rovnicí (6.99), Obrázek 6.30 celou situaci ilustruje.

$$v_x(r) = 2\bar{v} \left[1 - \left(\frac{2r}{d} \right)^2 \right] \quad \text{kde} \quad r = \sqrt{y^2 + z^2} \quad (6.99)$$

$$v_y = 0 \text{ [m/s]}$$

$$v_z = 0 \text{ [m/s]}$$

Profil je nastaven pro vzestupnou aortu, kde střední rychlost je 0,18 m/s a poloměr je 1,45 cm.

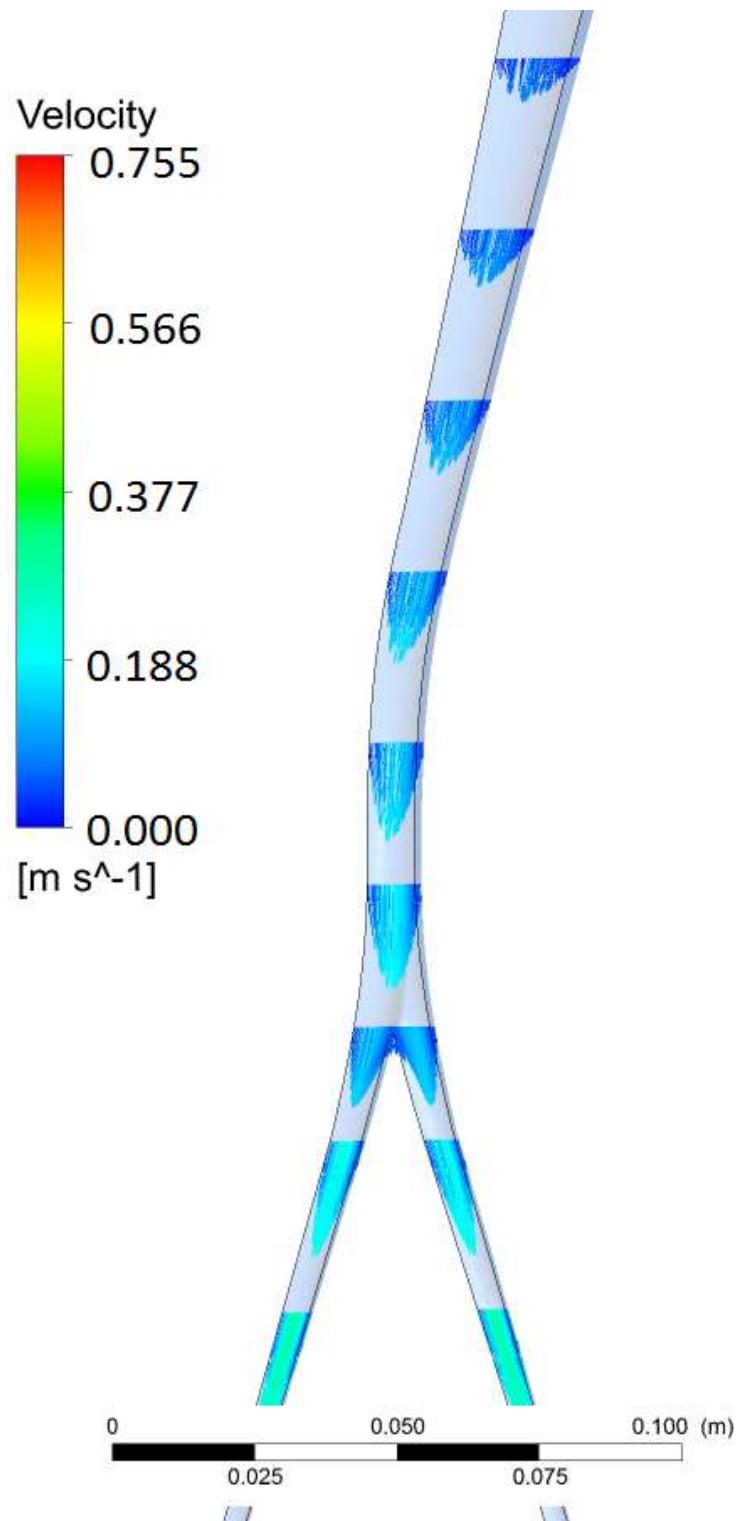


Obrázek 6.30: Plně vyvinutý parabolický rychlostní profil aortou.

K ověření správnosti modelu byla provedena aplikace parabolického rychlostního profilu na modelu břišní aorty. Při systolickém tlaku 120 mmHg je střední rychlost v aortě u zdravého jedince mužského pohlaví udávána dle [60] 0,75 m/s.

Obrázek 6.31 ukazuje vektory rychlosti na řezových rovinách modelu.

Největší rychlosti bylo dosaženo vždy ve středu paraboly. Průměrná hodnota rychlosti při systolické fázi byla téměř shodná s teoretickým předpokladem. Nicméně jak sami autoři udávají, u různých jedinců se bude lišit, samozřejmě jiná tato hodnota bude u člověka postiženého například aneurysmatem břišní aorty, tímto se zabývali autoři například v [61].



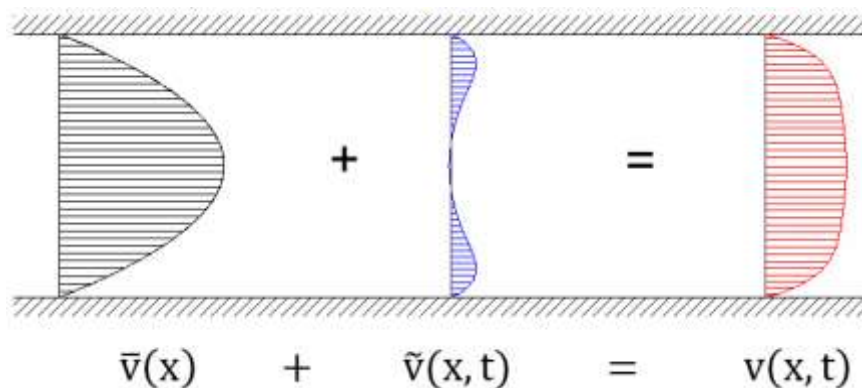
Obrázek 6.31: Rozložení rychlostních profilů v oblasti břišní aorty.

V průběhu tepové vlny se rychlostní profil mění. Při nestacionárním proudění dochází k superpozici stacionární a nestacionární složky rychlosti, tak jak popisuje Obrázek 6.32.

$$v(x, t) = \bar{v}(x) + \tilde{v}(x, t) \quad (6.100)$$

kde $v(x, t)$ představuje výslednou složku rychlosti v ose x , $\bar{v}(x)$ je stacionární složka rychlosti v ose x a $\tilde{v}(x, t)$ je nestacionární složka rychlosti v ose x .

V praxi se často používá postup, kdy je pulzační proudění rozděleno na stacionární a oscilační složku. Tato proudění se řeší odděleně a jejich řešení se sčítá.



Obrázek 6.32: Princip superpozice stacionární a nestacionární složky rychlosti ve výsledný píستový profil [27].

Ve velkých arteriích, kde je předepsán profil pulsujícího proudění krve, je tento profil označován jako Womersleyho rychlostní profil. Podrobné odvození tohoto profilu je například v [62], kde je uvažován případ s daným tlakovým gradientem. Při aplikaci fyziologických podmínek je v praxi užívanější postup, kdy je znám časový průběh objemového/hmotnostního toku, tímto se zabývali například v [63]. Užitím aproximace provedené v kapitole 6.5.2 získáme předpis pro rychlostní profil pulzujícího proudění ve tvaru:

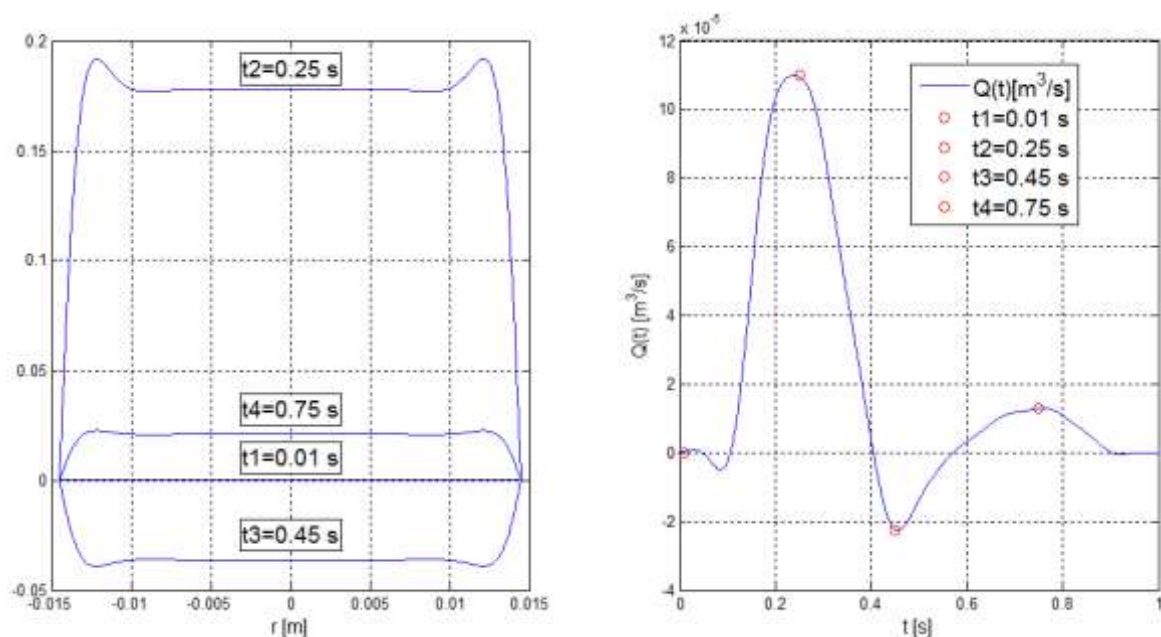
$$v(r, t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{W_0 \sqrt{i^3}}{\pi r_0^2} \left[\frac{J_0 \left(W_0 \sqrt{i^3} \frac{r}{r_0} \right) - J_0(W_0 \sqrt{i^3})}{2J_1(W_0 \sqrt{i^3}) - W_0 \sqrt{i^3} J_0(W_0 \sqrt{i^3})} \right] Q e^{i\omega t} \right\} \quad (6.101)$$

kde $\operatorname{Re}\{\dots\}$ označuje reálnou část komplexní funkce zapsané v Gaussově rovině komplexních čísel, i je imaginární jednotka, r_0 je poloměr arterie, r je vzdálenost od středu arterie, $Q(t)$ je objemový tok (dosazen z předcházející kapitoly), J_0 je Besselova funkce prvního druhu řádu nula a J_1 je Besselova funkce prvního druhu řádu jedna, W_0 je Womersleyho číslo vyjadřující poměr frekvence pulzací proudění k viskózním účinkům a je definováno vztahem:

$$W_0 = r_0 \sqrt{\frac{\rho \omega}{\eta}} \quad (6.102)$$

ω je úhlová rychlost vyjádřena jako $\omega = 2\pi f$. Je-li Womersleyho číslo menší než 1 je frekvence pulzací natolik nízká, že dochází k vytvoření parabolického rychlostního profilu a rychlost proudění je ve fázi s tlakovým gradientem. Naopak jestliže je Womersleyho číslo větší než 10, vytváří se plochý rychlostní profil a rychlost proudění se zpožďuje za tlakovým gradientem o $\pi/2$.

Obrázek 6.33 ukazuje změnu Womersleyho rychlostního profilu v přímé trubici o poloměru odpovídajícímu vzestupné aortě $r=0,0145$ m (dle přílohy A). Model pro viskozitu krve je uvažován Carreau-Yasuda dle rovnice (5.4). Jsou vybrány 4 časové okamžiky na křivce objemového toku (Obrázek 6.33 vpravo) a pro tyto časy je analyticky spočítán Womersleyho rychlostní profil (Obrázek 6.33 vlevo). Dle principu superpozice stacionární a nestacionární složky získají výsledné rychlostní profily ne tvary parabol, ale pístový tvar. K tomuto jevu přispívají také nenewtonské vlastnosti krve.



Obrázek 6.33: Womersleyho rychlostní profily v závislosti na hodnotě objemového toku.

Z knihy [60] je možno dohledat vybrané parametry krevního řečiště, které shrnuje Tabulka 6.7. Autoři zde dále popisují pro oběhový systém člověka hodnoty Womersleyho čísla, které se pohybují v rozmezí 4-20. Jsou zde zmíněny hodnoty střední rychlosti ($v_{stř.}$), systolické ($v_{systola}$) a diastolické ($v_{diastola}$) rychlosti krevního proudu a střední ($Re_{stř.}$) a maximální (Re_{max}) hodnoty Reynoldsova čísla.

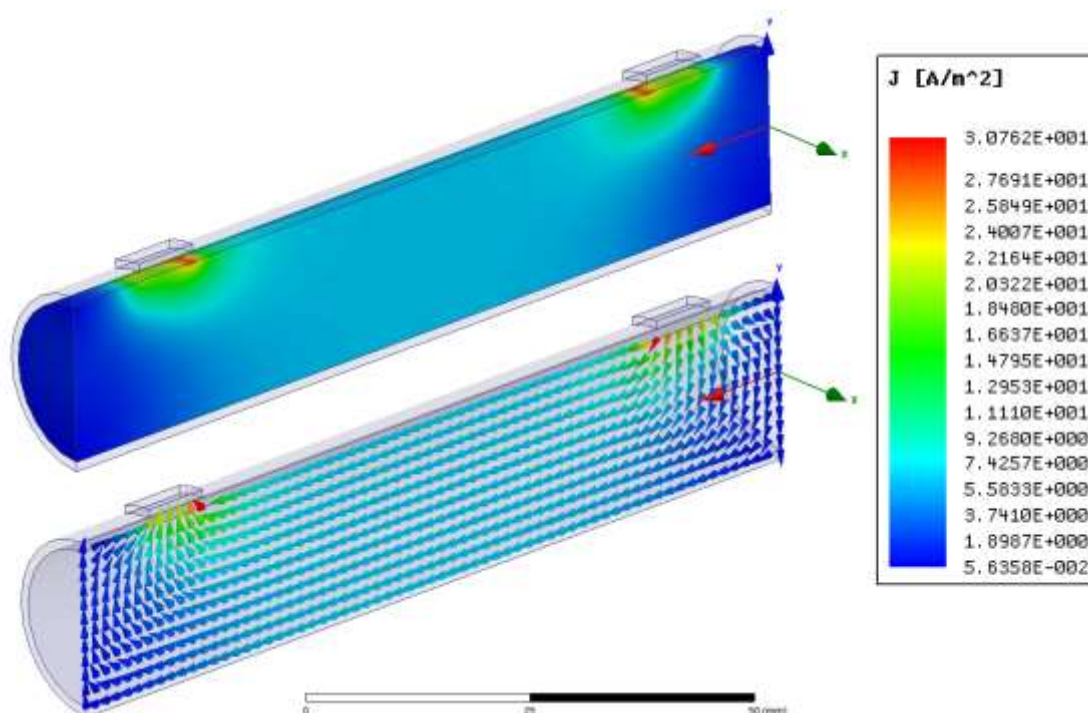
Tabulka 6.7: Vybrané parametry krevního řečiště člověka (zdravý pacient, muž, 70 kg).

Krevní řečiště						
Typ arterie	W_0 [-]	$v_{stř.}$ [m/s]	$v_{systola}$ [m/s]	$v_{diastola}$ [m/s]	$Re_{stř.}$ [-]	Re_{max} [-]
aorta ascendens – vzestupná aorta	21	0,18	1,12	0	1500	9400
aorta abdominalis – břišní aorta	12	0,14	0,75	0	640	3600
aorta femoralis – stehenní tepna	4	0,12	0,52	0,2	200	860

6.6 Vedení vysokofrekvenčního elektrického proudu krví

Pro ilustraci vedení proudu krevním řečištěm byl vytvořen zjednodušený model cévního úseku, kde byly modelovány dvě proudové elektrody (Obrázek 6.34), na které je přiveden diagnostický proud 1mA.

Obrázek 6.34 znázorňuje distribuci proudové hustoty v tepenném úseku při harmonickém ustáleném stavu. Je patrné, že v úseku mezi proudovými elektrodami dochází k rovnoměrnému rozložení proudové hustoty.

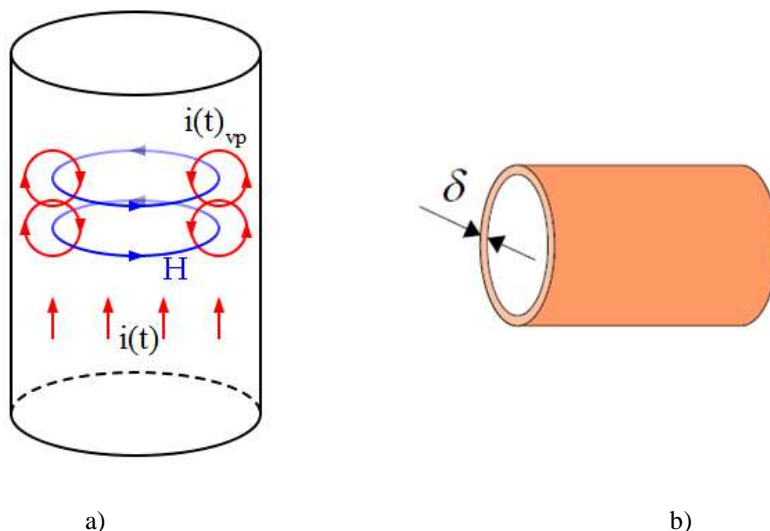


Obrázek 6.34: Rozložení proudové hustoty v cévním segmentu.

Vysokofrekvenční elektrické proudy při kmitočtech vyšších jak 100 kHz již nemají pro lidský organismus žádné dráždivé účinky v důsledku toho, že působící impuls vf proudu trvá mnohem kratší dobu, než je doba potřebná k vyvolání podráždění. Mechanismus biologického účinku vf proudu spočívá v přeměně absorbované energie v teplo – polární molekuly v organismu se účinkem vf proudu rytmicky pohybují a tím přeměňují absorbovanou energii v teplo - dielektrický ohřev [64].

Při průchodu střídavého proudu vodičem dochází ve vodiči ke vzniku takzvaných vířivých proudů způsobených magnetickou indukcí, kterou procházející proud vyvolá. Siločáry magnetického indukčního toku se uzavírají kolem vodiče, část z nich prochází tím samým vodičem a důsledkem je indukce vířivých proudů. Tyto vířivé proudy mají blíže ke středu vodiče opačný směr než původní elektrický proud a odečítají se od něj, naopak blíže k povrchu jsou směry souhlasné a proudy se sčítají [65].

Přímým následkem tohoto jevu je povrchový jev (skin efekt), kdy proudová hustota je vyvolanou magnetickou indukcí vytlačována směrem od středu vodiče ven. Celou situaci ilustruje Obrázek 6.35, kde $i(t)$ je procházející proud a $i(t)_{vp}$ je indukovaný vířivý proud.



Obrázek 6.35: a) Ilustrace skin efektu b) Hloubka vniku ve vodiči [6].

Hloubka vniku penetrace elektromagnetického pole do vodiče je dána vztahem:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu}} \quad (6.103)$$

kde δ je hloubka vniku, jedná se o hodnotu, kde proudová hustota klesne na $1/e$ ($\sim 0,368$) násobek hodnoty pole na povrchu tělesa [66].

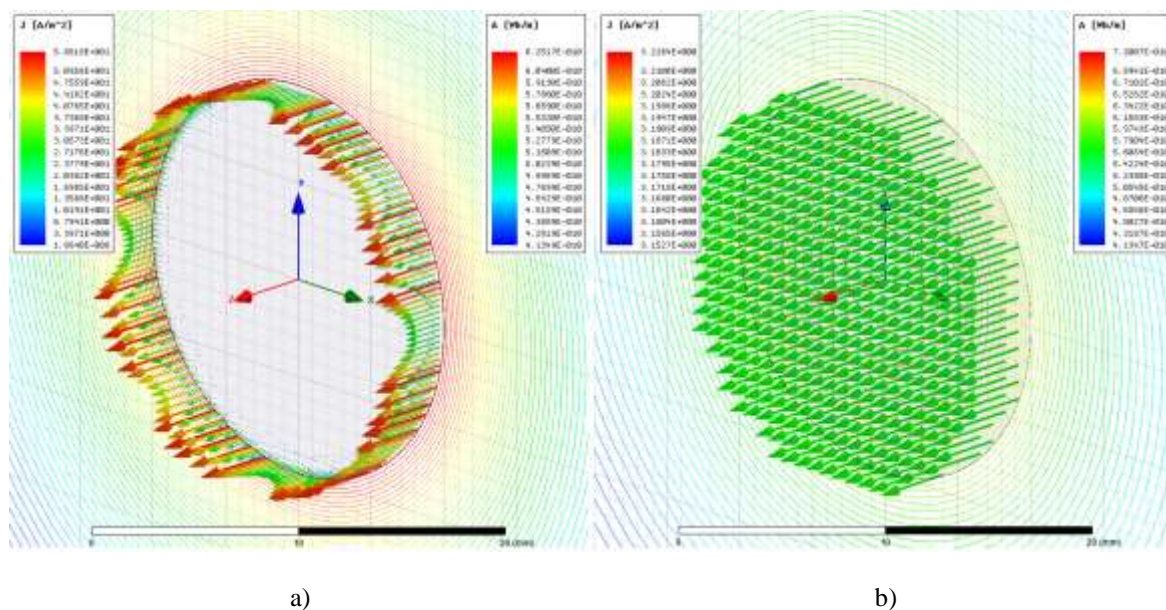
Pokles amplitudy pro pole \mathbf{E} , \mathbf{H} a \mathbf{J} je dán:

$$\hat{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{E}}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-j\frac{x}{\delta}} \quad \hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-j\frac{x}{\delta}} \quad \hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{J}}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-j\frac{x}{\delta}} \quad (6.104)$$

V elektrolytech je však situace poněkud komplikovanější, nelze na ně nahlížet jako na kovové vodiče. Při průchodu elektrického proudu se krev chová jak nehomogenní elektrolytický vodič, nosiče proudu jsou tedy ionty.

V případě vedení střídavého proudu vodivost krve vzrůstá s narůstající frekvencí (viz Obrázek 4.5). Nicméně tato vodivost je podstatně nižší než vodivost kovů, řádově 10^{-1} S/m (u kovů řádově 10^6 S/m) a tomu odpovídající hloubku vniku elektromagnetického pole do materiálu. Navíc se v elektrolytech uplatňují jiné mechanismy vodivosti, například Wienův a Debye–Falkenhagenův jev [67] (využito v [68] a [69]).

Na následujícím obrázku bylo namodelováno rozložení proudové hustoty a magnetického vektorového potenciálu v měděném vodiči (vodivost 58 MS/m, permeabilita 0,999991) a v krvi (vodivost 0,7008 S/m, permeabilita 1,000001) při kmitočtu 50 kHz a amplitudě elektrického proudu 1 mA, průměr vodiče je 20 mm.



Obrázek 6.36: Porovnání vektorů proudové hustoty a siločar magnetického vektorového potenciálu v mědi (obrázek a) a v krvi (obrázek b).

Jak je patrné z rozložení proudové hustoty v měděném vodiči, při tomto kmitočtu je elektrický proud veden ryze povrchem vodiče. Povrchový jev se zde tedy uplatňuje v maximální míře.

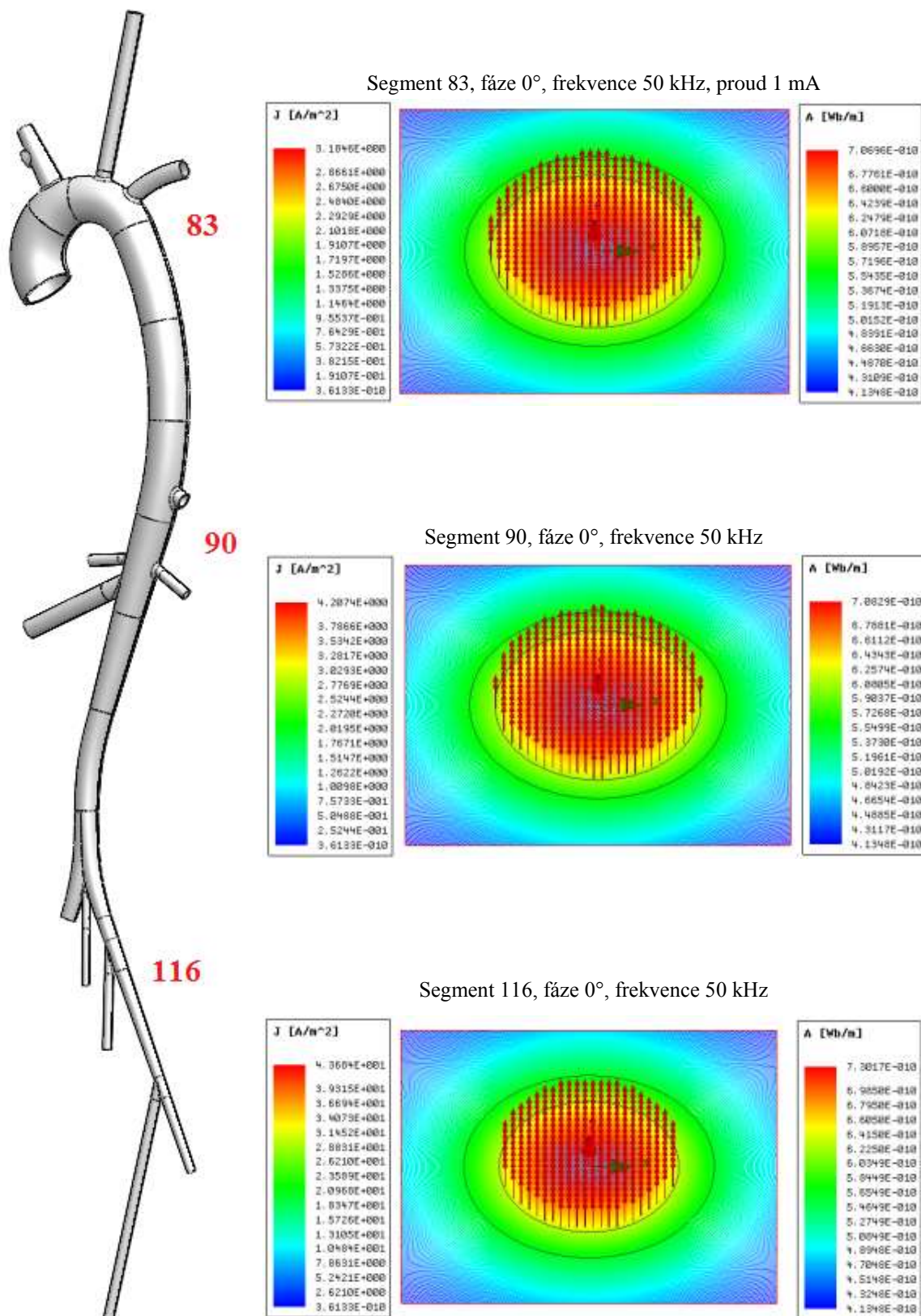
Naopak při vedení elektrického proudu krví při bioimpedančním měření je měřící proud homogenně rozložen v krevním řečišti a díky mnohonásobně nižší vodivosti krve oproti kovu nebude ke vzniku skin efektu docházet.

Při výpočtu dle vztahu (6.103) bude hloubka vniku EM pole do krve při daných parametrech 2688 mm (u mědi 0,2955 mm).

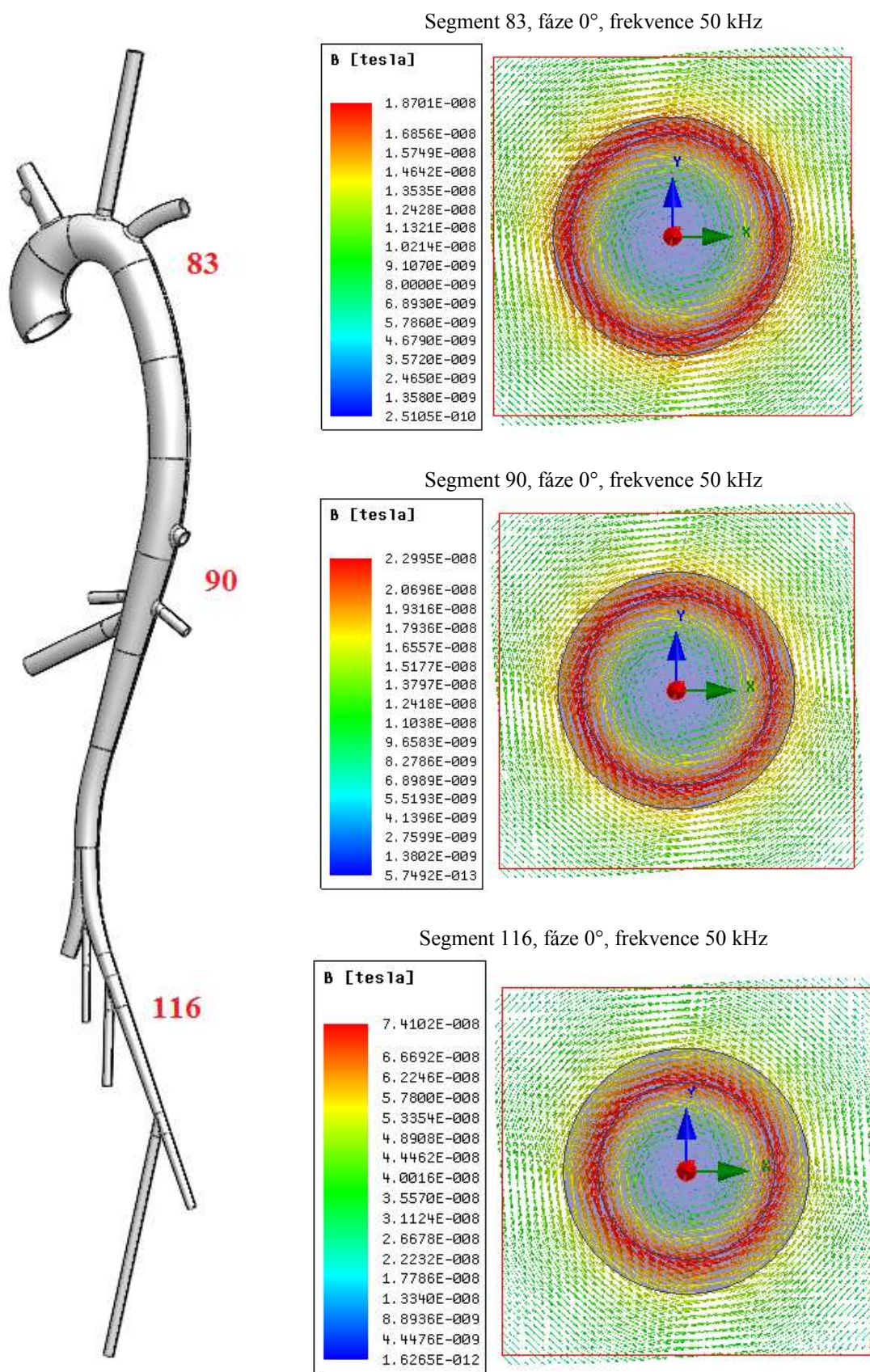
Na následujících obrázcích je zobrazena část modelu cévního systému (vzestupná a břišní aorta), byly vybrány 3 řezy modelem, na kterých je zobrazeno rozložení proudové hustoty a magnetického vektorového potenciálu v modelu (Obrázek 6.36), je patrné, že v modelu je proudová hustota rozložena homogenně po celém řezu.

Vektorový potenciál pak jednoznačně určuje pole \mathbf{B} , jehož vektory v jednotlivých řezech vyobrazuje Obrázek 6.38. Modul magnetické indukce dosahuje hodnot řádově 10^{-8} až 10^{-13} T.

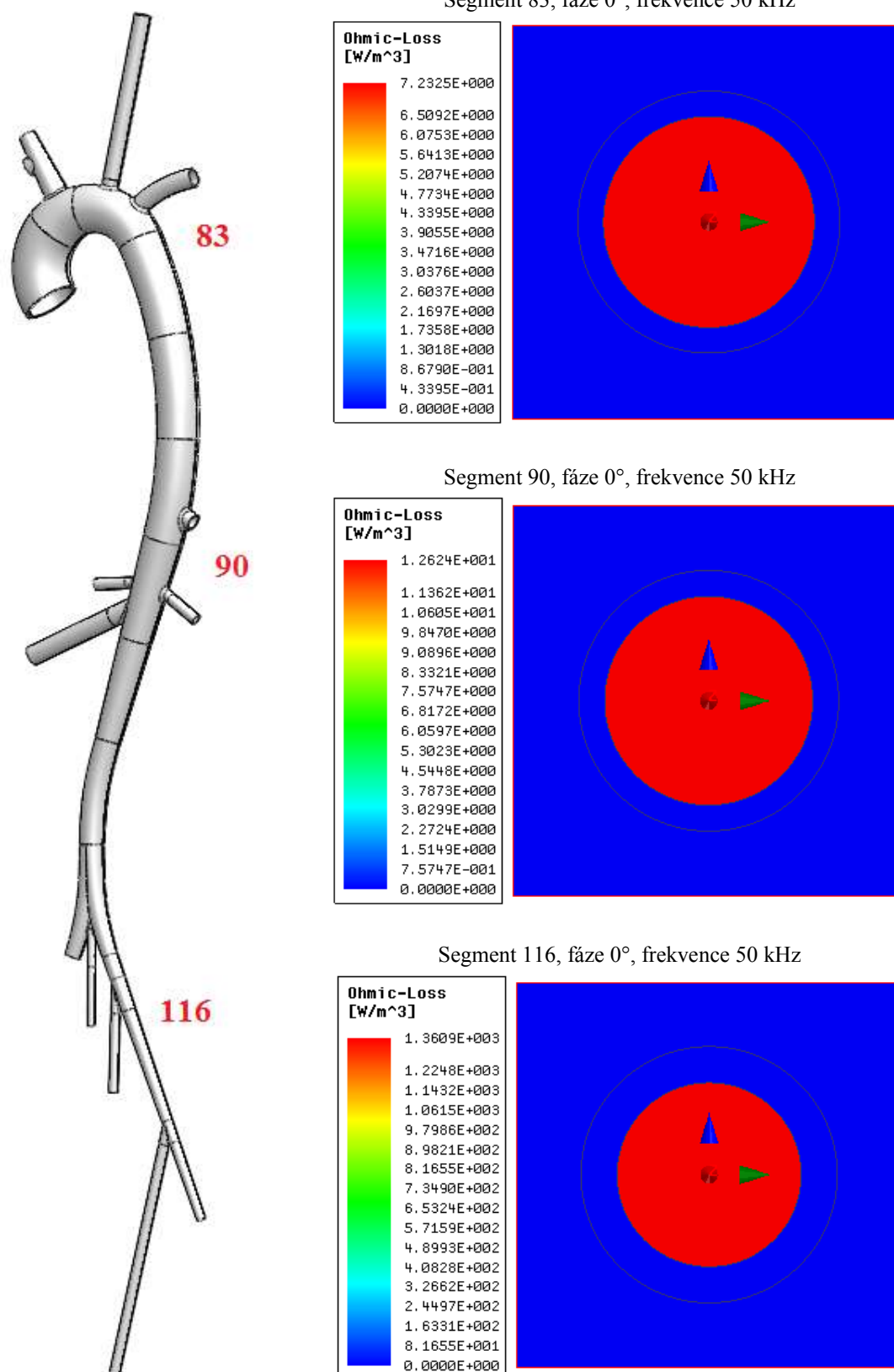
Obrázek 6.39 zobrazuje ohmické ztráty v krevním řečišti, resp. ztráty způsobené průchodem elektrického proudu (Joulové ztráty). Tyto ztráty se pohybují v rozmezí 10^1 až 10^3 W/m³.



Obrázek 6.37: Rozložení vektoru proudové hustoty J a magnetického vektorového potenciálu A v krevním řečišti.



Obrázek 6.38: Rozložení vektoru magnetické indukce B v krevním řečišti.

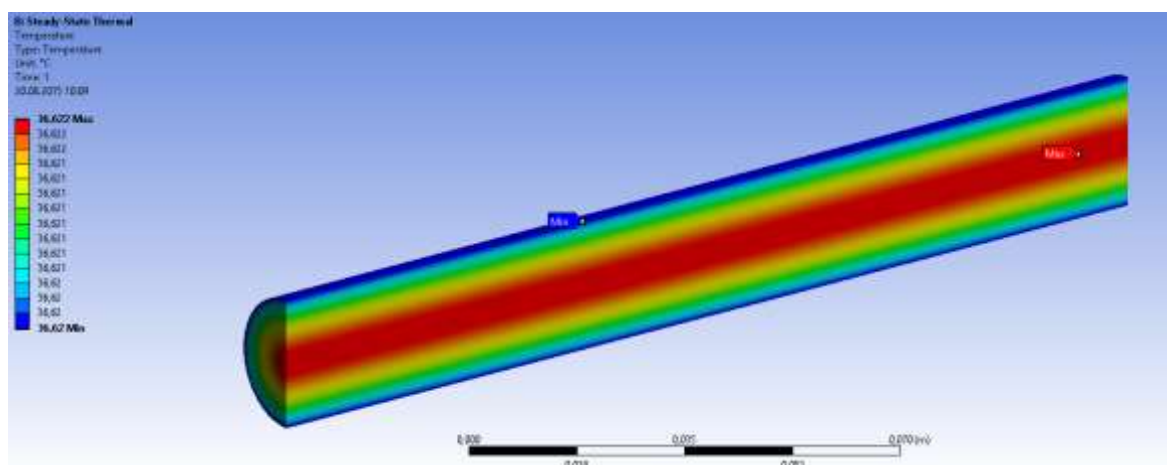


Obrázek 6.39: Rozložení ztrát v krevním řečišti.

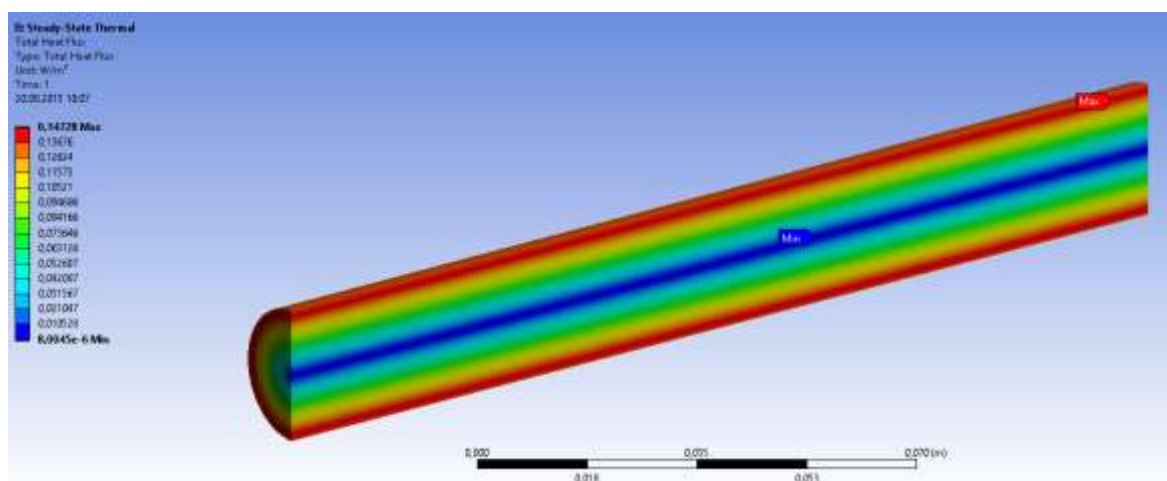
U vysokofrekvenčních proudů (cca 100 kHz) se již neprojevují žádné dráždivé účinky elektrického proudu (ty se projevují nejvíce při frekvencích do 100 Hz, kdy hrozí při průchodu proudu přes srdeční sval fibrilace), proud má účinky ryze tepelné. Ztráty, které ukazuje Obrázek 6.39 v řezu tepny, se dají přepočítat na teplotu a zobrazit v modelu (použito v [70]).

Byl vybrán úsek č. 83 (viz Avolio model příloha A) na kterém byl modelován harmonický ustálený stav, proud 1 mA, a kmitočet 50 kHz. Vypočtené ztráty byly dále přepočítány na teplotu s využitím tepelných koeficientů udávající Tabulka 6.5. Při uvážení, že tělesná teplota člověka je 36,6 °C, došlo k celkovému oteplení tkáně o 0,02 °C, cirkulující krev je navíc schopna toto teplo odvádět.

Obrázek 6.40 vyobrazuje rozložení teploty v krevním řečišti a odvod tepla do tepenné stěny ilustruje Obrázek 6.41 (teplený tok).



Obrázek 6.40: Rozložení teploty v tepně.



Obrázek 6.41: Rozložení tepleného toku v tepně.

6.7 Shrnutí

V této části práce byly odvozeny vztahy, které popisují pole mechanických deformací tlakové pole proudění, elektrické a teplotní pole. Byly definovány vazební rovnice mezi těmito fyzikálními poli pro řešení sdruženého modelu, který je spojen s elektrickým obvodem.

Byl vytvořen plně parametrický model lidského tepenného systému, který byl diskretizován vhodnými elementy (kapitola 6.3.3). Rozměry byly stanoveny z modelu Avolio, který definuje geometrické rozměry arteriálního systému.

Pro numerickou simulaci je nutné vybrat vhodný turbulentní model, který správně popíše proudové pole tekutiny. Jako nejvhodnější se jevil dvourovnicový SST model, který lépe popisuje chování tekutiny v blízkosti stěny a nezkresluje pístovitý rychlostní profil, který vzniká prouděním nelineární kapaliny (Obrázek 6.20 a Obrázek 6.21).

Diskutovány byly možnosti aplikace různých okrajových podmínek řešení jako tlakový profil, objemový tok a rychlostní profil v kombinaci s objemovým tokem. Jako vhodně aplikovatelná se jeví okrajová podmínka, kde vystupuje objemový tok, který je snadněji změřitelný, na rozdíl od jiných fyziologických parametrů.

Díky vysoké permitivitě a nízké vodivosti oproti kovům se neprojevuje při vysokých kmitočtech skin efekt, následkem toho je, že procházející elektrický proud je rozložen v řečišti homogenně.

Vystavení lidského těla působení silného magnetického (elektromagnetického) pole, více než stovky mT, může mít negativní vlivy na organismus. Naopak působení slabého magnetického pole, jednotky až desítky mT, má na lidský organismus příznivý vliv. Krev začne proudit rychleji a tím dochází k rychlejšímu okysličování organismu (zvýšení příjmu energie do buňky).

Modul magnetické indukce, kterou způsobí diagnostický elektrický proud, dosahuje hodnot řádově 10^{-8} až 10^{-13} T, což je hodnota, která je výrazně pod účinky magnetického pole na organismus (Obrázek 6.38).

Ztráty, které se projevují přeměnou v teplo, jsou nepatrné (Obrázek 6.39). Oteplení bylo orientačně stanoveno na 0,02 °C (Obrázek 6.40 a Obrázek 6.41), což je v podstatě na hranici chyby měření. Při krevní cirkulaci by vzniklé teplo bylo odvedeno proudící krví pryč.

7 Diskuze výsledků EHD modelu a reálného měření

V následující kapitole budou prezentovány stěžejní výsledky předkládané dizertační práce. Poznatky, které byly získány a prezentovány v předcházejících kapitolách byly implementovány do numerického modelu, který dává do souvislosti proudění nelineární nestlačitelné kapaliny interagující s pružnou cévní stěnou. Model je zatížen procházejícím elektrickým proudem a je doplněn o elektrický obvod reprezentující elektrické vlastnosti okolní tkáně.

7.1 Biometrie arteriálního systému

Pro budoucí parametrizaci geometrického modelu je nejprve nutné vytvořit referenční biometrii arteriálního systému, počátečním bodem je srdce a koncovým bodem je poloviční vzdálenost měřeného úseku arterie mezi dvěma elektrodami.

Při definici biometrie se vychází z tabulky anatomických dat, která obsahuje délky jednotlivých cévních úseků arteriálního stromu (Příloha A – Geometrické a mechanické vlastnosti arterií – Avolio model).

Tabulka 7.1: Referenční vzdálenosti vypočítané z arteriálního stromu.

Kanály	Elektroda	Délka vlevo [cm]	Délka vpravo [cm]
CH1, CH2	krční	16,3	21,8
CH3, CH4	hrudní (pod kostí)	19,6	19,6
CH5, CH6	stehenní	68,4	68,4
CH7, CH8	lýtková	121,9	121,9
CH9, CH10	břišní	24,9	24,9
CH11, CH12	pod klíční kostí	10,8	10,8
CH13, CH14	pažní	35,1	35,1
CH15, CH16	předloktí	56,6	56,6
CH17, CH18	hrudní (nad srdcem)	4,0	4,0

Dále je zapotřebí z modelu arteriálního stromu vypočítat rozpětí paží a referenční výšku postavy.

Referenční výška – 177,1 cm.

Referenční rozpětí – 131,4 cm (nejsou započítány úseky v dlaních a prstech).

Dle následujících vzorců je pak možné vypočítat hodnoty výšky a rozpětí u konkrétního pacienta:

$$r_h = \frac{h}{h_r} \cdot RV \quad (7.1)$$

$$r_l = \frac{l}{l_r} \cdot RV \quad (7.2)$$

kde h je skutečná výška pacienta, l je skutečné rozpětí, h_r je referenční výška, l_r je referenční rozpětí paží a RV je referenční hodnota, kterou udává Tabulka 7.1.

Předpokládá se, že pravá i levá polovina lidského těla mají stejné vzdálenosti, proto stačí vypočítat průměrné vzdálenosti pouze u jedné dvojice elektrod z libovolné poloviny těla.

7.2 Vyhodnocení výsledků a porovnání modelu s reálným měřením

Pro vyhodnocení výsledků z EHD modelu byl ze souboru pacientů, podle zvoleného kritéria nejlepší čitelnosti signálu a viditelnosti provedených manévrů vybrán vzorek 30 nejvhodnějších dobrovolníků z celkově 84 naměřených. Z těchto 30 dobrovolníků bylo 17 mužů a 13 žen. Jednalo se zdravé jedince, nekuřáky, ve věku mezi 20 a 30 lety.

Jelikož se jedná o zdravé subjekty, předpokládá se, že výsledky neobsahují velké výkyvy hodnot od fyziologických předpokladů.

Byl vybrán konkrétní pacient mužského pohlaví, podle kterého byly nastaveny okrajové a počáteční podmínky na numerickém modelu. Tepová frekvence pacienta byla 1 Hz, na tento kmitočet byl nastaven i numerický model. Byl vyhodnocován klidový stav pacienta. Z měření byl vybrán časový úsek, kdy bylo měření dostatečně ustáleno (stabilní část signálu, bez manévrů), od tohoto úseku je zaveden čas od 0 sekund.

Z měření byla získána sada surových impedančních křivek, které byly pouze filtrovány dolní propustí 20 Hz a dále zpracovány v prostředí MATLAB, kde byl proveden přepočít na relativní změnu impedance. Pro porovnání byly vybrány vždy alespoň 3 tepové periody.

Numerický model byl nastaven na 7 period tepového průběhu, aby došlo k dostatečnému ustálení řešiče. Od 4 periody jsou dále prezentovány výsledky z modelu.

Obrázek 7.2 až Obrázek 7.19 prezentují výsledky EHD modelu porovnávané s reálným měřením na konkrétním subjektu.

Jsou porovnávány vždy relativní změny průměru tepenného úseku (EHD model) s relativní změnou impedance v daném úseku (reálný subjekt). K přepočtu na relativní změnu je pro daný úsek cévy využito vztahu (4.12) odvozeného v kapitole 4.1.

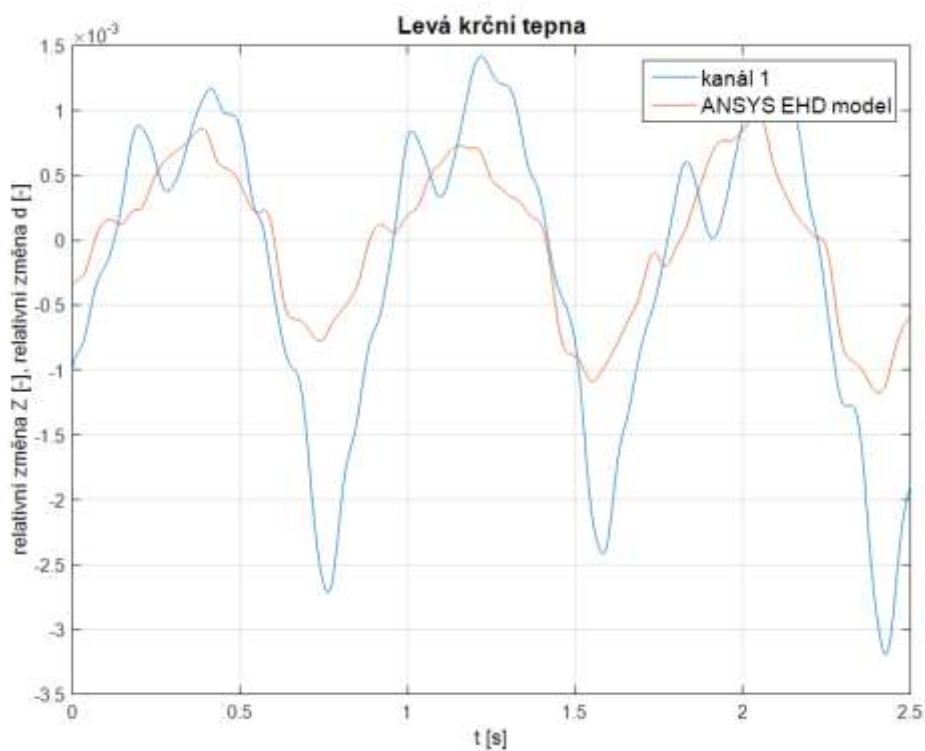
Kanály 17 a 18, 3 a 4, 9 a 10 se nachází v oblasti hrudníku, zde není možné získat relativní změny průměru pro pravou a levou část samostatně, předpokládáme, že signál prochází největší tepnou a tedy z pravé a levé strany dostáváme signál z aorty a tento pak prochází pře orgány pravé a levé strany pacienta, proto u těchto kanálů bude vzato jen jedno společné místo pro sejmутí relativní změny průměru pro pravou a levou stranu pacienta, impedance však rozlišena bude.

Ze vzorku měřených pacientů bylo vyzorováno, že data z krčních tepen nejsou vždy použitelná a výrazně se liší, jak ilustruje Obrázek 7.2 a Obrázek 7.3, levá a pravá krční tepna,

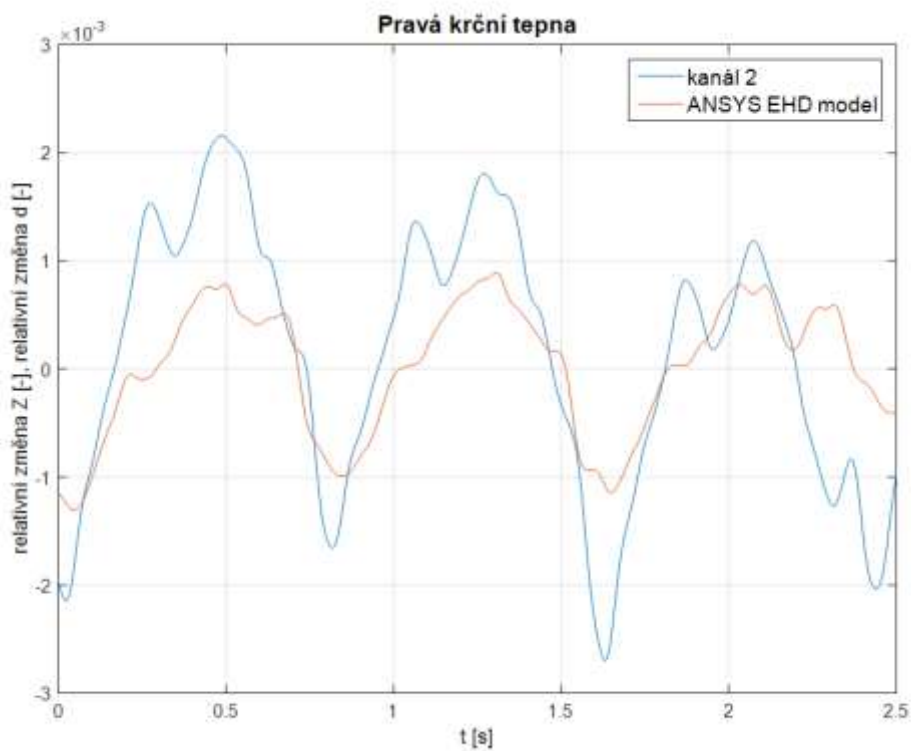
Další faktorem ovlivňujícím přesnost numerického modelu jsou větvení cévního stromu a vlastní uložení tepenného systému, který je reálně obklopen okolními tkáněmi a svalovinou, takže v jistých částech (kanál 13, Obrázek 7.14 a kanál 14, Obrázek 7.15 – levá a pravá paže) může být celý systém tužší, tyto parametry uložení se reálným měřením dají zjistit jen velice těžko, případně to není možné vůbec, navíc se budou jedinec o jedince lišit. V modelu je uvažováno jen jediné, konstantní uložení (elastic support – tedy okrajová podmínka tuhosti okolí).

Pro lepší orientaci o umístění elektrod je zde umístěn Obrázek 7.1.

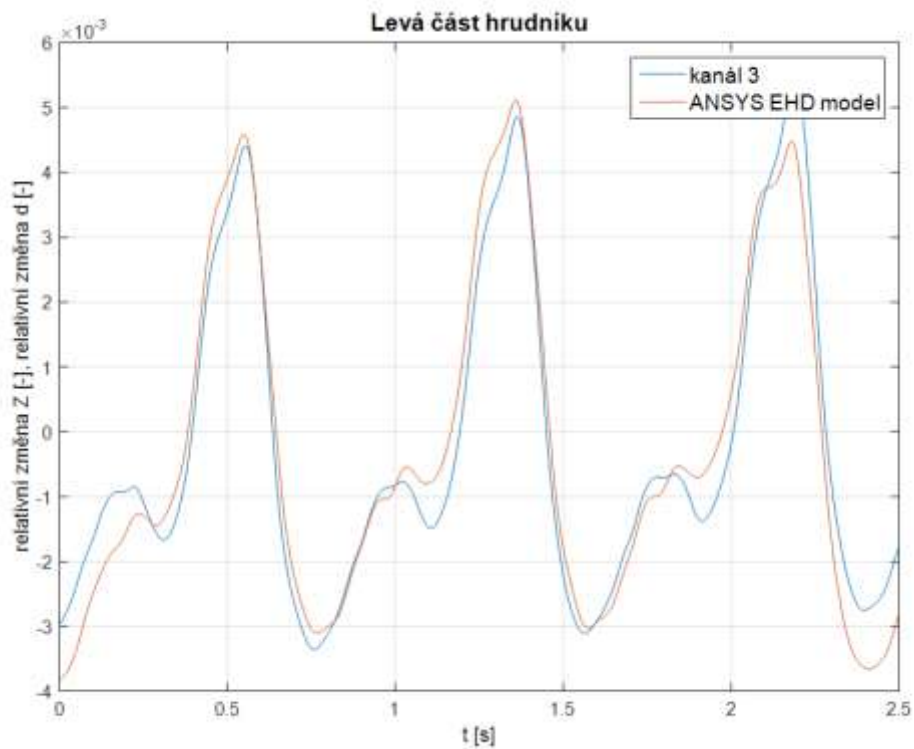
Obrázek 7.1: Umístění měřících elektrod na pacientovi.



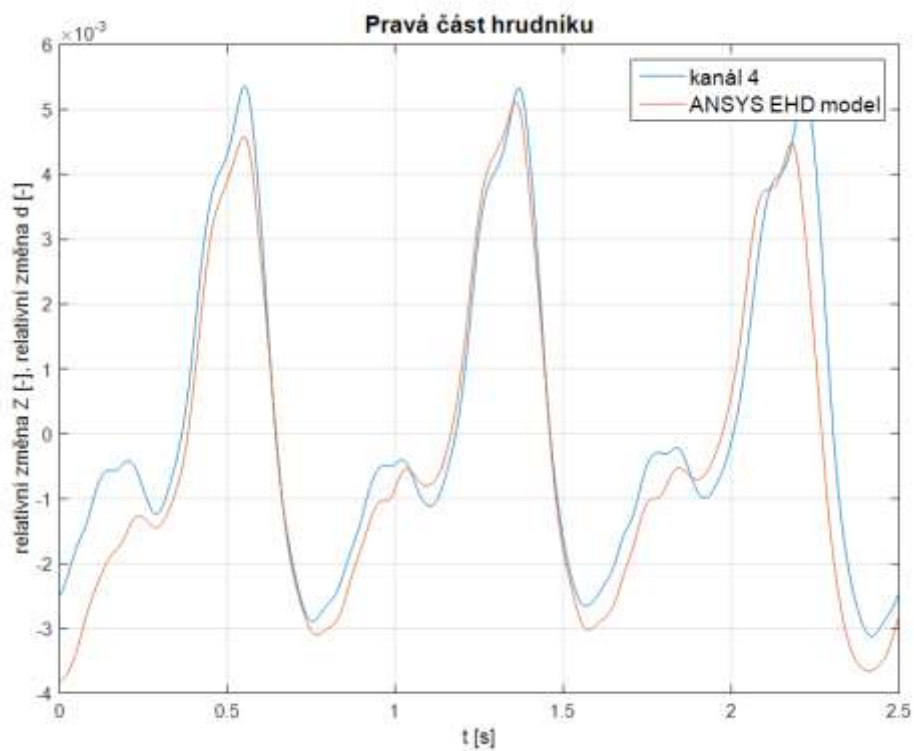
Obrázek 7.2: Levá krční tepna.



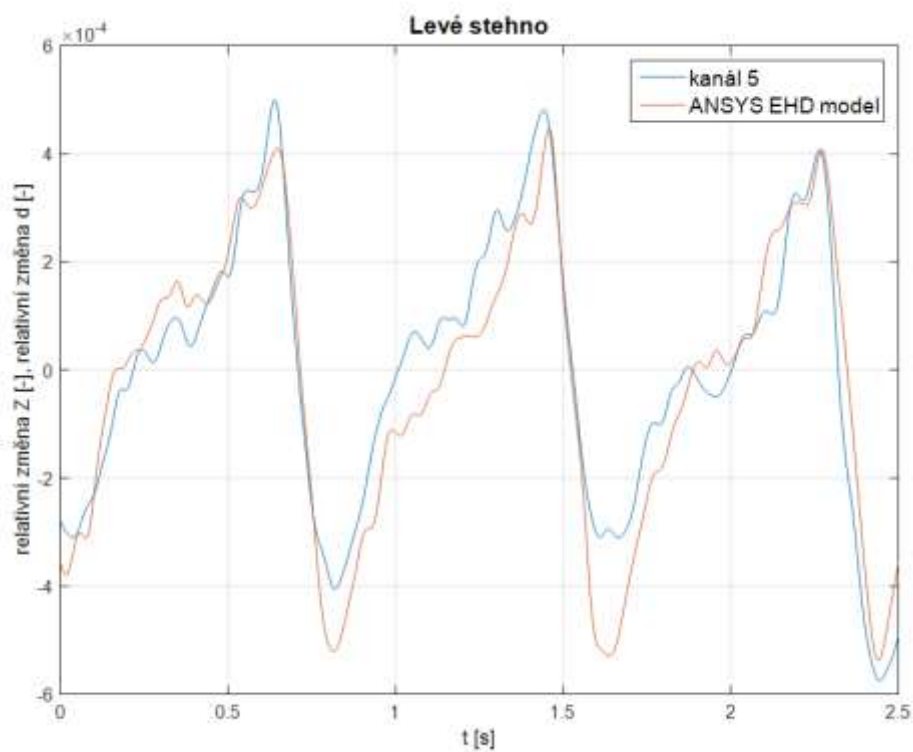
Obrázek 7.3: Pravá krční tepna.



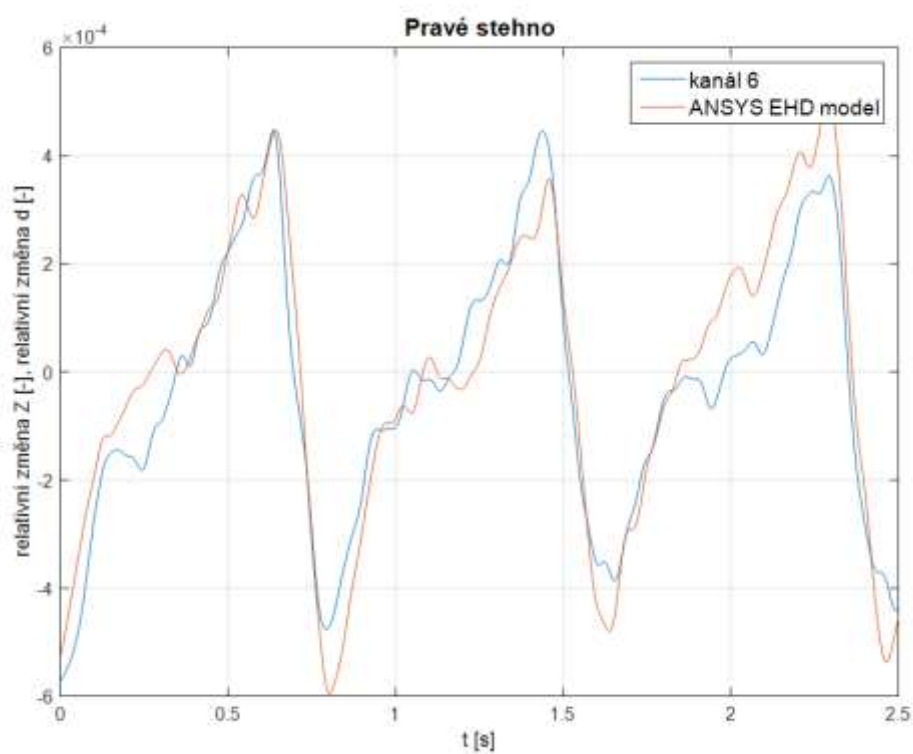
Obrázek 7.4: Levá část hrudníku.



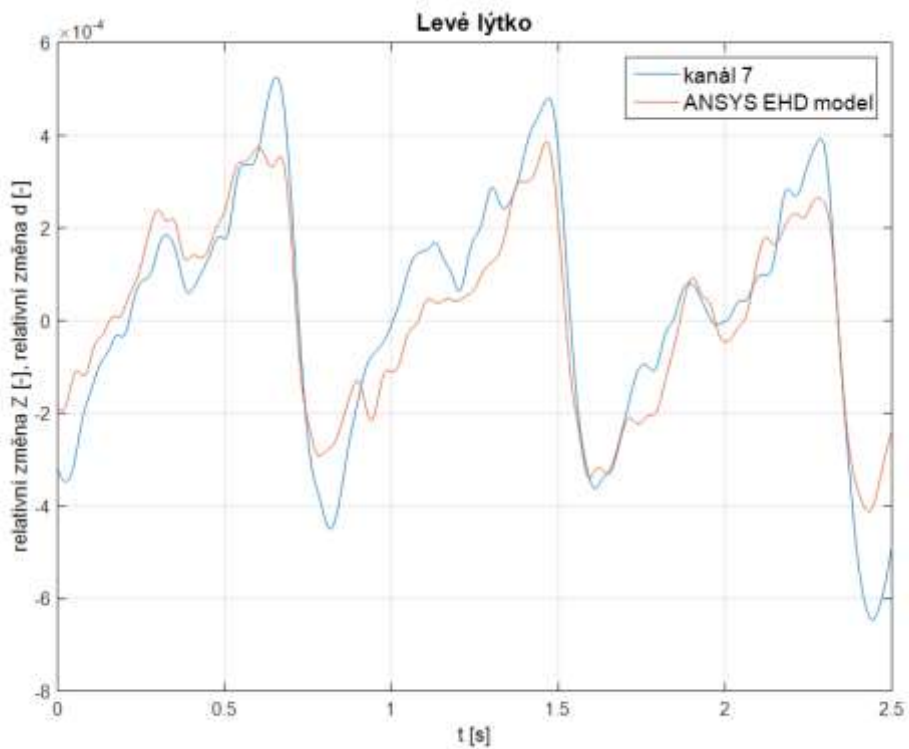
Obrázek 7.5: Pravá část hrudníku.



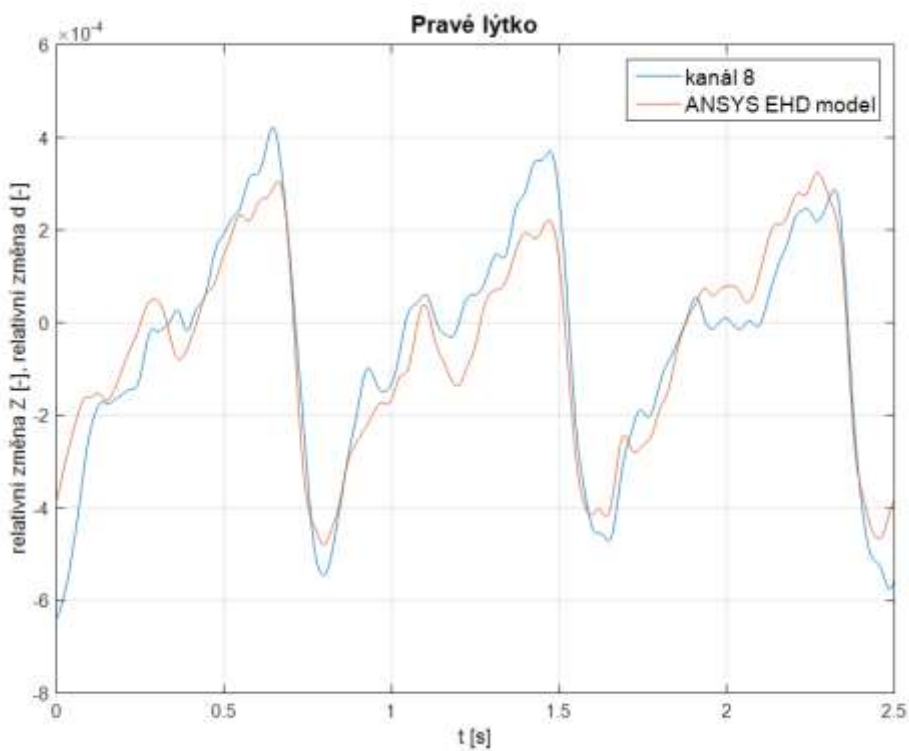
Obrázek 7.6: Levé stehno.



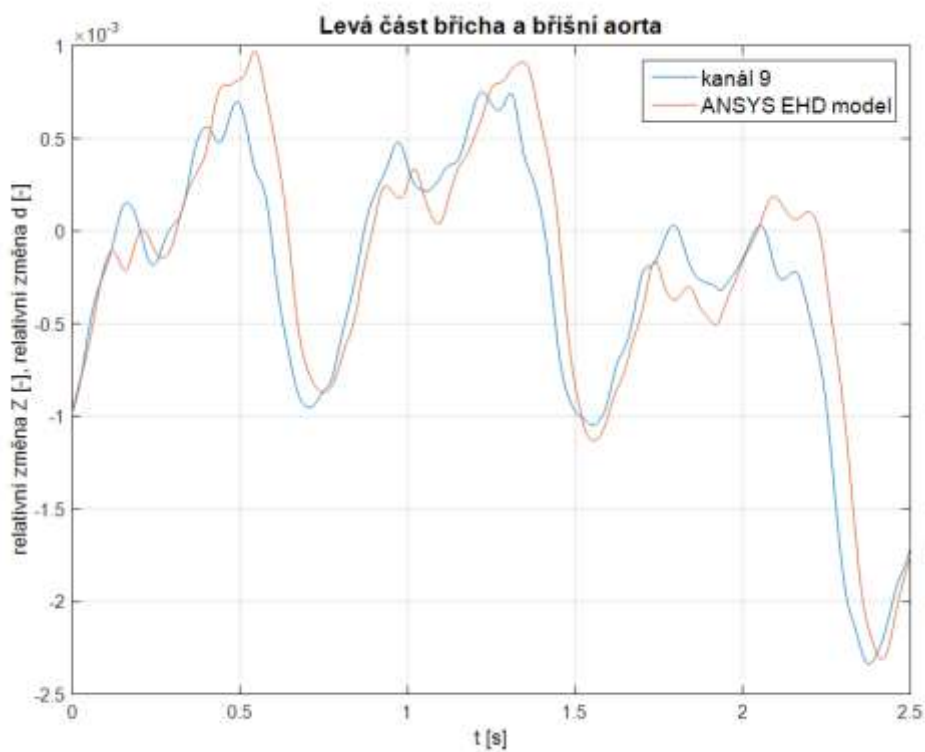
Obrázek 7.7: Pravé stehno.



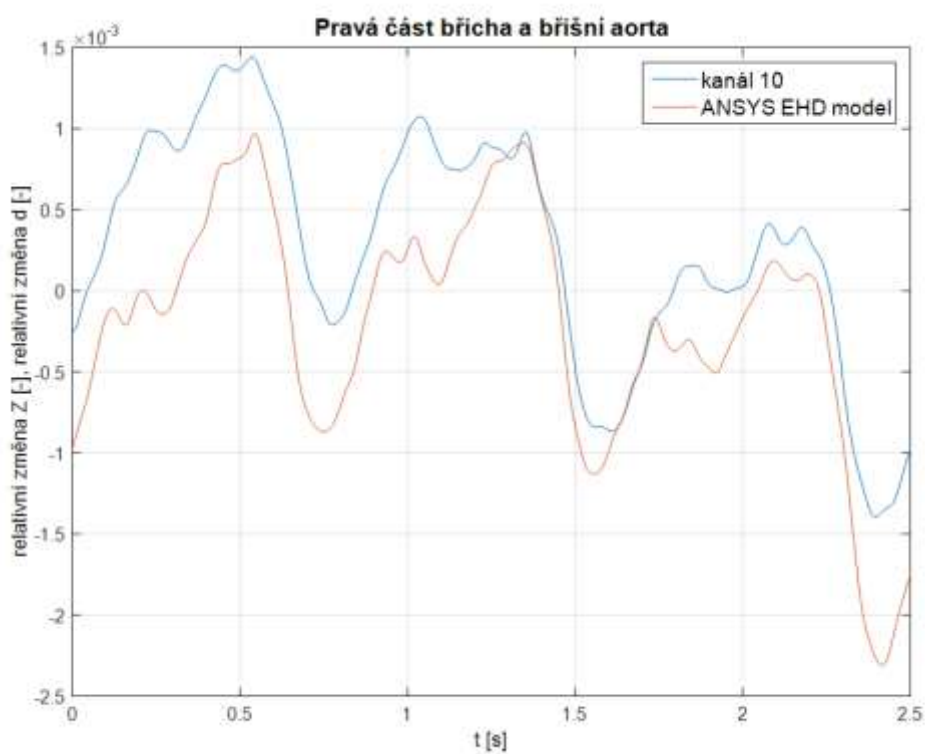
Obrázek 7.8: Levé lýtko.



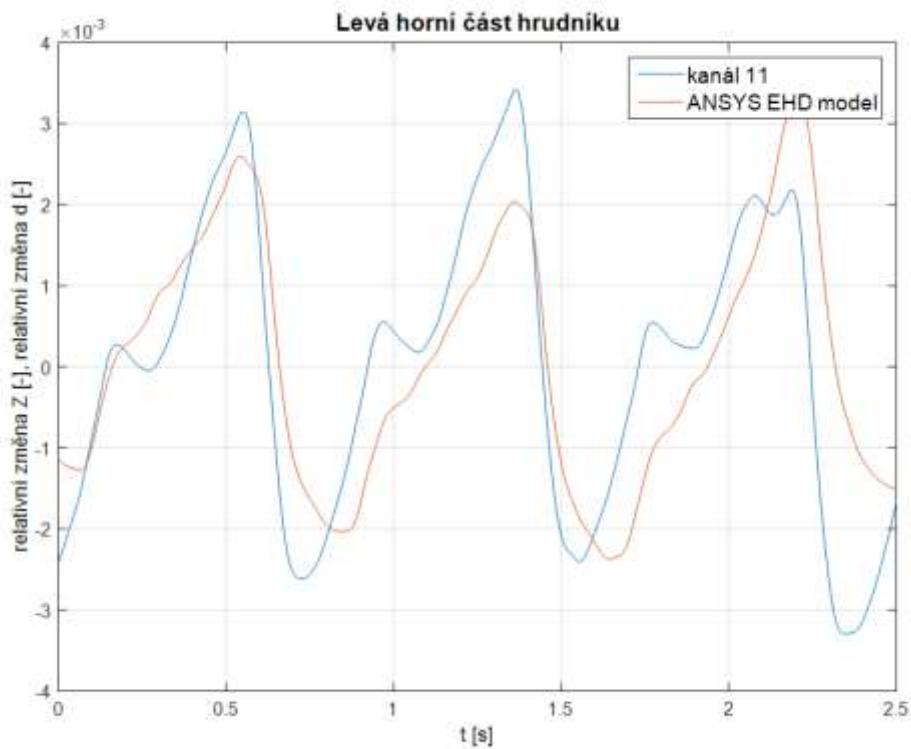
Obrázek 7.9: Pravé lýtko.



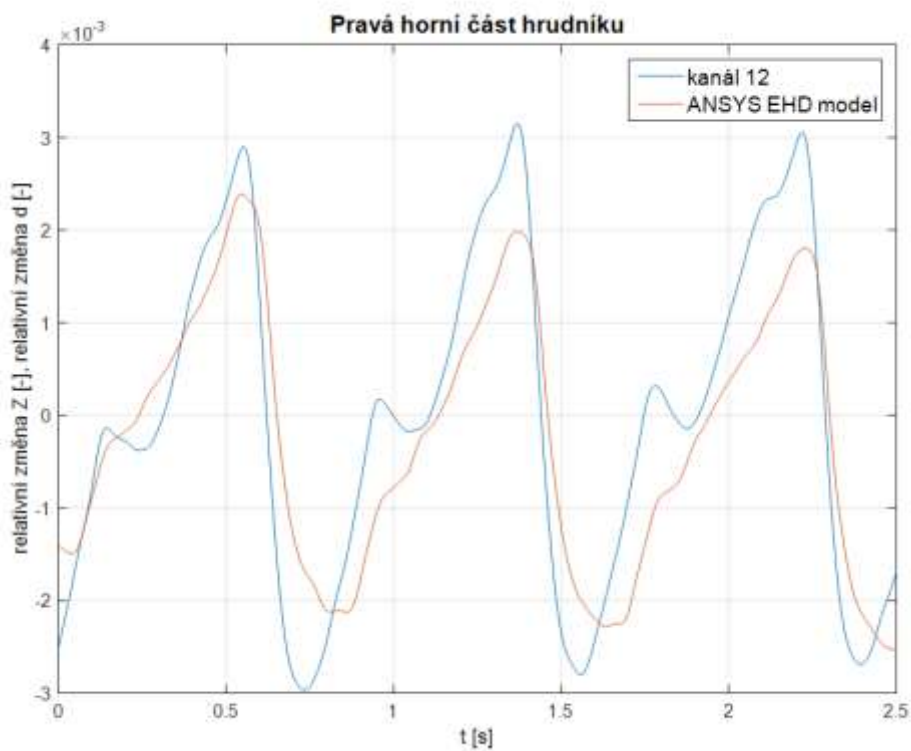
Obrázek 7.10: Levá část břicha a břišní aorta.



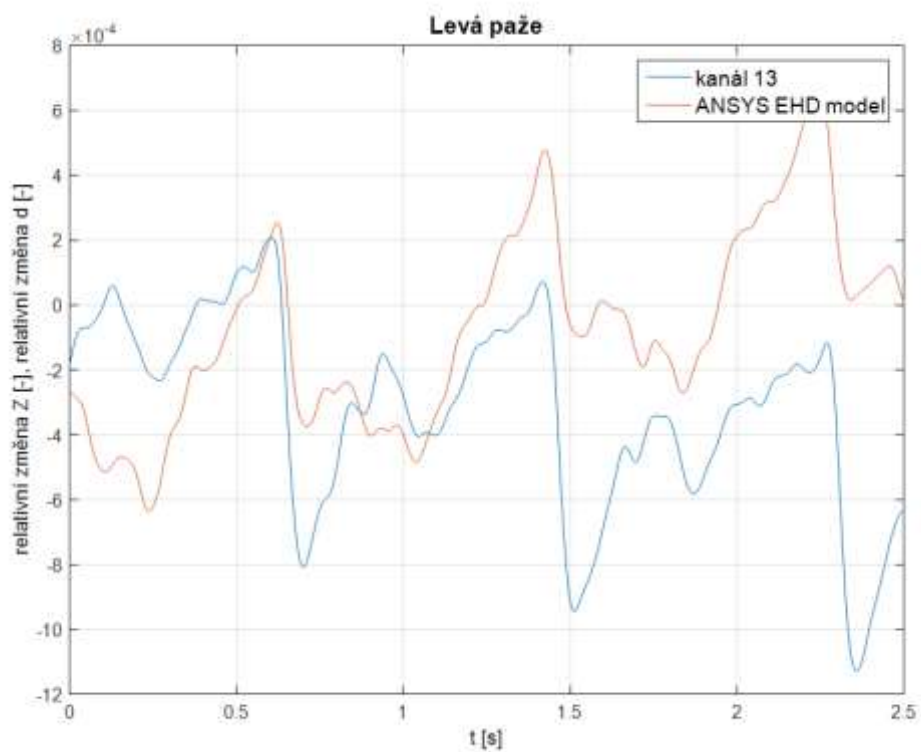
Obrázek 7.11: Pravá část břicha a břišní aorta.



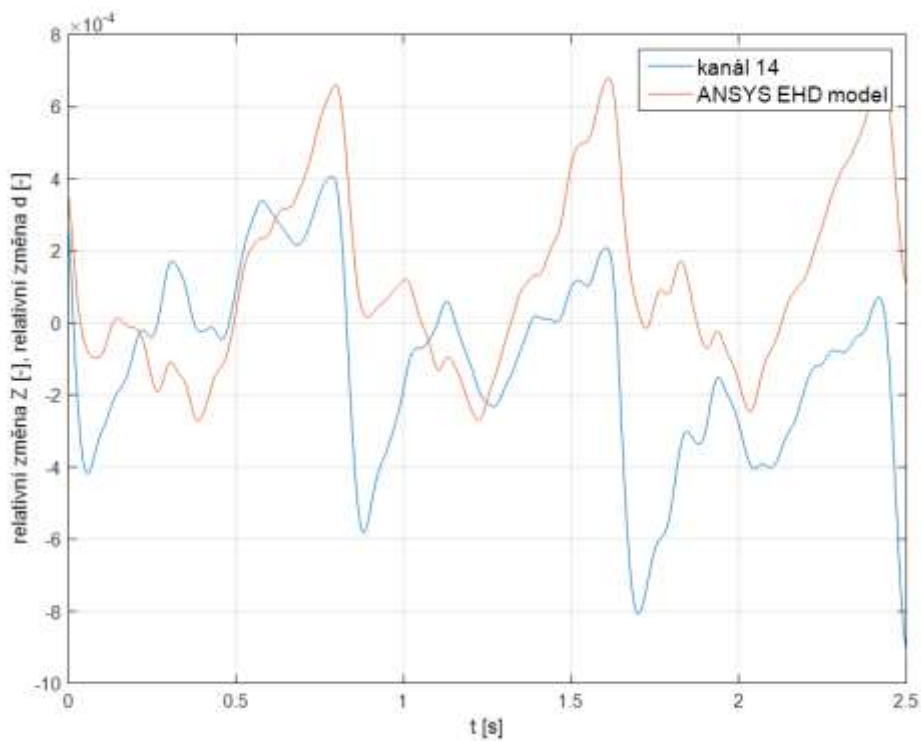
Obrázek 7.12: Levá horní část hrudníku.



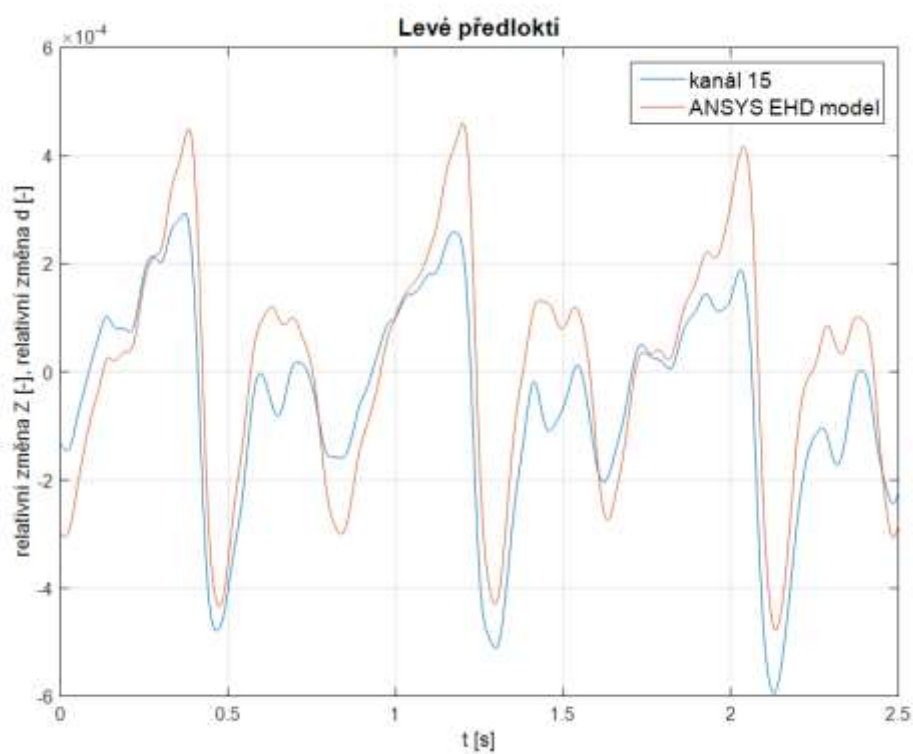
Obrázek 7.13: Pravá horní část hrudníku.



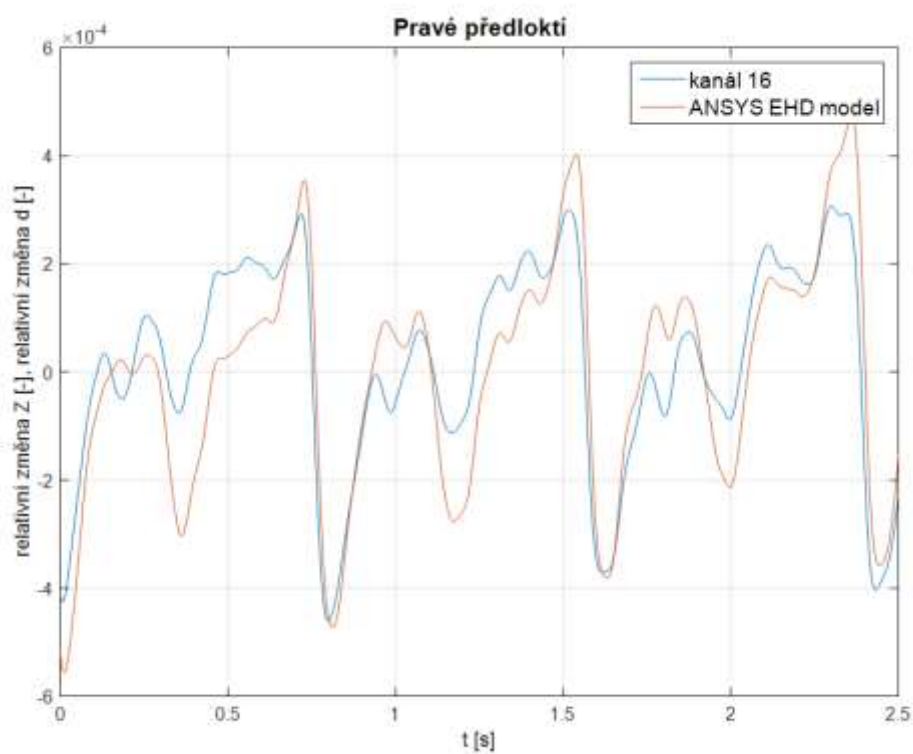
Obrázek 7.14: Levá paže.



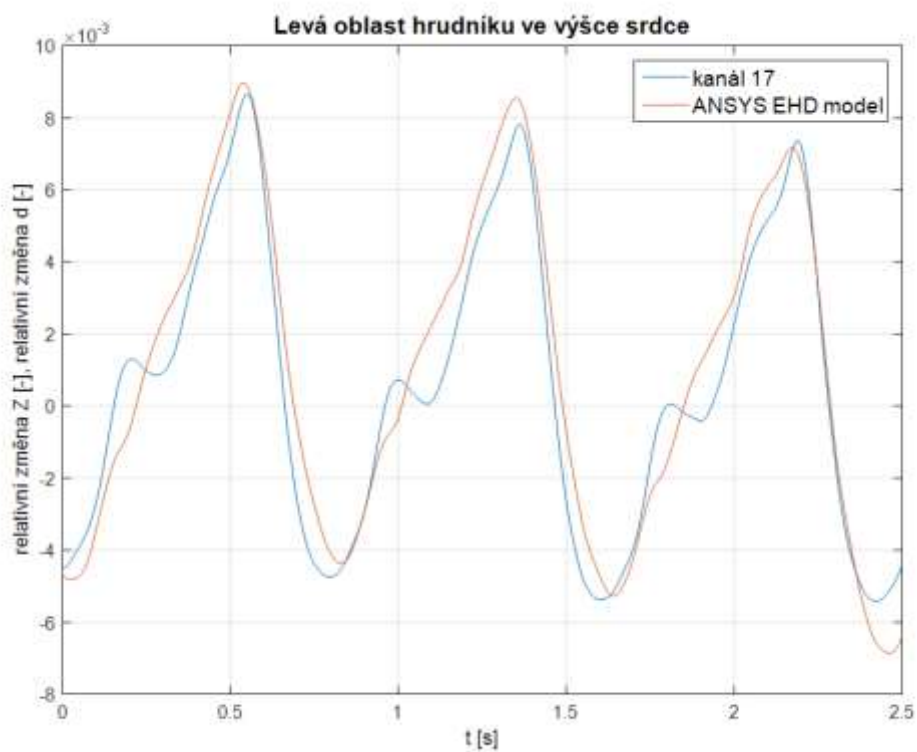
Obrázek 7.15: Pravá paže.



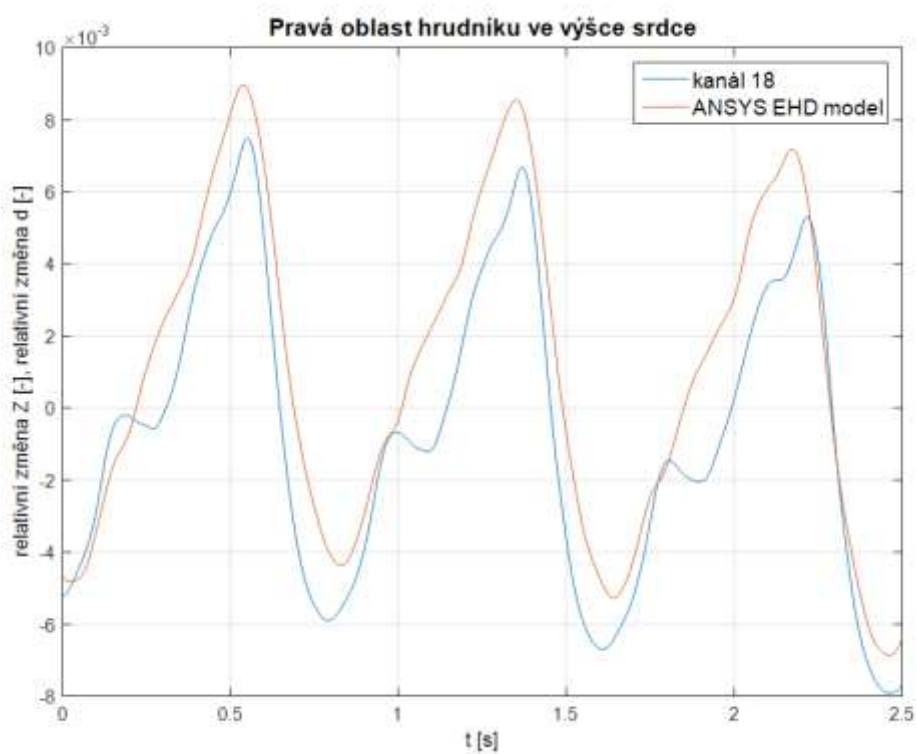
Obrázek 7.16: Levé předloktí.



Obrázek 7.17: Pravé předloktí.



Obrázek 7.18: Levá oblast hrudníku ve výšce srdce.



Obrázek 7.19: Pravá oblast hrudníku ve výšce srdce.

7.3 Shrnutí

V této části práce byly prezentovány hlavní výsledky předkládané dizertační práce (Obrázek 7.2 až Obrázek 7.19). Hlavní myšlenou bylo prokázat, že impedanční křivka neodráží pouze změny srdečního výdeje, ale také vlastnosti cév, v tomto případě se jednalo o jejich pružnost, resp. změnu průměru.

Vlastnosti modelu jsou ovlivněny především mechanickými vlastnostmi měkkých tkání a tedy i použitým konstitutivním vztahem, resp. jeho konstantami. Tohoto faktu je do jisté míry eliminováno přepočtem modelu na relativní změny průměru.

Vlastní uložení cévní struktury je jiné v různých částech těla (okolní orgány, svaly), což má také vliv na komplexní výsledky.

Další vliv na výsledky má větvení cévního stromu. Musela by být vytvořena (např. za pomoci CT snímků) geometrie pro každého pacienta zvlášť, což by bylo velice nákladné a pracné. Z toho důvodu je využito universálního geometrického modelu, jenž je plně parametrický a jeho rozměry lze tedy měnit jednoduchým způsobem na základě přepočtu dle biometrie konkrétního pacienta. Biometrie je zaznamenávána při každém měření (viz kapitola 7.1).

Výhoda numerického modelu je v tom, že nemusí být spuštěn výpočet vždy pro celý model, při znalosti parametrů krevního toku je možné spouštět jen určité části, čímž je možné redukovat výpočetní čas.

Z bioimpedančních měření na konkrétních zdravých pacientech vyplývá, že charakter impedančních křivek je pro každého pacienta víceméně stejný. Záleží samozřejmě na dodržení postupů před vyšetřením (pitný režim, jídlo), což ovlivňuje celkovou vodivost měřeného subjektu. To se projeví na impedanční křivce kvantitativně (viz Příloha C – Porovnání bioimpedančních křivek různých pacientů). Pro porovnání byly vybrány náhodně 2 subjekty z měřeného vzorku dobrovolníků, porovnáván byl opět klidový stav.

Výrazné odchylky budou patrné při měření pacientů s určitou patologií (např. při snížené pružnosti cévních stěn, cukrovka, aj.).

8 Závěr

Předkládaná dizertační práce, zabývající se konstrukcí elektro-hydrodynamického modelu pro bioimpedanční pletysmografii, zasahuje do oblasti multifyzikální problematiky interakce elektrického pole s proudící tekutinou a mechanikou pružného tělesa.

Práce staví na rozšíření stávající metody měření pomocí bioimpedančních pletysmografických křivek a je svázána s experimentálním měřením, která probíhají ve Fakultní nemocnici U Svaté Anny v Brně v Mezinárodním centru klinického výzkumu ICRC. Hlavním přínosem modifikace stávající metody bioimpedančního měření je sledování arteriálního systému v různých excitacích v celém těle současně, což předtím žádná jiná metoda neumožňovala.

Přínosy a dílčí závěry dizertační práce:

Numerický model je koncipován jako tranzientní úloha na jedné straně zahrnující dynamický děj, který obsahuje elasticitu cévní stěny a na straně druhé nestacionární, časově proměnné proudění, doplněného o elektromagnetické pole, což v současnosti představuje jeden z nejsložitějších problémů biomechaniky.

Byly odvozeny vztahy, které popisují závislost mezi relativní změnou impedance a relativní změnou průměru tepny.

Aplikací Taylorovy řady na základní vztah, který definuje impedanci obecného válce a její změnu změnou geometrických rozměrů tohoto válce (idealizace úseku tepny), bylo odvozeno, že pro malé změny průřezu odpovídá relativní změna impedance přibližně relativní změně průřezu, resp. průměru, a to s opačným znaménkem.

Při vyhodnocování absolutních změn průměru z numerického modelu, bylo ověřeno, že je tento závěr správný.

V rámci práce byl vytvořen fyzikální model, který principiálně správně popisuje pole (mechanických deformací, tlakové pole proudění, elektrické, teplotní) v cévní stěně, která je zatížena krevním tlakem a procházejícím elektrickým proudem.

Proudění nestlačitelné tekutiny bylo popsáno Stokes-Navierovou rovnicí společně s rovnicí kontinuity, která je doplněna o vztahy, které zahrnují silové účinky elektrického pole v kapalině.

Dále byla zahrnuta energetická rovnice popisující generaci a přestup tepla, vzniklého průchodem elektrického proudu (indukční ohřev) v modelu. Na rozdíl od aktuálních publikací, kde se přestup tepla neuvažuje, resp. změna teploty krve je v rámci oběhového systému zanedbatelná. Popis eklektických polí vychází z Maxwellových rovnic.

K popisu deformace cévní stěny není využito klasické lineární teorie pružnosti, ale je využita formulace pomocí hustoty deformačního potenciálu. Byly zjištěny konstanty pro model hyperelastického Yeohu 3.řádu.

Byly definovány vazební rovnice mezi fyzikálními poli k řešení sdruženého modelu.

Do numerického modelu byly zahrnuty Maxwellovy rovnice pro výpočet elektrických a magnetických polí. Ke spřažení fyzikálních polí byla použita formulace pomocí skalárního elektrického a vektorového magnetického potenciálu.

Model je spojen s elektrickým obvodem, který reprezentuje elektrické vlastnosti okolní tkáně.

V modelu je možné uvažovat elektrické vlastnosti okolních tkání.

Byla vytvořena geometrie oběhového systému člověka, která byla diskretizována a dále řešena ve smyslu metody konečných prvků a metody konečných objemů s respektováním vhodných okrajových a počátečních podmínek.

Je zachována plná parametrizace modelu tak, že lze jednoduše měnit geometrické rozměry dle aktuální potřeby. Byly vybrány prvky, které jsou vhodné pro daný typ úlohy. Model proudění respektuje mezní vrstvu a konkrétní turbulentní model v našem případě SST). Byly řešeny možnosti různých okrajových podmínek pro model proudění, z nichž nejlépe korespondovaly podmínky pro objemový tok, jenž je snáze měřitelný, na rozdíl od jiných fyziologických parametrů.

Ověření správnosti numerického modelu s experimentálním měřením impedančních pletysmografických křivek získaných z konkrétního pacienta.

Numerický model je odladěn a optimalizován tak, aby odpovídal skutečnosti. Výsledky relativních změn průměru modelu byly porovnávány s relativními změnami impedance pro konkrétního pacienta. Výsledky simulace korespondují s výsledky z experimentálního měření. Z modelu je možné získat data, která jsou experimentálním měřením nedosažitelná.

Numerický model je možno fitovat na různé zátěžové stavy lidského organismu, změnou určitých vlastností lze sledovat například stavy při různých onemocněních, např. cukrovka, aj.

Výsledky této dizertační práce budou dále použity pro analýzu distribuce tlakové vlny v lidském těle pomocí vícekanálové impedanční kardiografie na Ústavu přístrojové techniky Akademie věd v Brně a ve Fakultní nemocnici U Svaté Anny v Brně v mezinárodním centru klinického výzkumu ICRC.

Doporučený vývoj práce:

Informace z BIA měření by v budoucnu měly sloužit k diagnostice např. arteriálních výdutí a predikce jejich ruptury. Očekává se, že tvar pulzní vlny nabude určitých tvarových změn po průchodu například aneurysmatem, taktéž lze očekávat časové posuny vlny.

Vyhodnocení informací z bioimpedančních pletysmografických křivek závisí v současnosti pouze na zkušenostech lékaře, který tato vyšetření provádí, proto by do budoucna byla vhodná určitá forma kvantifikace měřených výsledků a tím i částečná eliminace lidského faktoru a možné chyby z této metodiky vyšetření.

Bibliografie

- [1] E. Kinnen and W. Kubicek, *Thoracic Cage Impedance Measurements: Impedance Plethysmographic Determination of Cardiac Output (an Interactive Study)*. USAF School of Aerospace Medicine: USAF School of Aerospace Medicine - Aerospace Medical Division (AFSC), 1964.
- [2] W. Kubicek, R. Patterson and D. Witsoe, "IMPEDANCE CARDIOGRAPHY AS A NONINVASIVE METHOD OF MONITORING CARDIAC FUNCTION AND OTHER PARAMETERS OF THE CARDIOVASCULAR SYSTEM", *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 170, no. 2, pp. 724-732, 1970.
- [3] I. Hrazdira and V. Mornstein, *Lékařská biofyzika a přístrojová technika*, 1. vyd. Brno: Neptun, 2001, p. 381 s.
- [4] A. De Lorenzo, A. Andreoli, J. Matthie and P. Withers, "Predicting body cell mass with bioimpedance by using theoretical methods: a technological review", vol. 82, no. 5, p. 12, 1997.
- [5] L. Gentet, G. Stuart and J. Clements, "Direct Measurement of Specific Membrane Capacitance in Neurons", *Biophysical Journal*, vol. 79, no. 1, pp. 314-320, 2000.
- [6] J. Stratton, *Electromagnetic theory*. Hoboken: John Wiley and Sons, 2007, p. xxiii, 615 s.
- [7] P. Ishai, M. Talary, A. Caduff, E. Levy and Y. Feldman, "Electrode polarization in dielectric measurements: a review", *Measurement Science and Technology*, vol. 24, no. 10, pp. 102001-, 10 2013.
- [8] J. Nithin, "Parallel Plate Capacitor". [Online]. Available: <https://sites.google.com/site/nithinjoseph2066/electromagnetics/parallel-plate-capacitor>. [Accessed: 21-08-2015].
- [9] J. Newman, "Electric Current and Cell Membranes", *Physics of the Life Sciences*, p. 1, 2008.
- [10] K. Foster and H. Lukaski, "Whole-body impedance what does it measure", vol. 3, no. 10, 1996.
- [11] M. Ulbrich, J. Mühlsteff, A. Sipilä, M. Kamppi, A. Koskela, M. Myry, T. Wan, S. Leonhardt and M. Walter, "The IMPACT shirt: textile integrated and portable impedance cardiography", *Physiological Measurement*, vol. 35, no. 6, pp. 1181-1196, 06 2014.
- [12] J. Malmivuo and R. Plonsey, *Bioelectromagnetism: principles and applications of bioelectric and biomagnetic fields*. New York: Oxford University Press, 1995, p. xxii, 482 p.
- [13] J. Bronzino, *Biomedical Engineering: Handbook. Volume I*, 2 ed. Boca Raton: CRC Press, 2000, p. Přer. str.
- [14] A. editors, *Advanced topics in scattering theory and biomedical engineering: proceedings of the 9th International Workshop on Mathematical Methods in Scattering Theory and Biomedical Engineering*. Hackensack, NJ: World Scientific, 2010.

- [15] M. Plachý, "Změny autonomních funkcí u pacientů s metabolickým syndromem", Dizertační práce, Brno, 2010.
- [16] "Device for blood flow property measurement and method of its connection", 10. 12. 2009.
- [17] J. Filipovský, "Centrální a periferní krevní tlak a jejich ovlivnění léčbou", in *Kardiologická revue : interní medicína*, 2008, 4 ed..
- [18] S. Arbeit, "Electrical impedance plethysmography: The electrical resistive measure of the blood pulse volume, peripheral and central blood flow", *The American Journal of Cardiology*, vol. 7, no. 1, pp. 154-155, 1961.
- [19] P. Hasgall, E. Neufeld and M. Gosselin, "IT'IS Database for thermal and electromagnetic parameters of biological tissues: Overview - Database of Tissue Properties", 2014. [Online]. Available: <http://www.itis.ethz.ch/itis-for-health/tissue-properties/overview/>. [Accessed: 02-02-2015].
- [20] W. Hundley, D. Kitzman, T. Morgan, C. Hamilton, S. Darty, K. Stewart, D. Herrington, K. Link and W. Little, "Cardiac cycle-dependent changes in aortic area and distensibility are reduced in older patients with isolated diastolic heart failure and correlate with exercise intolerance", *Journal of the American College of Cardiology*, vol. 38, no. 3, pp. 796-802, 2001.
- [21] L. Resnick, D. Militianu, A. Cunnings, J. Pipe, J. Evelhoch and R. Soulen, "Direct Magnetic Resonance Determination of Aortic Distensibility in Essential Hypertension: Relation to Age, Abdominal Visceral Fat, and In Situ Intracellular Free Magnesium", *Hypertension*, vol. 30, no. 3, pp. 654-659, 09 1997.
- [22] N. Bjarnegård, "Aspects on wall properties of the brachial artery in man: with special reference to SLE and insulin-dependent diabetes mellitus", Department of Medical and Health Sciences, Linköping University, Linköping, 2008.
- [23] J. van der Heijden-Spek, J. Staessen, R. Fagard, A. Hoeks, H. Boudier and L. Van Bortel, "Effect of Age on Brachial Artery Wall Properties Differs From the Aorta and Is Gender Dependent: A Population Study", *Hypertension*, vol. 35, no. 2, pp. 637-642, 02 2000.
- [24] A. Afzal and K. Kim, "Flow and mixing analysis of non-Newtonian fluids in straight and serpentine microchannels", *Chemical Engineering Science*, vol. 116, pp. 263-274, 2014.
- [25] G. Galdi, R. Rannacher, A. Robertson and S. Turek, "Hemodynamical flows: modeling, analysis and simulation", in *Hemodynamical flows: modeling, analysis and simulation*, c2008.
- [26] M. Brdička, L. Samek and B. Sopko, *Mechanika kontinua*, Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011, p. 878 s.
- [27] J. Vimmr, "Modelování proudění tekutin v biomechanice a ve vnitřní aerodynamice", Habilitační, Plzeň, 2010.
- [28] A. Jonášová, "Finite volume modelling of blood flow in a bypass model", Diplomová, Plzeň, 2007.
- [29] J. Black, "Dead or alive: The problem of in vitro tissue mechanics", *Journal of Biomedical Materials Research*, vol. 10, no. 3, pp. 377-389, 1976.
- [30] V. Vuskovic, "Device for in-vivo measurement of mechanical properties of internal human soft tissues", Doctoral and Habilitation Theses, Zürich, 2001.

- [31] M. Bogan, "Určení hlavních materiálových směrů v tkáních stěny aorty", Bachelors thesis, Brno, 2015.
- [32] P. Vyroubal, J. Maxa, V. Neděla and J. Jiráček, "Apertures with Laval nozzle and circular orifice in secondary electron detector for environmental scanning electron microscope", *Advances in military technology*, pp. 59-69, 2006.
- [33] E. Toro, *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction*, 3rd ed. New York: Springer, c2009, p. xxiv, 724 p.
- [34] I. Zivkovic and A. Murk, "Free-Space Transmission Method for the Characterization of Dielectric and Magnetic Materials at Microwave Frequencies", *Microwave Materials Characterization*, 11 2012.
- [35] E. Tzirtzilakis, "A mathematical model for blood flow in magnetic field", *Physics of Fluids*, vol. 17, no. 7, pp. 077103-, 2005.
- [36] G. Liu and S. Quek, *The finite element method: a practical course*. Boston: Butterworth-Heinemann, 2003, p. xv, 348 p.
- [37] ""in *Computer software and hardware applications: Apertures with Laval Nozzle and Circular Orifice in Secondary Electron Detector for Environmental Scanning Electron Microscope*, Vsetín: Šilhavý, 2012, pp. 87-95.
- [38] H. Altenbach and V. Eremeyev, "On the effective stiffness of plates made of hyperelastic materials with initial stresses", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 45, no. 10, pp. 976-981, 2010.
- [39] A. Brown, Y. Shi, A. Marzo, C. Staicu, I. Valverde, P. Beerbaum, P. Lawford and D. Hose, "Accuracy vs. computational time: Translating aortic simulations to the clinic", *Journal of Biomechanics*, vol. 45, no. 3, pp. 516-523, 2012.
- [40] L. Horný, "Biomechanika oběhové soustavy: Biomechanika a biomateriály 2009", 2009.
- [41] *ANSYS Mechanical APDL Coupled-Field Analysis Guide*. Canonsburg, 2015, p. 252.
- [42] A. Avolio, "Multi-branched model of the human arterial system", *Medical*, vol. 18, no. 6, pp. 709-718, 1980.
- [43] "Oběhový systém celého těla". [Online]. Available: <http://cz.depositphotos.com/13802884/stock-photo-full-body-circulatory-system-with.html>. [Accessed: 21-08-2015].
- [44] *ANSYS Mechanical APDL Element Reference*. Canonsburg, 2015, p. 1448.
- [45] T. Blejchař, *Turbulence Modelování proudění*. Ostrava: Technická univerzita Ostrava, 2010, p. 263.
- [46] E. Madenci and I. Guven, *The finite element method and applications in engineering using ANSYS*. New York: Springer, c2006, p. xv, 686 s.
- [47] C. Hirsch, *Numerical computation of internal and external flows: fundamentals of computational fluid dynamics*, 2nd ed. Burlington, MA: Elsevier/Butterworth-Heinemann, 2007, p. xx, 656 p., [19] p. of plates.

- [48] F. Toja-Silva, C. Peralta, O. Lopez-Garcia, J. Navarro and I. Cruz, "Roof region dependent wind potential assessment with different RANS turbulence models", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 142, pp. 258-271, 2015.
- [49] P. Vyroubal, "The Possibility of Capturing Shock Waves by Computer Simulation in Environmental Scanning Electron Microscope", no. 5, p. 5, 2013.
- [50] J. Maxa, V. Neděla, J. Jiráček and P. Vyroubal, "Analysis of gas flow in a secondary electron scintillation detector for ESEM with a new system of pressure limiting apertures", *Advances in Military Technology*, p. 6, 2012.
- [51] F. Schmitt, "About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity", *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 335, no. 9-10, pp. 617-627, 2007.
- [52] F. Menter, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications", *AIAA Journal*, vol. 32, no. 8, pp. 1598-1605, 1994.
- [53] P. Rocha, H. Rocha, F. Carneiro, M. Vieira da Silva and A. Bueno, " $k-\omega$ SST (shear stress transport) turbulence model calibration: A case study on a small scale horizontal axis wind turbine", *Energy*, vol. 65, pp. 412-418, 2014.
- [54] J. Maxa, P. Vyroubal, J. Vanek, M. Solcansky and P. Krivik, "The Finite Volume Method in Photovoltaic - The Cooling System of Concentrator Solar Panels", *ECS Transactions*, vol. 48, no. 1, pp. 255-264, 02 2014.
- [55] D. Won, "More Blood Pressures: Pulse and Mean Arterial Pressures". [Online]. Available: http://faculty.pasadena.edu/dkwon/chapter%2015/chapter%2015_files/textmostly/slide12.html. [Accessed: 31-07-2015].
- [56] I. Vignon-Clementel, C. Alberto Figueroa, K. Jansen and C. Taylor, "Outflow boundary conditions for three-dimensional finite element modeling of blood flow and pressure in arteries", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, no. 29-32, pp. 3776-3796, 2006.
- [57] F. van de Vosse and N. Stergiopulos, "Pulse Wave Propagation in the Arterial Tree", *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 43, no. 1, pp. 467-499, 01 2011.
- [58] J. Biasetti, T. Gasser, M. Auer, U. Hedin and F. Labruto, "Hemodynamics of the Normal Aorta Compared to Fusiform and Saccular Abdominal Aortic Aneurysms with Emphasis on a Potential Thrombus Formation Mechanism", *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 38, no. 2, pp. 380-390, 2010.
- [59] F. van de Vosse, "Cardiovascular Fluid Mechanics: exercises and computational models 8W090", Eindhoven, 2014.
- [60] J. Bronzino, *The Biomedical Engineering Handbook Four Volume Set*. CRC Pr I Llc, 2011.
- [61] Z. Li and C. Kleinstreuer, "Analysis of biomechanical factors affecting stent-graft migration in an abdominal aortic aneurysm model", *Journal of Biomechanics*, vol. 39, no. 12, pp. 2264-2273, 2006.
- [62] J. Womersley, "Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known", *The Journal of Physiology*, vol. 127, no. 3, pp. 553-563, 03 1955.
- [63] D. McDonald, S. Ohara, H. Nagai and Y. Ueda, "The relation of pulsatile pressure to flow in arteries", *The Journal of Physiology*, vol. 127, no. 3, pp. 410-415, 1955.

- [64] J. Rosina, J. Vránová, H. Kolářová and J. Stanek, *Biofyzika: pro zdravotnické a biomedicínské obory*, Vyd. 1. Praha: Grada, 2013, p. 224 s.
- [65] *Maxwell 2D users guide*. Canonsburg, 2015, p. 628.
- [66] Z. Popović and B. Popović, *Introductory electromagnetics: practice, problems and labs*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, c2000, p. vi, 305 p.
- [67] "Debye-Falkenhagen Effect", *Van Nostrand's Scientific Encyclopedia*, 10 2005.
- [68] P. Vyroubal, J. Maxa, J. Tichý and P. Baca, "Simulation of Charging and Discharging Process in the Lead Acid Battery", *ECS Transactions*, vol. 48, no. 1, pp. 105-113, 02 2014.
- [69] P. Vyroubal, J. Maxa, T. Kazda and J. Vondrák, "The Finite Element Method in Electrochemistry - Modelling of the Lithium-Ion Battery", *ECS Transactions*, vol. 48, no. 1, pp. 289-296, 02 2014.
- [70] J. Maxa, P. Vyroubal and L. Šimonová, "Thermal Study of the Thermophotovoltaic Emitter", *ECS Transactions*, vol. 63, no. 1, pp. 175-181, 12 2014.
- [71] T. Kazda, J. Vondrák, V. Di Noto, A. Straková Fedorková, M. Sedlaříková, P. Čudek and P. Vyroubal, "The influence of used precursors on the properties of high-voltage cathode materials", *Journal of Solid State Electrochemistry*, vol. 19, no. 3, pp. 647-653, 2015.

Symbody a veličiny

$\bar{\epsilon}_{T_e}$	tenzor měrných deformací změnou teploty	-
μ_0	permeabilita vakua	H/m
W_d	hustota deformačního potenciálu	Pa
W_o	Womersleyho číslo	-
$\dot{\gamma}$	smyková rychlost	1/s
δ_{ij}	Kroneckerovo delta	-
ϵ_0	permitivita vakua	F/m
ϵ_T	disipace	$m^2 \cdot s^{-3}$
η_t	turbulentní dynamická viskozita	Pa·s
ρ_e	hustota náboje	C/m ³
τ_{ij}	tenzor Reynoldsoových napětí	Pa
τ_t	turbulentní napětí	Pa
$\bar{\mathbf{F}}$	deformační gradient	-
$\bar{\mathbf{T}}$	tenzor napětí	Pa
$\bar{\epsilon}$	tenzor měrných deformací	-
$\bar{\mathbf{k}}$	tenzor součinitelů teplotní vodivosti	W/(m·K)
μ_r	relativní permeabilita	-
\mathbf{A}	magnetický vektorový potenciál	Wb/m
\mathbf{B}	vektor magnetické indukce	T
C	kapacita	F
d	průměr	m
\mathbf{D}	vektor elektrické indukce	C/m ²
\mathbf{E}	vektor intenzity elektrického pole	V/m
E	Youngův modul pružnosti	Pa
f	síla	N
\mathbf{H}	vektor intenzity magnetického pole	A/m
$I, i(t)$	elektrický proud	A
\mathbf{J}	vektor proudové hustoty	A/m ²
jX	reaktance	Ω
k	turbulentní kinetická energie	$m^2 \cdot s^{-2}$
l	délka	m
m	hmotnost	kg
\mathbf{n}	normálový vektor	-
P, p	tlak	Pa
q	elektrický náboj	C
$Q(t)$	objemový tok	m ³ /s
R	elektrický odpor	Ω
Re	Reynoldsovo číslo	-

S	průřez	m^2
t	čas	s
u	vektor posunutí	m
U, u(t)	elektrické napětí	V
v	vektor rychlosti	m/s
x, y, z	souřadnice kartézského souřadného systému	m
Z	impedance	Ω
γ	měrná vodivost	S/m
δ	hloubka vniku elektromagnetického pole	m
ϵ_r	relativní permitivita	-
η	dynamická viskozita	$\text{Pa} \cdot \text{s}$
ν	kinematická viskozita	m^2/s
ρ	hustota	kg/m^3
σ	Poissonova konstanta	-
τ	tečné napětí	Pa
φ	fázový posun	$^\circ$
Φ	potenciál	V
f	vektor objemových sil	N

Seznam obrázků

Obrázek 2.1: Průběhy napětí a proudu na rezistoru, kondenzátoru a cívce.....	12
Obrázek 2.2: Průchod střídavého proudu se zvyšujícím se kmitočtem buněčnými membránami [4].	13
Obrázek 2.3: Princip polarizace dielektrika. a) Bez elektrického pole. b) S elektrickým polem [7].	14
Obrázek 2.4: a) Model deskového kondenzátoru. b) Náhradní obvod tvořený paralelním zapojením rezistoru a kondenzátoru [8].	14
Obrázek 2.5: Náhradní model impedance buněčné membrány.	15
Obrázek 2.6: a) Ukázka měření hrudní bioimpedance [11]. b) Principiální model BIA [12].	16
Obrázek 2.7: Ukázka impedanční křivky [11].....	18
Obrázek 2.8: Blokové schéma MBM [16].	21
Obrázek 2.9: Principiální rozmístění elektrod na měřeném objektu. a) Připojení zdrojů proudu (pravá a levá část těla jsou zrcadlové). b) Rozmístění elektrod měřicího systému [16].	22
Obrázek 2.10: Znázornění impedančního modelu lidského těla.	24
Obrázek 2.11: Princip zpracování bioimpedančního signálu.	24
Obrázek 2.12: Relativní změny impedance pro kanály 1, 3, 5, 7, 9 a kanály 2, 4, 6, 8, 10 MBM (koresponduje s popisem kanálů, které shrnuje Tabulka 2.4).	26
Obrázek 2.13: Relativní změny impedance pro kanály 11, 13, 15, 17 a kanály 12, 14, 16, 18 MBM (koresponduje s popisem kanálů, které shrnuje Tabulka 2.4).....	27
Obrázek 2.14: Změny v průběhu tlakové vlny aortou u subjektů s různým věkem [17]. ...	28
Obrázek 2.15: Vliv vnějších a vnitřních faktorů na pružnost cévní stěny.....	28
Obrázek 4.1: Impedance izolované tepny.....	31
Obrázek 4.2: Reálný případ řazení cévních segmentů za sebou.....	33
Obrázek 4.3: Náhradní impedanční schéma tepny.	34
Obrázek 4.4: Kmitočtové závislosti relativní permitivity a měrné elektrické vodivosti tepenné stěny.	36
Obrázek 4.5: Kmitočtové závislosti relativní permitivity a měrné elektrické vodivosti krve.	36
Obrázek 5.1: Závislost dynamické viskozity krve na smykové rychlosti vybraných konstitutivních modelů.	41
Obrázek 5.2: Model úlohy pro analýzu vlivu použitého konstitutivního modelu na výsledky.....	43
Obrázek 5.3: Závislost smykového napětí na stěně arterie pro nízké hodnoty smykové rychlosti.	43
Obrázek 5.4: Rozložení dynamické viskozity v závislosti na hodnotě smykové rychlosti – femorální arterie.	44

Obrázek 5.5: Závislost smykového napětí na stěně arterie pro vysoké hodnoty smykové rychlosti.	44
Obrázek 5.6: Rozložení dynamické viskozity v závislosti na hodnotě smykové rychlosti - koronární arterie.	45
Obrázek 5.7: Závislost napětí na deformaci. a) Lineárně elastického materiálu. b) Hyperelastického materiálu [26].	46
Obrázek 5.8: Schéma zařízení pro dvouosou tahovou zkoušku (FSI VUT Brno).	49
Obrázek 6.1: Principiální model úlohy.	50
Obrázek 6.2: Model interakce kontinuí různých fází [40].	60
Obrázek 6.3: Model interakce kontinuí při FSI analýze.	61
Obrázek 6.4: Blokový diagram řešení úlohy v ANSYS [41].	61
Obrázek 6.5: a) Oběhový systém člověka. b) Avolio model – 128 segmentů [43].	63
Obrázek 6.6: Model cévního stromu. a) Tvar aortálního oblouku. b) Geometrický model.	64
Obrázek 6.7: Prvek CIRCUIT 124, základní obvodové prvky: rezistor, cívka, kondenzátor, proudový zdroj. DOF (Degree of Freedom) značí stupně volnosti daného prvku [44].	65
Obrázek 6.8: Vazba MKP modelu na obvodový prvek pomocí uzlových bodů [41].	65
Obrázek 6.9: Prvky a) Solid 185 b) Solid 285 [44].	66
Obrázek 6.10: Zobrazení použitých elementů Solid 185 a 285 na modelu tepenné stěny.	67
Obrázek 6.11: Prvek Fluid 142 [44].	67
Obrázek 6.12: Zobrazení použitých elementů Fluid 142 na modelu krevního řečiště.	68
Obrázek 6.13: Složky mezní vrstvy [45].	68
Obrázek 6.14: Popis FSI rozhraní [41].	69
Obrázek 6.15: Schéma přenosu zatížení [41].	70
Obrázek 6.16: a) Laminární proudění. b) Turbulentní proudění [47].	71
Obrázek 6.17: Znázornění mezní vrstvy [45].	72
Obrázek 6.18: Výpočtová síť v mezní vrstvě [45].	73
Obrázek 6.19: Body z tlakové křivky použité v modelu turbulencí.	77
Obrázek 6.20: Porovnání Turbulentní kinetická energie při SST a k- ϵ turbulentním modelu.	78
Obrázek 6.21: Porovnání tvorby rychlostního profilu při SST a k- ϵ turbulentním modelu.	79
Obrázek 6.22: Krevní tlak v lidském těle [55].	80
Obrázek 6.23: Průběh pulsního tlaku.	80
Obrázek 6.24: Distribuce tlakové vlny v části aorty.	81
Obrázek 6.25: Distribuce tlakové vlny od srdce.	82
Obrázek 6.26: Průběh objemového toku aortou (vlevo) a soubor diskrétních dat (vpravo).	84
Obrázek 6.27: Fourierova řada tvořená členy 0+1 a následující člen n=2 (vlevo), Fourierova řada tvořená členy 0+1+2 a následující člen n=3 (vpravo).	84
Obrázek 6.28: Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+3 a následující člen n=4 (vlevo), Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+3+4 a následující člen n=5 (vpravo).	85
Obrázek 6.29: Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+...+10 (vlevo), Fourierova řada tvořená členy 0+1+2+...+20 (vpravo).	85
Obrázek 6.30: Plně vyvinutý parabolický rychlostní profil aortou.	86

Obrázek 6.31: Rozložení rychlostních profilů v oblasti břišní aorty.....	87
Obrázek 6.32: Princip superpozice stacionární a nestacionární složky rychlosti ve výsledný pístový profil [27].	88
Obrázek 6.33: Womersleyho rychlostní profily v závislosti na hodnotě objemového toku.	89
Obrázek 6.34: Rozložení proudové hustoty v cévním segmentu.	90
Obrázek 6.35: a) Ilustrace skin efektu b) Hloubka vniku ve vodiči [6].	91
Obrázek 6.36: Porovnání vektorů proudové hustoty a siločar magnetického vektorového potenciálu v mědi (obrázek a) a v krvi (obrázek b).	92
Obrázek 6.37: Rozložení vektoru proudové hustoty J a magnetického vektorového potenciálu A v krevním řečišti.....	93
Obrázek 6.38: Rozložení vektoru magnetické indukce B v krevním řečišti.	94
Obrázek 6.39: Rozložení ztrát v krevním řečišti.	95
Obrázek 6.40: Rozložení teploty v tepně.....	96
Obrázek 6.41: Rozložení tepelného toku v tepně.	96
Obrázek 7.1: Umístění měřicích elektrod na pacientovi.	100
Obrázek 7.2: Levá krční tepna.....	101
Obrázek 7.3: Pravá krční tepna.	101
Obrázek 7.4: Levá část hrudníku.	102
Obrázek 7.5: Pravá část hrudníku.	102
Obrázek 7.6: Levé stehno.	103
Obrázek 7.7: Pravé stehno.	103
Obrázek 7.8: Levé lýtko.	104
Obrázek 7.9: Pravé lýtko.	104
Obrázek 7.10: Levá část břicha a břišní aorta.	105
Obrázek 7.11: Pravá část břicha a břišní aorta.	105
Obrázek 7.12: Levá horní část hrudníku.	106
Obrázek 7.13: Pravá horní část hrudníku.	106
Obrázek 7.14: Levá paže.	107
Obrázek 7.15: Pravá paže.	107
Obrázek 7.16: Levé předloktí.	108
Obrázek 7.17: Pravé předloktí.	108
Obrázek 7.18: Levá oblast hrudníku ve výšce srdce.	109
Obrázek 7.19: Pravá oblast hrudníku ve výšce srdce.	109

Seznam tabulek

Tabulka 2.1: Shrnutí současného stavu impedanční kardiografie ve světě.	19
Tabulka 2.2: Současný stav impedanční kardiografie v Brně – FN Sv. Anna.	20
Tabulka 2.3: Význam jednotlivých bloků v blokovém schématu.	21
Tabulka 2.4: Popis měřících kanálů MBM.	23
Tabulka 4.1: Vodivost vybraných tkání a srovnání s krví, měřeno při 100 Hz.	31
Tabulka 4.2: Srovnání koeficientů zeslabení pro různé lokality na měřeném subjektu [20], [22].	35
Tabulka 4.3: Elektrické a dielektrické parametry krve a tepny.	37
Tabulka 6.1: Elektrické vlastnosti krve a tepenné stěny.	62
Tabulka 6.2: Mechanické vlastnosti krve a tepenné stěny.	62
Tabulka 6.3: Konstanty pro hyperelastický Yeoh 3. řádu	62
Tabulka 6.4: Konstanty pro Carreau-Yasuda model krve.	62
Tabulka 6.5: Tepelné vlastnosti krve a tepenné stěny.	63
Tabulka 6.6: Koeficienty Fourierovy řady pro $n=6$	84
Tabulka 6.7: Vybrané parametry krevního řečiště člověka (zdravý pacient, muž, 70 kg). ..	89
Tabulka 7.1: Referenční vzdálenosti vypočítané z arteriálního stromu.	98

Nejvýznamnější autorské publikace

KAZDA, T.; VONDRÁK, J.; DI NOTO, V.; STRAKOVÁ FEDORKOVÁ, A.; SEDLAŘÍKOVÁ, M.; ČUDEK, P.; VYROUBAL, P. Effect of used precursors to properties of high voltage cathode materials. *Journal of Solid State Electrochemistry*, 2014, roč. 19, č. 2, s. 1-7. ISSN: 1432- 8488.

MAXA, J.; NEDĚLA, V.; JIRÁK, J.; VYROUBAL, P.; HLADKÁ, K. Analysis of gas flow in a secondary electron scintillation detector for ESEM with a new system of pressure limiting apertures. *Advances in Military Technology*, 2012, roč. 7, č. 2, s. 39-44. ISSN: 1802- 2308.

MAXA, J.; VYROUBAL, P.; ŠIMONOVÁ, L. Thermal Study of the Thermophotovoltaic Emitter. *ECS Transactions*. 2014. s. 175-181. ISBN: 978-1-62332-230- 4. ISSN: 1938- 5862.

MAXA, J.; VYROUBAL, P.; VANĚK, J.; HLADKÁ, K. Aplikace CAE systémů při návrhu vzduchem chlazeného koncentrátorového solárního panelu. *Electrorevue*, 2013, roč. 2013, č. 4, s. 1-5. ISSN: 1336- 8559.

TOŠER, P.; BAČA, P.; FRK, M.; ČUDEK, P.; MICKA, K.; VYROUBAL, P. Investigation Of The Mutual Interaction Of Carbon And Organic Expander On The Performance Of Negative Lead Accumulator Electrodes During PSoC Operation – part I. 9 th International conference on lead-acid batteries - LABAT 2014 PROCEEDINGS, 2014, roč. 2014, č. 1, s. 61-64. ISSN: 2367- 4881.

VACULÍK, S.; VYROUBAL, P.; MAXA, J.; VANĚK, J. Optimization of Temperature Profile in Concentrator Photovoltaic Cell. *ECS Transactions*. San Francisco: 2014. s. 199-206. ISBN: 978-1-62332-230- 4. ISSN: 1938- 5862.

VYROUBAL, P. The Possibility of Capturing Shock Waves by Computer Simulation in Environmental Scanning Electron Microscope. *ElectroScope* - <http://www.electroscope.zcu.cz>, 2013, roč. 2013, č. 5, s. 1-5. ISSN: 1802- 4564.

VYROUBAL, P.; MAXA, J. Analysis of the Impact of Supersonic Flow in Detector of Secondary Electrons ESEM. In 2nd Computer Science On- Line Conference in 2012. 1. Vsetín: Silhavy sro., 2012. s. 149-155. ISBN: 978-80-904741-1- 6.

VYROUBAL, P.; MAXA, J. The Aperture with Laval Nozzle in Secondary Electron Detector for Environmental Scanning Electron Microscopy. In *Computer Software and Hardware Applications*. 1. Vsetín 2012: Silhavy sro (Scientific Press), 2013. s. 87-95. ISBN: 978-80-904741-2- 3.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; BAČA, P. Matematický model a numerická simulace olověného akumulátoru. *Electrorevue*, 2013, roč. 2013, č. 2, s. 1-4. ISSN: 1336- 8559.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; BAČA, P.; TICHÝ, J. Simulation of Charging and Discharging Process in the Lead Acid Battery. *ECS Transactions*. San Francisco: 2014. s. 105-113. ISBN: 978-1-62332-031- 7. ISSN: 1938- 5862.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; KAZDA, T. Simulation of the Behavior of the Lithium Ion Battery. *Advances in Military Technology*, 2014, roč. 9, č. 1, s. 107-115. ISSN: 1802- 2308.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; KAZDA, T.; VONDRÁK, J. Computational Modeling of Lithium Ion Battery. *ECS Transactions*. 2014. s. 99-110. ISBN: 978-1-62332-230- 4. ISSN: 1938- 5862.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; KAZDA, T.; VONDRÁK, J. The Finite Element Method in Electrochemistry – Modelling of the Lithium- Ion Battery. *ECS Transactions*. San Francisco: 2014. s. 289-296. ISBN: 978-1-62332-031- 7. ISSN: 1938- 5862.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; NEDĚLA, V.; JIRÁK, J.; HLADKÁ, K. Apertures with Laval nozzle and circular orifice in secondary electron detector for environmental scanning electron microscope. *Advances in Military Technology*, 2013, roč. 8, č. 1, s. 59-69. ISSN: 1802- 2308.

VYROUBAL, P.; MAXA, J.; VANĚK, J.; KŘIVÍK, P.; SOLČANSKÝ, M. The Finite Volume Method in Photovoltaic - The Cooling System of Concentrator Solar Panels. *ECS Transactions*. San Francisco: 2014. s. 255-264. ISBN: 978-1-62332-031- 7. ISSN: 1938- 5862.

Petr Vyroubal

Holandská 7 ● Moravská Třebová ● Telefon: +420 702 966 933 ●

xvyrou02@stud.feec.vutbr.cz, vyroubalp@gmail.com

Datum narození: 28. leden 1986, Moravská Třebová

FEKT VUT Brno

Ústav elektrotechnologie,

Technická 10,

616 00 Brno, Česká Republika

E-mail: xvyrou02@stud.feec.vutbr.cz, vyroubalp@gmail.com

- Doktorská práce na téma Elektro-hydrodynamický model pro bioimpedanční pletysmografii. Spolupráce s Akademií věd ČR a centrem ICRC FN U Svaté Anny.
 - Simulace tlakových, teplotních, deformačních, elektrických a magnetických polí.
 - Aktivní spolupráce s Akademií věd ČR, Ústav přístrojové techniky Brno, výzkum a vývoj environmentálních rastrovacích elektronových mikroskopů – simulace proudění plynu.
 - Konstrukce 3D tiskáren a jejich obsluha, simulace teplotních polí a vlivu teploty na deformaci tisknutého modelu.
 - Aktivní ve výuce studentů bakalářských a magisterských studijních programech.
 - Výzkumné práce na projektech ústavu.
-

Dovednosti

- | | |
|---|--|
| • Numerické metody konečných prvků a konečných objemů | • MS Office (Word, Excel, PowerPoint) |
| • 3D modelování | • Mikrovýbrusy a mikroskopická analýza na optických mikroskopech |
| • SolidWorks, SolidWorks Flow Simulation, | • Výroba desek plošných spojů |
| • ANSYS (Maxwell, CFX, Mechanical, Fluent, APDL) | • Návrh desek plošných spojů |
| • Matlab | • Návrh 3D tiskáren a jejich obsluha |
| | • Řidičský průkaz B |
-

Ocenění a certifikáty

Cena děkanky FEKT (*“Srovnání vlivu tvaru konvergentní a Lavalovy dýzy v clonkách detektoru na výsledný tlak na dráze sekundárních elektronů pomocí systému CAE”*), 2011

1. místo na soutěži Student EEICT 2013

Certifikát Autodesk Academia Auto CAD 2007 for 2D and 3D, 2010

Certifikát SolidWorks, 2010

Certifikát SolidWorks Flow Simulation, 2013

Profesní zkušenosti a projekty

PP&T – Plastic parts and technology

Vstřikování plastů

Alema Lanškroun

Montáž světelné techniky

Centrum výzkumu a využití obnovitelných zdrojů energie, 1/2014

VUT Brno, výzkumný pracovník

Ph.D. student a technický pracovník 9/2011, současné

Ústav elektrotechnologie, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně

9/2013	Simulace mechanických změn výrobku při cyklickém tepelném namáhání.
2/2014	Výzkumné a vývojové práce, spojené s návrhem numerického modelu pro analýzu magnetického a teplotního pole
2/2014	Měření vzorků feritových jader
3/2014	Vytvoření návrhu a inovací výrobků sortimentu aktuátorů
12/2014	Výzkumné práce, spočívající v návrhu měřících metod nežádoucích parametrů kondenzátorů
12/2014	Návrh modelu indukčního průtokoměru, provedení magnetických měření
2014	Materiály a technologie pro elektrotechniku II

Jazyky

Český	Rodný jazyk
Německý	Mírně pokročilý
Anglický	Pokročilý

Vzdělání

Vysoké učení technické v Brně:

Bakalářský studijní program, Mikroelektronika a technologie, 6/2009

Magisterský studijní program, Elektrotechnická výroba a management, 6/2011

Doktorský studijní program, Mikroelektronika a technologie, aktuální (ukončení 2015)

Přílohy

Příloha A – Geometrické a mechanické vlastnosti arterií – Avolio model

Tabulka A 1: Geometrické a mechanické vlastnosti arterií.

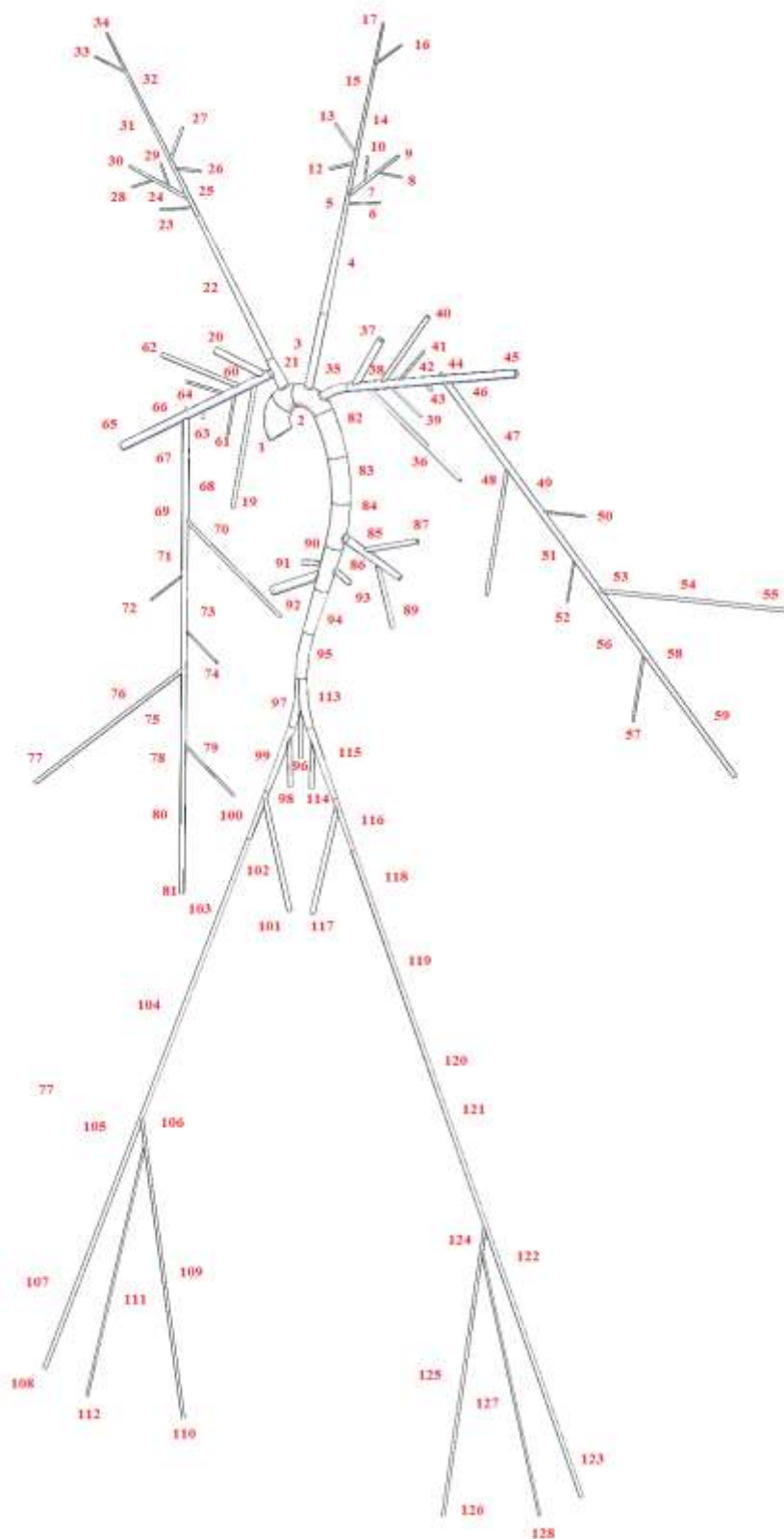
Segment	Název cévy	Délka ($\times 10^{-2}$ m)	Vnitřní poloměr cévy ($\times 10^{-2}$ m)	Tloušťka cévní stěny ($\times 10^{-2}$ m)	Youngův modul E ($\times 10^6$ Pa)
1	(aorta ascendes)	4,0	1,45	0,163	0,4
2	(arcus aortae)	2,0	1,12	0,132	0,4
3	(a. carotis communis sin.)	8,9	0,37	0,063	0,4
4	(a. carotis communis sin.)	8,9	0,37	0,063	0,4
5	(a. carotis communis sin.)	3,1	0,37	0,063	0,4
6	(a. thyroidea superior)	4,0	0,07	0,020	0,8
7	(a. carotis interna)	11,8	0,15	0,042	0,8
8	(a. ophthalmica)	3,0	0,07	0,020	1,6
9	(a. cerebri anterior)	5,9	0,08	0,026	1,6
10	(a. cerebri media)	3,0	0,06	0,020	1,6
11	(a. carotis externa)	5,9	0,18	0,045	0,8
12	(a. lingualis)	3,0	0,10	0,030	0,8
13	(a. facialis)	4,0	0,10	0,030	1,6
14	(a. carotis externa)	5,9	0,13	0,039	0,8
15	(a. carotis externa)	5,9	0,08	0,026	1,6
16	(a. maxillaris)	5,0	0,07	0,020	1,6
17	(a. temporalis superfic.)	4,0	0,06	0,020	1,6
18	(truncus brachiocephalicus)	3,4	0,62	0,086	0,4
19	(a. thoracica interna)	15,0	0,10	0,030	0,8
20	(a. vertebralis)	14,8	0,19	0,045	0,8
21	(a. carotis communis dx.)	8,9	0,37	0,063	0,4
22	(a. carotis communis dx.)	8,9	0,37	0,063	0,4
23	(a. thyroidea superior)	4,0	0,07	0,020	0,8
24	(a. carotis interna)	11,8	0,15	0,042	0,8
25	(a. carotis externa)	5,9	0,18	0,045	0,8

26	(a. lingualis)	3,0	0,10	0,030	0,8
27	(a. facialis)	4,0	0,10	0,030	1,6
28	(a. ophthalmica)	3,0	0,07	0,020	1,6
29	(a. cerebri media)	3,0	0,06	0,020	1,6
30	(a. cerebri anterior)	5,9	0,08	0,026	1,6
31	(a. carotis externa)	5,9	0,13	0,039	0,8
32	(a. carotis externa)	5,9	0,08	0,026	1,6
33	(a. maxillaris)	5,0	0,07	0,020	1,6
34	(a. temporalis superfic.)	4,0	0,06	0,020	1,6
35	(a. subclavia sin.)	3,4	0,42	0,067	0,4
36	(a. vertebralis)	14,8	0,19	0,045	0,8
37	(a. thoracica interna)	6,1	0,36	0,030	0,8
38	(a. subclavia)	6,8	0,40	0,066	0,4
39	(truncus thyrocervicalis)	5,0	0,10	0,030	0,8
40	(a. suprascapularis)	10,0	0,20	0,052	0,8
41	(truncus costocervicalis)	5,0	0,10	0,030	0,8
42	(a. axillaris sinistra)	5,1	0,36	0,062	0,4
43	(a. subscapularis)	8,0	0,15	0,035	1,6
44	(truncus thyrocervicalis)	5,0	0,10	0,030	0,8
45	(a. carotis communis dx.)	8,9	0,37	0,063	0,8
46	(a. axillaris)	5,6	0,31	0,057	0,4
47	(a. brachialis)	6,3	0,28	0,055	0,4
48	(a. profunda brachii)	15,0	0,15	0,035	0,8
49	(a. brachialis)	6,3	0,26	0,053	0,4
50	(a. collat. ulnaris sup.)	5,0	0,07	0,020	1,6
51	(a. brachialis)	6,3	0,25	0,052	0,4
52	(a. collat. ulnaris inf.)	5,0	0,06	0,020	1,6
53	(a. brachialis)	4,6	0,24	0,050	0,4
54	(a. radialis)	11,7	0,16	0,043	0,8
55	(a. radialis)	11,7	0,16	0,043	0,8
56	(a. ulnaris)	8,5	0,19	0,046	0,8
57	(a. interossea communis)	7,9	0,09	0,028	1,6
58	(a. ulnaris)	8,5	0,19	0,046	0,8
59	(a. ulnaris)	8,5	0,19	0,046	0,8
60	(a. subslavia dextra)	6,8	0,40	0,066	0,4

61	(truncus thyrocervicalis)	5,0	0,10	0,030	0,8
62	(a. subscapularis)	10,0	0,20	0,052	0,8
63	(truncus costocervicalis)	5,0	0,10	0,030	0,8
64	(a. axillaris dextra)	6,1	0,36	0,062	0,4
65	(a. thoracoacromialis)	5,0	0,15	0,035	1,6
66	(a. circumflexa scapulae)	5,0	0,10	0,030	1,6
67	(a. subscapularis)	8,0	0,15	0,035	1,6
68	(a. axillaris)	5,6	0,31	0,057	0,4
69	(a. brachialis dx.)	6,3	0,28	0,055	0,4
70	(a. profunda brachii)	15,0	0,15	0,035	0,8
71	(a. brachialis)	6,3	0,26	0,053	0,4
72	(a. collat. ulnaris sup.)	5,0	0,07	0,020	1,6
73	(a. brachialis)	6,3	0,25	0,052	0,4
74	(a. collat. ulnaris inf.)	5,0	0,06	0,020	1,6
75	(a. brachialis)	4,6	0,24	0,050	0,4
76	(a. radialis)	11,7	0,16	0,043	0,8
77	(a. radialis)	11,7	0,16	0,043	0,8
78	(a. ulnaris)	6,7	0,21	0,049	0,8
79	(a. interossea communis)	7,9	0,09	0,028	1,6
80	(a. ulnaris)	8,5	0,19	0,426	0,8
81	(a. ulnaris)	8,5	0,19	0,046	0,8
82	(arcus aorte)	3,9	1,07	0,127	0,4
83	(aorta thoracica)	5,2	1,00	0,120	0,4
84	(aorta thoracica)	5,2	0,95	0,116	0,4
85	(aorta thoracica)	5,2	0,95	0,116	0,4
86	(truncus coeliacus)	1,0	0,39	0,064	0,4
87	(a. gastrica sinistra)	7,1	0,18	0,045	0,4
88	(a. linealis)	6,3	0,28	0,054	0,4
89	(a. hepatica communis)	6,6	0,22	0,049	0,4
90	(a. abdominalis)	5,3	0,87	0,108	0,4
91	(a. renalis dextra)	3,2	0,26	0,053	0,4
92	(a. mesenterica superior)	5,9	0,43	0,069	0,4
93	(a. renalis sinistra)	3,2	0,26	0,053	0,4
94	(a. abdominalis)	5,3	0,57	0,080	0,4
95	(a. abdominalis)	5,3	0,57	0,080	0,4

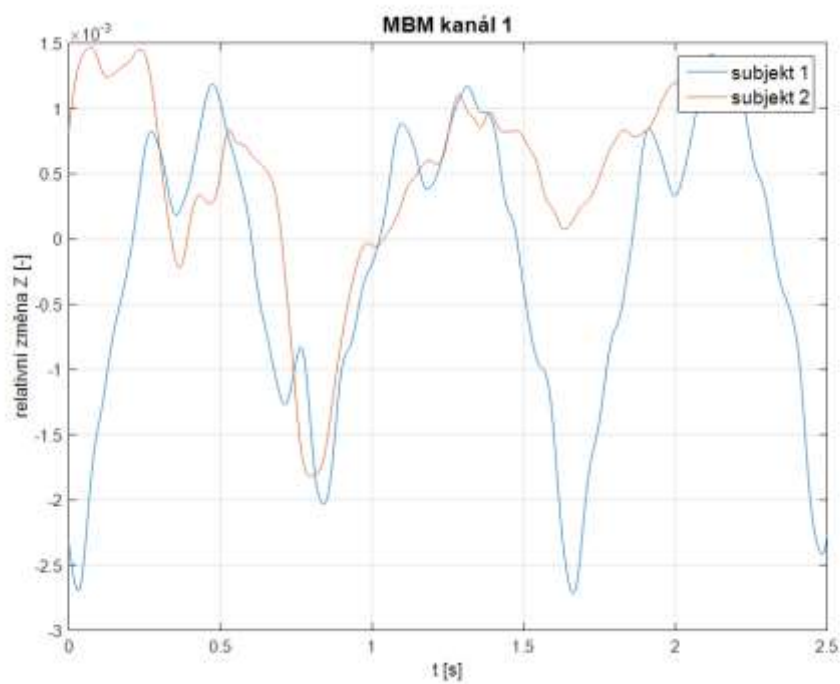
96	(a. mesenterica inferior)	5,0	0,16	0,043	0,4
97	(a. iliaca communis dx.)	5,8	0,52	0,076	0,4
98	(a. iliaca int. dextra)	5,0	0,20	0,040	0,6
99	(a. iliaca ext. dextra)	8,3	0,29	0,055	0,4
100	(a. iliaca ext. dextra)	6,1	0,27	0,053	0,4
101	(a. profunda femoris)	12,6	0,23	0,049	0,6
102	(a. femoralis)	8,5	0,19	0,050	0,8
103	(a. femoralis)	8,5	0,19	0,050	0,8
104	(a. poplitea)	9,4	0,20	0,047	0,8
105	(a. poplitea)	9,4	0,20	0,050	0,4
106	(a. tibialis anterior)	2,5	0,13	0,039	1,6
107	(a. tibialis posterior)	16,1	0,18	0,045	1,6
108	(a. tibialis posterior)	16,1	0,18	0,045	1,6
109	(a. tibialis anterior)	15,0	0,10	0,020	1,6
110	(a. tibialis anterior)	15,0	0,10	0,020	1,6
111	(a. peronaca)	15,9	0,13	0,039	1,6
112	(a. peronaca)	15,9	0,13	0,039	1,6
113	(a. iliaca communis sin.)	5,8	0,52	0,076	0,4
114	(a. iliaca int. sinistra)	5,0	0,20	0,040	0,6
115	(a. iliaca ext. sinistra)	8,3	0,29	0,055	0,4
116	(a. iliaca ext. sinistra)	6,1	0,27	0,053	0,4
117	(a. profunda femoris)	12,6	0,23	0,049	0,6
118	(a. femoralis)	12,7	0,24	0,050	0,8
119	(a. femoralis)	12,7	0,24	0,050	0,8
120	(a. poplitea)	9,4	0,20	0,047	0,8
121	(a. poplitea)	9,4	0,20	0,050	0,4
122	(a. tibialis posterior)	16,1	0,18	0,045	1,6
123	(a. tibialis posterior)	16,1	0,18	0,045	1,6
124	(a. tibialis anterior)	2,5	0,13	0,039	1,6
125	(a. peronaea)	15,9	0,13	0,039	1,6
126	(a. peronaea)	15,9	0,13	0,039	1,6
127	(a. tibialis anterior)	15,0	0,10	0,020	1,6
128	(a. tibialis anterior)	15,0	0,10	0,020	1,6

Příloha B – Geometrie cévního stromu

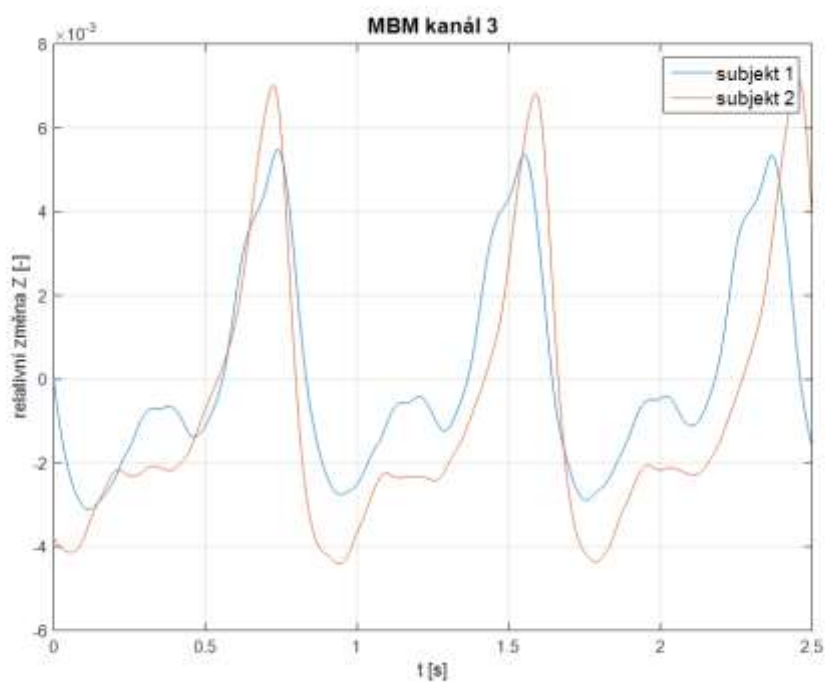


Obrázek B 1: Geometrický model arteriálního systému.

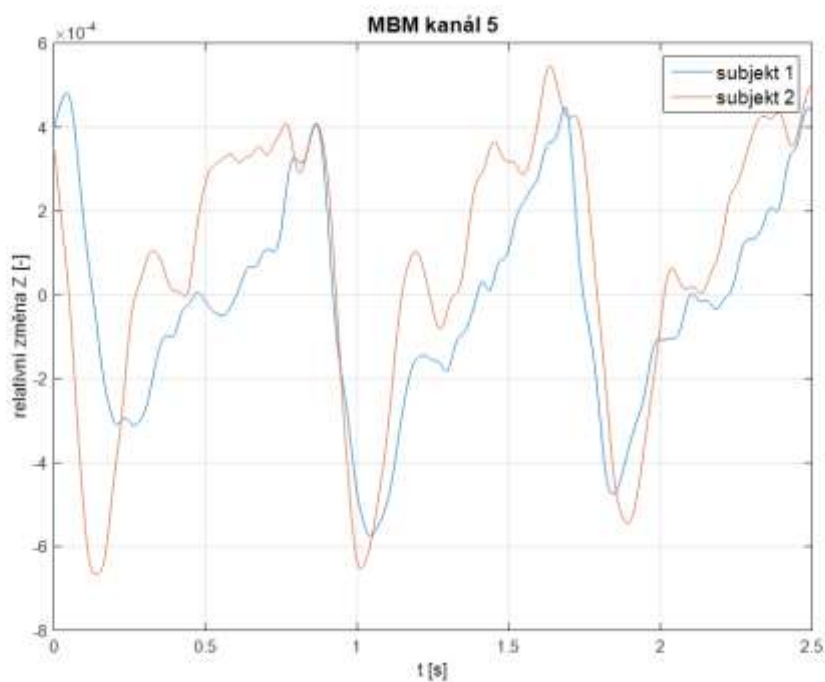
Příloha C – Porovnání bioimpedančních křivek různých pacientů – levá polovina těla



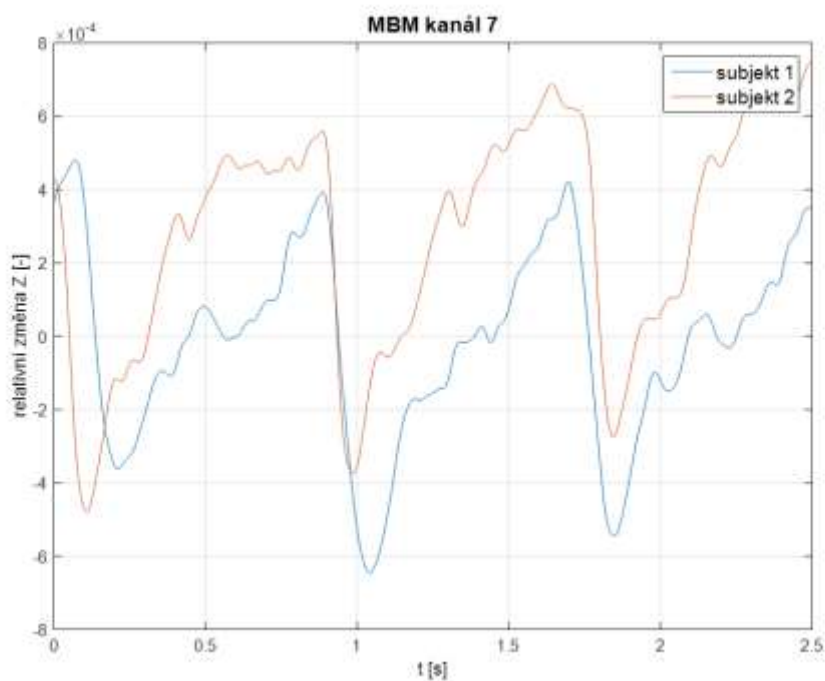
Obrázek C 1: Porovnání MBM kanálu 1 na subjektu 1 a 2.



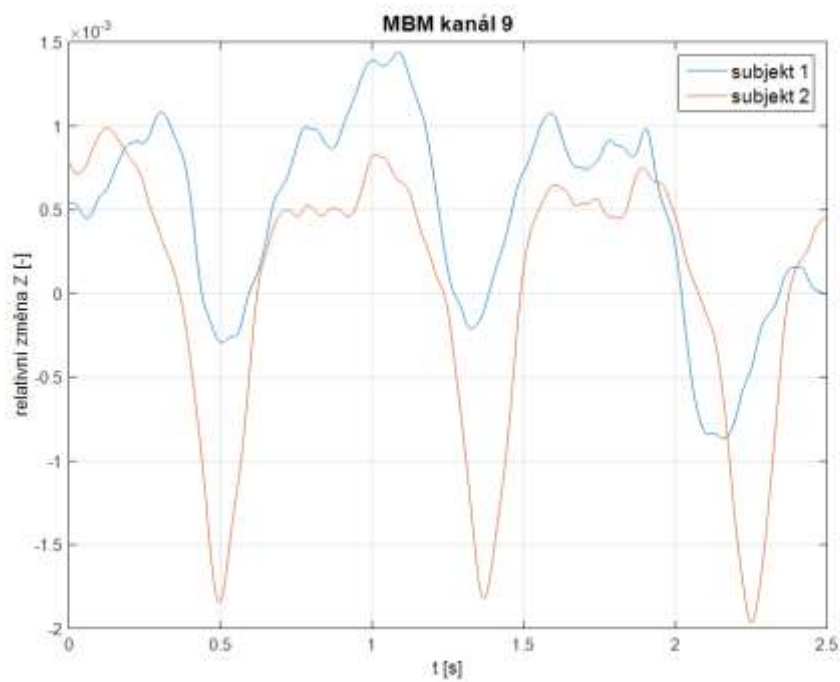
Obrázek C 2: Porovnání MBM kanálu 3 na subjektu 1 a 2.



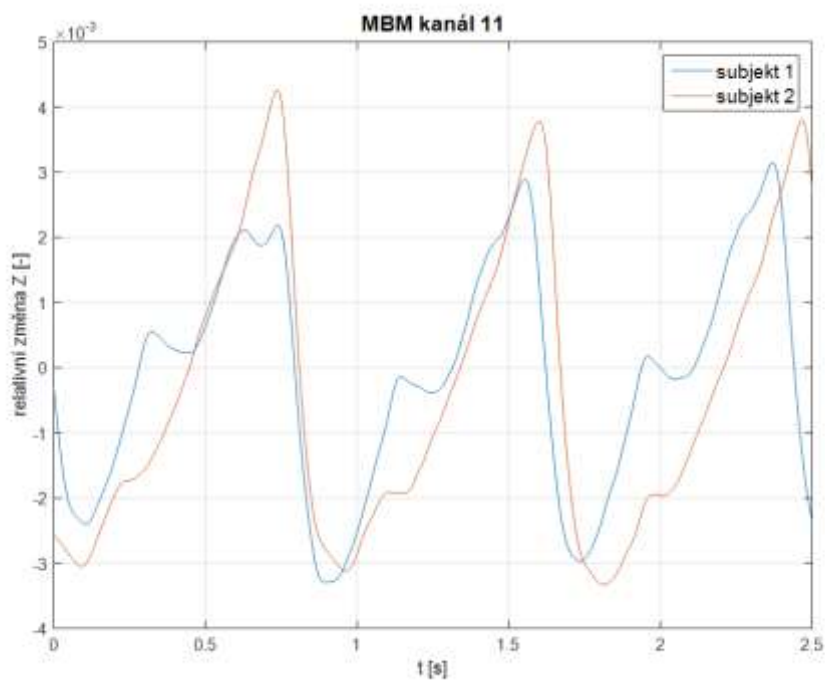
Obrázek C 3: Porovnání MBM kanálu 5 na subjektu 1 a 2.



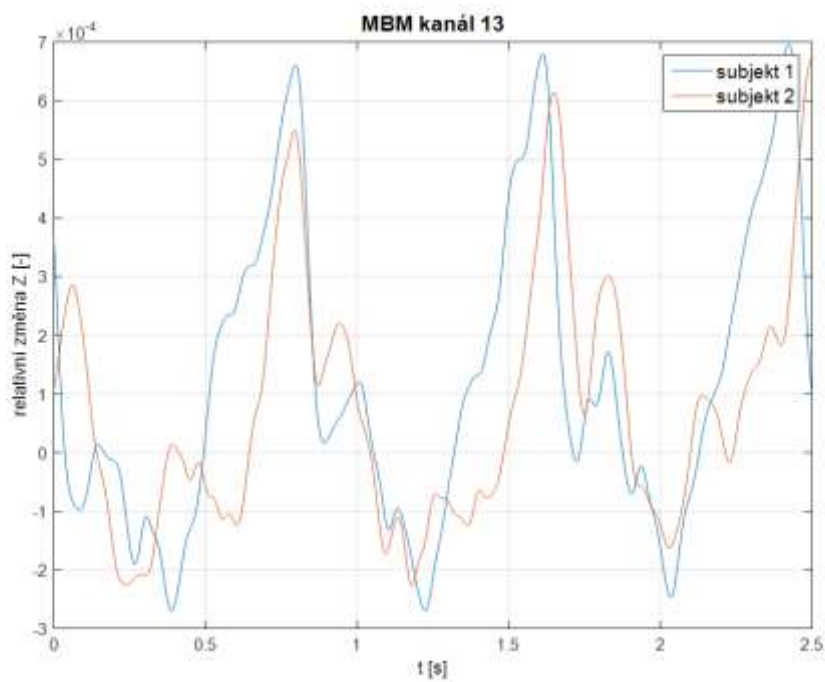
Obrázek C 4: Porovnání MBM kanálu 7 na subjektu 1 a 2.



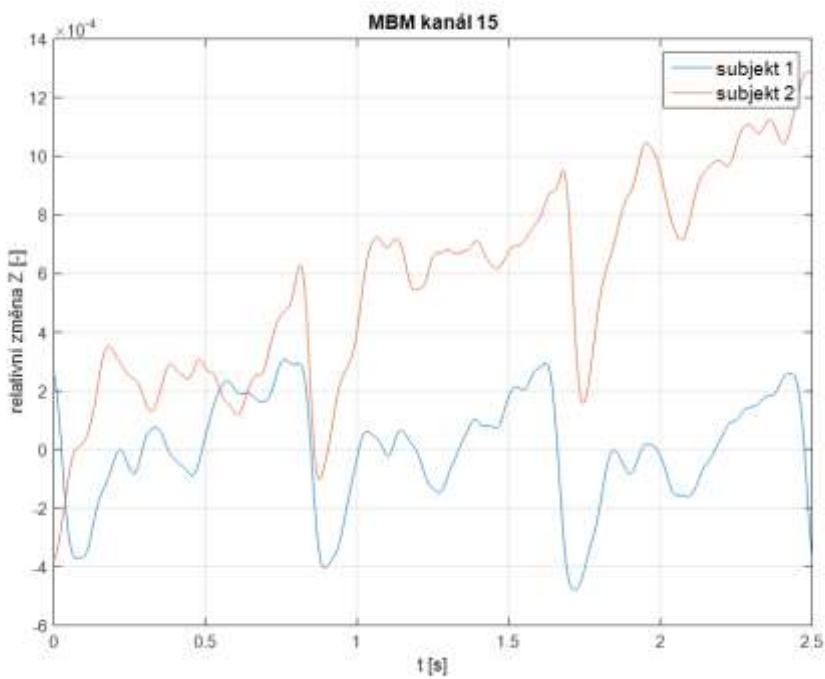
Obrázek C 5: Porovnání MBM kanálu 9 na subjektu 1 a 2.



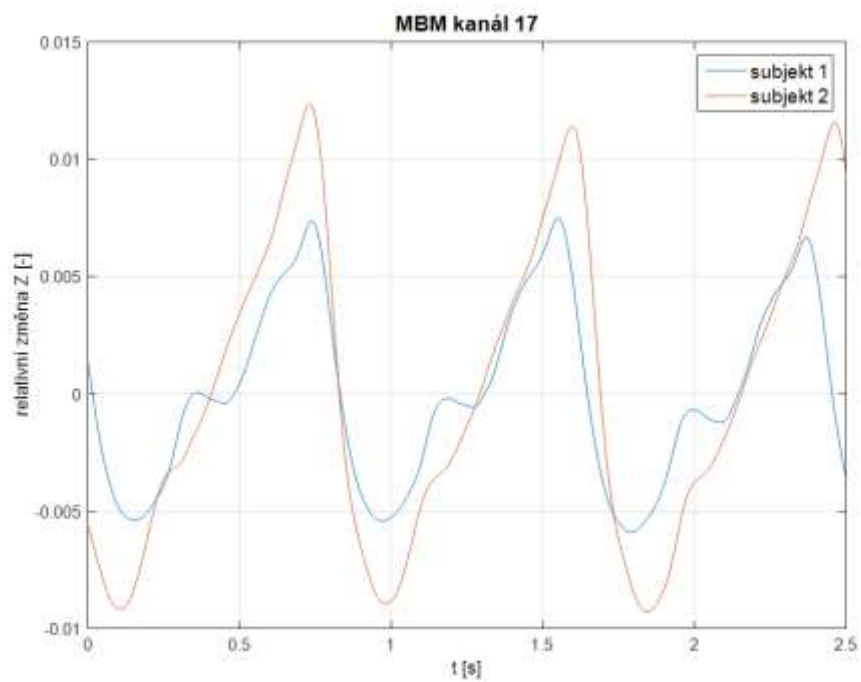
Obrázek C 6: Porovnání MBM kanálu 11 na subjektu 1 a 2.



Obrázek C 7: Porovnání MBM kanálu 13 na subjektu 1 a 2.



Obrázek C 8: Porovnání MBM kanálu 15 na subjektu 1 a 2.



Obrázek C 9: Porovnání MBM kanálu 17 na subjektu 1 a 2.

Příloha D – Modelování proudění elektricky nabitých částic

Elektro-hydrodynamického modelu je díky své univerzálnosti nyní využito pro výpočet proudění plynu v kombinaci s elektricky nabitými částicemi v environmentálním rastrovacím elektronovém mikroskopu, na jehož vývoji aktivně Ústav elektrotechnologie FEKT VUT v Brně spolupracuje s výzkumným týmem pod vedením Ing. et. Ing. Viléma Neděli na Akademii věd České Republiky v Brně, v. i. i.. Ústav elektrotechnologie využívá elektronový mikroskop TESCAN ke studiu materiálů pro elektrody a elektrolyty lithium iontových baterií [71].

Systém ANSYS CFX standardně umožňuje implementování do numerického modelu elektricky neutrální částice. Problém nastává s elektricky nabitými částicemi, které nedokáže v grafickém prostředí do numerického modelu zahrnout a je nutné při těchto výpočtech přejít do klasického prostředí ANSYS APDL, kde postprocessor tyto volby umožňuje.

Využitím speciálního makra, které je spouštěno společně se startem CFX řešiče lze v ANSYS CFX modelovat proudění elektricky nabitých částic.

Toto makro definuje pravidla pro definice nábojové hustoty při počítání s částicemi. Makro je vždy nutné upravit pro daný případ pro konkrétní hustotu náboje, které potřebujeme dosáhnout. Z prostředí CFX je nutné exportovat CCL soubor, který nese informace o nastavení numerického modelu, dále je nutné mít aktivní modelování částic. Do CCL souboru je pak nutné vepsat definici:

ELECTROMAGNETIC FORCE:

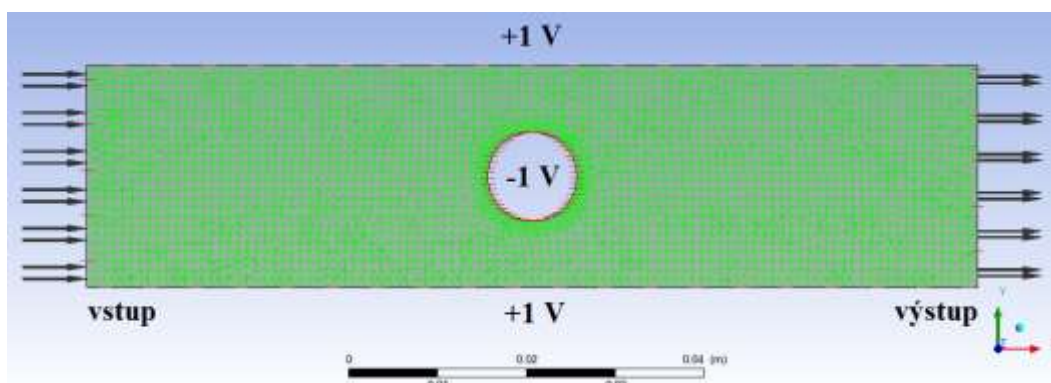
Option = Electromagnetic Force

Particle Charge Density = % hustota náboje % [A s m⁻³]

Particle Coupling = Fully Coupled

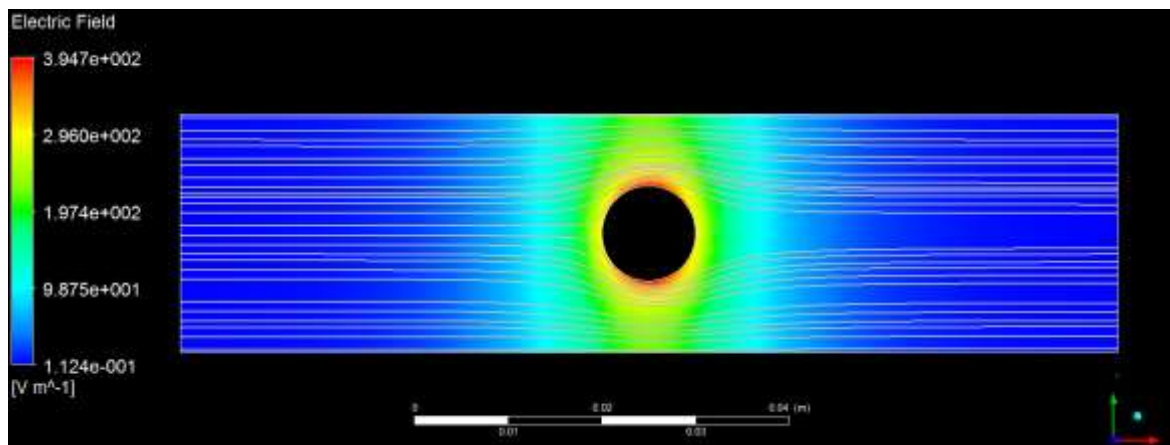
END

Pro ilustraci byl vytvořen model proudové oblasti, která obsahuje kruhovou bublinu (Obrázek D 1). Vnější stěny modelu jsou na potenciálu +1 V, vnější stěna kruhové bubliny je na potenciálu -1 V. Tekutina proudí rychlostí 1 m/s, průměr částic je 30 μm a cestují od vstupu k výstupu. Makro je přiloženo na doprovodném DVD spolu s ilustrující simulací.

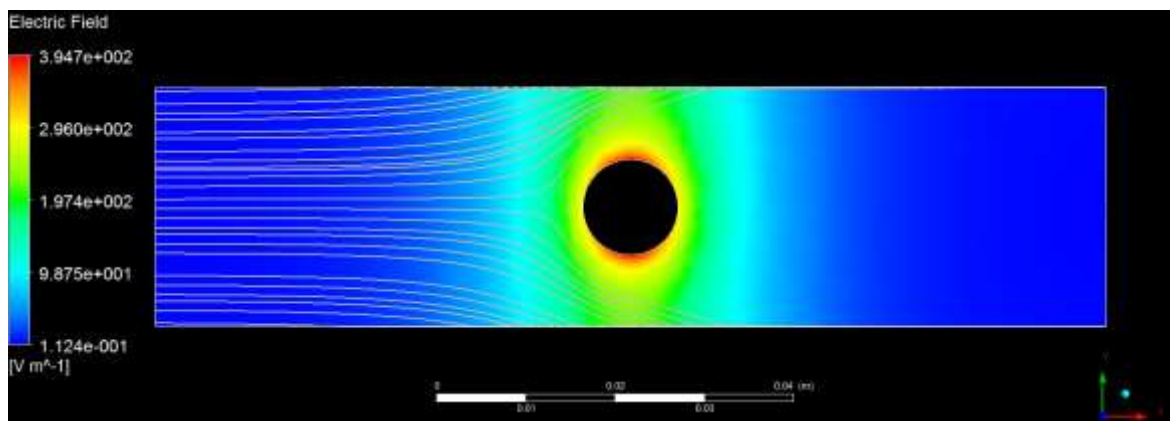


Obrázek D 1: Model úlohy.

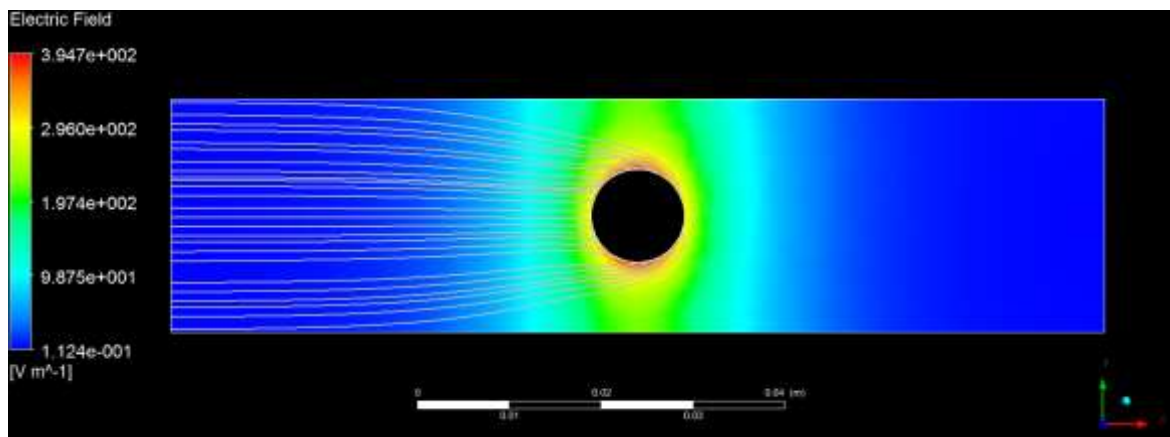
Následující obrázky názorně ilustrují trajektorie částic bez elektrického náboje (Obrázek D 2), se záporným elektrickým nábojem (Obrázek D 3) a s kladným elektrickým nábojem (Obrázek D 4).



Obrázek D 2: Částice bez elektrického náboje.



Obrázek D 3: Částice se záporným elektrickým nábojem.



Obrázek D 4: Částice s kladným elektrickým nábojem.