

Realisierung eines Vier-Gewinnt Roboter

Mithilfe von Lego Spike und Mirco Python

Studienarbeit T3_3100

Studiengang Elektrotechnik

Studienrichtung Automation

Duale Hochschule Baden-Württemberg Ravensburg, Campus Friedrichshafen

von

Patrik Peters / Simon Gschell

Abgabedatum:	27. Dezember 2024
Bearbeitungszeitraum:	10.10.2024 - 13.06.2025
Matrikelnummer:	187 /0815
Kurs:	TEA22
Betreuerin / Betreuer:	Prof. Dr. ing Thorsten Kever

Erklärung

gemäß Ziffer 1.1.14 der Anlage 1 zu §§ 3, 4 und 5 der Studien- und Prüfungsordnung für die Bachelorstudiengänge im Studienbereich Technik der Dualen Hochschule Baden-Württemberg vom 29.09.2017 in der Fassung vom 24.07.2023.

Ich versichere hiermit, dass ich meine Studienarbeit T3_3100 mit dem Thema:

Realisierung eines Vier-Gewinnt Roboters

selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Ich versichere zudem, dass die eingereichte elektronische Fassung mit der gedruckten Fassung übereinstimmt.

Musterstadt, den 27. Dezember 2024

Patrik Peters / Simon Gschell

Kurzfassung

In der vorliegenden Studienarbeit wird die Entwicklung eines Roboters für das Spiel „Vier gewinnt“ unter Verwendung des LEGO Spike Prime Systems behandelt. Ziel des Projekts ist es, einen Roboter zu entwerfen, der in der Lage ist, autonom die Rolle eines menschlichen Gegners im Spiel „Vier gewinnt“ zu übernehmen. Der Roboter soll nicht nur die Spielzüge des menschlichen Mitspielers erkennen und darauf reagieren, sondern auch selbstständig Spielsteine in das Spielfeld einwerfen und sicherstellen, dass das Spielfeld für den nächsten Zug bereit ist. Dies erfordert eine präzise Steuerung des Roboters, insbesondere beim Platzieren der Spielsteine, sowie die Fähigkeit, das Spielfeld zu überwachen, um die Position der bereits gesetzten Steine zu erkennen. Das Projekt umfasst verschiedene technische und organisatorische Aspekte. Dazu gehört die mechanische Konstruktion des Roboters, einschließlich des Mechanismus zum Einwerfen der Spielsteine und die Überwachung des Spielfelds, sowie die Entwicklung der Software, die die Spielzüge und das Verhalten des Roboters steuert. Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Sensorik: Der Roboter muss in der Lage sein, die aktuelle Spielsituation durch Farbsensoren zu erfassen, um zu wissen, welche Felder im Spielfeld bereits besetzt sind und wo er seinen nächsten Spielstein platzieren kann. Zum Abschluss des Projekts wird ein kleines Turnier organisiert, bei dem die von verschiedenen Teams entwickelten Roboterlösungen gegeneinander antreten. Dies bietet die Möglichkeit, den Roboter unter realen Bedingungen zu testen und seine Fähigkeiten im direkten Vergleich mit den Lösungen der anderen Kommilitonen zu messen. Um zusätzliche Motivation zu schaffen, wird die beste Lösung am Ende prämiert, was den Wettbewerbsgedanken fördert und den Anreiz erhöht, effektive Lösungen zu entwickeln.

Abstract

This student research project deals with the development of a robot for the game “Four Wins” using the LEGO Spike Prime system. The aim of the project is to design a robot that is capable of autonomously assuming the role of a human opponent in the game “Four Wins”. The robot should not only recognize the moves of the human opponent and react to them, but also independently place pieces on the playing field and ensure that the playing field is ready for the next move. This requires precise control of the robot, especially when placing the pieces, as well as the ability to monitor the playing field in order to recognize the position of the pieces already placed. The project involves various technical and organizational aspects. These include the mechanical design of the robot, including the mechanism for inserting the tiles and monitoring the playing field, as well as the development of the software that controls the moves and behavior of the robot. Another important point is the sensor technology: the robot must be able to detect the current game situation using color sensors in order to know which squares in the playing field are already occupied and where it can place its next piece. At the end of the project, a small tournament is organized in which the robot solutions developed by different teams compete against each other. This offers

Translated with DeepL.com (free version)

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen des Spiels Vier Gewinn	2
2.1	Spielregeln und Spielablauf	2
2.2	Historischer Hintergrund	5
2.3	Mathematische Eigenschaften des Spiels	5
3	Spieltheoretische Grundlagen	7
3.1	Definition und Konzepte der Spieltheorie	7
3.2	Klassifikation von Spielen	8
3.3	Relevante spieltheoretische Konzepte für Vier Gewinn	11
4	Analyse von Vier Gewinn aus spieltheoretischer Sicht	13
4.1	Darstellung des Spiels in Normalform und Extensivform	13
4.2	Strategien und Gleichgewichte	14
4.3	Komplexität des Spielbaums	14
5	Lösungsansätze für Vier Gewinn	15
5.1	Optimale Strategien	15
5.2	Heuristische Ansätze	15
5.3	Computergestützte Lösungen und Algorithmen	15
6	Anwendung der Spieltheorie auf Vier Gewinn	16
6.1	Analyse von Spielsituationen	16
6.2	Berechnung von Gewinnwahrscheinlichkeiten	16
6.3	Entwicklung von Spielstrategien	16

Inhaltsverzeichnis

7 Zusammenfassung	17
Literaturverzeichnis	18
Abbildungsverzeichnis	19
Tabellenverzeichnis	20
.1 9.Oktober.2024	21

1 Einleitung

2 Grundlagen des Spiels Vier Gewinnt

2.1 Spielregeln und Spielablauf

Das originale Spiel 4Gewinnt besteht aus einer Rasterwand mit sechs Zeilen und sieben Spalten, also 42 Löchern. Außerdem besteht es aus 21 roten Spielchips und 21 gelben Spielchips. 4Gewinnt lässt sich nur zu zweit spielen. Ziel des Spieles ist es, vier Spielchips einer Farbe in eine Reihe (waagrecht, senkrecht oder diagonal) zu bringen. Der jüngste Spieler beginnt das Spiel. Der Spieler, der an der Reihe ist, wirft einen Spielstein seiner Farbe durch die Öffnung der Rasterwand, wo durch der gespielte Stein auf den untersten freien Platz in der Spalte fällt. Danach ist der andere Spieler an der Reihe. Die Spieler werfen so lange ihre Spielchips in das Raster, bis einer das Ziel erreicht hat oder alle 42 Felder belegt sind. Für den Fall, dass alle 42 Felder des Rasters belegt sind, endet das Spiel unentschieden. Um ein neues Spiel zu starten, muss ein Spieler die Steine aus dem Raster fallen lassen. Diese werden dann wieder unter den Spielern aufgeteilt und eine neue Runde 4Gewinnt kann beginnen[Has20].

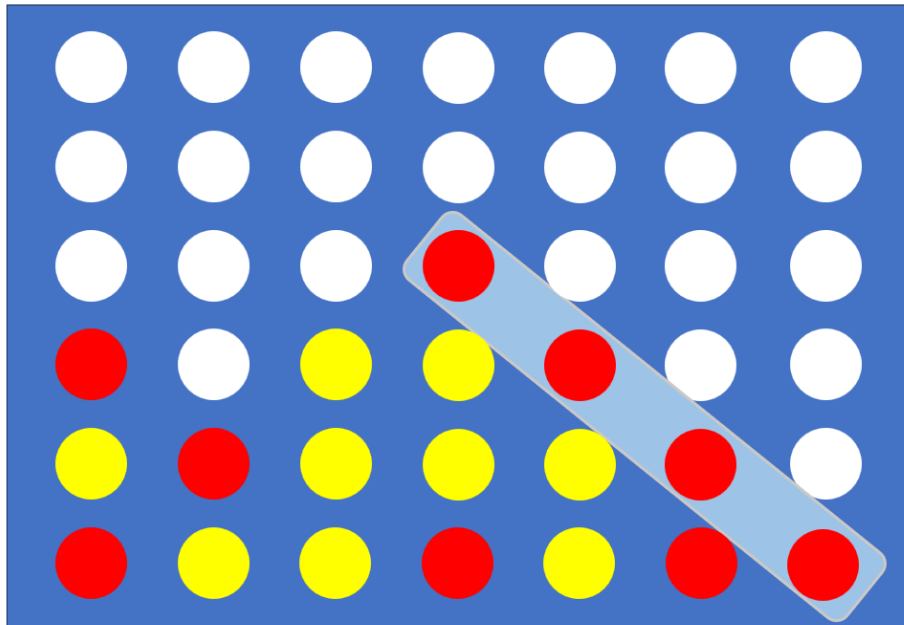


Abbildung 2.1: Vier rote Steine diagonal im Raster

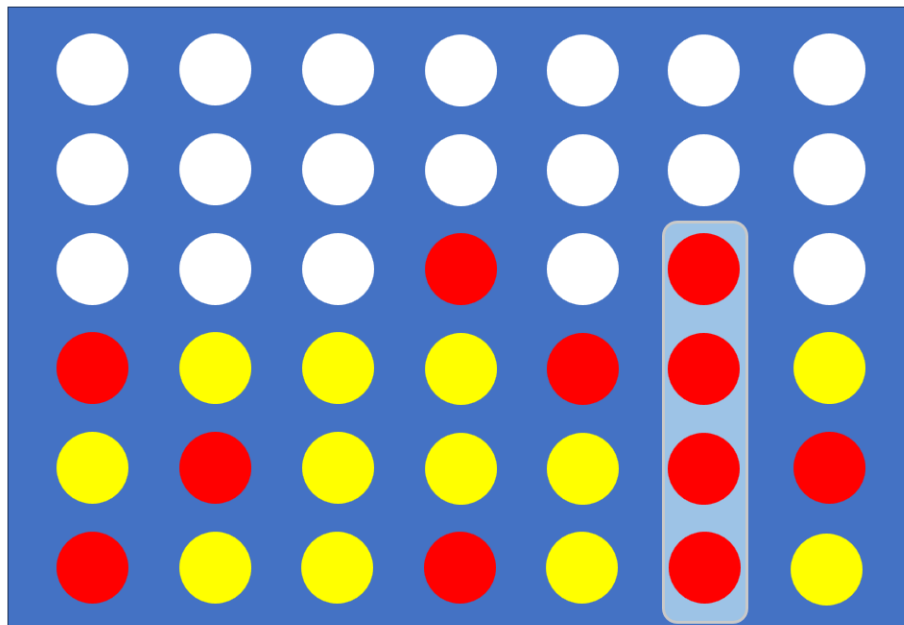


Abbildung 2.2: Vier rote Steine senkrecht im Raster

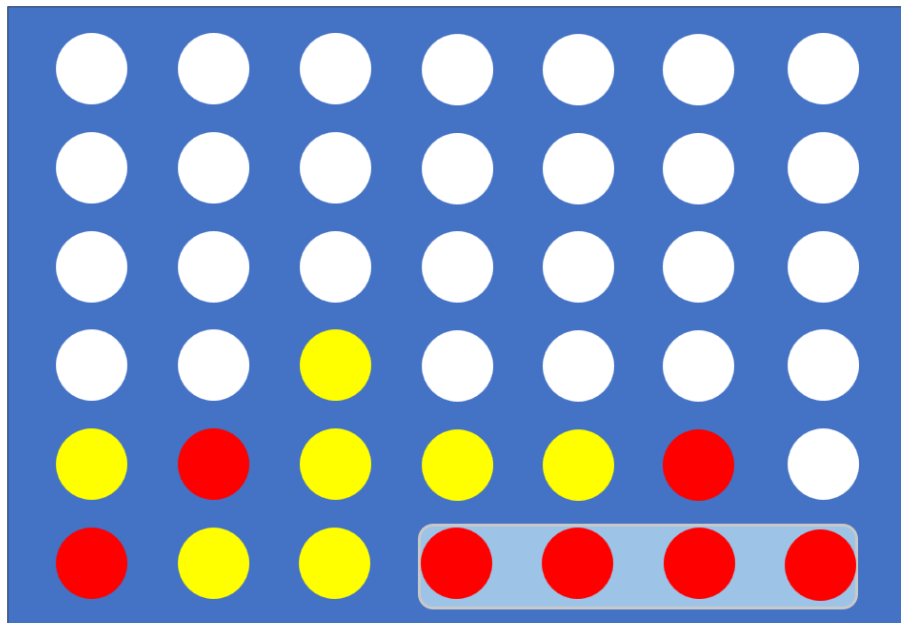


Abbildung 2.3: Vier rote Steine waagrecht im Raster

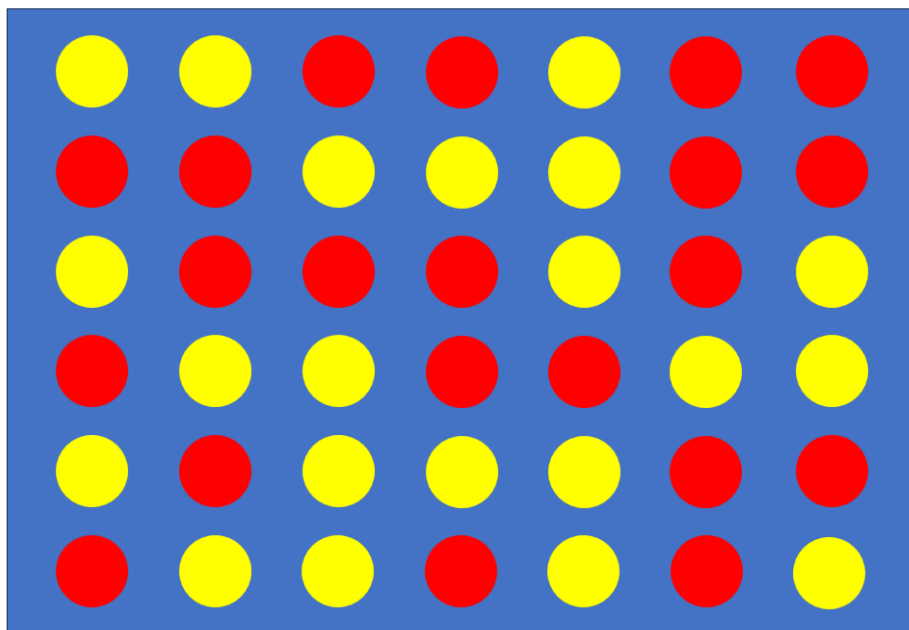


Abbildung 2.4: Unentschieden - es kam keine vierer Reihe zustande

2.2 Historischer Hintergrund

Das Spiel “Vier Gewinnnt” wurde 1973 von Howard Wexler und Ned Strongin entwickelt. Die Erstveröffentlichung erfolgte 1974 durch die Firma Milton Bradley, die im deutschsprachigen Raum als MB Spiele bekannt ist. Die Entwicklung des Spiels erfolgte durch die Strongin und Wexler Corporation in den USA. Obwohl der Preis der Erstausgabe nicht überliefert ist, wurde das Spiel schnell zu einem beliebten Strategiespiel.

Eine interessante Entwicklung erfolgte bereits vor der Entstehung des klassischen Vier Gewinnnt: 1967 erschien in den USA eine dreidimensionale Variante namens “Score Four”. Diese wurde 1974 in Deutschland von Ravensburger unter dem Namen “Sogo” vertrieben und war in der DDR als “Raummühle” bekannt.

Das klassische Vier Gewinnnt etablierte sich rasch als beliebtes Familienspiel und wurde über die Jahre in verschiedenen Varianten neu aufgelegt. Die Einfachheit der Regeln bei gleichzeitiger strategischer Tiefe trug maßgeblich zum anhaltenden Erfolg des Spiels bei.

<https://www.gameorama.ch/de/museum/spielmuseum/timeline/gewinnt?t>

2.3 Mathematische Eigenschaften des Spiels

Das Spiel 4Gewinnt weist mehrere wichtige mathematische Eigenschaften auf, die für seine Analyse fundamental sind.

Hierbei liegt vorallem der Fokus auf Spielfeldgröße und Kombinatorik. Das klassische Spielfeld besteht aus 7 Spalten und 6 Reihen, was 42 mögliche Positionen ergibt. Diese Dimension wurde damals bewusst festgelegt, um ein ausgewogenes Verhältnis zwischen Komplexität und Spielbarkeit zu gewährleisten.

Die Gesamtzahl der theoretisch möglichen Spielzustände lässt sich wie folgt berechnen:

- Jede Position kann drei Zustände annehmen: leer, Spieler 1, Spieler 2
- Dies ergibt theoretisch mögliche Zustände

Die tatsächliche Anzahl ist jedoch deutlich geringer, da:

- Spielsteine nur von unten nach oben gesetzt werden können
- Das Spiel endet, sobald vier Steine in einer Reihe liegen
- Nicht alle Kombinationen sind durch legale Spielzüge erreichbar

Komplexitätsgrad • Der durchschnittliche Verzweigungsfaktor (mögliche Züge pro Spielsituation) liegt bei etwa 4 • Die maximale Spieltiefe beträgt 42 Züge • Die Spielbaumkomplexität ist deutlich geringer als bei Schach, aber höher als bei Tic-Tac-Toe Symmetrieeigenschaften Das Spielfeld weist eine vertikale Symmetrie auf, wodurch sich die Anzahl der zu analysierenden Positionen reduziert. Die mittlere Spalte nimmt dabei eine besondere strategische Position ein. Diese mathematischen Eigenschaften bilden die Grundlage für die spieltheoretische Analyse und die Entwicklung von Lösungsstrategien.

3 Spieltheoretische Grundlagen

3.1 Definition und Konzepte der Spieltheorie

Die Spieltheorie ist ein Teilgebiet der Mathematik, das strategische Entscheidungen in Konflikt- oder Kooperationssituationen analysiert. Ein Spiel besteht dabei aus mehreren Elementen: den Spielern, den möglichen Zügen, den Regeln und dem Ergebnis. Ziel der Spieltheorie ist es, optimale Strategien zu entwickeln und die möglichen Ergebnisse eines Spiels vorherzusagen, wenn die Spieler rational handeln.

Grundelemente eines Spiels

1. **Spieler:** Die Teilnehmer eines Spiels, die Entscheidungen treffen. Es können zwei oder mehr Spieler beteiligt sein.
2. **Strategien:** Die Handlungsoptionen, die den Spielern zur Verfügung stehen, um ihre Ziele zu erreichen.
3. **Regeln:** Die Struktur des Spiels, die die möglichen Züge, die Abfolge der Züge und die Bedingungen für den Spielausgang definiert.
4. **Auszahlungen:** Die Ergebnisse des Spiels, die jedem Spieler für eine bestimmte Kombination von Strategien zugeordnet werden. Diese können in Form von Gewinnen, Verlusten oder Nutzen gemessen werden.

5. **Informationen:** Spiele unterscheiden sich darin, ob die Spieler über vollständige Information verfügen (d. h., alle Züge sind sichtbar) oder ob es Elemente von Unsicherheit gibt (z. B. verdeckte Karten oder Würfelergebnisse).

3.2 Klassifikation von Spielen

In der Spieltheorie werden Spiele anhand bestimmter Kriterien klassifiziert, um ihre Struktur, Dynamik und Lösbarkeit besser zu verstehen. Die wichtigsten Kategorien, die zur Einordnung dienen, sind nachfolgend dargestellt.

1. Anzahl der Spieler

- **Zwei-Personen-Spiele:** Spiele mit genau zwei Spielern. Diese sind besonders häufig Gegenstand spieltheoretischer Analysen.
- **Mehrspieler-Spiele:** Spiele mit drei oder mehr Teilnehmern. Die Strategien sind komplexer, da Koalitionen und wechselnde Allianzen eine Rolle spielen können.

2. Spielzüge: Gleichzeitige vs. aufeinanderfolgende Entscheidungen

- **Simultane Spiele:** Beide Spieler treffen ihre Entscheidungen gleichzeitig, ohne die Wahl des Gegners zu kennen. Solche Spiele werden häufig in der Normalform (Matrix-Darstellung) analysiert.
- **Sequentielle Spiele:** Die Spieler führen ihre Züge nacheinander aus und können auf die vorherigen Züge des Gegners reagieren. Solche Spiele werden in der Extensivform (Baumdiagramm) dargestellt, um die Reihenfolge der Züge und die Entscheidungsmöglichkeiten zu visualisieren.

3. Informationen der Spieler

- **Spiele mit vollständiger Information:** Alle Spieler kennen die bisherigen Züge und den aktuellen Spielzustand. In solchen Spielen können optimale Strategien durch Rückwärtsinduktion berechnet werden.
- **Spiele mit unvollständiger Information:** Mindestens ein Spieler hat keine vollständigen Informationen über den Spielzustand oder die Strategie des Gegners. Dies führt zu Unsicherheiten bei der Entscheidungsfindung.

4. Kooperative vs. nicht-kooperative Spiele

- **Kooperative Spiele:** Spieler können Allianzen bilden und gemeinsam agieren, um einen Vorteil zu erzielen. Die Ergebnisse werden durch Verhandlungen und Absprachen beeinflusst.
- **Nicht-kooperative Spiele:** Jeder Spieler agiert unabhängig und verfolgt ausschließlich seine eigenen Ziele.

5. Gewinnstruktur: Nullsummenspiele vs. Nicht-Nullsummenspiele

- **Nullsummenspiele:** Der Gewinn eines Spielers entspricht exakt dem Verlust des anderen. Solche Spiele sind konfliktorientiert, da ein Vorteil für einen Spieler immer einen Nachteil für den anderen bedeutet.
- **Nicht-Nullsummenspiele:** Die Gewinne und Verluste der Spieler sind nicht zwangsläufig gleich. In solchen Spielen können Kooperationen oder geteilte Gewinne auftreten.

6. Deterministische vs. stochastische Spiele

- **Deterministische Spiele:** Es gibt keine Zufallselemente; der Spielverlauf wird allein durch die Entscheidungen der Spieler bestimmt.
- **Stochastische Spiele:** Zufallselemente wie Würfel oder Karten beeinflussen den Spielverlauf, was zusätzliche Unsicherheiten schafft.

7. Endliche vs. unendliche Spiele

- **Endliche Spiele:** Die Anzahl der möglichen Spielzustände und Züge ist begrenzt. Solche Spiele können vollständig analysiert und optimal gelöst werden.
- **Unendliche Spiele:** Spiele mit potenziell unbegrenzten Spielzügen oder Zuständen, bei denen keine vollständige Analyse möglich ist.

Das 4 gewinnt Spiel ist ein kombinatorisches Spiel. Sie bieten einen idealen Rahmen, um Strategien, Entscheidungsfindung und Spieltheorie zu untersuchen. Auch weitere Spiele wie Schach, Dame, Mühle und Tic-Tac-Toe sind ebenfalls kombinatorische Spiele.

Diese folgende fünf Eigenschaften machen ein kombinatorisches Spiel aus:

1. **Zwei-Spieler-Struktur:** Kombinatorische Spiele sind auf zwei Spieler beschränkt, die abwechselnd Züge machen. Dies ermöglicht eine klare Analyse von Strategien und Gegenstrategien.
2. **Nullsummencharakter:** Der Gewinn eines Spielers entspricht exakt dem Verlust des anderen. Dies führt zu einer antagonistischen Spielsituation, in der die Interessen der Spieler direkt gegeneinander stehen.
3. **Endlichkeit:** Die begrenzte Anzahl von Zugmöglichkeiten und die Unmöglichkeit unendlicher Spielverläufe garantieren, dass jedes Spiel zu einem Abschluss kommt.
4. **Perfekte Information:** Beide Spieler haben zu jedem Zeitpunkt vollständige Kenntnis über den Spielstand. Dies eliminiert Unsicherheiten, die in Spielen mit verborgenen Informationen auftreten würden.
5. **Determinismus:** Der Ausschluss von Zufallselementen macht das Spiel vollständig vorhersehbar, sofern die Strategien der Spieler bekannt sind.

Durch diese genannten fünf Eigenschaften werden kombinatorische Spiele auch "endliches Zwei-Personen-Nullsummenspiel mit perfekter Information" genannt.

3.3 Relevante spieltheoretische Konzepte für Vier Gewinn

Mit Kapitel 3.2 wurde dargestellt, dass das 4Gewinnt ein strategisches Zwei-Personen-Spiel mit vollständiger Information ist und somit mithilfe der Spieltheorie analysieren lässt. Einige zentrale Konzepte der Spieltheorie sind besonders relevant, um die Dynamik und Strategien von 4Gewinnt zu verstehen:

Dominante Strategien:

- Eine Strategie ist dominant, wenn sie unabhängig von den Zügen des Gegners optimal ist.
- Im Spiel *Vier Gewinnt* existieren situationsabhängige dominante Strategien.
- Die Kontrolle der Mittelspalte gilt als teilweise dominante Strategie, da sie zentrale taktische und strategische Vorteile bietet.

Gleichgewichtskonzepte:

- **Nash-Gleichgewicht:** Ein Zustand, in dem keine Partei durch einseitiges Abweichen ihre Position verbessern kann.
- **Teilspielperfekte Gleichgewichte:** Strategien, die in allen Teilspielen optimal sind.
- **Minimax-Prinzip:** Eine Methode, bei der der Spieler versucht, den maximal möglichen Verlust zu minimieren.

Strategische Tiefe:

- Vorausschauendes Spiel über mehrere Züge ist entscheidend für den Erfolg.
- Erkennung und gezielte Nutzung von Zwangszügen und Zugfolgen.
- Aufbau von Drohpotentialen sowie deren effektive Abwehr.

Positionsbewertung:

- Bewertung von Spielstellungen nach strategischen Kriterien zur Einschätzung der Spielstärke.
- Identifikation kritischer Positionen, die über den Spielausgang entscheiden können.
- Analyse von Gewinnmustern und Drohungen, um mögliche Spielstrategien zu entwickeln.

Zugzwang-Situationen:

- Zugzwang beschreibt Situationen, in denen jeder mögliche Zug die eigene Position verschlechtert.
- Solche Situationen haben eine hohe strategische Bedeutung für die Spielführung.
- Methoden zur gezielten Herbeiführung von Zugzwang sind entscheidend, um den Gegner in eine nachteilige Lage zu bringen.

4 Analyse von Vier Gewinnt aus spieltheoretischer Sicht

4.1 Darstellung des Spiels in Normalform und Extensivform

Die spieltheoretische Analyse von Vier Gewinnt erfordert eine formale mathematische Darstellung des Spiels. Dabei sind zwei grundlegende Darstellungsformen von besonderer Bedeutung:

Die Extensivform stellt das Spiel als Spielbaum dar und wird durch den Tupel beschrieben $T = (N, K, P, U, h, p)$, wobei:

- N die Menge der Spieler (Spieler 1 und 2)
- K die Menge aller Knoten (Spielpositionen)
- P die Menge der Spielerpositionen
- U die Menge der Endknoten
- h die Auszahlungsfunktion
- p die Vorgängerfunktion ist

Für Vier Gewinnt ist die Extensivform besonders geeignet, da sie die sequentielle Struktur des Spiels abbildet, die perfekte Information widerspiegelt und eine intuitive Analyse von Zugfolgen ermöglicht.

Die Normalform hingegen repräsentiert das Spiel als Matrix $G=(N,S,u)$, mit:

- N als Menge der Spieler
- S als Menge der Strategieprofile
- u als Auszahlungsfunktion

Die mathematische Beschreibung des Spielbaums erfolgt durch: $T = (V,E,v_0)$ wobei :

V die Menge aller Knoten

E die Menge der Kanten (mögliche Züge)

v_0 der Wurzelknoten (Ausgangsposition) ist

Die Darstellung in Normalform ist aufgrund der hohen Anzahl möglicher Strategien sehr umfangreich und für praktische Analysen weniger geeignet. Die Größe der Normalform-Matrix wächst exponentiell mit der Spieltiefe.

4.2 Strategien und Gleichgewichte

4.3 Komplexität des Spielbaums

5 Lösungsansätze für Vier Gewinnt

5.1 Optimale Strategien

5.2 Heuristische Ansätze

5.3 Computergestützte Lösungen und Algorithmen

6 Anwendung der Spieltheorie auf Vier Gewinnt

6.1 Analyse von Spielsituationen

6.2 Berechnung von Gewinnwahrscheinlichkeiten

6.3 Entwicklung von Spielstrategien

7 Zusammenfassung

Auf zwei bis drei Seiten soll auf folgende Punkte eingegangen werden:

- Welches Ziel sollte erreicht werden
- Welches Vorgehen wurde gewählt
- Was wurde erreicht, zentrale Ergebnisse nennen, am besten quantitative Angaben machen
- Konnten die Ergebnisse nach kritischer Bewertung zum Erreichen des Ziels oder zur Problemlösung beitragen
- Ausblick

In der Zusammenfassung sind unbedingt klare Aussagen zum Ergebnis der Arbeit zu nennen. Üblicherweise können Ergebnisse nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ benannt werden, z. B. „... konnte eine Effizienzsteigerung von 12 % erreicht werden.“ oder „... konnte die Prüfdauer um 2 h verkürzt werden“.

Die Ergebnisse in der Zusammenfassung sollten selbstverständlich einen Bezug zu den in der Einleitung aufgeführten Fragestellungen und Zielen haben.

Literaturverzeichnis

[Has20] SA Hasbro. *Das Originale 4 Gewinnt Anleitung*. Hasbro Gaming, 2020.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Vier rote Steine diagonal	3
2.2	Vier rote Steine in Reihe senkrecht	3
2.3	Vier rote Steine in Reihe waagrecht	4
2.4	Unentschieden	4

Tabellenverzeichnis

1	Anforderungsliste W-Wünsch F-Forderung	22
---	--	----

Besprechungsnotizen

.1 9.Oktober.2024

- Spieltheorie erfassen
- Speicherplatz im uController wird begrenzt sein
- Spielalgorithmus (wann wird geschaut wo Steine liegen - immer das ganze Feld abcannen?)
- Zeitplan erstellen
- <https://education.lego.com/de-de/downloads/spike-app/software/>

• Zeitplan

- KW42: Literaturrecherche, Erstellung eines groben Konzeptes (Skizzen, Funktionsweise)
- KW43: Zusammenbau des Roboters, Tests der mechanischen Komponenten (schrittweise Ansteuerung)
- KW44:

Anforderungsliste

Tabelle 1: Anforderungsliste W-Wünsch F-Forderung

Nr	Anforderung an das System	F/W
Allgemein		
-	Lage der Steine erkennen	F
-	Das Ende des Speils erkennen	F
-	Beweglich - Steine in jede Spalte	F
-	Magazin für Steine	F
-	Immer nur ein Stein pro Spielzug	F
-	Abwarten bis der Gegner sein Zug beendet hat	F
-	Begrenzungen des Spielfeld erkennen	F
-		F
-		F
-		F