

I pledge my honor that I have abided by the Stevens Honor System.

$$3.1) n = 1105 \quad n = 17 \cdot 65 = 17 \cdot 13 \cdot 5$$

$$a^{1104} \equiv_{1105} 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^{1104} \equiv_5 1 \equiv (a^4)^{276} \equiv 1 \\ a^{1104} \equiv_{13} 1 \equiv (a^{12})^{92} \equiv 1 \\ a^{1104} \equiv_{17} 1 \equiv (a^{16})^{69} \equiv 1 \end{cases}$$

$$\text{Using FLT, } \begin{aligned} a^4 &\equiv_5 1 \equiv (a^4)^{276} \\ a^{12} &\equiv_{13} 1 \equiv (a^{12})^{92} \\ a^{16} &\equiv_{17} 1 \equiv (a^{16})^{69} \end{aligned}$$

$$\text{So, } a^{1104} \equiv_{(13 \cdot 17 \cdot 5)} 1 \text{ or } a^{1104} \equiv_{1105} 1$$

and thus 1105 is Carmichael.

$$3.2) N = 341 \quad a = 2$$

$$N-1 = 2^K q \quad q = 85 \quad K = 2$$

$$341-1 = 2^2 \cdot 85$$

$$2^{85} \bmod 341 = 32 \neq 1$$

$$2^{2^0 q} \bmod 341 \neq 1$$

$$2^{2^1 q} \bmod 341 = 1 \neq -1$$

The results of the Miller-Rabin primality test cannot prove 341 to be probably prime, therefore it is a composite number

Exercise 3.3) $N = 8611$ $a = 2$

$$\begin{array}{ll} 2^1 \equiv 2 & \gcd(2-1, 8611) = 1 \\ 2^2 \equiv 4 & \gcd(4-1, 8611) = 1 \\ 2^3 \equiv 8 & \gcd(8-1, 8611) = 1 \\ 2^4 \equiv 16 & \gcd(16-1, 8611) = 1 \\ 2^5 \equiv 32 & \gcd(32-1, 8611) = 1 \\ 2^6 \equiv 64 & \gcd(64-1, 8611) = 1 \\ 2^7 \equiv 128 & \gcd(128-1, 8611) = 1 \\ 2^8 \equiv 256 & \gcd(256-1, 8611) = 1 \\ 2^9 \equiv 512 & \gcd(512-1, 8611) = 1 \\ 2^{10} \equiv 1024 & \gcd(1024-1, 8611) = 1 \\ 2^{11} \equiv 2048 & \gcd(2048-1, 8611) = 1 \\ 2^{12} \equiv 4096 & \gcd(4096-1, 8611) = 1 \\ 2^{13} \equiv 8192 & \gcd(8192-1, 8611) = 1 \\ 2^{14} \equiv 16384 & \gcd(16384-1, 8611) = 1 \\ 2^{15} \equiv 32768 & \gcd(32768-1, 8611) = 1 \\ 2^{16} \equiv 65536 & \gcd(65536-1, 8611) = 1 \\ 2^{17} \equiv 131072 & \gcd(131072-1, 8611) = 1 \\ 2^{18} \equiv 262144 & \gcd(262144-1, 8611) = 1 \\ 2^{19} \equiv 524288 & \gcd(524288-1, 8611) = 1 \\ 2^{20} \equiv 1048576 & \gcd(1048576-1, 8611) = 1 \\ 2^{21} \equiv 2097152 & \gcd(2097152-1, 8611) = 1 \\ 2^{22} \equiv 4194304 & \gcd(4194304-1, 8611) = 1 \\ 2^{23} \equiv 8388608 & \gcd(8388608-1, 8611) = 1 \\ 2^{24} \equiv 16777216 & \gcd(16777216-1, 8611) = 1 \\ 2^{25} \equiv 33554432 & \gcd(33554432-1, 8611) = 1 \\ 2^{26} \equiv 67108864 & \gcd(67108864-1, 8611) = 1 \\ 2^{27} \equiv 134217728 & \gcd(134217728-1, 8611) = 1 \\ 2^{28} \equiv 268435456 & \gcd(268435456-1, 8611) = 1 \\ 2^{29} \equiv 536870912 & \gcd(536870912-1, 8611) = 1 \\ 2^{30} \equiv 1073741824 & \gcd(1073741824-1, 8611) = 1 \\ 2^{31} \equiv 2147483648 & \gcd(2147483648-1, 8611) = 1 \\ 2^{32} \equiv 4294967296 & \gcd(4294967296-1, 8611) = 1 \\ 2^{33} \equiv 8589934592 & \gcd(8589934592-1, 8611) = 1 \\ 2^{34} \equiv 17179869184 & \gcd(17179869184-1, 8611) = 1 \\ 2^{35} \equiv 34359738368 & \gcd(34359738368-1, 8611) = 1 \\ 2^{36} \equiv 68719476736 & \gcd(68719476736-1, 8611) = 1 \\ 2^{37} \equiv 137438953472 & \gcd(137438953472-1, 8611) = 1 \\ 2^{38} \equiv 274877906944 & \gcd(274877906944-1, 8611) = 1 \\ 2^{39} \equiv 549755813888 & \gcd(549755813888-1, 8611) = 1 \\ 2^{40} \equiv 1099511627776 & \gcd(1099511627776-1, 8611) = 1 \\ 2^{41} \equiv 2199023255552 & \gcd(2199023255552-1, 8611) = 1 \\ 2^{42} \equiv 4398046511104 & \gcd(4398046511104-1, 8611) = 1 \\ 2^{43} \equiv 8796093022208 & \gcd(8796093022208-1, 8611) = 1 \\ 2^{44} \equiv 17592186044416 & \gcd(17592186044416-1, 8611) = 1 \\ 2^{45} \equiv 35184372088832 & \gcd(35184372088832-1, 8611) = 1 \\ 2^{46} \equiv 70368744177664 & \gcd(70368744177664-1, 8611) = 1 \\ 2^{47} \equiv 140737488355328 & \gcd(140737488355328-1, 8611) = 1 \\ 2^{48} \equiv 281474976710656 & \gcd(281474976710656-1, 8611) = 1 \\ 2^{49} \equiv 562949953421312 & \gcd(562949953421312-1, 8611) = 1 \\ 2^{50} \equiv 1125899906842624 & \gcd(1125899906842624-1, 8611) = 1 \\ 2^{51} \equiv 2251799813685248 & \gcd(2251799813685248-1, 8611) = 1 \\ 2^{52} \equiv 4503599627370496 & \gcd(4503599627370496-1, 8611) = 1 \\ 2^{53} \equiv 9007199254740992 & \gcd(9007199254740992-1, 8611) = 1 \\ 2^{54} \equiv 18014398509481984 & \gcd(18014398509481984-1, 8611) = 1 \\ 2^{55} \equiv 36028797018963968 & \gcd(36028797018963968-1, 8611) = 1 \\ 2^{56} \equiv 72057594037927936 & \gcd(72057594037927936-1, 8611) = 1 \\ 2^{57} \equiv 144115188075855872 & \gcd(144115188075855872-1, 8611) = 1 \\ 2^{58} \equiv 288230376151711744 & \gcd(288230376151711744-1, 8611) = 1 \\ 2^{59} \equiv 576460752303423488 & \gcd(576460752303423488-1, 8611) = 1 \\ 2^{60} \equiv 1152921504606846976 & \gcd(1152921504606846976-1, 8611) = 1 \\ 2^{61} \equiv 2305843009213693952 & \gcd(2305843009213693952-1, 8611) = 1 \\ 2^{62} \equiv 4611686018427387904 & \gcd(4611686018427387904-1, 8611) = 1 \\ 2^{63} \equiv 9223372036854775808 & \gcd(9223372036854775808-1, 8611) = 1 \\ 2^{64} \equiv 18446744073709551616 & \gcd(18446744073709551616-1, 8611) = 1 \\ 2^{65} \equiv 36893488147419103232 & \gcd(36893488147419103232-1, 8611) = 1 \\ 2^{66} \equiv 73786976294838206464 & \gcd(73786976294838206464-1, 8611) = 1 \\ 2^{67} \equiv 147573952589676412928 & \gcd(147573952589676412928-1, 8611) = 1 \\ 2^{68} \equiv 295147905179352825856 & \gcd(295147905179352825856-1, 8611) = 1 \\ 2^{69} \equiv 590295810358705651712 & \gcd(590295810358705651712-1, 8611) = 1 \\ 2^{70} \equiv 1180591620717411303424 & \gcd(1180591620717411303424-1, 8611) = 1 \\ 2^{71} \equiv 2361183241434822606848 & \gcd(2361183241434822606848-1, 8611) = 1 \\ 2^{72} \equiv 4722366482869645213696 & \gcd(4722366482869645213696-1, 8611) = 1 \\ 2^{73} \equiv 9444732965739290427392 & \gcd(9444732965739290427392-1, 8611) = 1 \\ 2^{74} \equiv 18889465931478580854784 & \gcd(18889465931478580854784-1, 8611) = 1 \\ 2^{75} \equiv 37778931862957161709568 & \gcd(37778931862957161709568-1, 8611) = 1 \\ 2^{76} \equiv 75557863725914323419136 & \gcd(75557863725914323419136-1, 8611) = 1 \\ 2^{77} \equiv 151115727451828646838272 & \gcd(151115727451828646838272-1, 8611) = 1 \\ 2^{78} \equiv 302231454903657293676544 & \gcd(302231454903657293676544-1, 8611) = 1 \\ 2^{79} \equiv 604462909807314587353088 & \gcd(604462909807314587353088-1, 8611) = 1 \\ 2^{80} \equiv 1208925819614629174706176 & \gcd(1208925819614629174706176-1, 8611) = 1 \\ 2^{81} \equiv 2417851639229258349412352 & \gcd(2417851639229258349412352-1, 8611) = 1 \\ 2^{82} \equiv 4835703278458516698824704 & \gcd(4835703278458516698824704-1, 8611) = 1 \\ 2^{83} \equiv 9671406556917033397649408 & \gcd(9671406556917033397649408-1, 8611) = 1 \\ 2^{84} \equiv 19342813113834066795298816 & \gcd(19342813113834066795298816-1, 8611) = 1 \\ 2^{85} \equiv 38685626227668133590597632 & \gcd(38685626227668133590597632-1, 8611) = 1 \\ 2^{86} \equiv 77371252455336267181195264 & \gcd(77371252455336267181195264-1, 8611) = 1 \\ 2^{87} \equiv 154742504910672534362390528 & \gcd(154742504910672534362390528-1, 8611) = 1 \\ 2^{88} \equiv 309485009821345068724781056 & \gcd(309485009821345068724781056-1, 8611) = 1 \\ 2^{89} \equiv 618970019642690137449562112 & \gcd(618970019642690137449562112-1, 8611) = 1 \\ 2^{90} \equiv 1237940039285380274899124224 & \gcd(1237940039285380274899124224-1, 8611) = 1 \\ 2^{91} \equiv 2475880078570760549798248448 & \gcd(2475880078570760549798248448-1, 8611) = 1 \\ 2^{92} \equiv 4951760157141521099596496896 & \gcd(4951760157141521099596496896-1, 8611) = 1 \\ 2^{93} \equiv 9903520314283042199192993792 & \gcd(9903520314283042199192993792-1, 8611) = 1 \\ 2^{94} \equiv 19807040628566084398385987584 & \gcd(19807040628566084398385987584-1, 8611) = 1 \\ 2^{95} \equiv 39614081257132168796771975168 & \gcd(39614081257132168796771975168-1, 8611) = 1 \\ 2^{96} \equiv 79228162514264337593543950336 & \gcd(79228162514264337593543950336-1, 8611) = 1 \\ 2^{97} \equiv 158456325028528675187087900672 & \gcd(158456325028528675187087900672-1, 8611) = 1 \\ 2^{98} \equiv 316912650057057350374175801344 & \gcd(316912650057057350374175801344-1, 8611) = 1 \\ 2^{99} \equiv 633825300114114700748351602688 & \gcd(633825300114114700748351602688-1, 8611) = 1 \\ 2^{100} \equiv 1267650600228229401496703205376 & \gcd(1267650600228229401496703205376-1, 8611) = 1 \\ 2^{101} \equiv 2535301200456458802993406410752 & \gcd(2535301200456458802993406410752-1, 8611) = 1 \\ 2^{102} \equiv 5070602400912917605986812821504 & \gcd(5070602400912917605986812821504-1, 8611) = 1 \\ 2^{103} \equiv 10141204801825835211973625643008 & \gcd(10141204801825835211973625643008-1, 8611) = 1 \\ 2^{104} \equiv 20282409603651670423947251286016 & \gcd(20282409603651670423947251286016-1, 8611) = 1 \\ 2^{105} \equiv 40564819207303340847894502572032 & \gcd(40564819207303340847894502572032-1, 8611) = 1 \\ 2^{106} \equiv 81129638414606681695789005144064 & \gcd(81129638414606681695789005144064-1, 8611) = 1 \\ 2^{107} \equiv 162259276829213363391578010288128 & \gcd(162259276829213363391578010288128-1, 8611) = 1 \\ 2^{108} \equiv 324518553658426726783156020576256 & \gcd(324518553658426726783156020576256-1, 8611) = 1 \\ 2^{109} \equiv 649037107316853453566312041152512 & \gcd(649037107316853453566312041152512-1, 8611) = 1 \\ 2^{110} \equiv 1298074214633706907132624082305024 & \gcd(1298074214633706907132624082305024-1, 8611) = 1 \\ 2^{111} \equiv 2596148429267413814265248164610048 & \gcd(2596148429267413814265248164610048-1, 8611) = 1 \\ 2^{112} \equiv 5192296858534827628530496329220096 & \gcd(5192296858534827628530496329220096-1, 8611) = 1 \\ 2^{113} \equiv 10384593717069655257060992658440192 & \gcd(10384593717069655257060992658440192-1, 8611) = 1 \\ 2^{114} \equiv 20769187434139310514121985316880384 & \gcd(20769187434139310514121985316880384-1, 8611) = 1 \\ 2^{115} \equiv 41538374868278621028243970633760768 & \gcd(41538374868278621028243970633760768-1, 8611) = 1 \\ 2^{116} \equiv 83076749736557242056487941267521536 & \gcd(83076749736557242056487941267521536-1, 8611) = 1 \\ 2^{117} \equiv 166153499473114484112975882535043072 & \gcd(166153499473114484112975882535043072-1, 8611) = 1 \\ 2^{118} \equiv 332306998946228968225951765070086144 & \gcd(332306998946228968225951765070086144-1, 8611) = 1 \\ 2^{119} \equiv 664613997892457936451903530140172288 & \gcd(664613997892457936451903530140172288-1, 8611) = 1 \\ 2^{120} \equiv 1329227995784915872903807060280344576 & \gcd(1329227995784915872903807060280344576-1, 8611) = 1 \\ 2^{121} \equiv 2658455991569831745807614120560689152 & \gcd(2658455991569831745807614120560689152-1, 8611) = 1 \\ 2^{122} \equiv 5316911983139663491615228241121378304 & \gcd(5316911983139663491615228241121378304-1, 8611) = 1 \\ 2^{123} \equiv 10633823966279326983230456482242756608 & \gcd(10633823966279326983230456482242756608-1, 8611) = 1 \\ 2^{124} \equiv 21267647932558653966460912964485513216 & \gcd(21267647932558653966460912964485513216-1, 8611) = 1 \\ 2^{125} \equiv 42535295865117307932921825928971026432 & \gcd(42535295865117307932921825928971026432-1, 8611) = 1 \\ 2^{126} \equiv 85070591730234615865843651857942052864 & \gcd(85070591730234615865843651857942052864-1, 8611) = 1 \\ 2^{127} \equiv 170141183460469231731687303715884105728 & \gcd(170141183460469231731687303715884105728-1, 8611) = 1 \\ 2^{128} \equiv 340282366920938463463374607431768211456 & \gcd(340282366920938463463374607431768211456-1, 8611) = 1 \\ 2^{129} \equiv 680564733841876926926749214863536422912 & \gcd(680564733841876926926749214863536422912-1, 8611) = 1 \\ 2^{130} \equiv 1361129467683753853853498429727072845824 & \gcd(1361129467683753853853498429727072845824-1, 8611) = 1 \\ 2^{131} \equiv 2722258935367507707706996859454145691648 & \gcd(2722258935367507707706996859454145691648-1, 8611) = 1 \\ 2^{132} \equiv 5444517870735015415413993718908291383296 & \gcd(5444517870735015415413993718908291383296-1, 8611) = 1 \\ 2^{133} \equiv 10889035741470030830827987437816582766592 & \gcd(10889035741470030830827987437816582766592-1, 8611) = 1 \\ 2^{134} \equiv 21778071482940061661655974875633165533184 & \gcd(21778071482940061661655974875633165533184-1, 8611) = 1 \\ 2^{135} \equiv 43556142965880123323311949751266331066368 & \gcd(43556142965880123323311949751266331066368-1, 8611) = 1 \\ 2^{136} \equiv 87112285931760246646623899502532662132736 & \gcd(87112285931760246646623899502532662132736-1, 8611) = 1 \\ 2^{137} \equiv 174224571863520493293247799005065324265472 & \gcd(174224571863520493293247799005065324265472-1, 8611) = 1 \\ 2^{138} \equiv 348449143727040986586495598010130648530944 & \gcd(348449143727040986586495598010130648530944-1, 8611) = 1 \\ 2^{139} \equiv 696898287454081973172991196020261297061888 & \gcd(696898287454081973172991196020261297061888-1, 8611) = 1 \\ 2^{140} \equiv 1393796574908163946345982392040522594123776 & \gcd(1393796574908163946345982392040522594123776-1, 8611) = 1 \\ 2^{141} \equiv 2787593149816327892691964784081045188247552 & \gcd(2787593149816327892691964784081045188247552-1, 8611) = 1 \\ 2^{142} \equiv 5575186299632655785383929568162090376495104 & \gcd(5575186299632655785383929568162090376495104-1, 8611) = 1 \\ 2^{143} \equiv 11150372599265311570767859136324180752990208 & \gcd(11150372599265311570767859136324180752990208-1, 8611) = 1 \\ 2^{144} \equiv 22300745198530623141535718272648361505980416 & \gcd(22300745198530623141535718272648361505980416-1, 8611) = 1 \\ 2^{145} \equiv 44601490397061246283071436545296723011960832 & \gcd(44601490397061246283071436545296723011960832-1, 8611) = 1 \\ 2^{146} \equiv 89202980794122492566142873090593446023921664 & \gcd(89202980794122492566142873090593446023921664-1, 8611) = 1 \\ 2^{147} \equiv 178405961588244985132285746181186892047843328 & \gcd(178405961588244985132285746181186892047843328-1, 8611) = 1 \\ 2^{148} \equiv 356811923176489970264571492362373784095686656 & \gcd(356811923176489970264571492362373784095686656-1, 8611) = 1 \\ 2^{149} \equiv 713623846352979940529142984724747568191373312 & \gcd(713623846352979940529142984724747568191373312-1, 8611) = 1 \\ 2^{150} \equiv 1427247692705959881058285969449495136382746624 & \gcd(1427247692705959881058285969449495136382746624-1, 8611) = 1 \\ 2^{151} \equiv 2854495385411919762116571938898990272765493248 & \gcd(2854495385411919762116571938898990272765493248-1, 8611) = 1 \\ 2^{152} \equiv 5708990770823839524233143877797980545530986496 & \gcd(5708990770823839524233143877797980545530986496-1, 8611) = 1 \\ 2^{153} \equiv 11417981541647679048466287755595961091061972992 & \gcd(11417981541647679048466287755595961091061972992-1, 8611) = 1 \\ 2^{154} \equiv 22835963083295358096932575511191922182123945984 & \gcd(22835963083295358096932575511191922182123945984-1, 8611) = 1 \\ 2^{155} \equiv 45671926166590716193865151022383844364247891968 & \gcd(45671926166590716193865151022383844364247891968-1, 8611) = 1 \\ 2^{156} \equiv 91343852333181432387730302044767688728495783936 & \gcd(91343852333181432387730302044767688728495783936-1, 8611) = 1 \\ 2^{157} \equiv 182687704666362864775460604089535377456991567872 & \gcd(182687704666362864775460604089535377456991567872-1, 8611) = 1 \\ 2^{158} \equiv 365375409332725729550921208179070754913983135744 & \gcd(365375409332725729550921208179070754913983135744-1, 8611) = 1 \\ 2^{159} \equiv 730750818665451459101842416358141509827966271488 & \gcd(73075081866545145910184241635$$

Exercise 3.5

$$N = 8611$$

$$x_1 = 2$$
$$f(x) = x^2 + 1$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 2^2 + 1 = 5 \quad \gcd(5-2, 8611) = 1$$

$$x_3 = 5^2 + 1 = 26 \quad \gcd(26-5, 8611) = 1$$

$$x_4 = 26^2 + 1 = 677 \quad \gcd(677-5, 8611) = 1$$

$$x_5 = 677^2 + 1 = 458330 \equiv 1947$$

$$x_6 = 1947^2 + 1 \equiv 1970 \quad \gcd(1970-26, 8611) = 1$$

$$x_7 = 1970^2 + 1 \equiv 5951 \quad \gcd(5951-677, 8611) = 1$$

$$x_8 = 5951^2 + 1 \equiv 5970 \quad \gcd(5970-677, 8611) = 79$$

A non-trivial factor of N is 79