Построение метода динамического выравнивания многомерных временных рядов, устойчивого к локальным колебаниям сигнала.

# Кулагин Петр Андреевич

Московский физико-технический институт

Консультанты: Г. И. Моргачев, А. В. Гончаров Эксперт: Стрижов В. В.

8 мая 2020 г.

Цель работы — построение многомерного алгоритма выравнивания

## Задача

Нахождение оптимального алгоритма, устойчивого к колебаниям сигнала при близком расположении датчиков.

#### Методы решения

Использование L2 расстояния между сигналами.

Использование расстояния DTW между сигналами.

## Список литературы

- Parinya Sanguansat Multiple Multidimensional Sequence Alignment Using General Dynamic Time Warping, 2020.
- Skutkova Helena, Vitek Martin, Babula Petr, Kizek Rene, Provaznik Ivo Classification of genomic signals using dynamic time warping, BMC Bioinformatics, 2007.
- ten Holt, Gineke and Reinders, Marcel and Hendriks, Emile Multi-dimensional dynamic time warping for gesture recognition, Annual Conference of the Advanced School for Computing and Imaging, 2007
- Jörg P. Bachmann and Johann-Christoph Freytag High Dimensional Time Series Generators. CoRR, 2018.

#### Постановка задачи

## Классификация временных рядов

Рассматриваем множество временных рядов  $\{X_i\}_{i=1}^n \in \mathbb{R}^k$  и метки классов  $Y_i \in \{0,1\}$ 

Требуется для  $X \in \mathbb{R}^k$  предсказать класс.

Метод kNN. Используем функцию расстояния между 2 временными рядами  $\rho(x,y)$  Ищем k ближайших к объекту х по метрике  $\rho$ .

Предсказание - самый частый класс.

 $accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$ 

Требуется найти  $\rho = argmax(accuracy)$  в методе kNN.

#### Гипотеза порождения данных

Выборка порождена K датчиками-измерителями.

Каждый датчик имеет определённое положение в пространстве и поэтому значения сигналов у каждого датчика имеют жёсткую привязку не только ко времени, но и к расположению датчика.

## Алгоритм DTW

#### Временной ряд

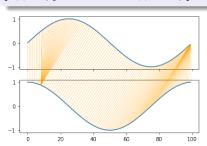
Временной ряд - последовательность измерений, произведенных в определённые промежутки времени.

 $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$  - временной ряд.

 $X_i \in \mathbb{R}$  - одномерный временной ряд.

 $X_i \in \mathbb{R}^K$  - многомерный временной ряд.

DTW - алгоритм, позволяющий посчитать расстояние между 2 временными рядами, устойчивый к сдвигам, растяжениям/сжатиям.



## Алгоритм расстояния DTW

#### Определение

Рассмотрим два временных ряда Q и C разной длины:  $Q=q_1,q_2,\ldots,q_i,\ldots,q_n;$   $C=c_1,c_2,\ldots,c_i,\ldots,c_m$ 

Рассматриваем матрицу расстояний

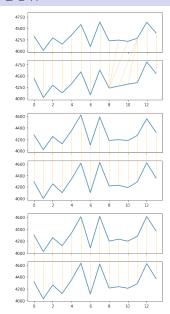
- 1)  $d_{ij} = \rho(q_i, c_j)$
- 2) Матрица трансформаций  $D_{ij} = d_{ij} + min(D_{i-1j}, D_{i-1j-1}, D_{ij-1});$
- 3) Выравнивающий путь: строим путь трансформации W минимизирует общее расстояние между Q и С  $W=w_1,w_2,\ldots,w_k,\ldots,w_K$  , где  $w_k=(i,j)_k$  ,  $d(w_k)=(q_ic_j)$
- 4)  $\rho_{DTW}(Q, C) = min \frac{\sum_{k=1}^{K} d(w_k)}{K}$

В случае многомерных временных рядов большое значение имеет расстояние между измерениями.

$$L2(q,c) = \sum_{i=1}^{n} (q_i - c_i)^2$$
  

$$DTW(q,c) = DTW(q,c) c \rho = (x - y)^2$$

# Пример выравнивания многомерных временных рядов с метрикой $\operatorname{DTW}$



#### Цель базового эксперимента

Показать, что существуют случаи, когда DTW расстояние между сигналами показывает лучший результат, но зачастую работает медленнее, чем L2 расстояние.

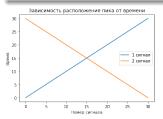
#### Генерация временных рядов

2 временных ряда, в которых сигнал "гуляет"в противоположных направлениях по датчикам.

Длина временного ряда - 30

DTW - 4

L2 - 60



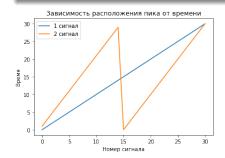
#### Генерация временных рядов

2временных ряда, в котором одни датчики улавливают сигнал в 2раза быстрее, например, стоят ближе к источнику.

Длина временного ряда - 30

DTW - 2

L2 - 60



## Временной эксперимент

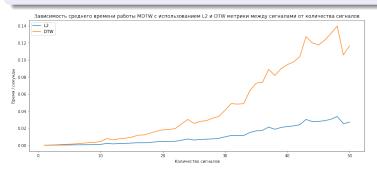
Подсчитаем среднее время работы DTW алгоритма с использованием L2 и DTW метрик.

Размерность сигнала: 3 Количество измерений: 50

Количество временных рядов: 20

Среднее время было посчитано 100 запусками на произвольной паре

временных рядов.



#### Реальные данные

Данные - EEG Eye State

Результат - DTW метрика лучше в 9% случаев.

## Полученные результаты

Было продемонстрировано значение метрики DTW для поиска расстояний между сигналами в многомерном случае. Однако затрачиваемое время на порядок медленнее L2 алгоритма. Поэтому стоит использовать L2 или DTW в зависимости от задачи и временных ограничений.

#### Дальнейшие исследования

- Найти способ аппроксимации пути наименьшей стоимости между временными рядами с помощью нейронных сетей.
- Найти конструкции построения датасета для классификации алгоритмически, когда классы, задаваемые DTW и L2 будут сильно различаться.