

# Maximální chyba

- není to chyba v pravém slova smyslu
- použití:
  1. hrubý řádový odhad nejistoty měření
  2. zavedení třídy přesnosti měřicích přístrojů

- neúplná čísla:

$$a = \hat{\mu}_a \pm \varepsilon_a \quad b = \hat{\mu}_b \pm \varepsilon_b$$

$$a \in (\hat{\mu}_a - \varepsilon_a, \hat{\mu}_a + \varepsilon_a)$$

$$b \in (\hat{\mu}_b - \varepsilon_b, \hat{\mu}_b + \varepsilon_b)$$

- součet

$$S = a + b = (\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- absolutní maximální chyba:

$$\varepsilon_S = \varepsilon_a + \varepsilon_b$$

- relativní maximální chyba:

$$\eta_S = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b}$$

- rozdíl

$$R = a - b = (\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- absolutní maximální chyba:

$$\varepsilon_R = \varepsilon_a + \varepsilon_b$$

- relativní maximální chyba:

$$\eta_R = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b}$$

Enormní zvýšení relativní chyby  
při odčítání velmi blízkých hodnot!

# Maximální chyba

- součin

$$N = ab = (\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a)$$

- absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_N = \varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a$
- relativní maximální chyba:  $\eta_N = \frac{\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b} = \eta_a + \eta_b$

- podíl

$$P = \frac{a}{b} = \left( \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b} \right) \pm \left( \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right)$$

- absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_P = \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2}$
- relativní maximální chyba:  $\eta_P = \left( \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right) \frac{\hat{\mu}_b}{\hat{\mu}_a} = \eta_a + \eta_b$

# Maximální chyba

- mocnina

$$M = a^n = \hat{\mu}_a^n \pm n\hat{\mu}_a^{n-1}\varepsilon_a$$

- absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_M = n\hat{\mu}_a^{n-1}\varepsilon_a$

- relativní maximální chyba:  $\eta_M = n \cdot \eta_a$

- poznámka (pomůcka)

pravidla o derivování

- součtu  $(f + g)' = f' + g'$

- rozdílu  $(f - g)' = f' - g'$

- součinu  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

- podílu  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

- mocniny  $(f^n)' = n f^{n-1} f'$

# Třída přesnosti

- statistické šetření na sérii vyrobených měřicích přístrojů

$X_0$  nominální hodnota získaná měřením přístrojem s podstatně vyšší přesností

$\Delta_i = |X_i - X_0|$  odchylka měření  $i$ -tého přístroje

- třída přesnosti**

$$P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} \times 100\%$$

rozsah:  $R = x_{\max} - x_{\min}$

řada:  $P = 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 5$

- rovnoměrné rozdělení\* v intervalu  $(-a, a)$ :

$$\sigma_B^2 = \frac{(2a)^2}{12} = \frac{a^2}{3} = \frac{\Delta_{i,\max}^2}{3}$$

→ chyba naměřené veličiny

$$\sigma_B = \frac{PR}{\sqrt{3}} 10^{-2}$$

- normální rozdělení\*: v intervalu  $\pm\sigma_B$  kolem střední hodnoty měřené veličiny se skutečná (správná) hodnota nachází s pravděpodobností  $p = 0.68$

# Třída přesnosti

- třída přesnosti  $P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} \times 100\%$  rozsah stupnice  $R$

- Příklad: Rozsah ampérmetru je  $R = 3 \text{ A}$ , třída přesnosti  $P = 1.5$ .  
Absolutní chyba (nejistota) měření proudu na tomto rozsahu je:

$$\sigma_B = \frac{PR}{\sqrt{3}} 10^{-2} = \frac{1.5 \times 3}{\sqrt{3}} 10^{-2} \text{ A} = 0.026 \text{ A}$$

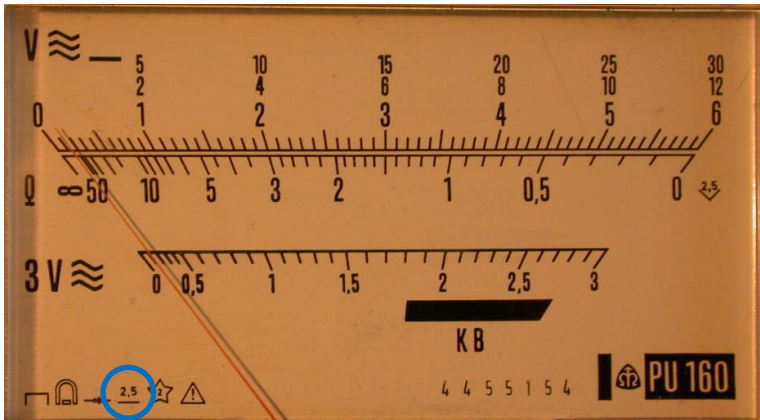
- Poznámka: Z důvodů minimalizace relativní chyby (nejistoty) měření je nutno měřit v **horní polovině stupnice** ručkového měřicího přístroje

- dělení měřicích přístrojů podle třídy přesnosti:

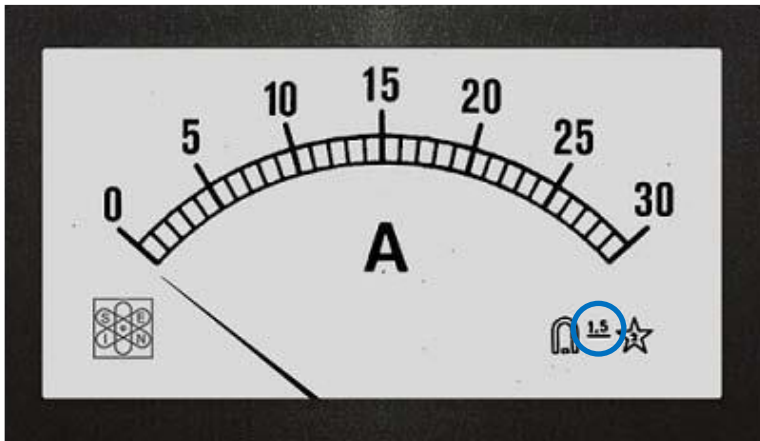
P	kategorie
0.1	etalony, normály
0.2	cejchovní
0.5	laboratorní
1	laboratorní
1.5	provozní
2.5	provozní

# Značení elektrických přístrojů

- J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN Praha 1967, tab. 1.2, str. 208



třída přesnosti



Tabulka 1,2

Některé značky na měřicích přístrojích

Měřicí přístroj na proud	stejnoseměrný	—
	střídavý	~
	stejnoseměrný i střídavý	⌒
	střídavý třífázový s jedním měřicím systémem	≡
Poloha stupnice	svislá	⊥
	vodorovná	⌊
	šikmá s udáním úhlu	∠60°
Zkušební napětí isolační	500 V	☆
	1 000 V	☆1
Označení třídy přesnosti 1,5		1,5
Označení uzemňovací svorky		⏏

# Zobecnění třídy přesnosti i na další měřicí přístroje

- třída přesnosti  $P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} \times 100\%$  rozsah stupnice  $R$

- odhad absolutní chyby z dělení stupnice

předpokládáme rovnoměrné dělení stupnice v intervalu  $(-a, a)$

volíme  $a = \Delta$  = nejmenější dílek stupnice

potom

$$\sigma_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \cong 0.58\Delta$$

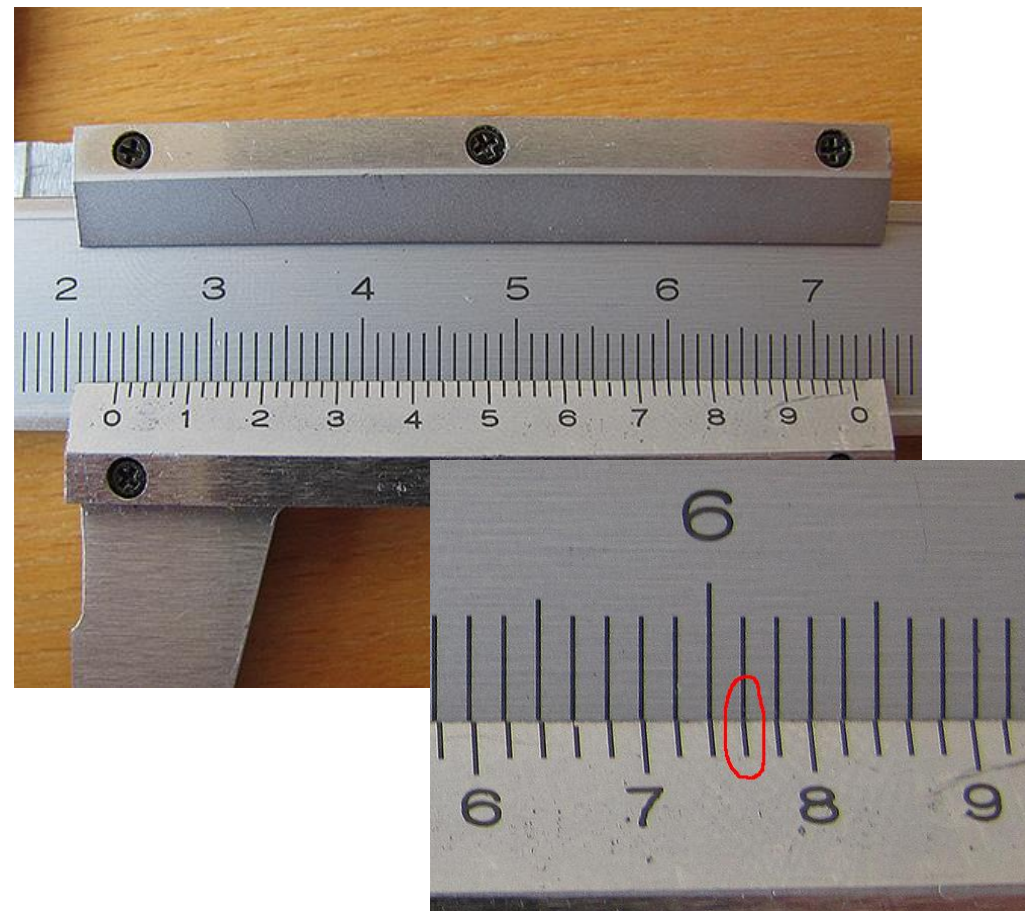
„polovina nejmenšího dílku“



# Zobecnění třídy přesnosti i na další měřicí přístroje

- Příklad      Při měření posuvným měřidlem je  $\Delta = 0.05 \text{ mm}$ .

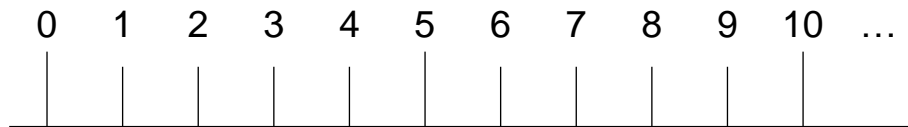
Chybu měření pak odhadneme jako:  $\sigma_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0.05}{\sqrt{3}} \text{ mm} \cong 0.03 \text{ mm}$



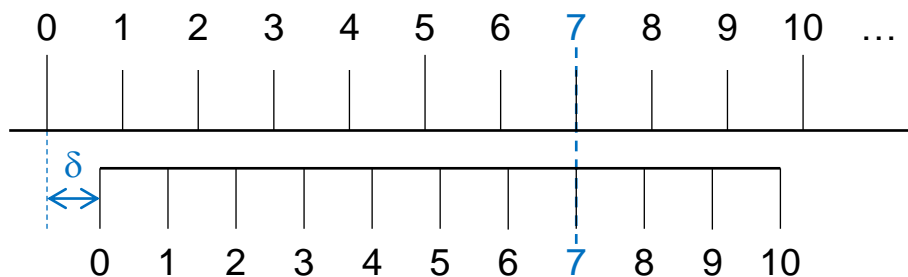


# Zobecnění třídy přesnosti i na další měřicí přístroje

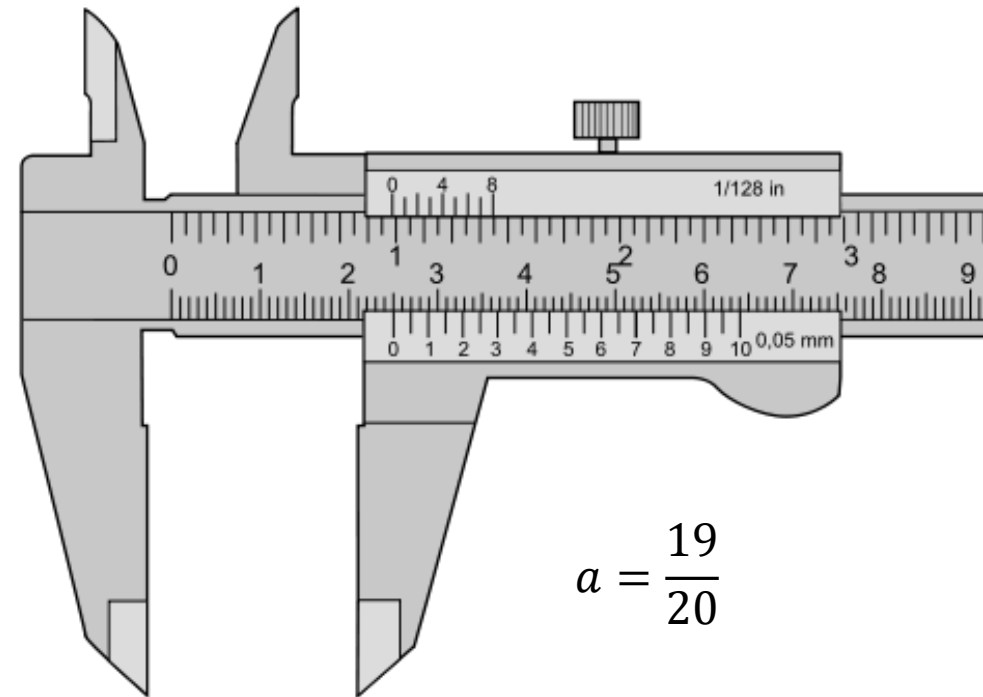
- nonius (Vernier)



$$a = \frac{9}{10}$$



$$\delta + m \cdot a = m \quad \delta = \frac{m}{10}$$



$$a = \frac{19}{20}$$

$$\delta = \frac{m}{20}$$

# Digitální měřicí přístroje

- maximální chyba se vyjadřuje v procentech  $l$  naměřené hodnoty  $\mu$  (nelinearita A-D převodníku)

+ násobek  $d$  řádu  $r_d$  poslední platné číslice zobrazené na displeji (konečná šířka binu)

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{l}{100} \mu + d \cdot r_d \right)$$



Základní funkce	Rozsah	Přesnost
Měření DC napětí	600mV / 6V / 60V / 600V /1000V	+/- (0,3% + 2)
Měření AC napětí	600mV / 6V / 60V / 600V /1000V	+/- (0,6% + 5)
Měření DC proudu	600μA / 6000μA / 60mA / 600mA / 10A	+/- (0,5% + 3)
Měření AC proudu	600μA / 6000μA / 60mA / 600mA / 10A	+/- (1% + 5)
Měření odporu	600Ω / 6kΩ / 60kΩ / 600kΩ / 6MΩ / 60MΩ	+/- (0,5% + 2)
Měření kapacity	6nF / 60nF / 600nF / 6mF / 60mF / 600mF / 6mF	+/- (2% + 5)
Měření teploty ve °C	- 40°C až do + 1000°C	+/- (1% + 3)
Měření teploty ve °F	- 40°F až do + 1832°F	+/- (1,5% + 5)
Měření kmitočtu	60Hz / 60kHz / 600kHz / 6MHz / 60MHz	+/- (0,1% + 3)

# Digitální měřicí přístroje

- Příklad: Na přístroji **Metex 3850** naměříme hodnotu stejnosměrného napětí  $U = 3.512 \text{ V}$  na rozsahu 4 V.

## 8 – 2. Special Characteristics.

MODEL	FUNCTION	RANGE	ACCURACY	RESOLUTION
M-3850	DC VOLTAGE	400 mV 4 V 40 V 400 V	$\pm 0.3\%$ of rdg +1 dgt	100 $\mu\text{V}$ 1 mV 10 mV 100 mV
		1000 V	$\pm 0.5\%$ of rdg +1 dgt	1 V
M-3830	AC VOLTAGE	400 mV 4 V 40 V 400 V	$\pm 0.8\%$ of rdg +3dgt	100 $\mu\text{V}$ 1 mV 10 mV 100 mV
		750 V	$\pm 1.0\%$ of rdg +3 dgt	1 V



Přístroj má 4-místný displej. Podle údajů výrobce je chyba 0.3% naměřené hodnoty plus 0.001 V.

$$\Delta = 0.003 \times 3.512 \text{ V} + 0.001 \text{ V} = 0.012 \text{ V} \Rightarrow \sigma_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = 0.007 \text{ V}$$

Výsledek měření je tedy:  $U = (3.512 \pm 0.007) \text{ V}$