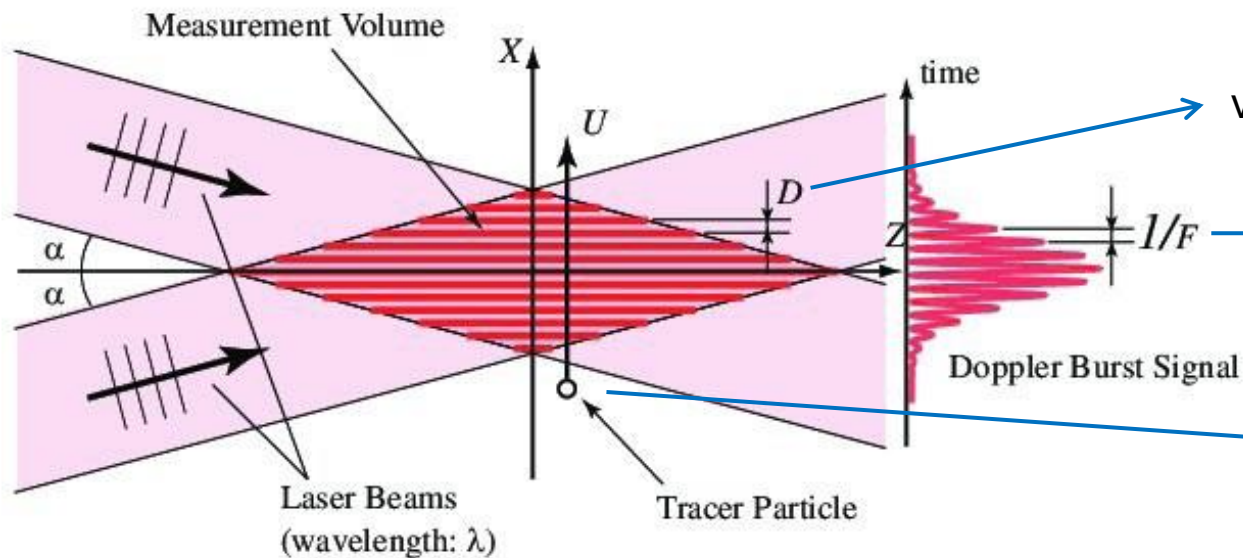
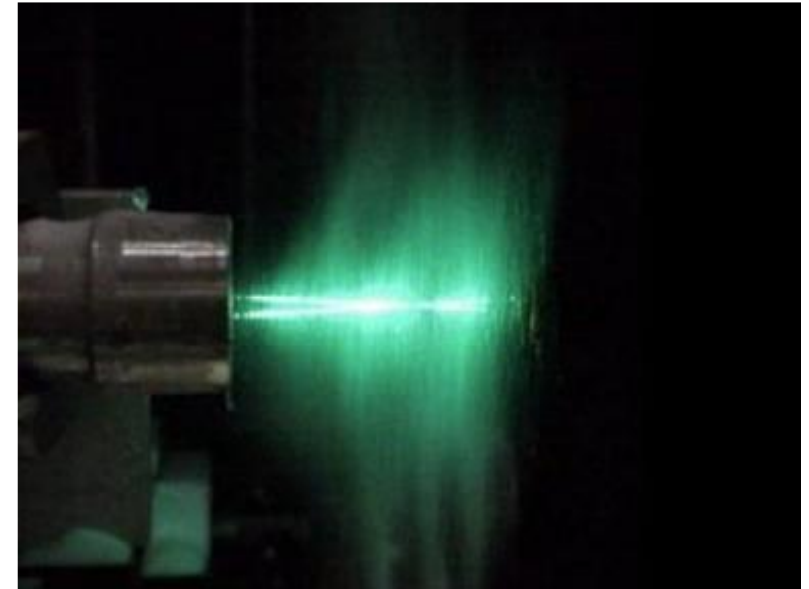
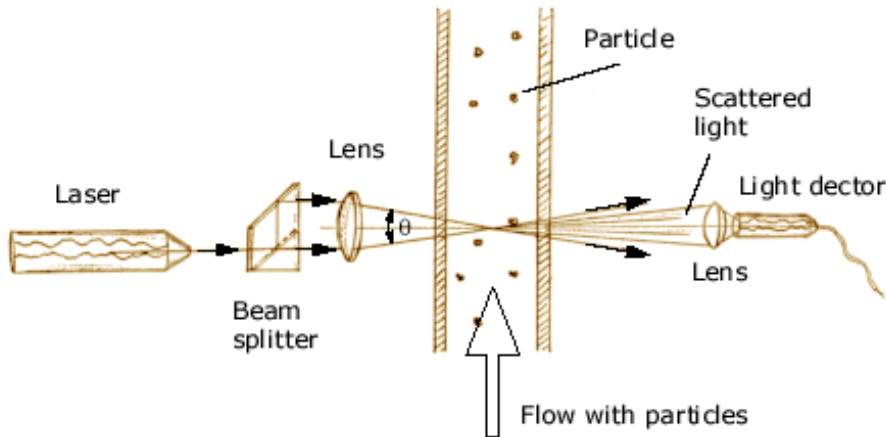


Příklad: laserová dopplerovská anemometrie

- měření rychlostí částic



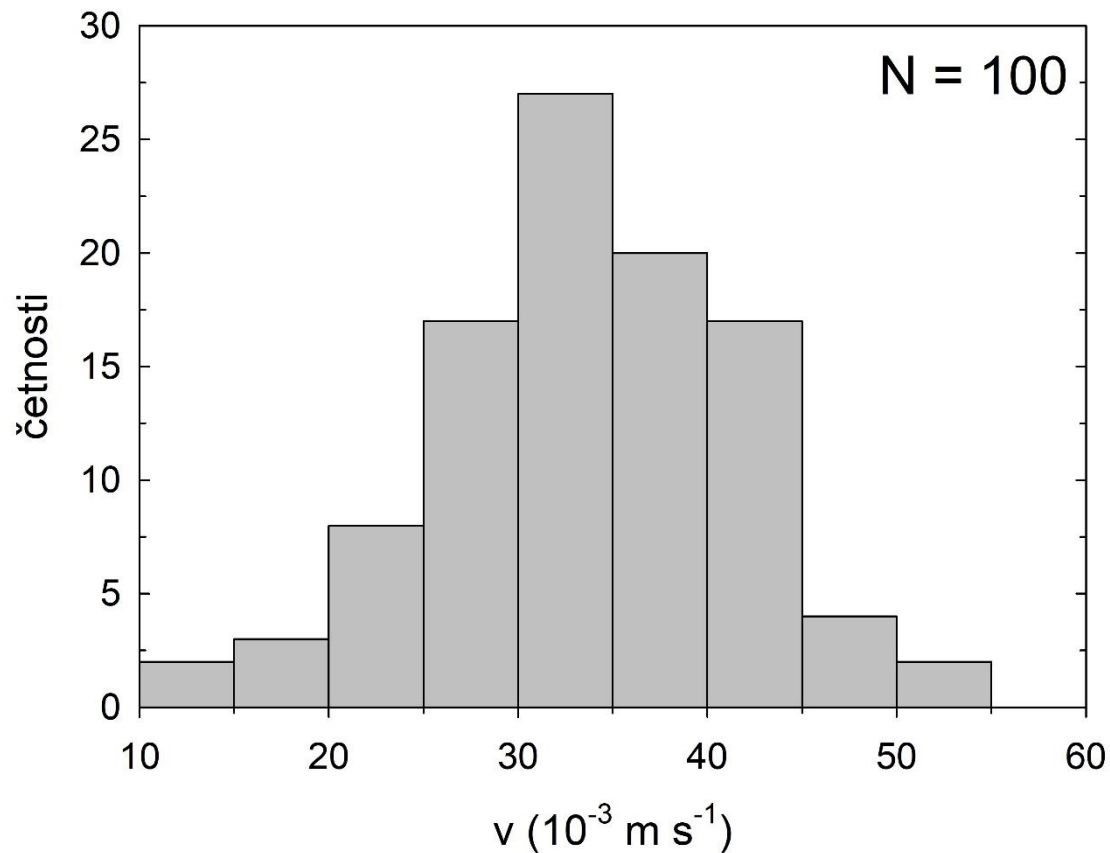
vzdálenost interferenčních proužků $D = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha}$

změříme frekvenci F
detekovaných signálů

složka rychlosti částice
ve směru kolmo na proužky $v_x = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha} F$

Momenty

- histogram průmětu rychlosti částic



Je to normální rozdělení?

- Je šikmost nulová?
- Je špičatost nulová?

Maxwell-Boltzmannovo rozdělení

- velikost rychlosti

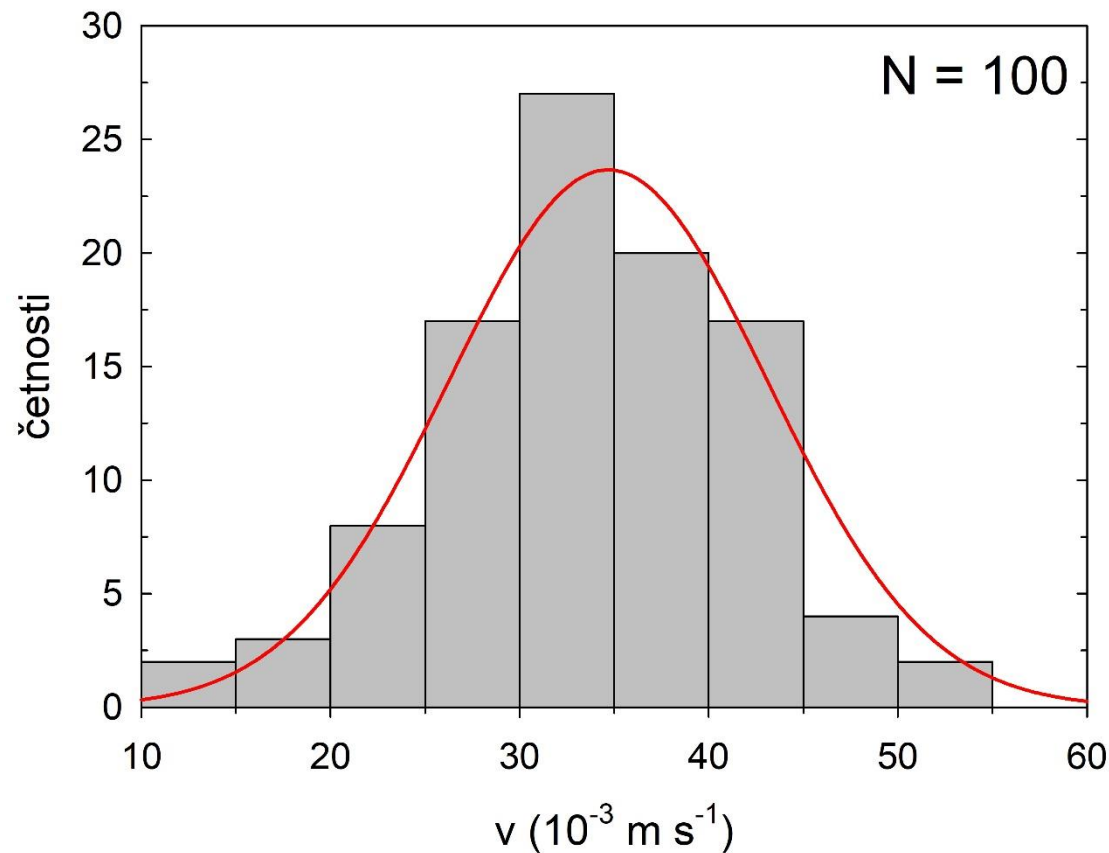
$$f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$$

- složky rychlosti

$$f(v_i) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp \left(-\frac{mv_i^2}{2kT} \right)$$

Momenty vyšších řádů

- histogram průmětu rychlosti částic



Je to normální rozdělení?

- Je šikmost nulová?
- Je špičatost nulová?

Gaussián

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} \exp\left(-\frac{(x - \hat{\mu})^2}{2\hat{\sigma}^2}\right)$$

Momenty vyšších řádů – šikmost

- odhad očekávané hodnoty

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 34.7 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

- odhad standardní odchylky

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^2}{N - 1}} = 8.4 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

- odhad šikmosti

$$\hat{\gamma}_3 = \frac{\hat{\mu}'_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^3}{\left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = -0.097 \quad (\text{předpojatý})$$

$$\hat{\gamma}_3 = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} \frac{\hat{\mu}'_3}{\hat{\sigma}^3} = -0.100 \quad (\text{nepředpojatý})$$

- odhad chyby odhadu šikmosti

$$\hat{\sigma}_{skew} \approx \sqrt{\frac{6}{N}} = 0.24$$

- výsledný odhad šikmosti

$$\hat{\gamma}_3 = -0.1 \pm 0.2$$

Momenty vyšších řádů – špičatost

- odhad očekávané hodnoty

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 34.7 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

- odhad standardní odchylky

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^2}{N - 1}} = 8.4 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

- odhad dodatečné špičatosti

$$\hat{\gamma}_4 - 3 = \frac{\hat{\mu}'_4}{\hat{\mu}'_2{}^2} - 3 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^4}{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^2 \right]^2} - 3 = 0.18 \quad (\text{předpojatý})$$

$$\hat{\gamma}_4 - 3 = \frac{(N + 1)(N - 1)}{(N - 2)(N - 3)} \frac{\hat{\mu}'_4}{\hat{\mu}'_2{}^2} - 3 \frac{(N - 1)^2}{(N - 2)(N - 3)} = 0.25 \quad (\text{nepředpojatý})$$

- odhad chyby odhadu dodatečné špičatosti

$$\hat{\sigma}_{kurt} \approx 2 \sqrt{\frac{6}{N}} = 0.49$$

- výsledný odhad dodatečné špičatosti $\hat{\gamma}_4 - 3 = 0.3 \pm 0.5$