

# Linguagens Formais e Autômatos

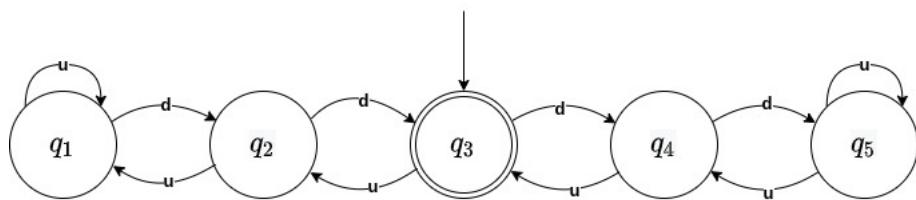
## Lista - Unidade 1

**Aluno:** Pedro Henrique Wilfride de Lima Boussiengui

**Matrícula:** 20200149256

### List 1: Autômatos Finitos Determinísticos

Questão 1:



Questão 2:

a)

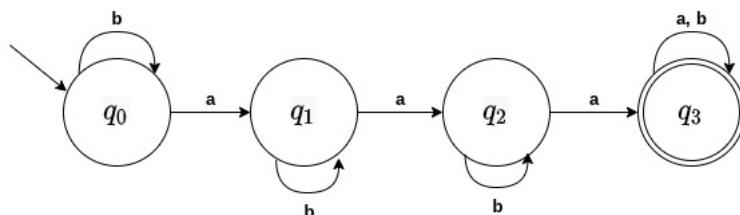
Separando a linguagens complexa em linguagens mais simples.

$A_1: \{w, w \text{ tem pelo menos três as}\}$

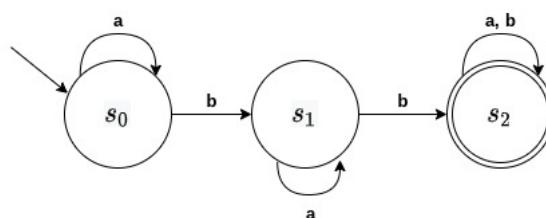
$A_2: \{w, w \text{ tem pelo menos dois bs}\}$

AFD's das linguagens  $A_1$  e  $A_2$ .

$M_1 \therefore A_1:$



$M_2 \therefore A_2:$



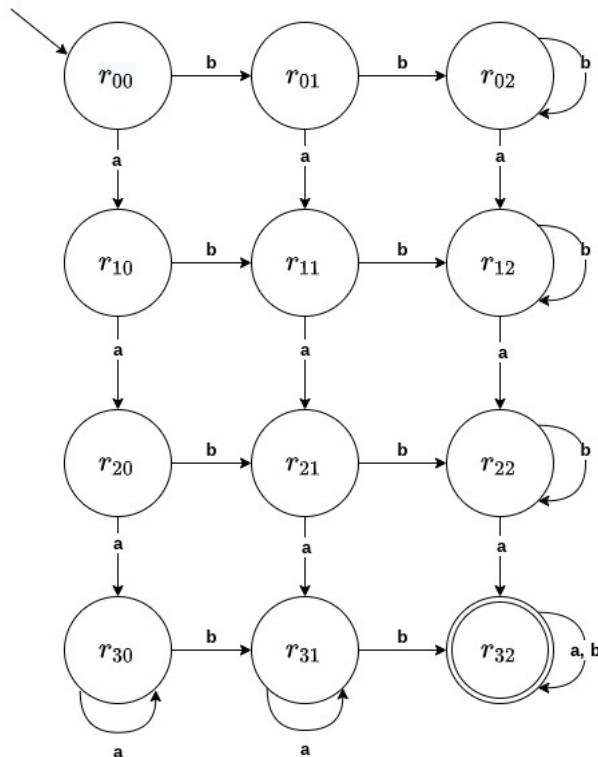
Definido  $M = M1$  e  $M2$

$$Q = \{r_{00}, r_{01}, r_{02}, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{20}, r_{21}, r_{30}, r_{30}, r_{31}, r_{32}\}$$

$$\sum = \{a, b\}$$

$\delta$  é definido pela seguinte tabela

<b>M</b>	<b>a</b>	<b>b</b>
$r_{00}$ (start)	$r_{10}$	$r_{01}$
$r_{01}$	$r_{11}$	$r_{02}$
$r_{02}$	$r_{12}$	$r_{02}$
$r_{10}$	$r_{20}$	$r_{11}$
$r_{11}$	$r_{21}$	$r_{12}$
$r_{12}$	$r_{22}$	$r_{12}$
$r_{20}$	$r_{30}$	$r_{21}$
$r_{21}$	$r_{31}$	$r_{22}$
$r_{22}$	$r_{32}$	$r_{22}$
$r_{30}$	$r_{30}$	$r_{31}$
$r_{31}$	$r_{31}$	$r_{32}$
$r_{32}$ (end)	$r_{32}$	$r_{32}$



b)

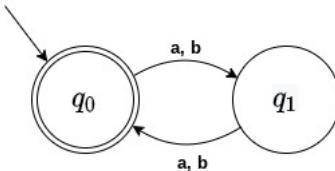
Separando a linguagens complexa em linguagens mais simples.

$A_1$ :  $\{w, w \text{ tem um comprimento par.}\}$

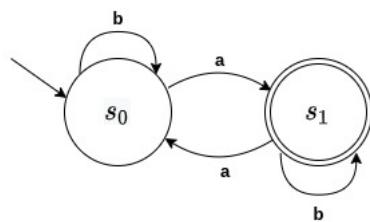
$A_2$ :  $\{w, w \text{ tem um número ímpar de as.}\}$

AFD's das linguagens  $A_1$  e  $A_2$ .

$M_1 \therefore A_1$ :



$M_2 \therefore A_2$ :



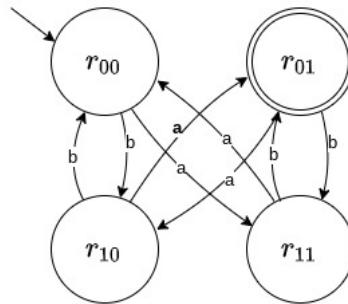
Definido  $M = M_1 \cup M_2$

$Q = \{r_{00}, r_{01}, r_{10}, r_{11}\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$\delta$  é definido pela seguinte tabela

M	a	b
$r_{00}$ (start)	$r_{11}$	$r_{10}$
$r_{01}$ (end)	$r_{10}$	$r_{11}$
$r_{10}$	$r_{01}$	$r_{00}$
$r_{11}$	$r_{00}$	$r_{01}$



c)

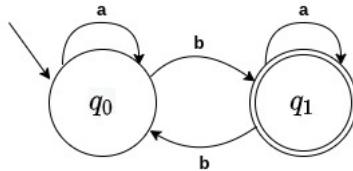
Separando a linguagens complexa em linguagens mais simples.

$A_1$ :  $\{w, w \text{ tem um número ímpar de bs.}\}$

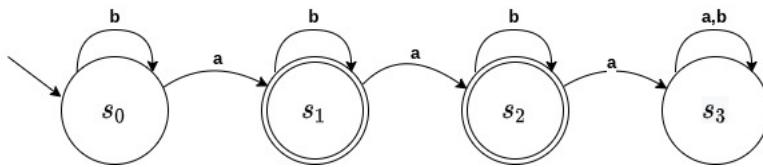
$A_2$ :  $\{w, w \text{ tem um ou dois as.}\}$

AFD's das linguagens  $A_1$  e  $A_2$ .

$M_1 \therefore A_1$ :



$M_2 \therefore A_2$ :



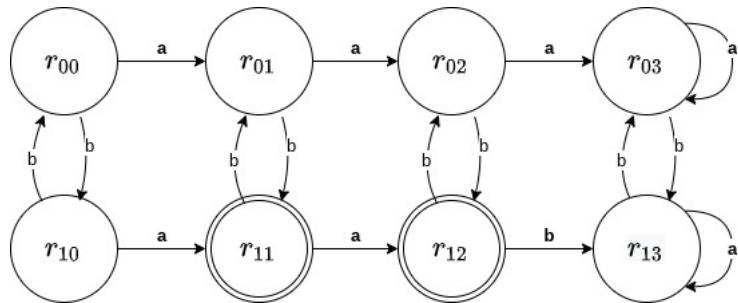
Definido  $M = M1$  e  $M2$

$$Q = \{r_{00}, r_{01}, r_{02}, r_{03}, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}\}$$

$$\sum = \{a, b\}$$

$\delta$  é definido pela seguinte tabela

M	a	b
$r_{00}$ (start)	$r_{01}$	$r_{10}$
$r_{01}$	$r_{02}$	$r_{11}$
$r_{02}$	$r_{03}$	$r_{12}$
$r_{03}$	$r_{03}$	$r_{13}$
$r_{10}$	$r_{11}$	$r_{00}$
$r_{11}$ (end)	$r_{12}$	$r_{01}$
$r_{12}$ (end)	$r_{13}$	$r_{02}$
$r_{13}$	$r_{13}$	$r_{03}$



d)

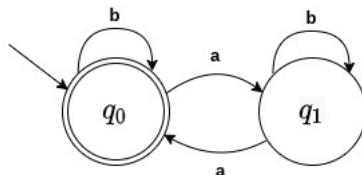
Separando a linguagens complexa em linguagens mais simples.

$A_1$ :  $\{w, w \text{ tem um número par de as.}\}$

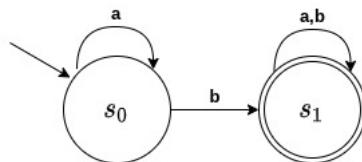
$A_2$ :  $\{w, w \text{ tem pelo menos um b.}\}$

AFD's das linguagens  $A_1$  e  $A_2$ .

$M_1 \therefore A_1$ :



$M_2 \therefore A_2$ :



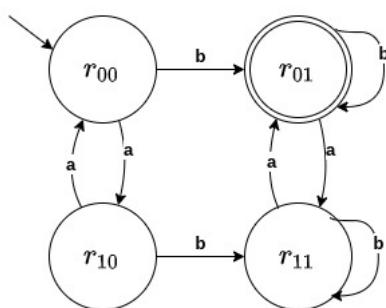
Definido  $M = M_1 \cup M_2$

$Q = \{r_{00}, r_{01}, r_{10}, r_{11}\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$\delta$  é definido pela seguinte tabela

M	a	b
$r_{00}$ (start)	$r_{10}$	$r_{01}$
$r_{01}$ (end)	$r_{11}$	$r_{01}$
$r_{10}$	$r_{00}$	$r_{11}$
$r_{11}$	$r_{01}$	$r_{11}$



**Questão 3: a)**

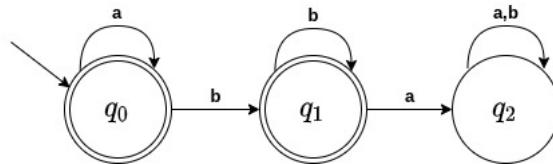
Separando a linguagens complexa em linguagens mais simples.

$A_1: \{w, w \text{ não contém ab.}\}$

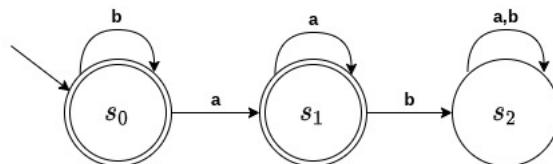
$A_2: \{w, w \text{ não contém ba.}\}$

AFD's das linguagens  $A_1$  e  $A_2$ .

$M_1 \therefore A_1:$

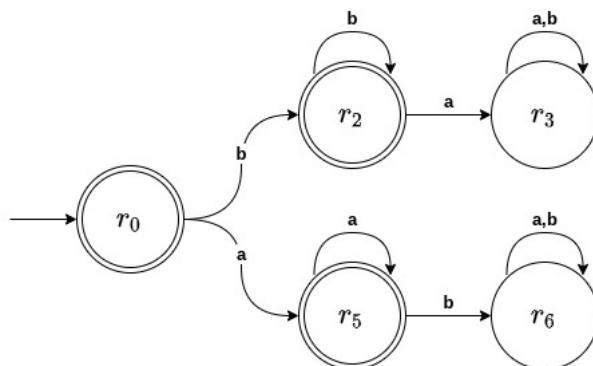


$M_2 \therefore A_2:$



Definido  $M = M_1 \cup M_2$

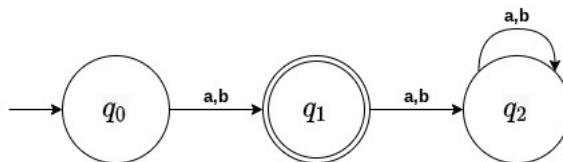
, temos que



b)  $L = \{w, w \text{ é qualquer cadeia, exceto a e b}\}$

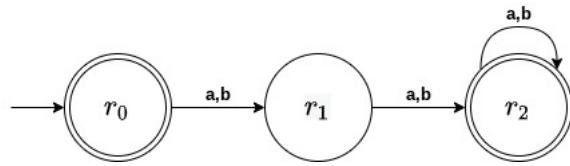
Podemos definir  $L'$  como sendo o complemento de  $L$ , tal que  $L' = \{w, w \text{ apenas as cadeias a e b}\}$ .

$M_1 \therefore L:$



A AFD para o completo pode ser obtida apenas invertendo os estados normais para estados de aceitação e vice-versa.

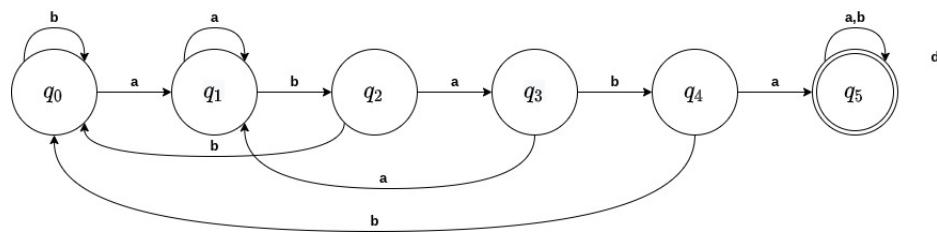
$M_2 \therefore L':$



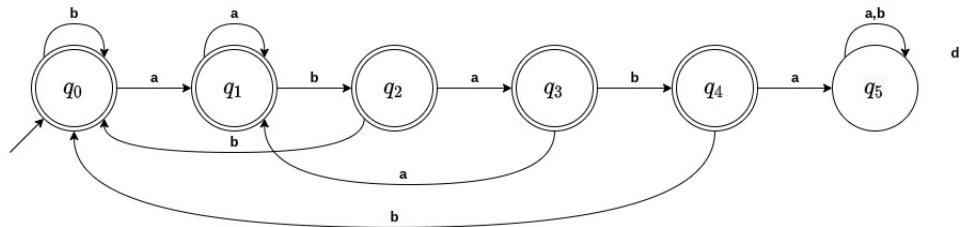
c)  $L = \{w, w \text{ não contém a substring } ababa\}$

Podemos definir  $L'$  como sendo o complemento de  $L$ , tal que  $L' = \{w, w \text{ contém a substring } ababa\}$ .

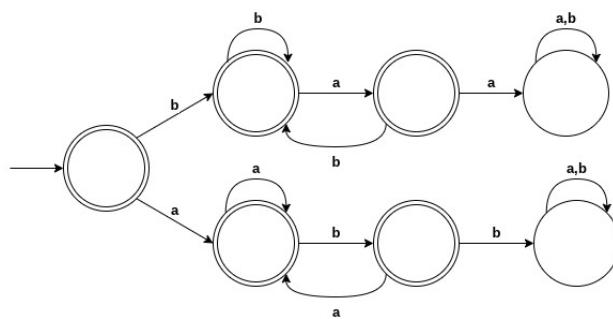
$M_1 \therefore L$ :



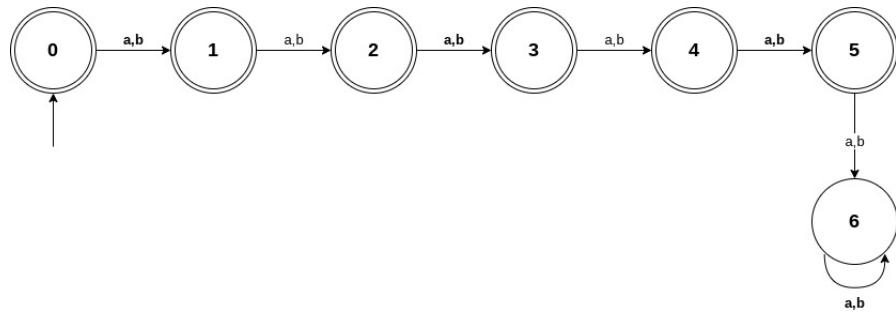
$M_1 \therefore L'$ :



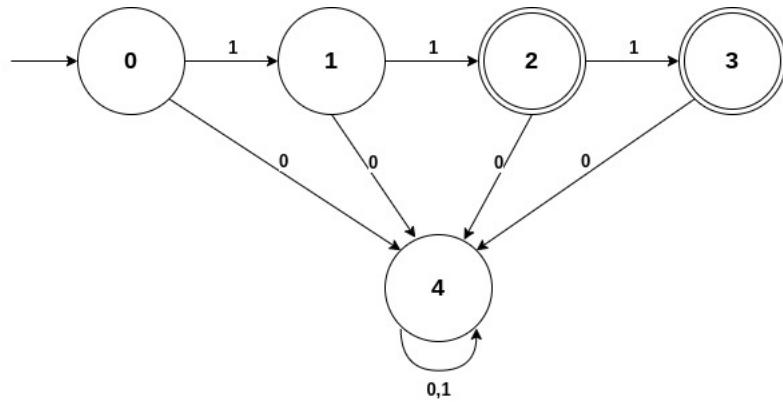
d)  $L = \{w, w \text{ não possui um número par de as ou de bs}\}$



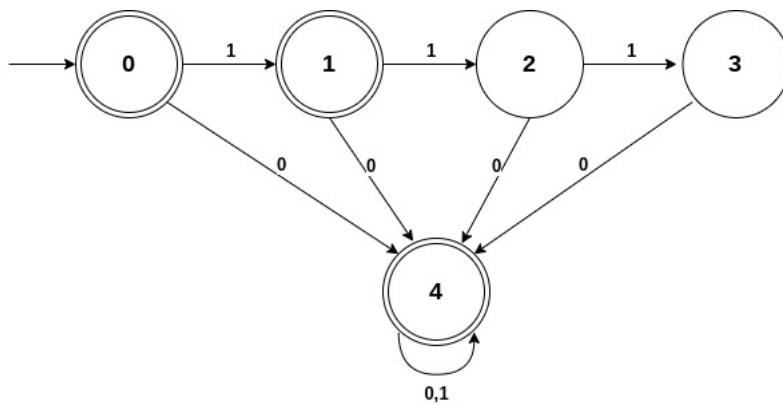
Questão 4 a)  $L = \{w, \|w\| \leq 5\}$



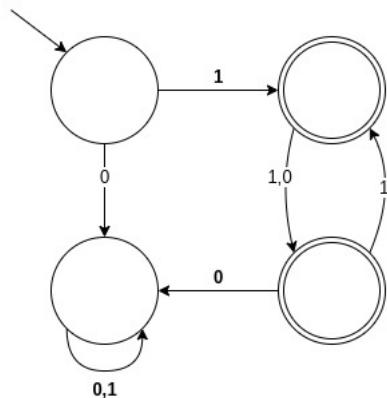
b)  $L = \{w, w \text{ é qualquer cadeia, exceto } 11 \text{ e } 111\}$   
 $M_1 \therefore L:$



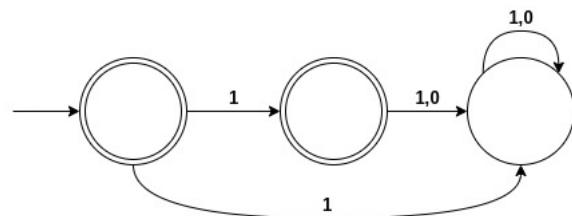
$M_1 \therefore L':$



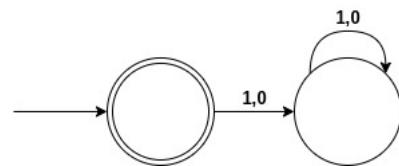
c)  $L = \{w, \text{ toda posição ímpar em } w \text{ é } 1\}$



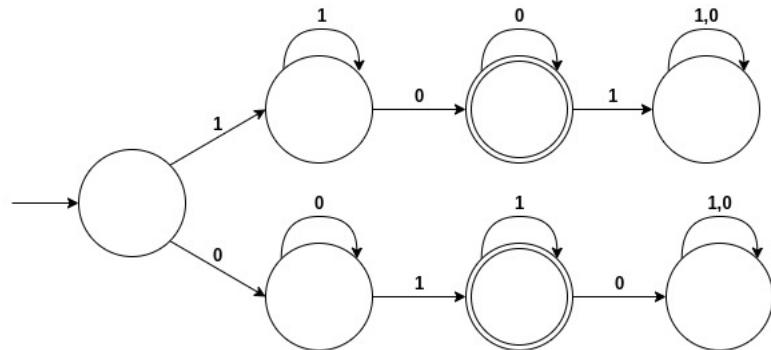
d)  $L = \{\epsilon, 0\}$



e)  $L = \emptyset$



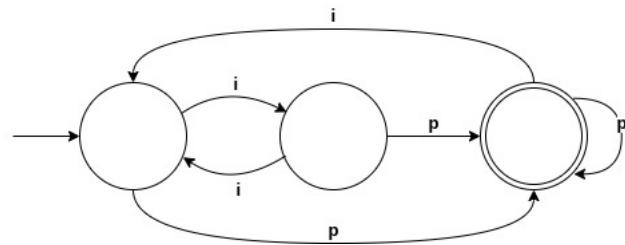
g)  $L = \{w, w \text{ possui qualquer quantidade de simbolos 0 concatenado com qualquer quantidade de simbolos 1}\}$



5:  $\sum = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

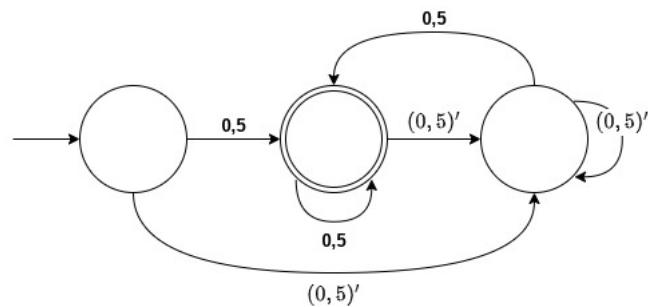
a)  $L=\{w, w \text{ é inteiro par}\}$

Vamos definir  $p = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ , ou seja os pares, e  $i = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Tendo isso em vista, a AFD para essa questão é

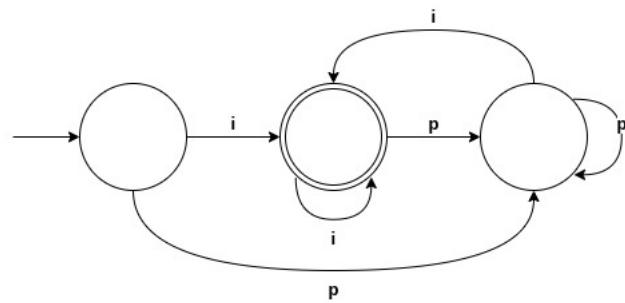


b)  $L=\{w, w \text{ é inteiro divísivel por } 5\}$

Definindo  $(0, 5)'$  como sendo qualquer símbolo que não é zero nem cinco, temos



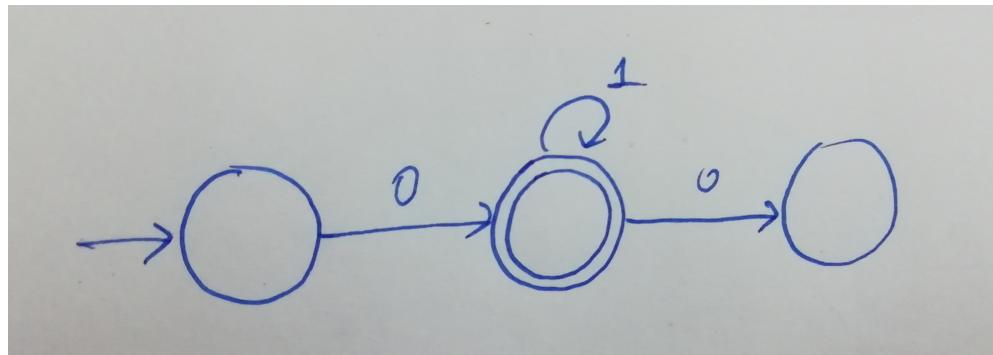
c)  $L=\{w, w \text{ é inteiro ímpar}\}$



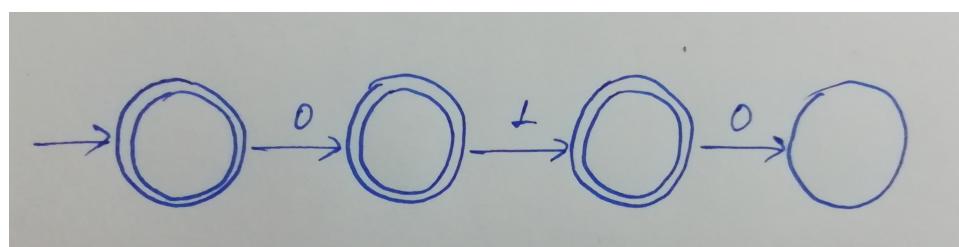
## **Lista 2: Autômatos Finitos Não-Determinísticos**

**Questão 1**  $\Sigma = \{0, 1\}$

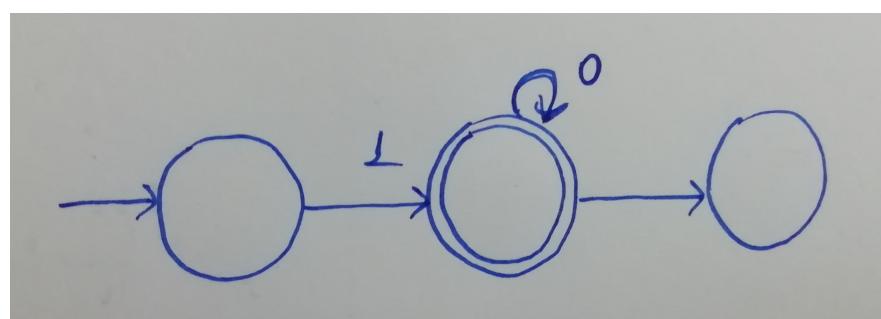
- a) Contendo apenas um simbolo 0



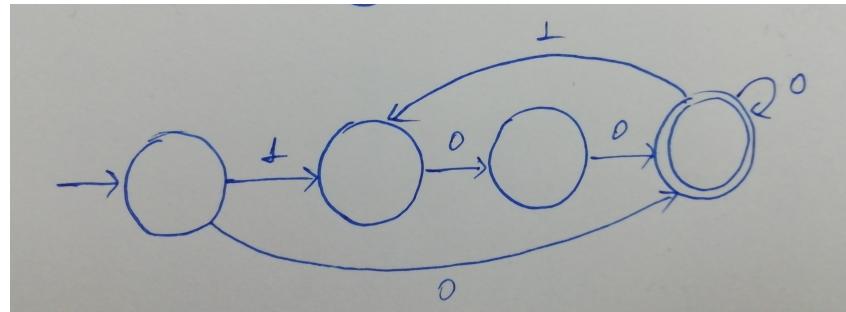
- b) Que não contenham a subcadeia 010



- c) Contendo apenas um simbolo 1

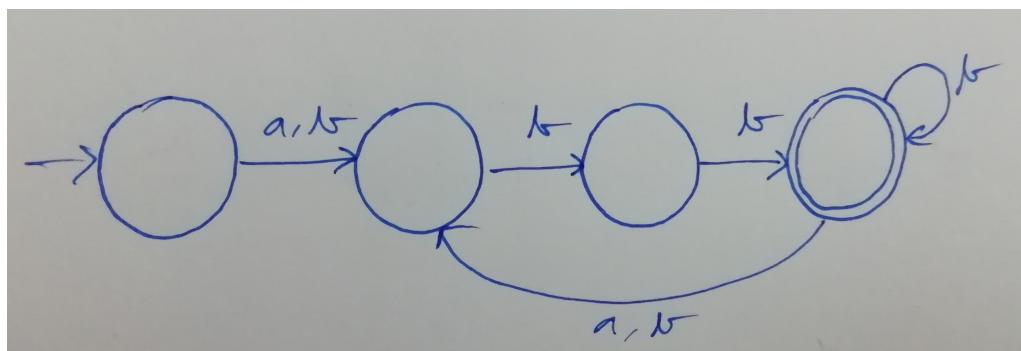


- d) Que cada subcadeia 1 é seguida pela subcadeia 00

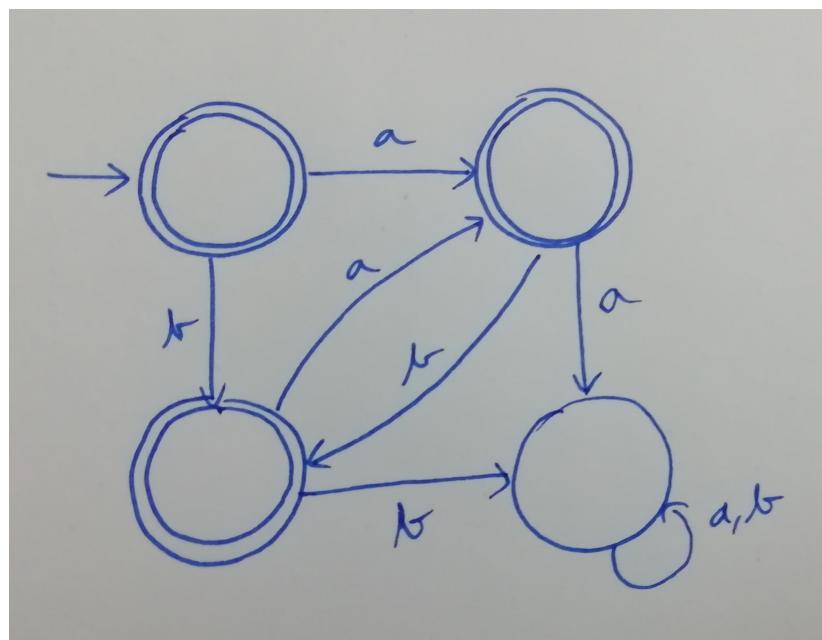


**Questão 2**  $\Sigma = \{a, b\}$

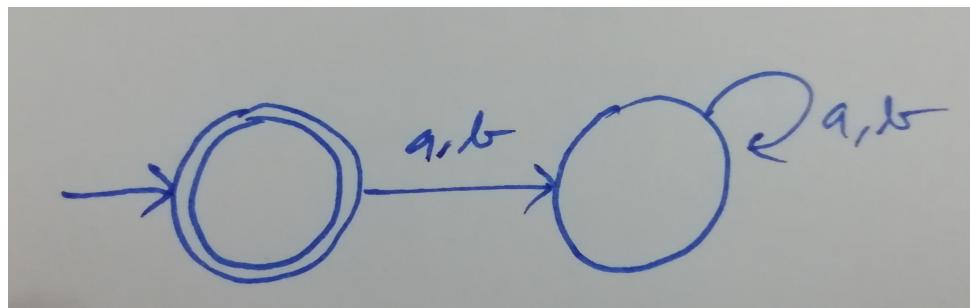
a) cadeias que todo simbolo deve ser seguido por pelo menos dois bs



b) cadeias que não possuam dois simbolos iguais seguidos

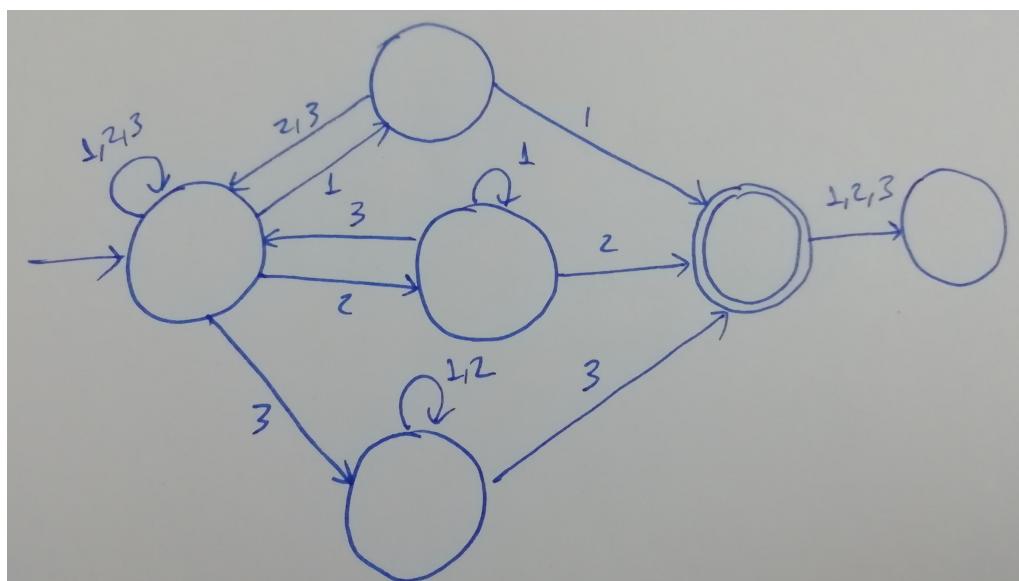


c) Cadeia vazia



d) Linguagem vazia

### Questão 3



### Questão 4

a)

$$L = (a, ab)$$

b)

$L = \{w, w \text{ qtde. ímpar de } 0 \text{ concatenado com } \lambda \text{ concatenado com uma qtde. ímpar de } 1\}$

c)

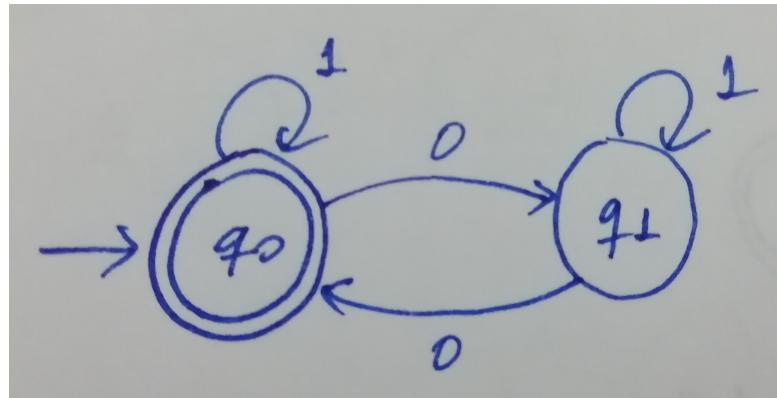
$L = \{w, w \lambda \text{ concatenado com uma cadeia que possui pelo menos dois } 1 \text{ ou qtde. ímpar de } 0\}$

d)

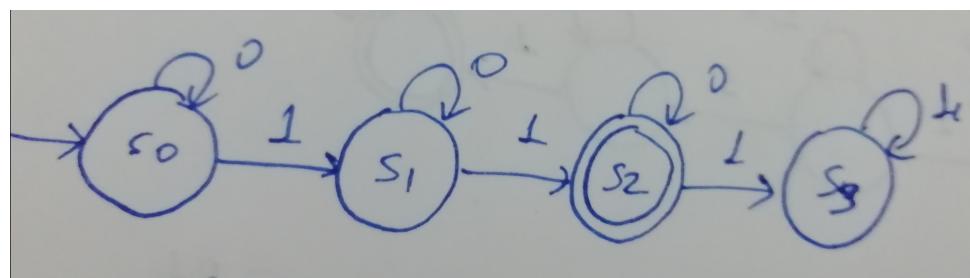
$L = \{w, w \text{ é uma sequência de pelo menos } 2 \text{ símbolos onde o último símbolo é obrigatoriamente maior que o penúltimo}\}$

### Questão 5

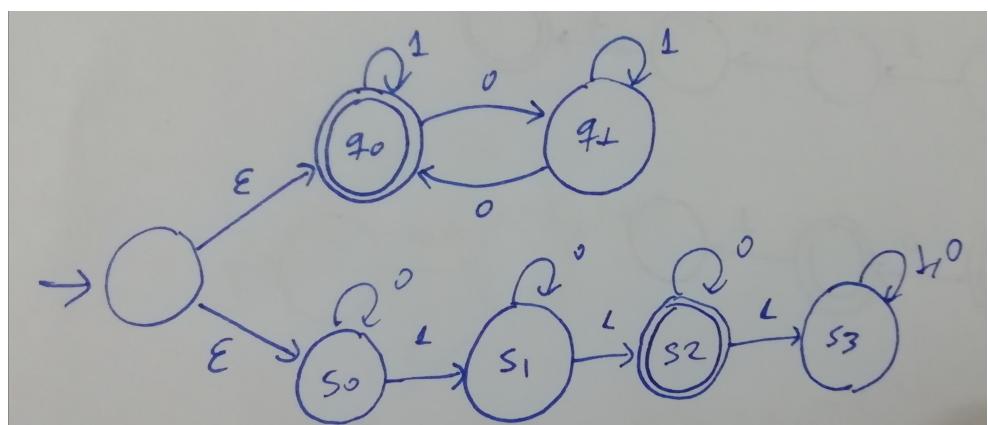
a) Contém um número par de zeros ou exatamente dois 1  
 $M_1 \therefore L_1$



$M_2 \therefore L_2$

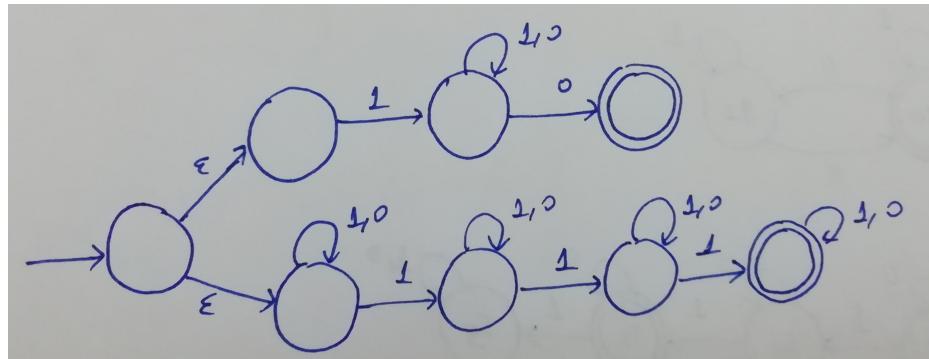


$M \therefore M_1 \cup M_2$

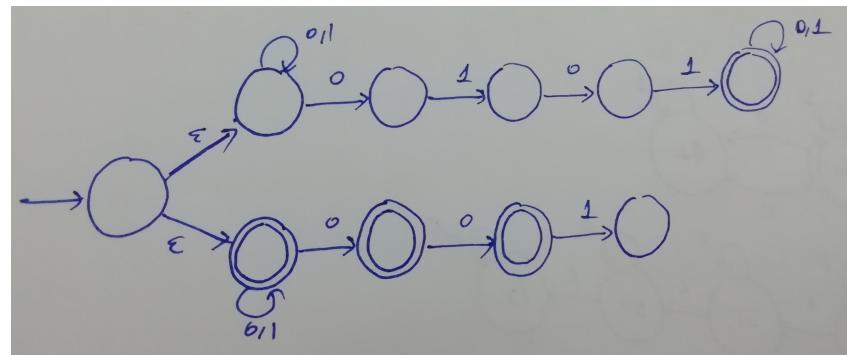


### Questão 6

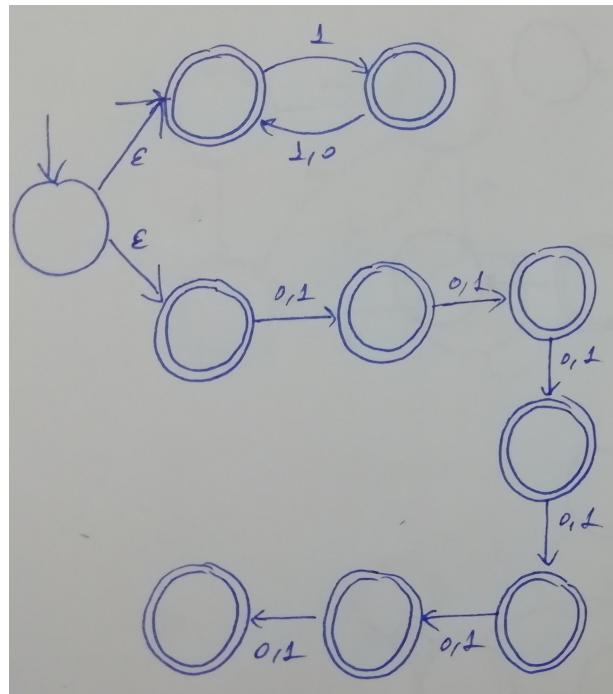
a)  $\{w, w \text{ começa em } 1 \text{ e termina com um } 0\}$  ou  $\{w, w \text{ contém pelo menos três símbolos } 1\}$



b)  $\{w, w \text{ contém a subcadeia } 0101\}$  ou  $\{w, w \text{ não contém a subcadeia } 001\}$

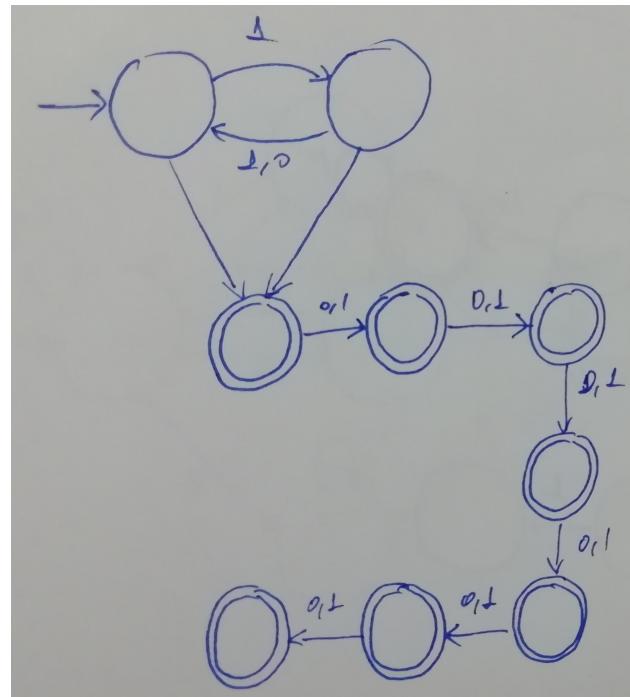


c)  $\{w, w \text{ toda posição ímpar é um } 1\}$  ou  $\{w, \|w\| \geq 6\}$

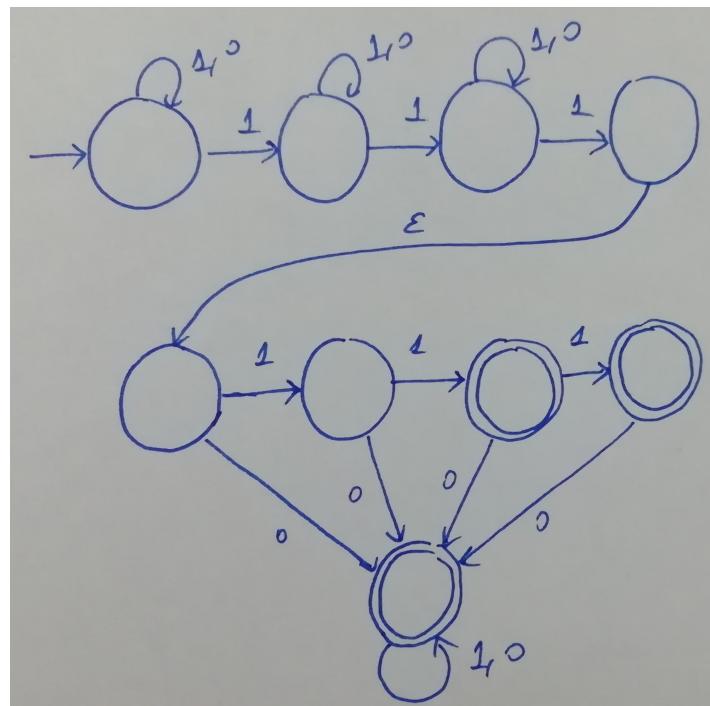


## Questão 7

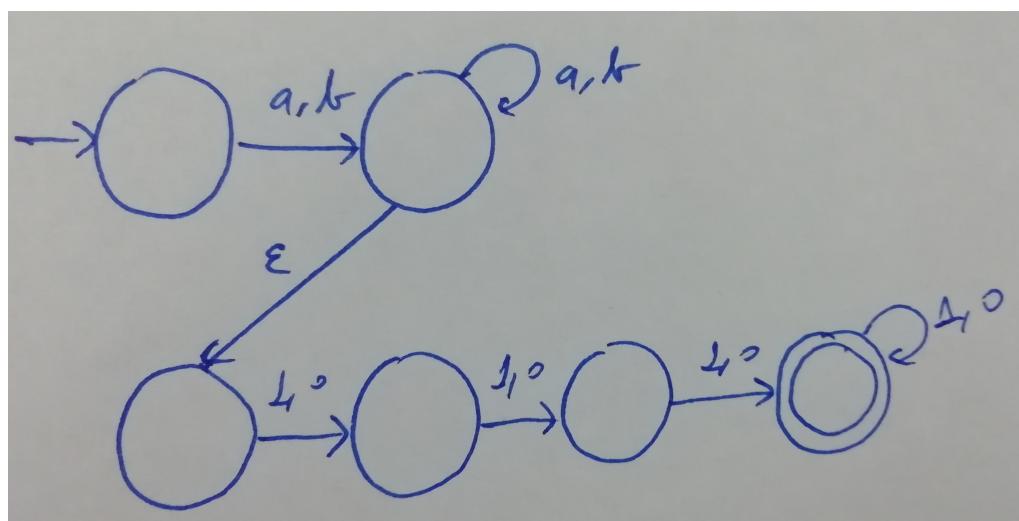
a)  $\{w, w \text{ toda posição ímpar é um } 1\}$  com  $\{w, \|w\| \leq 6\}$



**b)**  $\{w, w \text{ contém pelo menos três } 1\text{s}\}$  com  $\{w, w \text{ é qualquer subcadeia exceto } 11 \text{ e } 111\}$

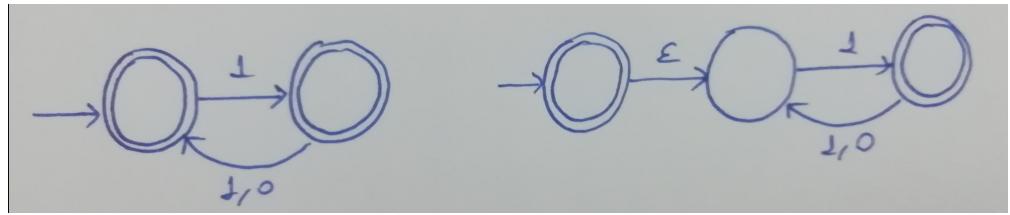


- c) Todas as cadeias exceto a vazia com  $\{w, w \text{ tem comprimento pelo menos } 3 \text{ e seu terceiro símbolo é um } 0\}$

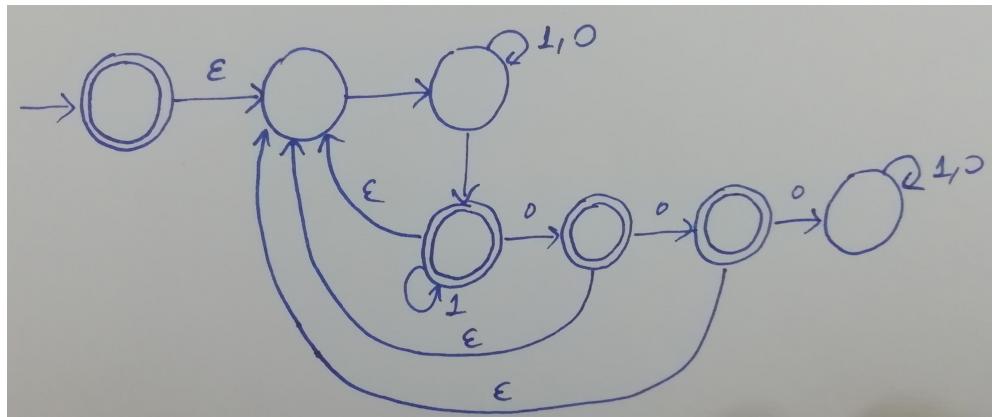


### Questão 8

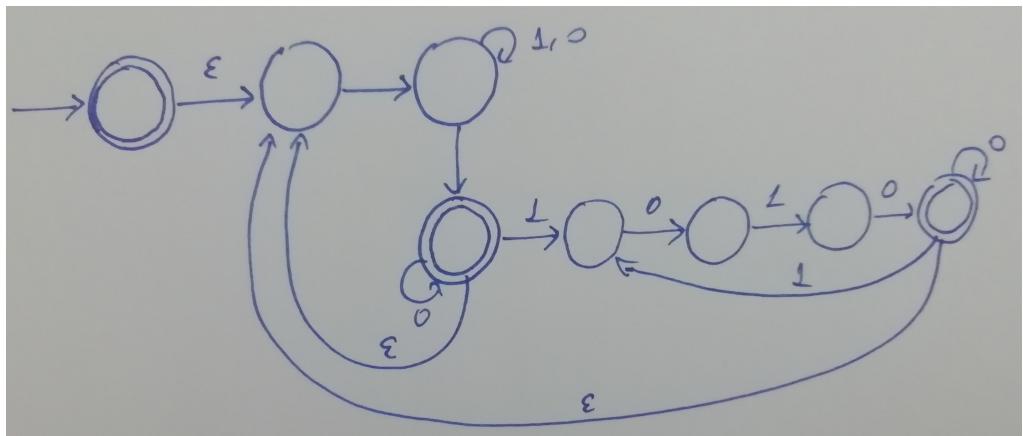
- a)  $\{w, w \text{ toda posição ímpar é um } 1\}$



b)  $\{w, w \text{ começa por } 0 \text{ e não possui a subcadeia } 000\}$



c)  $\{w, w \text{ começa por } 1 \text{ e todo símbolo } 1 \text{ é seguido pela subcadeia } 010\}$



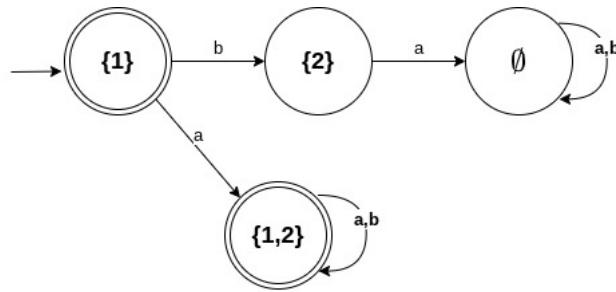
### Questão 11

a)

$\delta$	a	b
{1}	{1,2}	{2}
{2}	$\emptyset$	{1}

$$\begin{aligned}
\delta'(\{1\}, a) &= \delta\{(1, a)\} = \{1, 2\} \\
\delta'(\{1\}, b) &= \delta\{(1, b)\} = \{2\} \\
\delta'(\{2\}, a) &= \delta\{(2, a)\} = \emptyset \\
\delta'(\{2\}, b) &= \delta\{(2, b)\} = \{1\} \\
\delta'(\{1, 2\}, a) &= \delta\{(1, a)\} \cup \delta\{(2, a)\} = \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\} \\
\delta'(\{1, 2\}, b) &= \delta\{(1, b)\} \cup \delta\{(2, b)\} = \{2\} \cup \{1\} = \{1, 2\}
\end{aligned}$$

$\delta'$	a	b
{1}	{1,2}	{2}
{2}	$\emptyset$	{1}
{1,2}	{1,2}	{1,2}
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$



## **Lista 3: Expressões Regulares**

### **Questão 1**

- a) Cadeias que não possuem dois simbolos 0 consecutivos

$$((10 \cup 01)1^*)^*$$

- b) Cadeias de tamanho ímpar

$$((0 \cup 1)^+(0 \cup 1)^+)^*(0 \cup 1)$$

- c) Cadeias que contenham um número par de 0

- d) Cada subcadeia 11 é seguida pela subcadeia 00

### **Questão 2**

- a)

- b) Cadeias que não possuam dois simbolos iguais seguidos

$$a(ba)^*b \cup b(ab)^*a$$

- c)

- d)

- e) Cadeias onde o antepenúltimo simbolo é o a

$$(a \cup b)^*a(a \cup b)(a \cup b)$$

### **Questão 3**

- a) A linguagem  $\{w, w \text{ termina em } 00\}$

$$(0 \cup 1)^*00$$

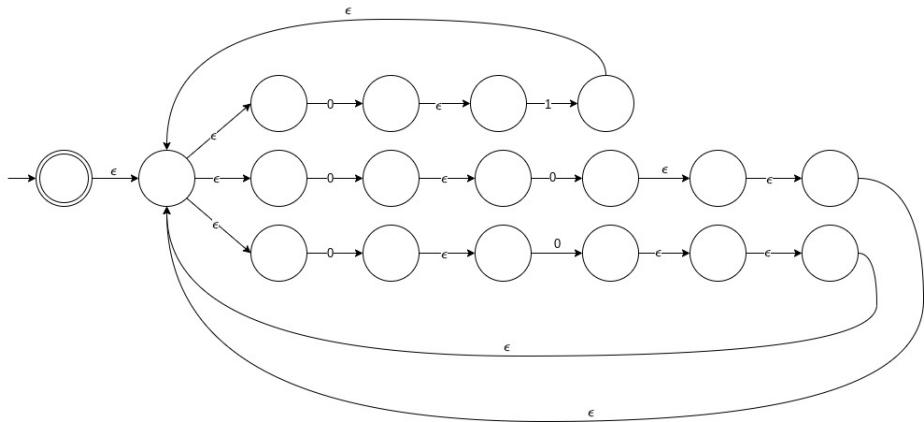
- b) A linguagem  $\{w, w \text{ contém a subcadeia } 0101\}$

$$(0 \cup 1)^*0101(0 \cup 1)^*$$

- c)

### **Questão 4**

- a) AFN para a linguagem  $(01 \cup 001 \cup 010)^*$



**Questão 5**

- a)  $\{w, w \text{ comece em } 1 \text{ e termine em } 0\}$

$$1(0 \cup 1)^*0$$

- b)  $\{w, w \text{ não contém a subcadeia } 110\}$

- c)  $\{w, \|w\| \leq 5\}$

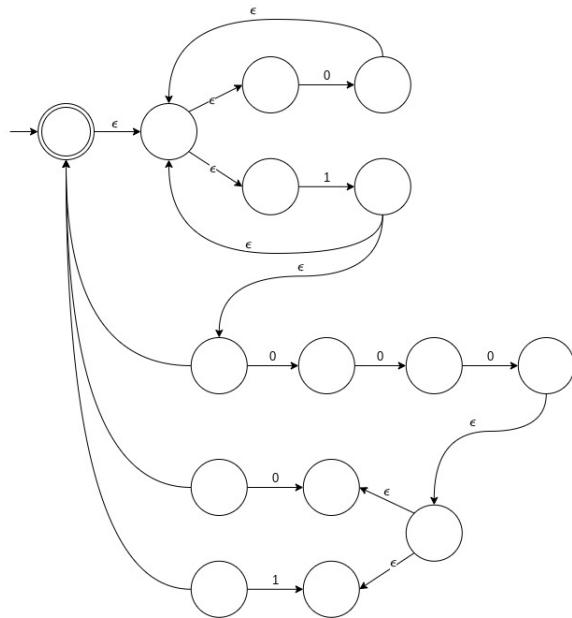
$$\emptyset \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3 \cup \Sigma^4 \cup \Sigma^5$$

- d) Todas as cadeias exceto a vazia

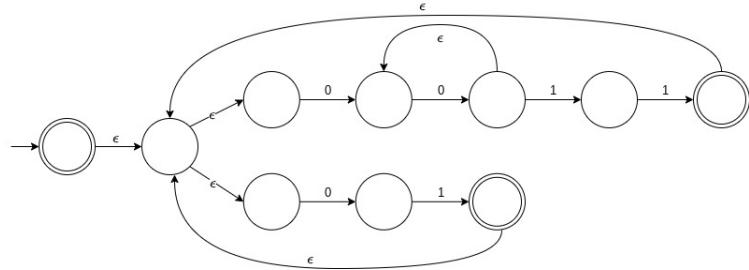
$$(0 \cup 1)(0 \cup 1)^*$$

**Questão 6**

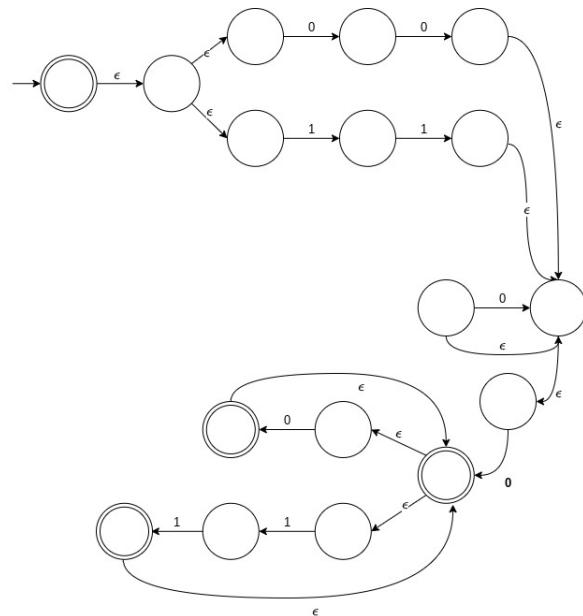
- a)  $(0 \cup 1)^*000(0 \cup 1)^*$



b)  $((00)^*(11)) \cup 01)^*$

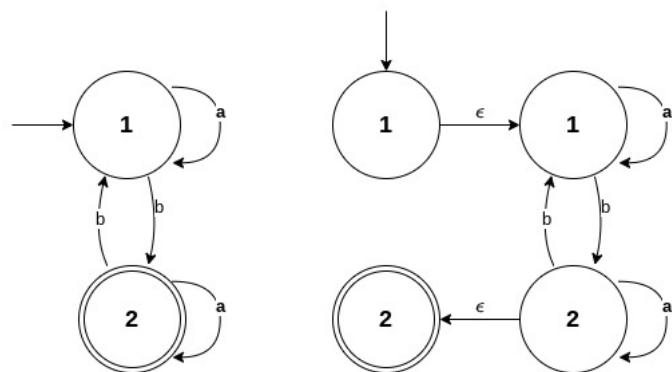


b)  $(00 \cup 11)0^*0(0 \cup 11)^*$



### Questão 7

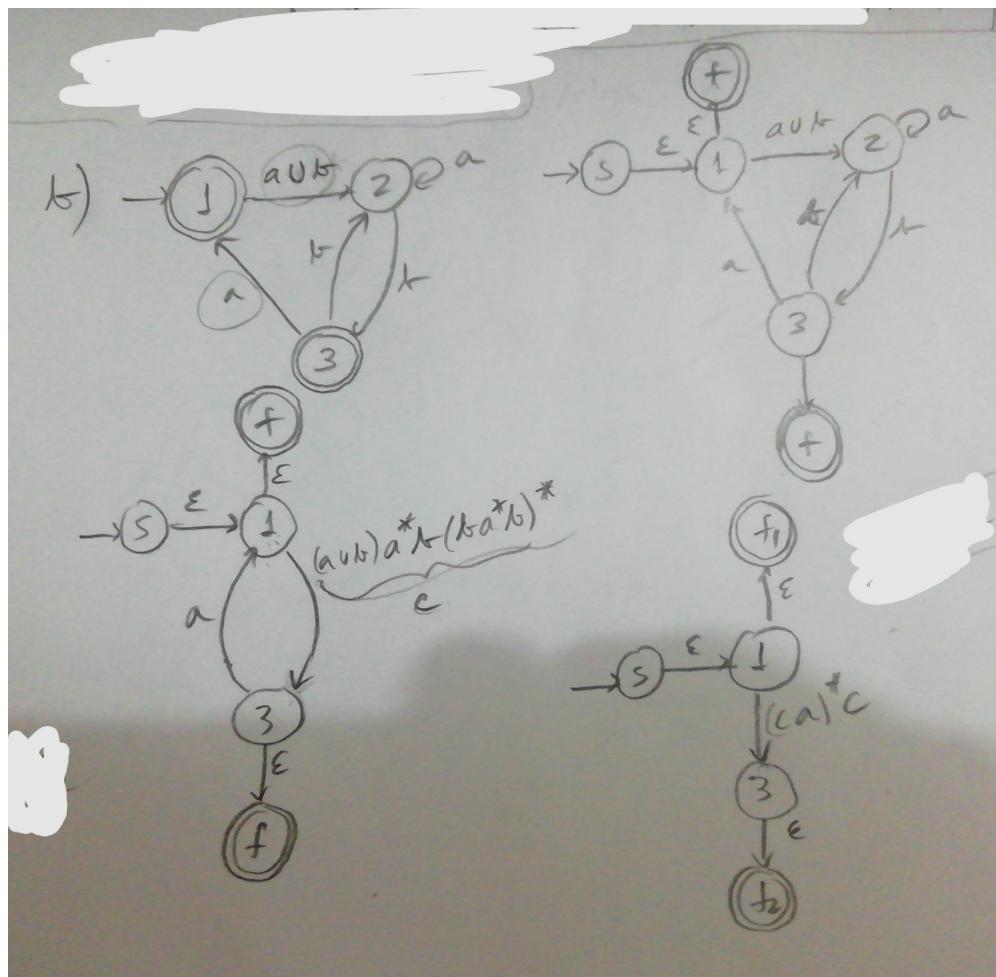
a) *obs.:* O estado inicial não pode ter nenhuma seta chegando nele e o estado de aceitação não pode ter nenhuma seta saindo dele.



Logo, a expressão regular para a AFN é

$$a^*(b^+b^+)^*ba^*$$

b)



$$c = (a \cup b)a^*b(ba * b)^*$$

$$(ca)^*c \cup \epsilon$$

## **Lista 4: Gramática Livre do Contexto**

**Questão 1**

- a)  $\{w, W \text{ contém pelo menos três } 1\}$

$$S \rightarrow R1R1R$$

$$R \rightarrow 0R|1R|\epsilon$$

- b)  $\{w, W \text{ começa e termina com o mesmo simbolo}\}$

$$A \rightarrow 0B0|1B1$$

$$B \rightarrow 0B|1B|\epsilon$$

- c)  $\{w, w^R\}$

$$S \rightarrow 0R0|1R1$$

$$R \rightarrow 0R0|1R1|\epsilon$$

- d)  $\{w, \|w\| \bmod 2 \neq 0\}$

$$S \rightarrow 0|1|0S0|0S1|1S0|1S1$$

**Quadro de questões não feitas**

**Lista 1:** 6, 7

**Lista 2:** 9,10,12,13

**Lista 3:** 8,9,10

**Lista 4:** 2,3,4,5,6,7