

Exercício 1 — Portal

O que é um inverso?

Lembre-se que um número multiplicado pelo seu inverso é igual a 1. De aritmética básica, sabemos que:

- O inverso de um número A é $1/A$ desde $A * 1/A = 1$

por exemplo, o inverso de 5 é $1/5$

- Todos os números reais diferentes de 0 têm um inverso
- Multiplicar um número pelo inverso de A é o mesmo que dividir por A

por exemplo, $10/5$ é o mesmo que $10 * 1/5$

O que é um inverso modular?

Em aritmética modular não temos uma operação de divisão. No entanto, temos inversos modulares.

- O inverso modular de $A \pmod{C}$ é A^{-1}
- $(A * A^{-1}) \equiv 1 \pmod{C}$ ou, de forma equivalente, $(A * A^{-1}) \bmod C = 1$
- Apenas os números primos de C (números que não compartilham fatores primos com C) têm um inverso modular \pmod{C}

Como encontrar um inverso modular

Um método simples de encontrar um inverso modular para $A \pmod{C}$ é:

passo 1. Calcule $A * B \bmod C$ para valores de B de 0 a $C-1$

passo 2. O inverso modular de $A \bmod C$ é o valor de B que faz $A * B \bmod C = 1$

Perceba que o termo $B \bmod C$ pode ter somente um valor inteiro entre 0 e $C-1$, então testar valores maiores para B é redundante.

Exemplo: $A=3$ $C=7$

Passo 1. Calcule $A * B \bmod C$ para valores de B entre 0 e $C-1$

$$3 * 0 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$3 * 1 \equiv 3 \pmod{7}$$

$$3 * 2 \equiv 6 \pmod{7}$$

$$3 * 3 \equiv 9 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$3 * 4 \equiv 12 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$3 * 5 \equiv 15 \pmod{7} \equiv 1 \pmod{7} \quad \text{<----- ENCONTROU O INVERSO!}$$

$$3 * 6 \equiv 18 \pmod{7} \equiv 4 \pmod{7}$$

Passo 2. O inverso modular de A mod C é o valor de B que faz $A * B \pmod{C} = 1$

5 é o inverso modular de 3 mod 7, já que $5 * 3 \pmod{7} = 1$

Simples!

Vamos fazer mais um exemplo no qual não encontramos um inverso.

Exemplo: A=2 C=6
Passo 1. Calcule $A * B \pmod{C}$ para valores de B entre 0 e C-1

$$2 * 0 \equiv 0 \pmod{6}$$

$$2 * 1 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$2 * 2 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$2 * 3 \equiv 6 \equiv 0 \pmod{6}$$

$$2 * 4 \equiv 8 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$2 * 5 \equiv 10 \equiv 4 \pmod{6}$$

Passo 2. O inverso modular de A mod C é o valor de B que faz $A * B \pmod{C} = 1$

Nenhum valor de B faz $A * B \pmod{C} = 1$. Portanto, A não tem um inverso modular (mod 6).

Isso acontece porque 2 não é primo de 6 (eles compartilham o fator primo 2).

Formato de Entrada

A primeira linha da entrada contém T, o número de casos de teste.

Cada caso de teste contém A e C.

Restrições:

$$1 \leq T \leq 1000$$

$$1 \leq A \leq 10000$$

$$1 \leq C \leq 1000$$

Ex:

4

7 100

19 101
10000 29
9 3

Formato de Saída

Para cada caso:

- Se A e C compartilharem fatores primos, então imprima "Caso X: muito difícil"
- Caso contrário, imprima "Caso X: Y"

Onde X é o número do caso atual, começando em 1, e Y é o inverso modular de a mod p.

Ex:

Caso 1: 43

Caso 2: 16

Caso 3: 23

Caso 4: muito difícil

//cursor aqui

Exemplos

Entrada ([download](#)):

4
7 100
19 101
10000 29
9 3

Saída ([download](#)):

Caso 1: 43

Caso 2: 16

Caso 3: 23

Caso 4: muito difícil